

Conhecimentos e Crenças de uma Formadora de Professores: Análise de sua Prática Letiva ao Ensinar Álgebra na Licenciatura em Pedagogia

Knowledge and Beliefs of a Teacher Educator: Analysis of her Teaching Practice when Teaching Algebra in Primary Teacher Pre-Service Education

Saberes y Creencias de una Formadora de Profesores: Análisis de su Práctica Docente al Enseñar Álgebra en la Formación Inicial del Profesorado de Primaria

Connaissances et croyances d'un formateur d'enseignants : Analyse de sa pratique pédagogique lors de l'enseignement de l'algèbre dans le cadre de la formation initiale des enseignants du primaire

Eduardo Goedert Doná¹
Universidade Federal do ABC
Mestrado Profissional em Educação
<https://orcid.org/0000-0002-7549-5066>

Alessandro Jacques Ribeiro²
Universidade Federal do ABC
Doutorado em Educação Matemática
<https://orcid.org/0000000196470274>

Resumo

O presente artigo tem como objetivo identificar e mapear as crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, e compreender o papel delas no desenvolvimento de conhecimentos profissionais de uma formadora de professores em sua prática letiva em um curso de Licenciatura em Pedagogia. O estudo é fruto de uma pesquisa qualitativa-interpretativa, do tipo estudo de caso, em que foram recolhidos dados de três naturezas distintas: documentos, entrevista e observação. Os resultados apontam para a incidência das crenças da formadora sobre a matemática instrumentalista, seu ensino e aprendizagem constituídas durante sua trajetória acadêmica e para uma reorganização dessas crenças a partir do envolvimento em um trabalho colaborativo voltado à sua prática letiva. Por fim, aponta-se para as contribuições da reorganização dessas crenças no desenvolvimento, mobilização e ampliação dos seus conhecimentos profissionais para ensinar Álgebra na Licenciatura em Pedagogia, em especial no domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Palavras-chave: Formadores de Professores, Licenciatura em Pedagogia, Pensamento Algébrico, Conhecimentos Profissionais, Crenças.

¹ eduardogdona@gmail.com

² alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

Abstract

This article aims to identify and map beliefs about mathematics, its teaching and learning, and understand their role in the development of a teacher educator's professional knowledge in her teaching practice in primary teacher pre-service education. The study results from qualitative-interpretative research, in a case study approach, in which data of three different natures were collected: documents, interview and observation. The results point out the incidence of the teacher educator's beliefs about instrumentalist mathematics, its teaching and learning constituted during her academic trajectory and indicate a reorganization of these beliefs from her involvement in a collaborative work aimed at her teaching practice. Finally, results also point out the contributions of the reorganization of these beliefs in the development, mobilization and expansion of their professional knowledge for teaching Algebra in primary teacher pre-service education, especially in the domain of pedagogical content knowledge.

Keywords: Teacher Educators, Pre-service primary teacher education program, Professional knowledge, Beliefs.

Resumen

Este artículo pretende identificar y mapear las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, además comprender su papel en el desarrollo del conocimiento profesional de una formadora de profesores en su práctica docente en la formación inicial de profesores de primaria. El estudio es resultado de una investigación cualitativa-interpretativa, con enfoque de estudio de caso, en la que se recogieron datos de tres naturalezas diferentes: documentos, entrevista y observación. Los resultados señalan la incidencia de las creencias de la formadora de profesores sobre las matemáticas instrumentales, su enseñanza y aprendizaje constituidas durante su trayectoria académica e indican una reorganización de estas creencias a partir de su involucramiento en un trabajo colaborativo dirigido a su práctica docente. Finalmente, los resultados también señalan los aportes de la reorganización de estas creencias en el desarrollo, movilización y ampliación de su conocimiento profesional para la enseñanza del Álgebra en la formación inicial de maestros de la primaria, especialmente en el dominio del conocimiento pedagógico del contenido.

Palabras clave: Formadores de profesores, Programa de formación inicial de profesores de primaria, Conocimientos profesionales, Creencias.

Résumé

Cet article vise à identifier et à cartographier les croyances sur les mathématiques, leur enseignement et leur apprentissage, et à comprendre leur rôle dans le développement des connaissances professionnelles d'une formatrice d'enseignants dans sa pratique d'enseignement dans le cadre de la formation initiale des enseignants du primaire. L'étude résulte d'une recherche qualitative-interprétative, dans une approche d'étude de cas, dans laquelle des données de trois natures différentes ont été collectées : documents, entretiens et observations. Les résultats soulignent l'incidence des croyances de la formatrice d'enseignants sur les mathématiques instrumentalistes, leur enseignement et leur apprentissage constitués au cours de sa trajectoire académique et indiquent une réorganisation de ces croyances à partir de son implication dans un travail collaboratif visant sa pratique d'enseignement. Enfin, les résultats soulignent également les contributions de la réorganisation de ces croyances dans le développement, la mobilisation et l'expansion de leurs connaissances professionnelles pour l'enseignement de l'algèbre dans la formation initiale des enseignants du primaire, en particulier dans le domaine de la connaissance du contenu pédagogique.

Mots-clés : Formateurs d'enseignants, Programme de formation initiale des enseignants du primaire, Connaissances professionnelles, Croyances.

Conhecimentos e Crenças de uma Formadora de Professores: Análise de sua Prática Letiva ao Ensinar Álgebra na Licenciatura em Pedagogia

No âmbito da formação inicial, a partir da aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), foi organizada a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores (BNC – Formação) com o objetivo de reorganizar os projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura do país. Essa reorientação curricular nos cursos de Licenciatura em Pedagogia (LP), incidem, dentre outros aspectos, na reorganização da área da Matemática.

