

<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2024v26i1p177-207>

**Articulações entre história da matemática e modelagem matemática: algumas compreensões a partir de uma revisão sistemática de literatura**

**Articulations between history of mathematics and mathematical modelling: some understandings from a systematic literature review**

**Articulaciones entre historia de las matemáticas y modelado matemático: algunas comprensiones a partir de una revisión sistemática de la literatura**

**Articulations entre histoire des mathématiques et modélisation mathématique : quelques compréhensions à partir d'une revue de littérature systématiques**

Érica Gambarotto Jardim Bergamim<sup>1</sup>

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM-UEM)

<https://orcid.org/0000-0002-2954-3506>

Lilian Akemi Kato<sup>2</sup>

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Doutora em Matemática Aplicada (Unicamp)

<https://orcid.org/0000-0001-8770-3873>

### **Resumo**

Neste texto buscamos compreensões, em termos dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, sobre as possíveis articulações entre a História da Matemática (HM) e a Modelagem Matemática (MM) reveladas nas pesquisas da área. Para tanto, foi realizada uma revisão sistemática de literatura, por meio da qual se buscou por pesquisas em bases de dados e eventos científicos nacionais que abordassem temáticas correlatas a esse objetivo, o que nos levou à identificação de oito trabalhos. Por meio dos procedimentos da Análise Textual Discursiva, inicialmente, fragmentamos e unitarizamos os dados e, posteriormente, os classificamos em categorias. Desse processo analítico, emergiram duas categorias: I – Articular HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que geram compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno; e II – Articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais, atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento. Com base nas categorias emergentes, evidenciou-se potencialidades advindas

---

<sup>1</sup>E-mail: [ericagambarotto@hotmail.com](mailto:ericagambarotto@hotmail.com)

<sup>2</sup>E-mail: [lakato@uem.br](mailto:lakato@uem.br)

de articulações entre HM e MM para o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, que justificam os motivos pelos quais é relevante fazê-las.

**Palavras-chave:** História na educação matemática, Modelagem matemática, Articulações, Revisão de literatura.

### **Abstract**

In this text we seek understandings, in terms of the teaching and learning process of Mathematics, about the possible articulations between the History of Mathematics (HM) and Mathematical Modeling (MM) revealed in research in the area. To this end, a systematic literature review was carried out, through which we searched for research in databases and national scientific events that addressed topics related to this objective, which led us to the identification of eight works. Through the procedures of Discursive Textual Analysis, initially, we fragmented and unified the data and, later, classified them into categories. From this analytical process, two categories emerged: I – Articulating HM and MM enables teaching and learning processes that generates understanding of the mathematical topics studied and desirable attitudes for the formation of the student and II – Articulating HM and MM makes it possible to highlight the human aspects, social, scientific, and cultural aspects linked to the development of mathematical models and the relationship between mathematics and other areas of knowledge. Based on the emerging categories, potentialities arising from articulations between HM and MM for the teaching and learning process of Mathematics were evidenced, which justify the reasons why it is relevant to do so.

**Keywords:** History in mathematics education, Mathematical modeling, Joints, Literature review.

### **Resumen**

En este texto buscamos comprensiones, en términos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, sobre las posibles articulaciones entre la Historia de las Matemáticas (HM) y la Modelación Matemática (MM) reveladas en investigaciones en el área. Para ello, se realizó una revisión sistemática de la literatura, a través de la cual buscamos investigaciones en bases de datos y eventos científicos nacionales que abordaran temas relacionados con este objetivo, lo que nos llevó a la identificación de ocho trabajos. A través de los procedimientos de Análisis Textual Discursivo, inicialmente, fragmentamos y unificamos los datos y, posteriormente, los clasificamos en categorías. De este proceso analítico surgieron dos categorías: I – La articulación de HM y MM posibilita procesos de enseñanza y aprendizaje que genera

comprensión de los temas matemáticos estudiados y actitudes deseables para la formación del estudiante y II – La articulación de HM y MM permite resaltar los aspectos humanos, sociales, científicos y culturales, vinculados al desarrollo de modelos matemáticos y la relación entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento. A partir de las categorías emergentes, se evidenciaron potencialidades derivadas de las articulaciones entre HM y MM para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, que justifican las razones por las cuales es relevante hacerlo.

**Palabras clave:** Historia en la educación matemática, Modelo matemático, Articulaciones, Revisión de literatura.

### Résumé

Dans ce texte, nous cherchons à comprendre, en termes de processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, les articulations possibles entre l'histoire des mathématiques et la modélisation mathématique révélées dans la recherche dans le domaine. À cette fin, une revue systématique de la littérature a été réalisée, à travers laquelle nous avons recherché des recherches dans des bases de données et des événements scientifiques nationaux qui abordaient des sujets liés à cet objectif, ce qui nous a conduit à l'identification de huit travaux. Grâce aux procédures d'analyse textuelle discursive, dans un premier temps, nous avons fragmenté et unifié les données et, plus tard, les avons classées en catégories. De ce processus d'analyse, deux catégories ont émergé : I – Articuler HM et MM permet processus d'enseignement et d'apprentissage qui génère une compréhension des sujets mathématiques étudiés et des attitudes souhaitables pour la formation de l'élève et II – Articuler HM et MM permet de mettre en évidence les aspects humains, sociaux, scientifiques et culturels liés au développement des modèles mathématiques et la relation entre les mathématiques et les autres domaines du savoir. Sur la base des catégories émergentes, des potentialités découlant des articulations entre HM et MM pour le processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques ont été mises en évidence, ce qui justifie les raisons pour lesquelles il est pertinent de le faire.

**Mots-clés :** Histoire de l'enseignement des mathématiques, Modélisation mathématique, les articulations, Revue de littérature.

## **Articulações entre história da matemática e modelagem matemática: algumas compreensões a partir de uma revisão sistemática de literatura**

Neste artigo nosso foco volta-se para duas das, assim denominadas, tendências metodológicas da Educação Matemática: a História da Matemática (HM) e a Modelagem Matemática (MM), no que tange às possibilidades de articulações entre elas, com vistas aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Um dos motivos de nosso interesse por esse tema advém das articulações entre HM e outras tendências metodológicas, que são objetos de estudos em pesquisas brasileiras. Por exemplo, citamos a pesquisa de Souza (2020), que buscou promover alianças entre HM, Investigação Matemática (IM) e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

Quanto à existência de conexões entre HM e MM e suas potencialidades para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, citamos o artigo de Assis (2021), em que o autor sugere algumas articulações com outras tendências metodológicas em Educação Matemática para que a HM possa ser incorporada como recurso pedagógico no ensino de Matemática.

Assis (2021, p. 14) aponta para a necessidade de desenvolvermos práticas de “*insubordinações epistemológicas*, nas quais a história da matemática possibilite experiências cognitivas e linguísticas em investigações que realcem as características intelectuais, técnicas, científicas e culturais das tradições matemáticas” (grifo do autor), e para isso indica a MM como uma das “tendências educacionais em que avaliações históricas propiciem uma experiência matemática no ensino” (Assis, 2021, p. 14).

Segundo esse autor, a vivência da MM no ensino possibilita reflexões que auxiliam no entendimento das potencialidades e limitações do pensamento matemático e discorre que “os exemplos dos conhecidos modelos podem não apenas ser adaptados para uma exposição de informações históricas, mas estudadas por suas contribuições teóricas e cognitivas na promoção de uma experiência matemática” (Assis, 2021, p. 21). Dessa leitura, inferimos que há possibilidade de adaptação de modelos matemáticos clássicos, de modo a valorizar os aspectos históricos envolvidos e, nesse sentido, Biembengut (2016) também sugere a discussão de modelos matemáticos conhecidos, como o modelo logístico de Pierre Verhulst, nas aulas de Matemática. Além disso, ao discutir sobre as etapas para desenvolvimento da Modelagem Matemática, recomenda a discussão de aspectos históricos na etapa inicial da atividade.

Diante do que foi exposto e com a intenção de olhar para trabalhos que estabeleceram alguma articulação entre HM e MM nos processos de ensino e de aprendizagem, esta pesquisa é orientada pela seguinte pergunta: **O que nos dizem estudos que abordam possíveis**

## **articulações entre a HM e MM em termos de ensino e aprendizagem de Matemática?**

Esclarecemos que, conforme o Dicionário Michaelis On-Line (2021), **articular** significa: “Tornar(-se) ligado; juntar(-se), ligar(-se), relacionar(-se), unir(-se)”. Assim, neste texto, entendemos que articular HM e MM significa juntá-las/relacioná-las em atividades voltadas para o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, contemplando diferentes formas de interação e integração entre elas.

A fim de respondermos à nossa questão norteadora, realizamos uma revisão sistemática que buscou por teses e dissertações, artigos publicados em revistas e em eventos científicos relacionados às duas temáticas envolvidas, HM e MM. Para a organização e a análise dos dados, consideramos os procedimentos metodológicos da Análise Textual Discursiva (ATD), de acordo com Moraes e Galiazzi (2011).

Nas próximas seções apresentaremos: o referencial teórico que norteou a análise dos dados; os procedimentos metodológicos adotados para a seleção, organização e a interpretação dos trabalhos; os dados analisados; os resultados evidenciados a partir desses processos; algumas considerações sobre o que foi desenvolvido e concluído deste processo.

### **Preliminares sobre a articulação entre HM e MM no processo de ensino e de aprendizagem**

Neste tópico, apresentamos alguns aspectos relacionados à HM e à MM, com vistas às possibilidades de articulações que possam contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Esses aspectos dizem respeito ao nosso entendimento sobre a HM e a MM como áreas de conhecimento no âmbito da Ciência e no contexto da Educação Matemática.

Iniciamos, então, discorrendo que quando mencionamos História da Ciência, segundo Beltran et al. (2014), a referida ciência não está citando somente Física, Química, Biologia e Matemática, de forma isolada, uma vez que até o século XIX estas não eram áreas especializadas conforme conhecemos hoje. A especialização de áreas de conhecimento científico, ou seja, a ciência moderna, ocorreu entre os séculos XVI e XVII.