Além da carga horária destinada à formação Matemática, cerca de dez vezes menor que em outros países, como Portugal, como aponta o estudo de Castro e Fiorentini (2021), outro aspecto que precisa ser repensado diz respeito à distribuição dos conteúdos da Matemática na LP, uma vez que, geralmente, essa formação fica restrita aos conteúdos de números e operações, deixando de lado outros eixos da Matemática, como é o caso da álgebra (Castro & Fiorentini, 2021).

Nesse sentido, os resultados do estudo de Doná e Ribeiro (2022) sugerem que essa reorientação curricular nos cursos de LP possa, dentre outros aspectos, incidir na inclusão da Álgebra e do Pensamento Algébrico como temáticas para as disciplinas de Matemática. Para isso, há de se considerar também a relação do formador de professores com a Matemática e com a Álgebra como um aspecto que pode contribuir para se repensar como os conteúdos matemáticos estão distribuídos nos cursos de LP (Doná & Ribeiro, 2022).

Em nosso entendimento, os pontos levantados acima implicam diretamente no ensino da Álgebra na educação básica. Por exemplo, Bortolete, Oliveira e Guaranha (2022) e Jungbluth, Silveira e Grando (2022) evidenciam a visão tecnicista apresentada pela própria BNCC sobre a Álgebra, assim como, levantam o impacto da ausência de uma formação específica do professor para trabalhar com esse conteúdo, destacado por professores que já se encontram em atuação nos anos iniciais. Para superar esses desafios, ainda na formação inicial, Doná e Ribeiro (2022) defendem a possibilidade de envolvimento dos formadores que atuam nas disciplinas de Matemática da LP em experiências formativas que abordem a Álgebra como temática, justificando-se pelo fato de que a qualidade da formação dos formadores pode interferir na qualidade da formação dos professores (Goodwin & Kosnik, 2013).

Nesse sentido, Ping, Schellings e Beijgaard (2018) discutem sobre *o que, como* e por quais *razões* os formadores de professores aprendem. Os autores destacam como conteúdos de aprendizagem profissional do formador, a base de conhecimentos que ele deve mobilizar e desenvolver para ensinar professores e, dentre os meios defendidos pelos autores para a aprendizagem dos formadores, está a reflexão colaborativa, processo pelo qual o formador pode

compartilhar reflexões pessoais com professores em formação ou interagir com colegas para refletirem juntos sobre um evento crítico.

Além disso, apontamos também para a incipiência e a necessidade de pesquisas acerca do formador de professores que ensinam matemática no Brasil (Nacarato et al., 2016; Coura & Passos, 2017; Gatti et al., 2019), a importância da caracterização do seu conhecimento (Coura & Passos, 2021; Almeida & Ribeiro, 2020), a complexidade que envolve o seu trabalho por meio da constituição de sua profissionalidade (Gatti et al., 2019) e para a relação de suas crenças com o seu conhecimento profissional (Carrillo et al., 2019; Ferreti et al., 2021).

Sendo assim, no presente artigo temos por objetivo identificar e mapear as crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, e compreender o papel delas no desenvolvimento de conhecimentos profissionais de uma formadora de professores em sua prática letiva em um curso de Licenciatura em Pedagogia. Para operacionalizar esse objetivo, apresentamos três questões de pesquisa em nosso estudo: (i) Quais crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, uma formadora de professores manifesta ao refletir sobre sua prática letiva em um curso de Licenciatura em Pedagogia? (ii) De que maneira as crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, interferem no desenvolvimento de conhecimentos profissionais de uma formadora de professores, ao planejar tarefas formativas para ensinar Álgebra na Licenciatura em Pedagogia? (iii) Qual o papel da reflexão, e de que maneira ela contribui, para que uma formadora de professores reorganize suas crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, de modo a re/construir seus conhecimentos para ensinar Álgebra na Licenciatura em Pedagogia?

Referencial Teórico

A prática letiva do formador de professores

O planejamento de aulas é visto como uma oportunidade de desenvolvimento e de aprendizagem profissional para os formadores de professores (Superfine & Pitvorec, 2021). Isso ocorre, porque é no planejamento que os formadores têm a oportunidade de confrontar e antecipar seus problemas da prática. É a partir do planejamento que é projetado um conjunto de conteúdos a serem ensinados e as formas pelos quais ensiná-los.

Por seu lado, Borko et al. (2014) apresentam seis práticas, divididas entre planejamento e orquestração de aulas, as quais orientam a estrutura de processos formativos por parte dos formadores de professores ao utilizar vídeos de aulas como recursos metodológicos. Em complemento, Ribeiro e Ponte (2020) apresentam três domínios (tarefas de aprendizagem profissional, papel e as ações do formador, e interações discursiva entre os participantes) que,

conectados e relacionados, podem contribuir para a elaboração de processos formativos que gerem oportunidades de aprendizagem profissional à professores.

Tomando-se as especificidades apresentadas pelos autores acima, reunimos alguns elementos que consideramos necessários para compor as ações do formador no planejamento de suas aulas ao utilizar tarefas formativas e prever a abordagem de ensino exploratório em sua prática. Compõem essas ações (i) a definição dos objetivos da aula, (ii) a seleção da tarefa formativa, (iii) a resolução da tarefa formativa, (iv) a antecipação das possíveis resoluções dos professores, (v) a organização do tempo e do material (Borko et al., 2014; Ribeiro & Ponte, 2020).