Tendo esclarecido isso, podemos dizer que “História da Ciência é o estudo da(s) forma(s) de elaboração, transformação e transmissão de conhecimentos sobre a natureza, as técnicas e as sociedades, em diferentes épocas e culturas” (Beltran et al., 2014, p. 15). Nessa asserção observamos que o objeto de estudo dessa área de conhecimento é abrangente e estamos de acordo com ela pelo fato de que contempla os esclarecimentos sobre a existência de ciência desde a antiguidade e especializações da ciência que mencionamos. Ainda, é importante

observar que, segundo os autores, “a história da ciência reconhece existir uma física, uma química, uma biologia ou uma matemática no passado, porque o historiador da ciência **parte do que são essas áreas de conhecimento nos dias de hoje**” (Beltran et al., 2014, pp. 80-81, grifo nosso).

Em consonância com o exposto nessa citação, entendemos que tratamos de HM quando a história narrada envolve conceitos e procedimentos matemáticos tal como conhecemos hoje. Ao encontro dessa ideia, no que se refere à HM como área de conhecimento, Miguel e Miorim (2002) indicam que ela engloba estudos que buscam investigar todas as dimensões da atividade matemática na história em todas as práticas sociais que participam do processo de produção do conhecimento matemático. Assim, reconhecemos que tudo que envolveu conhecimentos matemáticos faz parte da HM.

Com o avanço dessa área, tornou-se possível evidenciar a constituição de alguns campos de pesquisa autônomos, que possuem especificidades, mas que continuam mantendo preocupação com a natureza histórica, atingindo relações que podem ser estabelecidas entre Educação, Matemática e Pedagogia. Dentre eles tem-se o campo História na Educação Matemática, em que são incluídos aqueles estudos que têm como objeto de investigação problemas associados às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de docentes de Matemática, na formação de discentes em qualquer nível de ensino, dentre outros (Miguel & Miorim, 2011).

Assim, no referido campo tem-se os estudos que investigam formas de participação da HM na educação matemática, entendida como campo de ação pedagógica ou como campo de investigação (Miguel & Miorim, 2011). No campo de ação pedagógica tem-se o uso da HM como recurso pedagógico, o qual, segundo Mendes (2006, p. 84) “[...] tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos”, propiciando, simultaneamente, maior motivação e criatividade cognitiva.

Sobre o uso da HM como recurso pedagógico, Fossa (2011) recomenda que seja feito um uso ponderativo, no qual utiliza-se a HM para ensinar os próprios conceitos da Matemática. “Assim, o conteúdo da Matemática é apresentado através de uma abordagem histórica, que geralmente envolve a discussão de temáticas interessantes e não triviais, com frequência remontando-se à Matemática Aplicada ou a problemas de um forte cunho prático” (Fossa, 2011, p. 64). Com relação à abrangência do recorte histórico envolvido nas atividades propostas, considerando o uso ponderativo, o autor indica que podemos nos pautar no “uso episódico, ou seja, a utilização da História da Matemática para abordar alguns tópicos selecionados dentro da

disciplina” (Fossa, 2011, p. 65). Nesse viés, para esta pesquisa, o entendimento que assumimos sobre usos de episódios da HM está em consonância com o que é apresentado por esse autor, dada sua conformidade com fins didáticos e pedagógicos para trabalho em sala de aula.

Quanto aos aspectos relacionados à MM, sua presença na História da Ciência, segundo Biembengut e Hein (2009), remonta à antiguidade, caracterizando-a como uma atividade tão antiga quanto a própria Matemática. Dessa forma, pode-se dizer que ela é uma atividade humana, pois emerge das necessidades humanas, assim como a Matemática. Essa ideia é fortalecida quando Biembengut e Hein (2009, p. 11) afirmam que a humanidade constantemente recorreu aos modelos, “[...] tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido, a modelagem, [como] arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento”.

Com base no exposto por Biembengut e Hein (2009), podemos observar que as origens do processo de modelar estão relacionadas às aplicações matemáticas que auxiliavam na resolução de problemas. Nesse sentido, Almeida et al. (2012, p. 12, grifo dos autores) destacam que “o *habitat* natural da Modelagem Matemática é a área que se convencionou chamar de Matemática Aplicada, e no interior da qual surgiram os primeiros conceitos e procedimentos em relação ao que caracteriza uma atividade de Modelagem Matemática”.

Sobre esta caracterização da MM no campo da Matemática Aplicada, ressaltamos que “o termo ‘modelagem matemática’ como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação-problema de alguma área do conhecimento encontra-se no início do século XX, nas literaturas de Engenharia e de Ciências Econômicas” (Biembengut, 2016, p. 161).

Com relação à adaptação da MM no contexto da Matemática Aplicada para o âmbito da Educação Matemática, temos que “as primeiras propostas de Modelagem na/para Educação Matemática passam a se fazer mais presentes em Congressos nos anos de 1970, em diversos países, inclusive no Brasil” (Biembengut, 2016, p. 161). Essa transição, aqui no Brasil, foi demarcada na década de 1980, quando “o discurso da Modelagem, ao se entrelaçar ao discurso construtivista, [...], desloca o sentido de estudar matemática a partir de modelos enquanto produto para a construção de modelos enquanto processo” (Magnus et al., 2019, p. 1215). É nesse contexto que a MM emerge como uma abordagem para ensinar Matemática.

Desse modo, a partir dessa época a conceitualização e a caracterização da MM no âmbito da Educação Matemática “[...] têm tido diferentes abordagens e têm sido realizadas segundo diferentes pressupostos em relação às concepções pedagógicas que norteiam as práticas educativas e as estruturações teóricas das pesquisas científicas” (Almeida et al., 2012,

p. 12). Diante do que foi exposto sobre a MM advinda da Matemática Aplicada e da MM no contexto da Educação Matemática, observamos que os objetivos de utilizar modelagem nas duas perspectivas são distintos. Por isso consideramos importante discutir brevemente sobre a distinção. Para isso, apresentamos a Tabela 1 que traz as definições e objetivos da Modelagem e da Modelação<sup>3</sup>, segundo Biembengut (2016).

Tabela 1.

*Características da modelagem e modelação (Biembengut, 2016)*

	<b>Modelagem</b>	<b>Modelação</b>
<b>O que é?</b>	“Modelagem é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria (matemática)” (p. 98).	“A Modelação é um método de ensino com pesquisa nos limites e espaços escolares em qualquer disciplina e fase de escolaridade” (p. 177).
<b>Objetivo</b>	“Estabelecer um modelo (matemático) de uma situação-problema para então resolvê-la, entendê-la, ou ainda modificá-la se necessário” (p. 175).	“Promover conhecimento ao estudante em qualquer período de escolaridade, e ensiná-lo a fazer pesquisa nessa estrutura escolar, isto é, no espaço físico e no período concernente a este propósito” (p. 175).

Da Tabela 1, inferimos que a Modelagem, como um método de pesquisa, remete à competência para compreender fenômenos, enquanto a Modelação está mais direcionada ao processo de ensinar conteúdos de disciplinas escolares, de modo a favorecer que os alunos aprendam a pesquisar. Sem desmerecer outros autores que discutem a respeito dessas distinções e que apresentam outras concepções sobre a MM no contexto da Educação Matemática, esclarecemos que a escolha pelas ideias apresentadas por Biembengut (2016), nesse estudo, se deu pelo fato de que a autora retrata, em sua obra, atividades de Modelação Matemática com fatos da História da Ciência e da Matemática.

Adentrando no tema relacionado à possibilidade de articulação entre HM e MM, encontramos a publicação brasileira do artigo teórico de Assis (2021), que defende explicitamente essa articulação nos incitando para a busca de outras publicações que dão indícios dessa possibilidade. Para além disso, apoiamo-nos em Biembengut (2016), que apresenta as etapas para o desenvolvimento da Modelação (Matemática), trazendo uma discussão sobre aspectos históricos envolvidos na temática escolhida para a atividade.

Para a autora, “no processo de Modelação, em particular, diferentes contextos ‘emergem’. Por exemplo, em relação ao **tema/assunto**: em que circunstância, ocorrência, época passou a ser tratado por especialistas e/ou pesquisadores (**contexto histórico**)” (Biembengut,

<sup>3</sup> Biembengut (2016) utiliza esse termo para se referir à Modelagem na Educação, e para esse texto, entendemos que está relacionado à Modelagem na Educação Matemática, por conta da definição e objetivos apresentados na Tabela 1.

2016, p. 186, grifo nosso). Entendemos que quando ela indica a discussão desses aspectos históricos na etapa inicial de uma atividade de Modelação, denominada **Percepção e Apreensão**, a participação da história nesta proposta contribui para despertar o interesse dos alunos pelo tema em estudo.

Todavia, consideramos que a participação da história em atividades de Modelação também possa assumir um papel relevante quanto à compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos nas referidas atividades. Isto porque a autora recomenda o uso de modelos clássicos (por exemplo, aqueles baseados nas ideias de Isaac Newton e Pierre Verhulst) para o desenvolvimento de atividades de Modelação. Essa recomendação também foi feita em Biembengut e Hein (2009, p. 30), quando os autores afirmavam que “àqueles que querem fazer um trabalho utilizando a modelação, mas não se sentem devidamente seguros, orientamos: – conhecer alguns modelos clássicos por meio da literatura a respeito da história da ciência ou da ciência contemporânea, adaptando-as para a sala de aula [...]”.

Analisando o exposto por Biembengut e Hein (2009), Biembengut (2016) e Assis (2021), notamos que eles nos dão pistas sobre articulações entre História da Ciência (em particular, HM), que contribuem com os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. A partir disso, resolvemos buscar pesquisas nacionais e internacionais que abordaram direta ou indiretamente esse tema. Os procedimentos para fazer essa busca e análise dos resultados encontrados são apresentados nas próximas seções.