Outro componente que deve se juntar ao planejamento e ao desenvolvimento de uma aula, de modo a compor as etapas da prática letiva do formador é a reflexão. No ciclo planejamento, desenvolvimento e reflexão (doravante Ciclo PDR, Ribeiro, Aguiar & Trevisan, 2020), a reflexão tem o papel de reorientar as ações do formador e contribuir para uma prática letiva mais refinada. Por seu lado, Schön (2000) apresenta um modelo com três tipos de reflexão: a reflexão sobre a ação, a reflexão na ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. Embasados no que é apresentado por Schön (2000), compartilhamos da ideia de que a reflexão do formador pode ser pautada nas seguintes questões: O que foi planejado e aconteceu? O que foi planejado e não aconteceu? O que não foi planejado e aconteceu? O que foi planejado e foi feito de forma diferente?

Conhecimento profissional dos formadores de professores

As pesquisas sobre o conhecimento do professor tiveram início no século XX (Shulman, 1986) e, desde então, vêm ganhando novas e mais refinadas estruturas teóricas (p.e. Ball, Thames & Phelps, 2008; Carrillo et al., 2018). Em consequência disso, estudos sobre o conhecimento do formador se acentuaram no início no século XXI (Carrillo et al., 2019; Ferreti et al., 2021) e tem crescido lentamente nos últimos anos (Beswick & Goos, 2018). Essas pesquisas têm ganhado destaque diante da preocupação com a formação de professores e com a relação entre esses campos – conhecimento do formador e desenvolvimento do conhecimento do professor (Beswick & Goos, 2018). Nos últimos anos as pesquisas sobre o conhecimento do formador avançaram de uma perspectiva de caracterização do conhecimento (Jaworski, 2008; Zopf, 2010; Superfine & Li, 2014; Beswick & Goos, 2018) para o *design* de modelos teóricos mais estruturados (Carrillo et al., 2019; Ferreti et al., 2021).

Conjecturando que o conhecimento pedagógico do conteúdo deve auxiliar o formador em transformar o Mathematical Teachers' Specialised Knowledge³ (MTSK) acessível aos professores, Carrillo et al. (2019) utilizaram-se do MTSK e o elevaram para um modelo que contemplasse o conhecimento dos formadores de professores. Os autores dividiram o conhecimento dos formadores em conhecimento do conteúdo (MK-MTE⁴), conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK-MTE⁵) e acrescentaram as crenças (*Beliefs*) sobre a natureza da matemática, seu ensino e aprendizagem, como um processo interno que interfere no desenvolvimento dos outros dois domínios do conhecimento do formador. Aprofundando o modelo de Carrillo et al. (2019), Ferreti et al. (2021) focaram seu olhar para o PCK-MTE e observaram subdomínios desse conhecimento. Para ilustrar os subdomínios, as autoras utilizaram a representação do modelo referente ao conhecimento do professor (Carrillo et al., 2018), estendendo-o ao do formador (Figura 1).

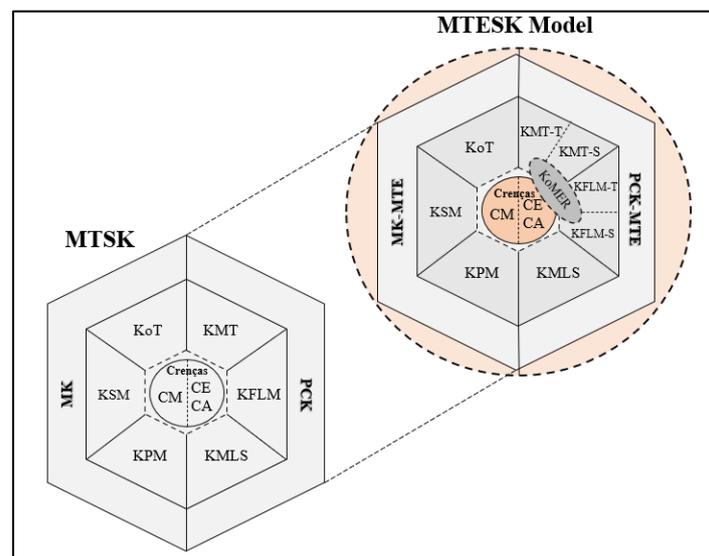


Figura 1.

MTESK Model (Ferreti et al., 2021)

Percebe-se que no PCK-MTE – em comparação à representação do conhecimento do professor (MTSK) – as autoras incluíram o subdomínio do conhecimento da pesquisa em Educação Matemática (KoMER⁶), bem como dividiram os subdomínios do conhecimento do ensino da matemática (KMT⁷) e do conhecimento das características da aprendizagem da

³ Conhecimento Especializado para Formadores de Professores de Matemática (Carrillo et al., 2019).

⁴ Mathematical Knowledge for Teacher Educator.

⁵ Pedagogical Content Knowledge for Teacher Educator.

⁶ Knowledge of Research in Mathematics Education (KoMER) (Ferreti et al., 2021).

⁷ Knowledge of Mathematics Teaching (KMT) (Ferreti et al., 2021).

matemática (KFLM⁸) em duas vertentes, uma que se refere ao contexto da educação básica (KMT-S e KFLM-S⁹) e, outra, ao contexto da formação de professores (KMT-T e KFLM-T¹⁰). Sobre o KoMER, vale destacar que esse conhecimento atravessa os subdomínios KMT, KFLM e as **crenças**, pois o KoMER reflete nas ações sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, podendo, inclusive, contribuir para que o formador transforme suas próprias crenças.

Em relação à divisão nos subdomínios do ensino e aprendizagem da matemática, Ferreti et al. (2021) relatam que no MTSK, o KMT-S refere às estratégias para ensinar as habilidades matemáticas às crianças/jovens, enquanto no MTESK, o KMT-T engloba as estratégias dos formadores em desenvolver habilidades voltadas ao ensino, habilidades estas que permitam aos professores ensinar matemática a seus alunos. O conhecimento das características da aprendizagem da matemática também se difere: no caso do professor, o KFLM-S deve considerar uma preocupação mais contextual e social, uma vez que as crianças/jovens estão aprendendo o conteúdo pela primeira vez. No caso no formador por sua vez, o KFLM-T considera características de aprendizagem diferentes, pois os professores já possuem um conhecimento de matemática advindos da educação básica, os quais devem ser aprofundados e transformados para a função do ensino (Ferreti et al., 2021).

Crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem

As crenças são como um tipo de conhecimento subjetivo que interfere e que pode ser medido a partir da ação (Beswick, 2012). A autora indica que a visão de matemática enquanto área do conhecimento, interfere na constituição das crenças sobre a matemática escolar e o seu ensino. Ela utiliza a dicotomia existente entre a matemática “produzida” pelos matemáticos e aquela “ensinada” pelos professores nas escolas de educação básica, para retratar que as visões de matemática do professor podem ou não se relacionar com a matemática que ele ensina, com o modo como ele ensina e como ele percebe a aprendizagem dos estudantes.

Segundo Beswick (2012), as visões de matemática, enquanto campo de conhecimento, podem ser instrumentalista, platonista ou pautada na resolução de problemas. Relacionando cada uma dessas visões ao ensino da matemática, o professor com uma visão instrumentalista vê a matemática como um corpo de conhecimentos estático, concebe o ensino centralizado em si e acredita que o estudante aprenderá reproduzindo exercícios. Enquanto isso, o platonista

⁸ Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM) (Ferreti et al., 2021).

⁹ Optamos por utilizar o “S” após o hífen representando “*students*”, que se refere aos estudantes da educação básica.

¹⁰ Optamos por utilizar o “T” após o hífen representando “*teachers*”, que se refere aos professores da formação inicial.

também vê o conhecimento matemático como pronto, não centraliza o ensino totalmente em si, mas acredita que aprende matemática aquele que adquire a compreensão conceitual das regras e provas. Por fim, aquele professor que possui uma visão de matemática como um caminho para resolver problemas, acredita que o conhecimento pode ser descoberto, sua prática é centralizada no estudante e a aprendizagem da matemática é medida processualmente pela descoberta (Beswick, 2012).

Já Rodriguez et al. (2018), autores que realizaram um estudo comparativo entre as crenças de futuros professores e de seus formadores sobre a matemática e seu ensino, apontam que os formadores são mais propensos a acreditar que a matemática é um processo de investigação, refletindo a visão de resolução de problemas de Beswick (2012). Em contrapartida, os autores perceberam que os futuros professores acreditam na matemática como um conjunto de conhecimentos prontos, compactuando com as visões instrumentalista e platonista de Beswick (2012). Sobre a aprendizagem da matemática, os futuros professores e os formadores concordaram que essa aprendizagem deve ocorrer por meio de investigação, independente de quem é o aprendiz, seja o aluno ou o professor (Rodriguez et al., 2018), visão corroborada por Beswick (2012) em sua visão de matemática como resolução de problemas.

Em estudo semelhante, Marshman (2021) investigou como futuros professores lidam com as crenças de seus formadores e os impactos que essas possuem na forma como planejam ensinar futuramente. A autora destaca que as crenças dos formadores sobre a matemática e seu ensino influenciam a prática de sala de aula dos futuros professores (Marshman, 2021). Nesse sentido, Marshman (2021) conclui que as crenças dos futuros professores são influenciadas por diversos fatores, dentre eles, as experiências anteriores com a matemática que eles vivenciaram quando estudantes, os formadores de professores que os ensinam, os pressupostos curriculares dos cursos que estão realizando, e as suas experiências práticas durante os estágios e programas de iniciação à pesquisa.

A Álgebra e o Pensamento Algébrico nos anos iniciais

A Álgebra nos anos iniciais é encontrada nos documentos curriculares brasileiros como Pensamento Algébrico (Doná & Ribeiro, 2022) e esse é compreendido como um meio de transformar a Álgebra em uma atividade humana (Kaput, 2008). Quatro são as ideias essenciais vinculadas à Álgebra, as quais devem ser trabalhadas no decorrer de todo o ensino fundamental: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Para a etapa dos anos iniciais do

ensino fundamental, foco do presente estudo, a BNCC traz os objetos de conhecimento “regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (Brasil, 2017, p. 270).

Diferentes autores utilizam-se de uma divisão quanto às vertentes do Pensamento Algébrico (Blanton & Kaput, 2005; Chimoni, Pitta-Pantazi & Christou, 2021). Blanton e Kaput (2005) dividem o Pensamento Algébrico em duas vertentes, a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional, enquanto, Chimoni et al. (2021), além dessas duas vertentes, acrescentam uma terceira, a Modelagem de Linguagens. A Aritmética Generalizada se caracteriza pelo trabalho com os números e as propriedades das operações; o Pensamento Funcional considera a ideia de compreensão de variação numérica; e, a Modelagem de Linguagens, compreende à aplicação de um conjunto de técnicas, matemáticas e não matemáticas, para modelar problemas visando os processos do Pensamento Algébrico (perceber, generalizar, representar e justificar).