### **Aspectos metodológicos**

Ao buscar responder à pergunta “**o que nos dizem estudos que abordam possíveis articulações entre a HM e a MM em termos de ensino e aprendizagem de Matemática?**”, iniciamos por uma pesquisa em diversas bases de dados, o que nos conduziu ao desenvolvimento de uma revisão sistemática de literatura.

Segundo Mendes e Pereira (2020), o interesse pela revisão sistemática advém da clareza dos procedimentos metodológicos adotados e dos critérios bem definidos além das etapas sistematizadas. Para tanto, esses autores propõem etapas para realização de revisões sistemáticas para a área de Ensino e Educação Matemática, a partir de um estudo em diversas pesquisas.

Para o desenvolvimento de uma revisão sistemática, os autores identificaram “cinco etapas que se constituem como comuns a este tipo de pesquisa, a saber: objetivo e pergunta; busca dos trabalhos; seleção dos estudos; análise das produções; apresentação da revisão

sistemática” (Mendes & Pereira, 2020, p. 196) e descrevem como realizar cada etapa. A fim de esclarecer como essas etapas foram contempladas em nossa revisão sistemática, apresentamos a Tabela 2, na qual as expomos e apresentamos como elas foram desenvolvidas, considerando as especificidades da nossa investigação.

Tabela 2.

*Descrição dos procedimentos adotados para realização da revisão sistemática (Adaptado de Mendes & Pereira, 2020).*

<b>Etapas para elaboração da revisão sistemática, segundo Mendes e Pereira (2020)</b>	<b>Descrição do desenvolvimento da revisão sistemática, considerando as particularidades de nossa investigação</b>
<p><b>Objetivo e Pergunta</b> Etapa em que os propósitos para realizar a revisão sistemática devem estar claros. Assim, deve ser bem definida uma questão de pesquisa.</p>	<p><b>Pergunta:</b> O que nos dizem estudos que abordam possíveis relações entre a HM e a MM em termos de ensino e aprendizagem de Matemática?</p>
<p><b>Busca dos trabalhos<sup>4</sup></b> Etapa em que se definem palavras-chave mais adequadas, as bases de dados e as especificações de busca utilizadas, tipos de materiais e o período temporal.</p>	<p><b>Palavras-chave:</b> “História da Matemática” AND “Modelagem Matemática”; “História da Matemática” AND “Modelo Matemático”; “History of Mathematics” AND “Mathematical Modeling”; “History of Mathematics” AND “Mathematical Model”; (História da Matemática) (Modelagem Matemática); (História da Matemática) (Modelo Matemático); <b>Tipos de trabalhos:</b> artigos de revistas e de comunicações científicas de eventos; dissertações. <b>Fontes de busca:</b> Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações; Periódicos da CAPES; Google Acadêmico; <i>Scopus</i>; <i>Web of Science</i> e Anais das edições do ENEM, do SNHM e da CNMEM. <b>Período temporal:</b> não houve delimitação.</p>
<p><b>Seleção dos estudos</b> Etapa em que são definidos os critérios para seleção dos trabalhos. Geralmente feita em dois momentos: no primeiro busca-se ler títulos, resumos, palavras-chave; no segundo busca-se ler o trabalho completo para verificar se o trabalho será útil para compor o <i>corpus</i> da pesquisa.</p>	<p><b>Critérios de inclusão e exclusão:</b> <u>Exclusão:</u> – Trabalhos que só faziam menção à MM ou à HM ao listar as tendências em Educação Matemática. – Trabalhos que só traziam em alguma seção aspectos históricos sobre o tema desenvolvido, mas não articulava essas informações com a MM. – Trabalhos que só traziam em alguma seção relacionada ao desenvolvimento histórico de um modelo matemático sem estabelecer vínculo com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. <u>Inclusão:</u> – Trabalhos que discutiam sobre algum tipo de articulação entre HM e MM e que apresentassem discussões que pudessem contribuir para formação de alunos e professores. – Trabalhos que traziam propostas já implementadas ou não. – Trabalhos que não traziam propostas para sala de aula, mas que traziam reflexões acerca dos processos de ensino e aprendizagem.</p>
<p><b>Análise das produções</b> Etapa em que se busca extrair os dados pertinentes aos propósitos da pesquisa.</p>	<p>Analizamos de modo qualitativo os oito trabalhos, selecionados de acordo com os procedimentos da ATD (Moraes &amp; Galiazzi, 2011).</p>

<sup>4</sup>A busca nas bases de dados foi realizada na segunda quinzena de fevereiro de 2022.

<p><b>Apresentação da revisão sistemática</b></p> <p>Todas as etapas anteriores devem ser apresentadas, buscando responder à questão de pesquisa proposta.</p>	<p>Foi apresentada em todas as seções deste trabalho. Em especial, na seção de apresentação discussão dos resultados, buscamos explicitar como nossa pergunta norteadora foi respondida, bem como trazemos reflexões sobre possíveis articulações entre HM e MM e suas potencialidades para os processos de ensino e de aprendizagem.</p>
--	---

Conforme pode ser observado na Tabela 2, em nossa revisão sistemática, tendo por base nossa pergunta norteadora, estabelecemos palavras-chave na língua portuguesa e língua inglesa. As combinações de palavras-chave em língua portuguesa entre aspas duplas e com o operador booleano AND foram utilizadas no campo de busca do Catálogo da CAPES, da BDTD, do Periódicos da CAPES e do Google Acadêmico. As combinações de palavras-chave em língua inglesa foram usadas no campo de busca do *site* da *Scopus* e da *Web of Science*. Essa ação nos possibilitou ampliar o *corpus* de dados, contando com artigos internacionais. Após a realização da busca em *sites* nacionais e internacionais, encontramos cinco trabalhos que atendiam aos nossos critérios de seleção (apresentados na Tabela 2).

Diante desse cenário, optamos por realizar buscas em anais de eventos nacionais, que também pudessem nos indicar escritos que estariam em consonância com nossa pergunta. Nessa perspectiva, os eventos escolhidos foram: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) e Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM). Para a seleção dos trabalhos encontrados nos anais de cada edição do ENEM, do SNHM e da CNMEM, em virtude de não termos a opção de buscar pelas palavras-chave em campos de busca específicos de *sites* de cada edição, traçamos estratégias específicas para identificar os trabalhos.

Com relação ao ENEM, em posse dos anais das 13 edições desse evento, inicialmente, buscamos olhar os textos correspondentes aos relatos de experiência, às comunicações científicas e aos pôsteres, que no título trouxessem palavras relacionadas à história da matemática e modelagem matemática ou modelo matemático. Aqueles que continham essas palavras fizemos a leitura do resumo e, quando ficávamos com dúvidas, já fazíamos uma leitura flutuante do trabalho completo. O mesmo procedimento foi adotado para os trabalhos publicados nos anais de 10 edições da CNMEM<sup>5</sup> e nos anais das 14 edições do SNHM.

Com as buscas nos anais dos eventos mencionados encontramos mais três trabalhos, de modo que nosso *corpus* passou a conter oito trabalhos. As etapas e procedimentos para identificação e seleção desses trabalhos podem ser observadas na Figura 1, que foi elaborada com base nas recomendações PRISMA (Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e

---

<sup>5</sup> Este evento teve 11 edições, contudo para esta pesquisa tivemos acesso aos anais de 10 edições, faltando o correspondente à segunda edição.

Meta-análises), que tem por objetivo “[...] ajudar os autores a melhorarem o relato de revisões sistemáticas e meta-análises” (Moher et al., 2015, p. 336). Para isso apresenta um *checklist* e um fluxograma com quatro etapas, que auxiliam no processo de relatar as etapas percorridas em uma revisão sistemática.

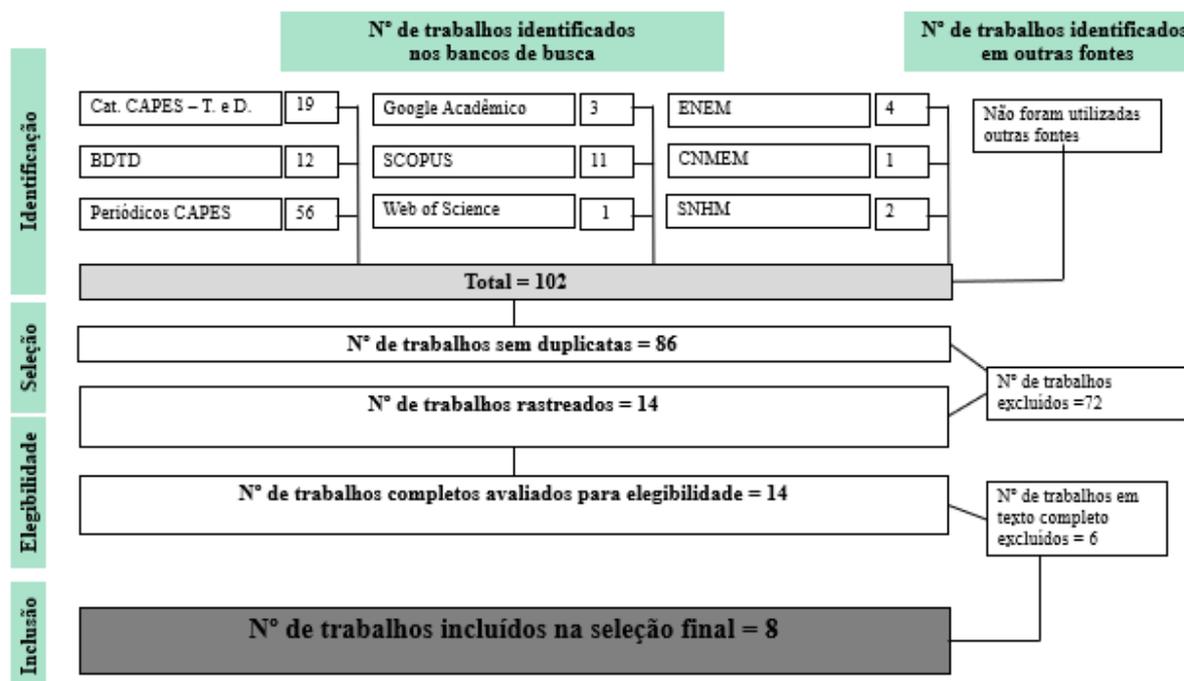


Figura 1.