Em nosso estudo, delimitamos a vertente da Aritmética Generalizada, contemplando o significado de equivalência do sinal de igual (Chimoni et al., 2021). Dito de outra forma, uma relação de equivalência é aquela que satisfaz três propriedades fundamentais: “reflexiva ($a = a$, para todo o elemento a); simétrica (se $a = b$ então $b = a$, para quaisquer elementos a e b); transitiva (se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$ para quaisquer elementos a , b e c)” (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 19).

A compreensão do sinal de igual enquanto relação de equivalência contribui para desmistificar o uso desse sinal exclusivamente pelo seu significado operacional, como é comum nos anos iniciais do ensino fundamental (Trivilin & Ribeiro, 2015). Além disso, o significado de equivalência do sinal de igual nos remete às múltiplas formas de representar um mesmo número, utilizando-se de igualdades numéricas (Barboza, Ribeiro & Pazuch, 2020). A utilização do significado de equivalência do sinal de igual permite aos alunos “investigar as diferentes decomposições dos números, usando expressões numéricas para as representar e observando a estrutura dessas expressões” (Ponte et al., 2009, p. 20).

Contexto do estudo

O presente estudo foi desenvolvido no âmbito de uma disciplina de Ensino de Matemática, em curso de LP de uma universidade pública brasileira, por meio da parceria entre Eduardo (primeiro autor desse artigo) e a formadora de professores atuante na disciplina, que denominamos por Violeta¹¹. A concepção e organização dos ciclos de aulas (*Ciclo PDR*,

¹¹ Codinome escolhido para manter a identidade da formadora de professores.

Ribeiro et al, 2020) envolveram também, ainda que de forma indireta, Alessandro (orientador da pesquisa e segundo autor deste artigo).

O principal objetivo foi envolver a formadora no planejamento (P), desenvolvimento (D) e reflexão (R) de aulas que pudessem oportunizar aprendizagem profissional aos futuros professores para o ensino da Álgebra nos anos iniciais. A escolha pela formadora se deu de maneira intencional, considerando seu perfil específico voltado ao trabalho com a matemática e com a Álgebra na LP e, ainda, sua disponibilidade em reunir-se para a realização da pesquisa. O perfil da Violeta, bem como de seus estudantes da LP, será retomado posteriormente.

Metodologia

O presente estudo é de abordagem qualitativa, devido ao interesse em trabalhar com a manifestação dos dados dentro de um determinado contexto, proporcionando a possibilidade de compreensão dos participantes da pesquisa dentro de seus respectivos ambientes (Bogdan & Biklen, 1994); e de estrutura interpretativa, uma vez que se busca criar maneiras de compreender uma realidade tal qual ela é, levando-se em conta seus sujeitos, seus atores e seus acontecimentos (Moraes, 2018; Ponte, 1994).

Adotamos o estudo de caso como método de pesquisa devido à possibilidade de estudar fenômenos particulares, tais como “um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa ou uma unidade social” (Ponte, 1994). Nesse sentido, um estudo de caso em uma perspectiva interpretativa procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes (Ponte, 1994). Vale esclarecer que o *caso* de nosso estudo considera a formadora de professores e a sua prática letiva, enquanto ela vivenciava um trabalho colaborativo com intencionalidades, em parceria com os autores deste artigo.

Design do estudo

Antes e após os três ciclos de aulas, realizamos com Violeta duas entrevistas semiestruturadas (Boni & Quaresma, 2005) (EI e EF). Ao longo de todo o processo ocorreram três planejamentos (P1, P2 e P3), três desenvolvimentos (D1, D2 e D3) e três reflexões (R1, R2 e R3) de aulas (Tabela 1), de modo que, durante os encontros de planejamento e de reflexão, Eduardo e Violeta trabalhavam de forma colaborativa¹². O desenvolvimento das aulas foi realizado pela Violeta, de forma presencial, em uma turma de estudantes da LP. As aulas foram gravadas em vídeo e disponibilizadas ao Eduardo para a seleção de trechos para a reflexão. Os

¹² O trabalho colaborativo entre Eduardo e Violeta foi viabilizado pelas ferramentas virtuais (Google Meet e Zoom).

trechos para a reflexão poderiam advir tanto das aulas desenvolvidas como dos encontros de planejamento, que também foram gravados em vídeos, ou mesmo dos recursos utilizados nas aulas.

Tabela 1.

Design do trabalho colaborativo

EI	P1	D1	R1	P2	D2	R2	P3	D3	R3	EF
	1º ciclo PDR			2º ciclo PDR			3º ciclo PDR			

Dentre os materiais curriculares utilizados por Violeta estavam as tarefas formativas, denominadas por Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) (Ribeiro & Ponte, 2020). As TAP utilizadas pela formadora tinham a seguinte estrutura: uma Tarefa Matemática (TM) que abordava os conteúdos propriedades de igualdade e equivalência (doravante denominado por significado de equivalência do sinal de igual) e Registros de Prática (RP) (Ball, Bem-Peretz & Cohen, 2014) envolvendo resoluções de estudantes da educação básica, acompanhados por questões de cunho didático-pedagógico. As TAP também foram utilizadas como recursos para que Eduardo promovesse momentos de reflexão com Violeta. Nesse caso, para os momentos de reflexão, os RP vinham da própria prática letiva da Violeta na LP, acompanhados de questões, elaboradas por Eduardo, para promover a reflexão.