*Fluxograma da informação com as diferentes fases da revisão sistemática desenvolvida (Adaptado de: Moher (et al., 2015, p. 338) e Mendes e Pereira (2020, p. 207)).*

Dos oito trabalhos encontrados, cinco são nacionais, sendo três publicados em eventos (um artigo de comunicação científica, um pôster e um relato de experiência) e duas dissertações de Mestrado Profissional. Os outros três trabalhos são internacionais, foram publicados em língua inglesa e são oriundos de publicações em revistas. Com as características tipo de trabalho e ano de publicação constituímos códigos representativos para cada trabalho. Na Tabela 3, são apresentados os títulos dos trabalhos, informações sobre autores, ano, tipo de trabalho e o código correspondente a cada um.

Tabela 3.

*Lista dos trabalhos selecionados (As autoras)*

<b>Título</b>	<b>Autores – Ano de publicação</b>	<b>Tipo de trabalho</b>	<b>Código do Trabalho</b>
<i>Employing genetic 'moments' in the history of mathematics in classroom activities</i> <sup>6</sup>	Farmaki e Paschos (2007)	Artigo	AR.2007
Funções no Ensino Médio: História e Modelagem	Souza (2011)	Dissertação	D.2011
<i>Developing Students' Reflections on the Function and Status of Mathematical Modeling in Different Scientific Practices: History as a Provider of Cases</i> <sup>7</sup>	Kjeldsen e Blomhøj (2012)	Artigo	AR.2012
A modelagem matemática ao longo da história e o surgimento da modelação matemática no Brasil	Ferreira et al., (2013)	Artigo	CC.2013
O parafuso de Arquimedes: uma inovação no ensino de Matemática sob a perspectiva da Modelagem Matemática no IFPA	Matos et al. (2013)	Relato de experiência	RE.2013
Números complexos: uma proposta didática baseada na Modelagem Matemática e em contextos históricos	Paes (2013)	Dissertação	D.2013
Uma contextualização histórica para o modelo clássico de Malthus	Silva et al., (2017)	Pôster	PO.2017
<i>How history of mathematics can help to face a crisis situation: the case of the polemic between Bernoulli and d'Alembert about the smallpox epidemic</i> <sup>8</sup>	Gosztonyi (2021)	Artigo	AR.2021

A partir da identificação desses trabalhos, para analisar os dados utilizamos os procedimentos provenientes da ATD. Para Moraes e Galiuzzi (2011, p. 7), “a Análise Textual Discursiva corresponde a uma metodologia de análise de dados e informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compreensões sobre os fenômenos e discursos”. Para utilização da ATD foi necessário se pautar na organização da análise, em conformidade com os quatro focos descritos pelos autores, a saber: **desmontagem dos textos** ou processo de **desconstrução e unitarização**; **estabelecimento de relações** ou processo de **categorização**; **captando o novo emergente** e **processo auto-organizado** (Moraes & Galiuzzi, 2011).

A **desmontagem dos textos** “implica examinar os textos em seus detalhes, fragmentando-os no sentido de atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados” (Moraes & Galiuzzi, 2011, p. 11). Neste artigo, para identificar as unidades de significado, primeiro selecionamos em cada trabalho fragmentos de texto – parágrafos – nos quais os autores faziam alguma afirmação acerca de possível relação entre HM e MM, vinculando ao processo de ensino e de aprendizagem<sup>9</sup>. Com essa ação foram encontrados

<sup>6</sup> Tradução: Empregando 'momentos' genéticos na história da matemática em atividades de sala de aula.

<sup>7</sup> Tradução: Desenvolvendo as Reflexões dos Alunos sobre a Função e o Status da Modelagem Matemática em Diferentes Práticas Científicas: A História como Provedora de Casos.

<sup>8</sup> Tradução: Como a história da matemática pode ajudar a enfrentar uma situação de crise: o caso da polêmica entre Bernoulli e d'Alembert sobre a epidemia de varíola.

<sup>9</sup> Buscou-se por trechos de textos que abordassem história da matemática (ou palavras relacionadas: contexto histórico, fatos históricos, episódios históricos, dentre outras) e modelagem matemática ou modelo matemático e

34 fragmentos e a partir deles realizamos nova leitura, buscando identificar unidades de significado. Para tal identificação, destacamos trechos dos fragmentos que nos fizeram constituir os títulos das unidades de significado, com recursos tipográficos, sendo que trechos destacados com recursos tipográficos distintos geraram unidades de significado distintas.

Como nossos fragmentos selecionados se constituíram de parágrafos, em alguns casos um fragmento gerou mais de uma unidade de significado. Por outro lado, ressaltamos que nesse processo, por vezes, em fragmentos diferentes de um mesmo trabalho identificamos unidades de significado iguais; quando isso ocorreu, escolhemos o fragmento que melhor representava a unidade de significado em questão. Ao concluir o processo de unitarização identificamos 48 unidades de significado distintas. A Tabela 4 apresenta o número de fragmentos e unidades de significado extraídos de cada trabalho.

Tabela 4.

*Quantidade de fragmentos e unidades de significado extraídos de cada trabalho (As autoras)*

<b>Código do Trabalho</b>	<b>Nº de fragmentos</b>	<b>Nº de unidades de significado</b>
AR.2007	3	3
D.2011	8	10
AR.2012	7	11
CC.2013	2	2
RE.2013	2	2
D.2013	3	5
PO.2017	4	5
AR.2021	5	10
<b>Total</b>	<b>34</b>	<b>48</b>

O **estabelecimento de relações** “envolve construir relações entre as unidades de base, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários na formação de conjuntos que congreguem elementos próximos, resultando daí sistemas de categorias”. Esse processo foi feito por meio do método indutivo “[...] que implica produzir as categorias a partir das unidades de análise construídas desde o *corpus*” (Moraes & Galiazzi, 2011, p. 23), ou seja, nossas categorias emergiram do processo de análise e não foram definidas *a priori*. Num primeiro movimento de classificação das 48 unidades de significado emergiram 13 categorias iniciais.

Esclarecemos que o trecho formatado com recurso tipográfico negrito nas unidades de significado, foi o que nos levou a estabelecer semelhanças de sentido para classificar em uma categoria inicial. Essa escolha nos direcionou para olhar as potencialidades advindas das

---

que faziam algum tipo de afirmação, relacionando aos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Essas afirmações, geralmente, foram encontradas quando os autores tentavam justificar a pesquisa (apresentadas na seção de introdução) ou quando argumentavam sobre os resultados da pesquisa (na seção de discussão dos resultados ou considerações finais).

possibilidades de articulação entre HM e MM e entendemos que isso está em concordância com os processos inerentes da ATD, tendo em vista nossa intenção de deixar o fenômeno ir se mostrando. A Tabela 5 mostra como reunimos algumas unidades de significado em uma categoria inicial.

Tabela 5.

*Exemplo de classificação de unidades de significado numa categoria inicial (As autoras)*

<b>Título das unidades de significado</b>	<b>Código das unidades<sup>10</sup></b>	<b>Categoria inicial</b>
Os modelos matemáticos e o contexto histórico <b>contribuem para uma aprendizagem significativa.</b>	D.2011.F3.U1	Articular HM e MM <b>contribui para a aprendizagem de conteúdos matemáticos.</b>
A junção do estudo histórico e do método de Modelagem Matemática se constitui de uma <b>ferramenta para aprender algum conceito.</b>	D.2011.F6.U1	
Uma sequência de atividades pautada na Modelagem Matemática e na História da Matemática pode <b>contribuir para uma aprendizagem de qualidade.</b>	D.2013.F2.U2	
Analisar episódios históricos que contêm Modelagem Matemática <b>auxilia na aprendizagem de tópicos específicos.</b>	AR.2021.F5.U1	

Nesse exemplo, a parte formatada com recurso tipográfico negrito das unidades de significado da Tabela 5 direciona-se para o tema aprendizagem de conteúdos matemáticos. Tendo explicado isso, esclarecemos que os títulos das categorias iniciais (e, também, intermediárias e finais) foram construídos de forma a iniciar por “*Articular HM e MM...*”, por entendermos que, primeiro essa articulação foi o objeto de nossa investigação e, segundo, na nossa interpretação desse verbo ele contempla todas as possibilidades de interação entre HM e MM, com vistas ao ensino e à aprendizagem de Matemática que foram abordados nos trabalhos selecionados. Destacamos que, de modo semelhante ao exemplificado, as categorias iniciais foram agrupadas por semelhanças de sentido e geraram cinco categorias intermediárias, que foram agrupadas novamente, considerando proximidade de ideias, o que resultou em duas categorias finais.

No foco **captando o novo emergente** tem-se que “a intensa impregnação nos materiais da análise desencadeada nos dois focos anteriores possibilita a emergência de uma compreensão renovada do todo” (Moraes & Galiuzzi, 2011, p. 12). Essa compreensão renovada pretendemos evidenciar a partir da construção dos metatextos de cada uma das categorias finais. Enfatizamos que o **processo auto-organizado** perpassou todos os focos já mencionados, uma vez que foi

<sup>10</sup> A codificação seguiu o seguinte padrão: tipo de trabalho, ano de publicação, ordem do fragmento e ordem da unidade de significado. Assim, o exemplo D.2011.F3.U1 remete à primeira unidade de significado do terceiro fragmento de texto extraído da dissertação publicada em 2011.

preciso um processo de impregnação com os dados, revisão das categorias constantemente e reconstrução dos metatextos, os quais serão apresentados na seção seguinte.