Vale destacar a intencionalidade demarcada para o desenvolvimento dos três ciclos PDR como uma forma de, progressivamente, dar autonomia e protagonismo à formadora para a preparação, desenvolvimento e reflexão das aulas. Por exemplo, no primeiro ciclo, Violeta vivenciou uma TAP 1 e organizou o desenvolvimento dessa na LP, bem como refletiu acerca de trechos selecionados por Eduardo. No segundo ciclo, foram entregues uma TM e os RP já selecionados para que Violeta elaborasse as questões de cunho didático-pedagógico que compõe a TAP 2 e, além disso, pensasse em seu posterior desenvolvimento com os estudantes da LP; a reflexão foi feita a partir de trechos selecionados por Violeta e por Eduardo. Por fim, no P3 foram entregues uma TM, um conjunto amplo de RP e um arquivo com orientações para que Violeta selecionasse quais RP ela gostaria de inserir na TAP 3, e elaborasse as questões que explorassem os aspectos didático-pedagógicos. A R3 foi realizada a partir de trechos selecionados por Violeta. Assim, conforme Violeta foi ganhando protagonismo no planejamento, o papel do Eduardo foi se caracterizando como alguém que orientava e dava suporte ao que deveria ser feito, no entanto, sempre solicitando que Violeta justificasse todas as suas escolhas. O mesmo ocorreu nos momentos de reflexão.

Participantes do estudo

Como participantes da pesquisa temos Violeta e seus estudantes da LP. Violeta possui um perfil característico para atuar na disciplina de Ensino de Matemática da LP, pois ela possui formação no antigo Magistério¹³, é Licenciada em Matemática e em Pedagogia, mestre em Educação Matemática e doutora em Neurociência e Cognição. Profissionalmente, possui experiência na educação básica (anos iniciais, finais e ensino médio), na gestão escolar e no ensino superior, incluindo a LP. Violeta possui afinidade com a Álgebra, já que suas pesquisas de mestrado e de doutorado exploraram essa unidade temática.

No que refere aos estudantes da LP, por não termos contato direto com eles, os apresentamos sob a ótica de Violeta, que os descreve com idade entre 20 e 22 anos e reforça que eles apresentam uma aversão à matemática e uma concepção de Álgebra a partir da “manipulação de letras”.

Procedimentos e instrumentos de recolha dos dados

Os dados recolhidos nessa pesquisa são de três naturezas distintas: entrevistas (inicial e final); documentos (anotações do pesquisador, tarefas formativas, documentos curriculares, registros de prática dos futuros professores, planos de aulas da formadora, slides utilizados com a formadora); observação (vídeos dos encontros com a formadora e vídeos das aulas da formadora na LP).

Método de Análise e construção das categorias

A análise de dados foi desenvolvida em duas etapas: a exploração dos dados (abordagem indutiva) e a recorrência ao referencial teórico (abordagem dedutiva). Utilizamos a Análise de Conteúdo (Bardin, 2011) por meio de seus três processos: (i) a pré-análise, (ii) a exploração do material e (iii) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

De posse de dados de diferentes naturezas, iniciamos a pré-análise com a realização da leitura “flutuante” (Bardin, 2011). Foi por meio dessa leitura que destacamos a existência de dois aspectos de natureza epistemológicas importantes: o conhecimento da formadora e as suas crenças. Após notar a incidência das crenças da formadora e a importância delas no desenvolvimento/mobilização de seus conhecimentos, optamos por realizar uma busca de referenciais teóricos acerca do tema “crenças”. Os estudos de Carrillo et al. (2019) e de Ferreti et al. (2021) apresentam as crenças como elemento central na estrutura de conhecimento do formador. Para estabelecer possíveis relações entre as crenças e os conhecimentos (Figura 2),

¹³ Trata-se de um curso instituído pelo parecer n. 349/72, aprovado em 06 de abril de 1972, que tinha o caráter técnico e era responsável pela formação do professor dos anos iniciais no Brasil (Saviani, 2009).

olhamos separadamente para as crenças e recorreremos às divisões apresentadas por Beswick (2012):

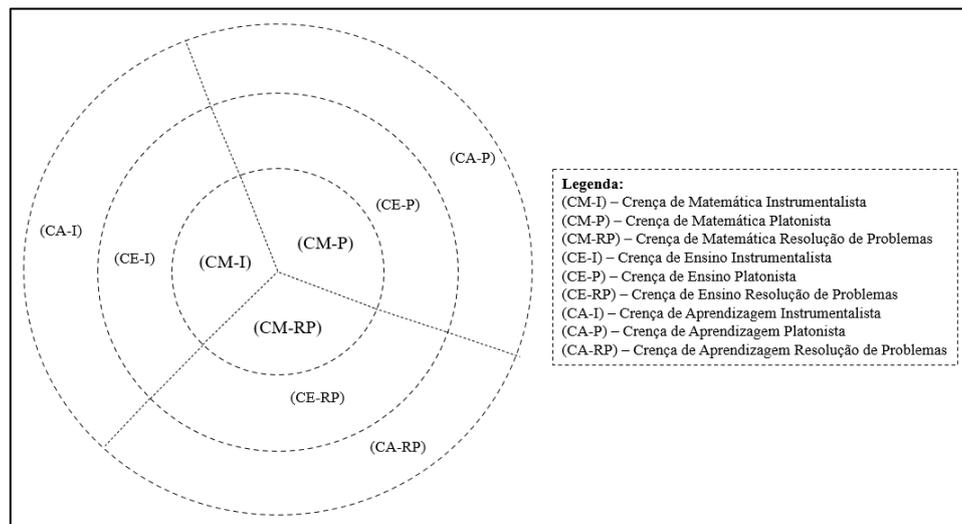


Figura 2.