### **Apresentação e análise dos resultados**

Iniciamos esta seção ressaltando que não foi estabelecido limite temporal para os trabalhos, porém ao finalizar a busca e seleção destes notamos que foram publicados entre 2007 e 2021, com intervalo de 15 anos, sendo este um intervalo considerável. Outro resultado observado diz respeito ao fato de que dos oito trabalhos selecionados, cinco relatam o desenvolvimento de atividades envolvendo HM e MM, sendo três trabalhos internacionais e dois nacionais. Estas atividades foram desenvolvidas com estudantes do Ensino Médio (D.2011; RE.2013; AR.2007), alunos de graduação (AR.2012), e professores em formação continuada (AR.2021).

Quanto aos aspectos da HM e da MM envolvidos nos trabalhos encontrados em nossa revisão sistemática, identificamos a abordagem de diversos temas da Ciência sendo utilizados em diferentes contextos. Sobre os temas, por exemplo, em dois trabalhos – AR.2007; D.2011 – foram apresentadas as ideias do modelo geométrico de movimento de Nicole Oresme, desenvolvidas durante o século XIV; em AR.2012 discutiu-se o modelo de divisão celular de Nicolas Rashevsky, da década de 1930, com uma discussão de desacordo entre ele e alguns biólogos; em D.2013 foi apresentado o método de resolução de equações cúbicas proposto por Cardano no século XVI; em CC.2013 discutiu-se sobre o Princípio de Arquimedes<sup>11</sup> presente no Tratado *Os corpos flutuantes*, sobre o modelo planetário de Ptolomeu no século II d.E.C. e, também, sobre o Problema das Pontes de Königsberg, em que Leonard Euler resolve o problema por meio de um modelo matemático; em RE.2013 foi apresentado o mecanismo de Arquimedes (287 a.E.C.-212 a.E.C.), uma das mais antigas máquinas hidráulicas, utilizado para bombeamento de água; em PO.2017 discutiu-se sobre o Modelo Clássico de Malthus, que tratou sobre a relação entre produção alimentícia e crescimento populacional no século XVIII; e, por fim, em AR.2021, utilizou-se a polêmica entre Bernoulli e D'Alembert no século XVIII, sobre modelos estatísticos desenvolvidos para prevenção de epidemias de varíola.

De maneira sucinta, apresentamos que em relação aos modos de articulação, ou seja, como a HM e a MM aparecem integradas e/ou relacionadas nas propostas apresentadas pelos autores, constatamos distinções, no sentido de que ocorreram em sequências didáticas de modo

---

<sup>11</sup> Nesse tratado, ele afirma que todo corpo mergulhado em um fluido recebe um empuxo, sendo que empuxo é a força, de sentido para cima, que o líquido exerce no corpo imerso em um líquido.

separado – sendo usadas em momentos diferentes, iniciando com HM e finalizando com MM, por exemplo – (D.2011); ocorreram de modo mais integrado por meio da análise de episódios da história que tratam de situações que envolvem MM (AR.2012; AR.2021; PO.2017); podem ocorrer por meio do uso da ideia de um modelo retratado na HM, mas sem mencionar sobre os aspectos históricos com os alunos (AR.2007). Isso ficou visível ao analisarmos os trabalhos D.2011 e AR.2007, que tratam de mesma temática histórica relacionada ao modelo geométrico de Oresme, mas a abordagem que propõem são diferentes. Esses resultados gerais apresentados já apontam alguns indicativos que nos permitem responder à nossa pergunta.

A seguir apresentamos as categorias que emergiram do nosso processo analítico, iniciando pelo título, depois a tabela que ilustra o processo por meio do qual emergiu tal categoria e, por fim, o metatexto correspondente, que expõe as compreensões que os discursos dos autores nos possibilitaram desenvolver.

**Primeira categoria final – articular HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que geram compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno.**

Tabela 6.

*Unidades de significado, categorias iniciais e intermediárias que geraram a Primeira Categoria Final (As autoras)*

<b>Código das unidades de significado</b>	<b>Cat. Inicial</b>	<b>Cat. Intermediária</b>	<b>Cat. Final</b>
D.2013.F1.U1; D.2013.F3.U1 AR.2007.F3.U1; AR.2021.F3.U1 (4)	Articular HM e MM <b>contribui para o ensino de conteúdos matemáticos.</b>	Articular HM e MM <b>possibilita estabelecer novas estratégias para ensinar.</b>	<b>Articular HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que geram compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno.</b>
D.2011.F5.U1; AR.2012.F2.U1 (2)	Articular HM e MM <b>possibilita identificar modelos matemáticos desenvolvidos no passado.</b>		
D.2011.F1.U1; PO.2017.F3.U1 (2)	Articular HM e MM <b>possibilita o desenvolvimento de estratégias para ensinar.</b>		
D.2011.F3.U1; D.2011.F6.U1; D.2013.F2.U2; AR.2021.F5.U1 (4)	Articular HM e MM <b>contribui para a aprendizagem de conteúdos matemáticos.</b>	Articular HM e MM <b>possibilita aprender atribuindo significados e compreendendo conteúdos matemáticos.</b>	
D.2011.F7.U1; AR.2007.F2.U1 AR.2021.F3.U2; AR.2021.F5.U2 AR.2012.F4.U2; AR.2012.F7.U1 RE.2013.F2.U1 (7)	Articular HM e MM <b>auxilia na compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos.</b>		
D.2011.F2.U2; AR.2012.F1.U; AR.2012.F3.U1; AR.2021.F2.U2 (4)	Articular HM e MM <b>possibilita o desenvolvimento de pensamento reflexivo e crítico.</b>	Articular HM e MM <b>possibilita o desenvolvimento de atitudes desejáveis nos alunos.</b>	
D.2013.F2.U1; D.2013.F3.U2 RE.2013.F1.U1 (3)	Articular HM e MM <b>possibilita que os alunos desenvolvam autonomia.</b>		

O processo de modelar, utilizando ferramentas matemáticas para resolver problemas reais identificados pelo homem, ocorre desde a antiguidade. Essa ideia é corroborada por Biembengut e Hein (2009, p. 7), quando afirmam que “a modelagem matemática<sup>12</sup> [...] tem estado presente desde os tempos mais primitivos. Isto é, a Modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária de povos antigos”. A respeito disso, a MM, entendida como alternativa para ensinar Matemática, originou-se de contextos da Matemática Aplicada. Sendo assim, consideramos que, de algum modo, conhecer e utilizar processos de modelar matematicamente utilizados no passado pode contribuir com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, conforme propósitos da Educação Matemática atuais.

Com base nisso, defendemos que a articulação entre HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que geram compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos estudados, bem como que os alunos manifestem atitudes que são essenciais durante esse processo de formação. Para respaldar esse argumento fazemos uma discussão acerca de três aspectos manifestados no discurso dos autores dos trabalhos selecionados e que emergiram nas categorias intermediárias; são eles: estabelecimento de novas estratégias para ensinar Matemática; aprendizagem com compreensão e atribuição de significado aos conteúdos matemáticos; manifestação de atitudes desejáveis pelos alunos.

No que se refere ao primeiro aspecto, relacionado à ideia de que articular HM e MM pode contribuir com novas estratégias para ensinar Matemática, explicitamos que a HM possibilita identificar problemas que foram resolvidos por meio de modelos e que contribuem para ensinar, no sentido de explicar o desenvolvimento de um conceito. Isso é corroborado, por exemplo, no excerto: “ fatos históricos nos possibilitam encontrar problemas modelados, a partir do uso de relação e de interdependência entre variáveis, ideias que levaram ao desenvolvimento de função” (D.2011.F5.U1, grifo nosso). Nesse excerto, observamos a ideia de que os problemas modelados estão relacionados aos conteúdos de funções, contudo entendemos que pode ser estendido para outros conteúdos, de modo que a HM pode ser uma fonte de recursos para encontrar modelos matemáticos.

Podemos verificar que em relação ao ensino foi citada uma ideia que está em consonância com o que Biembengut e Hein (2009, p. 30) já haviam apresentado, quando afirmaram que “aqueles que querem fazer um trabalho utilizando a modelação, mas não se

---

<sup>12</sup>Esclarecemos que a noção de modelagem matemática citada aqui está relacionada à “arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problema de nosso meio” (Biembengut, 2016. p. 7), o que está mais voltado para a modelagem como uma competência que o ser humano adquire para interpretar fenômenos, e não ao processo de modelar como entendido no campo de Modelagem Matemática na Educação Matemática com fins de abordagem de ensino.

sentem devidamente seguros, orientamos: – conhecer alguns modelos clássicos por meio da literatura a respeito da história da ciência ou da ciência contemporânea, adaptando-as para a sala de aula [...]”. Essa busca por modelos clássicos e utilização deles pode ajudar no processo de ensinar em outro viés, que está relacionado a preparar o professor para trabalhar com MM, sugerindo que em um trabalho inicial com modelagem se busque primeiro por modelos matemáticos conhecidos e, conseqüentemente, processos de modelar conhecidos e que possam ser discutidos com os alunos para ensinar-lhes o conteúdo.

Também em concordância com essa ideia sugerida por Biembengut e Hein (2009), autores de outro trabalho discutem que

Voltando nossas considerações para aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem, fazendo uso de modelos matemáticos clássicos, podemos sugerir que para empregar essa situação em sala de aula, poderia ser feita uma proposta de analisar as hipóteses consideradas por Malthus, que motivado por um problema para o qual não encontrou resposta que o satisfizesse, elaborou um modelo para tal (PO.2017.F3.U1, grifo nosso).