Crenças sobre a Matemática, seu Ensino e sua Aprendizagem (CMEA), inspirado em Beswick (2012)

A estrutura elaborada apresenta três círculos que se limitam com linhas seccionadas, sendo o primeiro representativo das crenças sobre a natureza da matemática, o segundo das crenças sobre o ensino da matemática e, por fim, o terceiro que representa as crenças sobre a aprendizagem da matemática. As linhas seccionadas que dividem os círculos indicam a relação entre as crenças e, a posição dos círculos, representa a influência que determinadas crenças possuem umas sobre as outras.

Consideramos analiticamente o domínio do PCK-MTE (Ferreti et al., 2021), uma vez que entendemos que esse domínio está mais relacionado às etapas da prática letiva da formadora, e baseamo-nos em seus seis subdomínios para construirmos o modelo analítico apresentado na Figura 3:

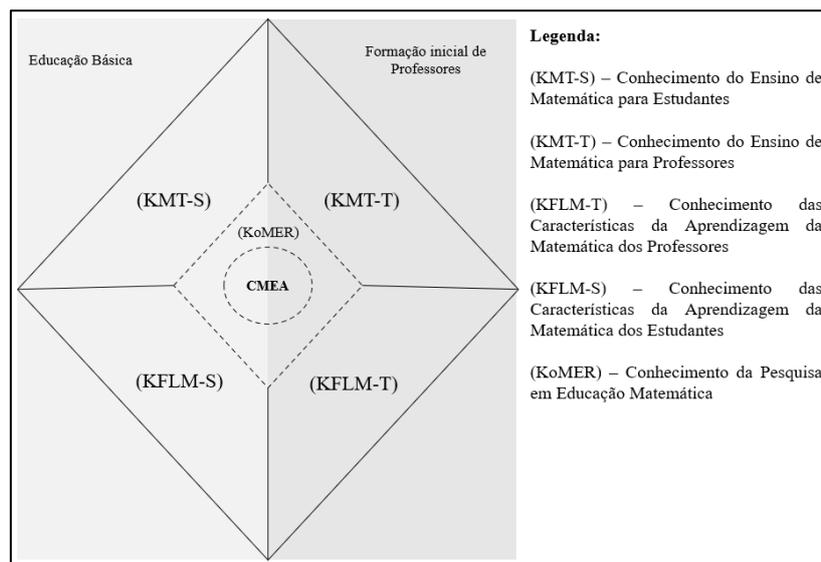


Figura 3.

Subdomínios do PCK-MTE, inspirado em Ferreti et al. (2021)

O modelo foi dividido em dois espaços (educação básica e formação inicial de professores) para acomodar os subdomínios KMT e KFLM. O losango interior representa o KoMER, o qual está seccionado por compartilharmos da ideia de que não se trata de um subdomínio específico, mas sim, de um conhecimento adicional do formador, o qual pode influenciar os demais subdomínios, inclusive as suas crenças (Ferreti et al., 2021). As crenças, representadas na Figura 2, ocupam aqui no modelo da Figura 3 o círculo central, uma vez que elas influenciam e são influenciadas pelos demais subdomínios do PCK-MTE e pelo KoMER.

Outro ponto importante a ser destacado para a construção das categorias de análise é a caracterização do conteúdo matemático. O Pensamento Algébrico, delimitado nessa pesquisa por meio da Aritmética Generalizada – é o que caracteriza o conhecimento matemático explorado com e pela formadora Violeta. Dentre os conteúdos que pertencem à vertente da Aritmética Generalizada, destaca-se a propriedade das operações, a propriedade dos números e o significado de equivalência do sinal de igual (Chimoni et al., 2021).

Com isso, utilizando-se das Figura 2 e 3, e dos conteúdos da Aritmética Generalizada (AG), apresentamos uma descrição detalhada das categorias e subcategorias que são utilizadas nas análises dos dados de nosso estudo (Figura 4).

Categoria	Subcategoria	Descrição
CMEA*	CM-I	A Matemática é vista como conhecimento pronto, baseada em regras e procedimentos.
	CM-P	A Matemática é um conjunto de conhecimentos estático, pronto para ser ensinado/aprendido.
	CM-RP	A Matemática é criação, reflexão e pode ser transformada.
	CE-I	O ensino da matemática é centralizado em quem ensina e é pautado na aplicação de regras e procedimentos.
	CE-P	O ensino da matemática pode ter como protagonista o aprendiz e é pautado na compreensão das regras e procedimentos.
	CE-RP	O ensino da matemática tem como protagonismo o aprendiz e é pautado na possibilidade de descobertas matemáticas.
	CA-I	A aprendizagem matemática é medida pelo nível de habilidades dos sujeitos.
	CA-P	A aprendizagem é medida pelo nível de conhecimento da compreensão das ideias matemáticas.
	CA-RP	A aprendizagem é medida no processo de descoberta proporcionado por meio da autonomia que é dada aos sujeitos para a construção do seu conhecimento matemático.
PCK-MTE	KAGT-S	Nesse domínio, o conhecimento do formador é delimitado pelas estratégias utilizadas na formação de professores e pela sua capacidade de fornecer aos futuros professores ferramentas para lidar com o ensino da Aritmética Generalizada na Educação Básica.
	KAGT-T	Nesse domínio, o conhecimento do formador é delimitado pelas estratégias, ferramentas, abordagens e metodologias utilizadas por ele para ensinar Aritmética Generalizada e ensinar sobre o Ensino da Aritmética Generalizada à futuros professores.
	KFLAG-S	Nesse domínio, o conhecimento do formador refere-se às previsões sobre as possíveis dificuldades e desafios que os estudantes da educação básica enfrentarão para aprender a Aritmética Generalizada ou resolver tarefas relacionadas aos conteúdos da AG.
	KFLAG-T	Nesse domínio, o conhecimento do formador refere-se às antecipações dos desafios que os futuros professores enfrentarão para aprender a Aritmética Generalizada, ensinar a Aritmética Generalizada ou resolver tarefas formativas relacionadas aos conteúdos da AG.
	KoMER	Nesse domínio, o conhecimento do formador é delimitado pelo seu envolvimento com atividades de pesquisa (grupos, publicação de artigos, participação e organização de eventos) e pela utilização da literatura para pautar o planejamento, desenvolvimento e reflexão de suas aulas na formação de professores.