Destacamos que a sugestão de ensinar por meio do Modelo Clássico de Malthus, analisando as hipóteses consideradas para a construção desse modelo, contribui para que os alunos relacionem o papel de cada componente matemático presente no modelo em correspondência com as hipóteses levadas em consideração, o que também é defendido por Biembengut (2016). Ainda, consideramos que esse tipo de abordagem de modelos matemáticos clássicos está relacionado com a Análise de Modelos, conforme proposto por Sousa (2021, p. 319), segundo o qual, “mesmo fazendo uso de modelos prontos, pode transcender o simples papel ilustrativo deles, e ganha um peso mais reflexivo, o que a torna mais próxima da MM”.

Ainda em relação ao ensino, apareceu em alguns dos trabalhos a ideia de que analisar episódios históricos que narram a construção ou uso de modelos matemáticos é relevante para ensinar tópicos matemáticos específicos, no sentido de ser um suporte para o ensino, como pode ser notado no seguinte excerto:

Em primeiro lugar, o debate pode ser relevante como suporte para o ensino de domínios matemáticos específicos [...] A crítica de D’Alembert oferece um exemplo inicial de uma abordagem subjetiva da probabilidade (Colombo & Diamanti, 2015; Rohrbasser, 2011), e a leitura de seus argumentos pode estimular uma discussão sobre as diferentes interpretações da probabilidade (AR.2021.F3.U1, grifo nosso).

Esse excerto ilustra que o suporte para o ensino se revela na possibilidade de um episódio da HM, que narra a construção e uso de modelos matemáticos, apoiar discussões relacionadas às diferentes interpretações associadas à aplicação de um conteúdo matemático, o

que é um fator importante a se considerar no ensino de determinados conteúdos matemáticos, pois propicia a atribuição de significado ao que é ensinado.

Ao encontro dessa última ideia, mas voltando-se, agora, ao segundo aspecto contemplado nessa categoria, observa-se que a articulação entre HM e MM, no discurso dos autores, tem potencial para contribuir com a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos e, vinculado a isso, propiciar a compreensão destes. Isso aparece, por exemplo, no excerto “Sendo assim, este trabalho terá por finalidade auxiliar os alunos na aprendizagem significativa das funções polinomiais por meio do contexto histórico e de modelos matemáticos” (D.2011.F3.U1, grifo nosso), e neste outro

Percebemos que projetar as atividades e os objetivos de nossa abordagem educacional em torno das ideias [modelo] de Oresme e da estrutura de Duval pode ser considerado excessivamente ambicioso. No entanto, nossos experimentos com um pequeno grupo de alunos relativamente jovens/de séries iniciais demonstraram que essas atividades podem levar direta e simplesmente aos alunos a compreensão de conceitos e representações que estão no cerne do pensamento matemático avançado (AR.2007.F2.U1, grifo nosso).

Destacamos que os dois excertos são advindos de trabalhos diferentes que utilizam o modelo geométrico de variação de movimento de Oresme (desenvolvido durante o século XIV), com vistas a contribuir com a aprendizagem e compreensão de ideias matemáticas relacionadas ao conteúdo de função polinomial. Contudo, os modos de articular HM e MM são diferentes. Por exemplo, em D.2011 há uma separação entre as duas, uma vez que se inicia a sequência de atividades recorrendo à HM, por meio da apresentação de ideias relacionadas ao modelo supracitado, de modo a despertar o interesse dos alunos pelo tema, e finaliza-se com atividade de MM envolvendo o conteúdo de funções, mas que não retoma o modelo discutido no início da sequência. Assim, as informações históricas discutidas no começo não foram incorporadas à atividade de MM proposta depois, porém, na visão da autora, uma vez que foram abordados aspectos históricos relacionados ao conteúdo de funções e depois se desenvolveu uma atividade de modelagem envolvendo o conteúdo de funções, ambas, em uma mesma sequência de atividades, contribuíram para propiciar que os alunos aprendessem o conteúdo.

Por outro lado, em AR.2007, aspectos históricos relacionados ao modelo geométrico de Oresme não foram apresentados aos alunos, ou seja, a HM não é diretamente explicitada nas atividades. Todavia, esse modelo, entendido como o momento genético (gênese) do conceito de função, foi usado para mostrar um novo modo de calcular distância, velocidade e tempo, com base na representação gráfica velocidade-tempo proposta pelo referido matemático. Para isso, foram propostos problemas relacionados ao movimento uniforme, que podem ser

resolvidos por meio da interpretação geométrica de Oresme (para ele, em um eixo se representava a velocidade, no outro eixo o tempo e a distância eram dados pela área do retângulo limitado por esses eixos), e é explorado com os alunos os vários modos de representar o problema, incluindo o modo algébrico por meio de uma equação.

Desse modo, entendemos que a ênfase foi, a partir do conhecimento desse modelo geométrico do passado, explorar as ideias matemáticas a ele relacionadas com vistas a favorecer a aprendizagem, uma vez que se explora cálculo de distâncias de um modo diferente e isso pode favorecer a compreensão e estabelecimento de vínculo com os vários modos de representar um mesmo problema. Assim, o modelo que pautou o desenvolvimento das atividades assumiu um papel de ferramenta que auxilia na aprendizagem, em conformidade com o que Jankvist (2009) afirma sobre argumentos referentes à história como ferramenta, sendo que, neste caso, um modelo matemático do passado se constitui do recorte da história utilizado.

Ainda nesse aspecto relacionado à aprendizagem e compreensão, direcionando-se para os procedimentos matemáticos, em particular procedimentos associados ao processo de modelar matematicamente, observamos que surgiu a ideia de que quando se discute/analisa episódios da HM, que relatam processos de modelagem, isso pode subsidiar a compreensão do processo de modelar. Essa ideia é corroborada pelos excertos: “Analisarei os potenciais interesses dessa polêmica para a educação matemática que vão além da crise atual: insisti que o tema pode apoiar [...], a compreensão dos processos de modelagem matemática (AR.2021.F5.U2, grifo nosso) e “[...] apoiou a competência de modelagem dos alunos em relação à interpretação e validade dos resultados do modelo (AR.2012.F7.U1, grifo nosso).

Esses excertos corroboram a afirmação de Biembengut (2016), de que para aprender a modelar os alunos precisam conhecer exemplos de modelos. Mais ainda, é preciso “compreender os contextos e as respectivas linguagens de cada um desses modelos; saber o que significam as variáveis e as constantes; identificar conceitos, teorias e técnicas envolvidas, eleger quais linguagens se utilizar e em quais contextos se apoiar” (Biembengut, 2016, p. 183).

Nesse viés, consideramos que os modelos matemáticos que cientistas/matemáticos desenvolveram no decorrer da história têm potencial para auxiliar os alunos a aprenderem a modelar e desenvolver competência de modelagem, a qual, segundo Blomhøj e Jensen (2003, p. 127, tradução nossa), diz respeito “à prontidão perspicaz de uma pessoa para realizar de forma autônoma todos os aspectos de um processo de modelagem matemática em um determinado contexto, e refletir sobre o processo de modelagem e o uso do modelo”. Entendemos que essa competência pode ser favorecida na medida em que se analisa/discute modelos matemáticos construídos ao decorrer da história e que podem ser trabalhados na

perspectiva de Análise de Modelos, conforme proposição de Sousa (2021), antes de propor aos estudantes criar seus próprios modelos.

Relacionado aos dois aspectos apresentados, discorremos, agora, sobre o terceiro aspecto que emergiu do discurso dos autores, quanto à manifestação de atitudes desejáveis pelos alunos, que se refere à ideia de que a articulação entre HM e MM pode propiciar que os alunos desenvolvam um pensamento reflexivo e crítico, bem como autonomia. Destacamos que essas atitudes estão presentes na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018), ao indicar que nas séries finais do Ensino Fundamental é importante propiciar que os alunos aprendam a analisar e avaliar a argumentação matemática, o que envolve leitura de textos matemáticos e desenvolvimento de senso crítico no que se refere à argumentação que eles apresentam. Por sua vez, no Ensino Médio, defende-se a formação de jovens como sujeitos críticos, criativos, autônomos e responsáveis, cabendo às escolas de tal nível propiciar experiências que lhes garantam as aprendizagens necessárias para a leitura da realidade, enfrentamento de desafios atuais e tomada de decisões éticas e fundamentadas (Base Nacional Comum Curricular, 2018).

Consideramos que isso pode ser contemplado no componente curricular de Matemática, quando se discute com os alunos processos de modelar matematicamente problemas advindos da sociedade no passado, olhando tanto para aspectos da argumentação relacionada aos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, como para as tomadas de decisões relacionadas a esses processos. A partir dessas considerações, explicitamos que, em relação ao pensamento crítico e reflexivo, o excerto a seguir ilustra como essa ideia aparece no discurso dos autores.

Os alunos começaram a perceber a importância de um modelo matemático na solução de problemas proveniente da realidade e aplicados na sala de aula. [...], os alunos começaram a indagar como os estudiosos no período medieval solucionavam os problemas que surgiam naquela época com tão pouco recurso matemático. Que procedimento encontrou para solucionar questões de ordem prática e obter resultados satisfatórios (D.2011.F2.U2, grifo nosso).

Observamos que nele é exemplificado como os próprios alunos pensaram de forma reflexiva e crítica ao fazerem questionamentos acerca dos métodos/modelos matemáticos usados na Idade Média. Tal fragmento advém do momento inicial da sequência de atividades em que foram discutidos aspectos históricos relacionados ao modelo geométrico proposto por Oresme, mas ele evidencia que esse modo de introduzir o estudo de funções despertou o

interesse dos alunos, instigou-os a fazerem questionamentos que refletem um olhar crítico, fatores que podem auxiliar na aprendizagem.

Com relação à autonomia, em atividades que articulam HM e MM, notamos que ela aparece no discurso dos autores atrelada à ideia de os alunos serem mais responsáveis pela construção de seus conhecimentos e terem iniciativa para buscar pelas respostas de questionamentos que eles costumam fazer, como exemplificado no excerto:

Desse modo, elaboramos nossa sequência didática pautados na Modelagem Matemática e recorrendo à História dos Números Complexos para que o processo de ensino/aprendizagem aconteça de modo satisfatório, com significados e aplicações, levando os alunos a responderem às questões levantadas por eles mesmos (D.2013.F3.U2, grifo nosso).

Destacamos que esse excerto foi retirado de um trabalho em que a sequência de atividades inicia, na visão da autora, com atividade de MM e na medida em que se desenvolve a sequência se recorre aos conhecimentos históricos sobre o surgimento dos números complexos, na tentativa de atribuir significado a esse conceito, e responder a questões que os alunos frequentemente levantam relacionadas à gênese e aplicabilidade desse conteúdo matemático.

Nesse sentido, segundo Miguel e Miorim (2011), implícito em todo processo de ensino-aprendizagem que objetiva à compreensão e à significação, está o levantamento e a discussão dos porquês para a aceitação de certos fatos, raciocínios e procedimentos que partem do discente. Esses porquês, segundo os autores, podem ser respondidos por meio da discussão de aspectos da HM relacionados ao tema em estudo. Ao encontro disso, destacamos que D.2013 nos dá um exemplo de articulação em que se inicia com uma atividade de MM, para a qual é conveniente/necessário recorrer aos conhecimentos históricos relacionados ao conteúdo matemático em estudo, para que se possa resolver a problematização proposta e/ou atribuir significado ao referido conteúdo.

A partir da discussão que realizamos acerca dos três aspectos vinculados a esta categoria, consideramos que **articular HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que geram compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno**, corroborando o que Assis (2021) havia proposto, principalmente, quando o autor defende que os exemplos de modelos conhecidos podem ser estudados por suas contribuições teóricas e cognitivas na promoção de uma experiência matemática.

Segunda Categoria Final – Articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais, atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Tabela 7.

*Unidades de significado, categorias iniciais e intermediárias que geraram a Segunda Categoria Final (As autoras)*

<b>Código das unidades de significado</b>	<b>Cat. Inicial</b>	<b>Cat. Intermediária</b>	<b>Cat. Final</b>
AR.2021.F5.U3; PO.2017.F1.U1 PO.2017.F3.U2 (3)	Articular HM e MM <b>possibilita perceber o caráter humano relacionado ao desenvolvimento da Matemática.</b>	Articular HM e MM <b>possibilita conhecer influências dos aspectos humanos, sociais, culturais e científicos para obtenção de modelos matemáticos e desenvolvimento da Matemática.</b>	<b>Articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento.</b>
AR.2012.F4.U1; AR.2012.F6.U1 AR.2012.F6.U2; AR.2021.F4.U2 PO.2017.F4.U1 (5)	Articular HM e MM <b>possibilita perceber a influência de aspectos sociais, culturais e científicos para obtenção dos modelos matemáticos.</b>		
D.2011.F8.U2; AR.2012.F5.U1 AR.2012.F6.U3; AR.2021.F4.U1 (4)	Articular HM e MM <b>possibilita discutir aspectos interdisciplinares inerentes ao desenvolvimento da Matemática.</b>		
D.2011.F4.U1; R.2012.F6.U4 CC.2013.F2.U1 (3)	Articular HM e MM <b>possibilita entender a influência da modelagem na sociedade.</b>	Articular HM e MM <b>possibilita conhecer o papel dos modelos matemáticos na sociedade.</b>	
D.2011.F2.U1; AR.2007.F1.U1 CC.2013.F1.U1 (3)	Articular HM e MM <b>possibilita entender o papel dos modelos na resolução de problemas.</b>		
D.2011.F8.U1; AR.2021.F2.U1 PO.2017.F2.U1; AR.2021.F1.U1 (4)	Articular HM e MM <b>possibilita conhecer as aplicações da Matemática.</b>		

A forma como normalmente o conteúdo matemático é apresentado aos alunos não ilustra o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido (Miguel & Miorim, 2011). Isso porque “em vez de partirmos do modo como um conceito matemático foi desenvolvido, mostrando as perguntas às quais ele responde, tomamos esse conceito como algo pronto” (Roque, 2012, p. 21). Além disso, essa forma de apresentar o conteúdo matemático “[...] primeiro as definições, depois os teoremas e as demonstrações que usam essas definições e, finalmente, as aplicações dos teoremas a alguma situação particular, considerada um problema” (Roque, 2012, p. 21), não abrange as dúvidas, hesitações, falhas inerentes à produção de conhecimentos matemáticos. Entendemos que isso provoca nos estudantes uma visão distorcida do desenvolvimento da Matemática, que pode dificultar o entendimento de ideias matemáticas.

Nesse sentido, consideramos que os modelos matemáticos advindos dos processos de modelar matematicamente, presentes na HM, podem inspirar situações didáticas em que seja plausível discutir/questionar com os alunos sobre essa ordem de exposição, quando adaptados em consonância com fins didáticos. É nessa perspectiva que defendemos que articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento, evidenciando como ela se desenvolve.

Para corroborar esse argumento fazemos uma discussão acerca de três aspectos manifestados no discurso dos autores dos trabalhos selecionados e que emergiram nas categorias intermediárias, a saber: as influências de aspectos humanos (dentre outros) para a obtenção de modelos e desenvolvimento da Matemática; os aspectos interdisciplinares, advindos das relações da Matemática com outras áreas de conhecimento; e o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Quanto ao primeiro aspecto – as influências de aspectos humanos, sociais, científicos e culturais para obtenção de modelos matemáticos e desenvolvimento da Matemática – ele traz ideias relacionadas a como a sociedade em seus diversos âmbitos influencia no processo de obtenção e uso de um modelo matemático, como ilustrado no excerto a seguir:

Os alunos adquiriram vários insights importantes estudando o episódio passado da tentativa fracassada de Rashevsky em 1934, de interessar os biólogos na modelagem matemática como um método para obter conhecimento sobre fenômenos biológicos. Eles perceberam que diferentes culturas científicas têm opiniões diferentes sobre o valor de um modelo como instrumento de obtenção de conhecimento científico; e que o poder explicativo de um modelo está ligado não apenas ao contexto de seu uso, mas também à posição filosófica e teórica dos cientistas que discutem o modelo e seu uso (AR.2012.F6.U2, grifo nosso).

Nele é exemplificado que os alunos podem perceber que diferentes áreas científicas compreendem os modelos matemáticos sob pontos de vista diferentes, e essas visões diferentes também influenciam no desenvolvimento de tais modelos, ilustrando que a produção de conhecimento matemático muitas vezes carece do olhar de outras ciências. Sendo assim, com essas discussões os alunos podem desmistificar algumas ideias relacionadas a como a Matemática se desenvolve, por exemplo: o caráter neutro e individualista que a ela é atribuído, o que já era apontado como uma potencialidade da HM como recurso pedagógico (Miguel & Miorim, 2011). Desse modo, consideramos que o estudo de modelos matemáticos produzidos no passado viabiliza que essa potencialidade possa ocorrer em atividades para sala de aula.

Nesse primeiro aspecto, também surgiu a ideia do caráter humanista vinculado ao desenvolvimento da Matemática, tanto em relação ao reconhecimento das falhas humanas para obtenção e uso de um modelo matemático quanto no que se refere a como modelos matemáticos fazem parte da cultura humana e como tal são construídos e aperfeiçoados de modo a contribuir com a humanidade, conforme o seguinte excerto:

Analisei os potenciais interesses dessa polêmica para a educação matemática que vão além da crise atual: insisti que o tema pode apoiar o aprendizado de tópicos matemáticos específicos, a compreensão dos processos de modelagem matemática e a visão da matemática como parte da cultura humana e como uma ferramenta para responder a crises sociais, incluindo pandemias (AR.2021.F5.U3, grifo nosso).

Esse fragmento traz um exemplo de que por meio da abordagem proposta os alunos podem notar que as crises sociais influenciam no desenvolvimento de modelos matemáticos, que, por sua vez, são elaborados com a intenção de minimizá-las, evidenciando a influência humana relacionada ao desenvolvimento da Matemática e que, muitas vezes, impulsiona o desenvolvimento da área. Dessa forma, consideramos que esse primeiro aspecto aponta para uma possibilidade de discutir a ordem de exposição do conteúdo matemático e também vai ao encontro de uma das competências específicas da disciplina de Matemática para o Ensino Fundamental, listadas na BNCC (2018), pois esse documento indica que os estudantes devem reconhecer a Matemática como ciência humana, que se desenvolve de acordo com necessidades e preocupações de diferentes culturas e momentos históricos, além de ser uma ciência viva que colabora para solução de problemas científicos e tecnológicos que embasam descobertas e construções.

No que se refere ao segundo aspecto, este expõe que a articulação entre a HM e a MM propicia evidenciar relações da Matemática com outras ciências, tanto no que se refere a observar e analisar criticamente a função da modelagem em outras áreas quanto no que se relaciona a notar que tipos de problemas emergem em campos interdisciplinares para os quais a Matemática se constitui de ferramenta para resolver, propiciando que compreendam a relação da Matemática com eles e que essa relação com outras áreas de conhecimento faz parte da natureza do desenvolvimento de alguns objetos matemáticos.

Por exemplo, no excerto: “Neste artigo, nos concentramos na história como um provedor de casos através dos quais os alunos podem experimentar o significado de diferentes práticas e culturas científicas para a função e o status da modelagem matemática em outras ciências.” (AR.2012.F5.U1, grifo nosso), a relação com outras ciências aparece ao afirmar que por meio da história, mais especificamente de determinados episódios de HM que tratam de

modelagem, é possível propor que os alunos analisem a função dela em práticas científicas de outras ciências.

Vale ressaltar que os dois aspectos supracitados vão ao encontro de outra competência específica da disciplina de Matemática para o Ensino Fundamental, listada na BNCC, a saber: “Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática [...] e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções” (Brasil, 2018, p. 267).

Quanto ao terceiro aspecto, o papel dos modelos matemáticos na sociedade, destacamos que este emergiu no discurso dos autores de modo a englobar o referido papel, mostrando sua influência na sociedade no sentido de auxiliar na resolução de problemas que resolvem e as suas aplicações. Em CC.2013, por exemplo, cita-se três problemas que foram resolvidos por meio da MM, conforme esse excerto:

Para tentarmos mostrar a veracidade da proposição feita por Maria Salet Biembengut e Nelson Hein, vamos apresentar três situações da História da Matemática (e por que não dizer: da humanidade) em que podemos observar claramente o uso da modelagem matemática para resolver uma situação-problema. A primeira acontece durante a Antiguidade, com a participação de Arquimedes de Siracusa; a segunda, no início da Era Cristã, mas ainda na Antiguidade (séc. II), envolve Klaudius Ptolemaios; e a terceira, durante a Idade Moderna, tem, no elenco, a figura ímpar na História da Matemática de Leonhard Euler (CC.2013.F1.U1, grifo nosso).

Tais situações ilustram o papel da modelagem ao resolver problemas que são de natureza cotidiana e são relativos à descrição de fenômenos naturais (Roque, 2012), o que também contribui para a discussão sobre a ordem de exposição dos conteúdos matemáticos, pois evidencia que no desenvolvimento de ideias matemáticas, o ponto de partida advém de um problema.

Ainda em relação ao papel dos modelos na sociedade, surgiu a ideia sobre como a modelagem pode levar às mudanças nas práticas científicas e a eficiência dela. Um exemplo disso consta no debate entre Bernoulli e D’Alembert sobre modelo estatístico proposto por Bernoulli, que ajudou a mostrar a eficiência do método de inoculação para prevenção da epidemia de varíola.

Através de uma análise da polêmica e dos recursos relacionados, mostro que esse debate histórico tem vários interesses para a educação matemática; e, mais especificamente, pode ajudar os professores a enfrentar os dilemas que surgem com a pandemia do COVID-19 (por exemplo, se um professor deve falar sobre isso em aula ou não, como ajudar os alunos a interpretar os dados estatísticos e os modelos matemáticos ligados à

pandemia e de forma mais geral, como lidar com as confusões e preocupações que surgem em conexão com a pandemia) (AR.2021.F1.U1, grifo nosso).

Esse último excerto nos traz a ideia de que podemos estudar modelos matemáticos desenvolvidos no decorrer da história, de modo a olhar para o passado para entender aspectos do presente, o que já foi defendido por Fauvel (1991), quando apresentou razões para usar HM, discorrendo que “contribuí para que os estudantes busquem no passado soluções matemáticas para o presente e projetem seus resultados no futuro” (Fauvel, 1991 apud Mendes, 2006, p. 86). Entendemos que esse excerto nos indica que o recorte histórico, que pode potencializar essa referida razão, advém de episódios da história que abordam o processo de obtenção e uso de modelos matemáticos.

Os três aspectos que constituíram essa categoria **“articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais, atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento”**, mostram-se em consonância com o que Barbosa (2009, p. 82) afirmou sobre o papel dos modelos matemáticos na educação científica, “modelos matemáticos não podem ser apresentados como entidades em si, [...]. É necessário que os alunos tenham a oportunidade de discutir (e experimentar, quando for o caso) as circunstâncias que conduziram o pensamento humano para tal representação matemática”.

Ao fazer isso, contribuiremos para desmistificar “certas concepções [que] parecem tão firmemente estabelecidas, que são admitidas como verdadeiras à luz do bom senso, sem uma análise crítica mais apurada”, conforme denunciado por Machado (1998), quando discute *slogans* relacionados à Matemática, que podem influenciar seu ensino (e, conseqüentemente, sua aprendizagem).

### **Algumas considerações**

Neste texto buscamos compreensões, em termos dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, sobre as possíveis articulações entre a HM e a MM reveladas nas pesquisas da área. Para isso, seguindo procedimentos da revisão sistemática de literatura, identificamos e selecionamos oito trabalhos que nos possibilitaram atender a este objetivo. Feito isso, ao analisá-los à luz da nossa pergunta norteadora e com base em procedimentos da ATD, foram construídas duas categorias, as quais revelam nossa compreensão acerca das articulações entre HM e MM abordadas nos referidos trabalhos.

Retomamos que nesse estudo assumimos que articular HM e MM significa juntá-las/relacioná-las em atividades voltadas para os processos de ensino e de aprendizagem de

Matemática, ou seja, contempla diferentes formas de interação e integração das duas tendências. Com base nesse entendimento, as categorias construídas revelam potencialidades advindas das possibilidades de articulação entre HM e MM, uma vez que mostram que **“articular HM e MM possibilita processos de ensino e de aprendizagem que gera compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno”** e **“articular HM e MM possibilita evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais, atrelados ao desenvolvimento dos modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento”**.

Vale ressaltar que as duas categorias encontradas não impossibilitam ou esgotam compreensões sobre as articulações entre as duas tendências. No entanto, com base no percurso metodológico de pesquisa adotado, entendemos que essas categorias retratam interações e integrações que foram possíveis de serem construídas respaldadas pelos trabalhos que abordam diversas possibilidades de articular HM e MM no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, trazendo assim resultados representativos sobre o assunto.

Com base nesses resultados, consideramos que as categorias apresentadas fomentam estudos e práticas que viabilizem a realização de atividades que articulem HM e MM no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, com vistas ao desenvolvimento de uma formação que priorize o conhecimento como instrumento de ação e decisão. Além disso, este estudo aponta outras possibilidades de pesquisa, uma delas se refere a como fazer articulações entre HM e MM, de modo que as potencialidades apontadas nessas categorias sejam contempladas, dentre outras.

### **Agradecimentos**

A primeira autora agradece, pela bolsa de doutorado, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, código de financiamento 001.

### **Referências**

- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. Editora Contexto.
- Assis, J. F. (2021). História, Matemática e Ensino: tradições, harmonizações e insubordinações necessárias. *Cadernos do IME – Série Matemática*, 17.
- Barbosa, J. C. (2009). Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. *Alexandria*, 2(2), 69-85.
- Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). (2018). Ministério da Educação.
- Beltran, M. H. R., Saito, F., & Trindade, L. S. P. (2014). *História da Ciência para formação de professores*. Editora Livraria da Física.

- Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. Livraria da Física.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2009). *Modelagem matemática no ensino*. Editora Contexto.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Desenvolvendo a competência de modelagem matemática: Clarificação conceitual e planejamento educacional. *Ensino de matemática e suas aplicações*, 22(3), 123-139.
- Dicionário Michaelis On-Line (2021). *Articular*. Editora Melhoramentos. <https://michaelis.uol.com.br/>.
- Farmaki, V., & Paschos, T. (2007). Employing genetic ‘moments’ in the history of mathematics in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 83-106.
- Ferreira, G. P., Silveira, A., & Silva, L. A. (2013). A Modelagem Matemática ao longo da história e o surgimento da Modelação Matemática no Brasil. *Anais do 11º Encontro Nacional de Educação Matemática*.
- Fossa, J. A. (2011). *Ensaio sobre a Educação Matemática*. Editora Livraria da Física.
- Gosztonyi, K. (2021). How history of mathematics can help to face a crisis situation: The case of the polemic between Bernoulli and d’Alembert about the smallpox epidemic. *Educational Studies in Mathematics*, 108, 105-122.
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71 (3), 235-261.
- Kjeldsen, T. H., & Blomhøj, M. (2012). Developing Students’ Reflections about the Function and Status of Mathematical Modeling in Different Scientific Practices: History as a Provider of Cases. *Science & Education*, 22 (9), 2157-2171.
- Machado, N. J. (1998). *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. Editora Cortez.
- Magnus, M. C. M., Caldeira, A. D., & Duarte, C. G. (2019). Do Modelo Matemático à Modelagem Matemática: descontinuidades históricas. *Bolema*, 33 (65), 1215-1232.
- Matos, F. C., Ribeiro, J. L., Machado, Y. A. P., Ferreira, R. S., Matos, S. P. M., & Silva, C. I. S. (2013). O parafuso de Arquimedes: uma inovação no ensino de matemática sob a perspectiva da modelagem matemática no IFPA. *Anais do 11º Encontro Nacional de Educação Matemática*.
- Mendes, I. A. (2006). A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In Mendes, I. A., Fossa, J. A., & Valdés, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Editora Sulina. p. 79-136.
- Mendes, L. O. R., & Pereira, A. L. (2020). Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(3), 196-228.
- Miguel, A., & Miorim, A. (2002). História da Matemática: uma prática social de investigação em construção. *Educação em Revista*, 36, 177-203.
- Miguel, A., & Miorim, A. (2011). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Editora Autêntica.

- Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., & Altman, D. G. (2015). Principais itens para relatar revisões sistemáticas e meta-análises: a recomendação PRISMA. Tradução: Galvão, T. F., & Pansani, T. S. A., *Epidemiol. e Serviços de Saúde*, v. 24(2), 335-342.
- Moraes, R., & Galiazzi, M. C. (2011). *Análise Textual Discursiva*. Editora Unijuí.
- Paes, L. A. A. (2013). *Números complexos: uma proposta didática baseada na modelagem matemática e em contextos históricos*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Londrina].
- Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Editora Zahar.
- Silva, B. G., Biffi, L. C. R., & Trivizoli, L. M. (2017). Uma contextualização histórica para o modelo clássico de Malthus. *Anais da 10ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*.
- Sousa, E. S. (2021). Análise de modelos como um método de ensino de matemática na educação básica. *Revista Praxis Educacional*, 17(45), 316-337.
- Souza, G. C. (2020). Aliança entre HM, TDIC e IM: fundamentos e aplicações. *REMATEC*, 15, 117-136.
- Souza, V. R. (2011). *Funções no Ensino Médio: história e modelagem*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].