*As siglas utilizadas na Figuras já foram apresentadas nos modelos das Figuras 2 e 3, acrescida de "AG" para representar "Aritmética Generalizada".

Figura 4.

Conhecimentos e Crenças da formadora

Considerando que o estudo de maneira global contou com uma variedade de instrumentos/procedimentos de recolha de dados, a etapa de “escolha dos dados” que são foco de análise no presente artigo culminou com a “constituição do corpus” (Bardin, 2011) e implicou em uma sequência de regras que foram seguidas. Destaca-se a utilização da “regra de exaustividade”, “regra da representatividade”, “regra da homogeneidade” e “regra da pertinência” (Bardin, 2011). São fontes de dados de análise nesse artigo a EI, partes das TAP, partes dos Slides e os Vídeos dos encontros de planejamento e reflexão com a formadora¹⁴, resguardando assim, dados das três naturezas já indicadas anteriormente.

Com o “corpus” selecionado, na etapa de “formulação das hipóteses e dos objetivos” (Bardin, 2011) reformulamos o objetivo e as questões do estudo, de modo a incluir as crenças que emergiram dos dados. Na “preparação do material” destacamos “trechos evidentes¹⁵” e,

¹⁴ Para identificar a fonte desses dados durante a análise utilizamos: (EI) para Entrevista Inicial; (TAP) para Tarefas de Aprendizagem Profissional; (VP1, VP2 ... VR1) para os Vídeos do planejamento e da reflexão com a formadora; (SP1, SP2 ... SP1) para Slides.

¹⁵ Trechos evidentes são recortes de falas transcritas, de documentos, de partes da TAP que evidenciam as ou se conectam com as questões de pesquisa. Quando nos referimos aos “trechos evidentes” não nos preocupamos com o contexto, apenas destacamos falas que evidenciam conhecimentos e crenças.

partindo de algumas regras já utilizadas, selecionamos o que chamamos de episódios. No total foram selecionados três episódios, sendo um relacionado a cada questão do estudo.

		Etapas do trabalho com a formadora											
		EI	P1	D1	R1	P2	D2	R2	P3	D3	R3	EF	
Questões	(i)	■											
	(ii)		■										
	(iii)							■	■		■		

Figura 5.

Composição dos episódios e sua relação com as etapas do trabalho com a formadora e com as questões de estudo

Na “exploração do material” relacionamos o que denominamos por “trechos evidentes” com as categorias de análise, analogamente ao que Bardin (2011) chama de “codificação”. Por fim, no “tratamento dos resultados obtidos e interpretação” (Bardin, 2011), reunimos os dados codificados e selecionamos alguns trechos evidentes para narrar o contexto dos episódios. Uma síntese do design da análise é apresentada na Figura 6.

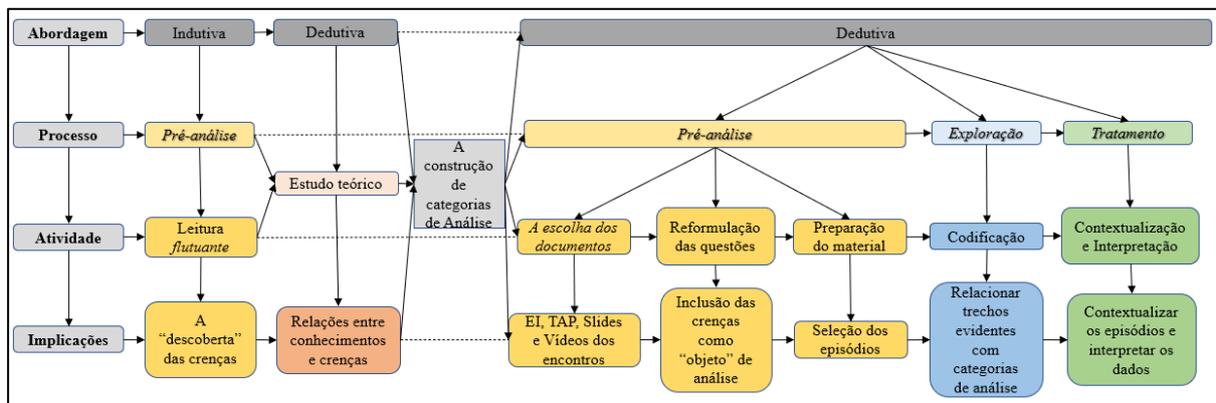


Figura 6.

Esquema de construção das categorias e análise dos dados

Resultados

Episódio 1: “a vida era assim [com] número eu faço conta, [com] letra eu escrevo”

Tendo por objetivo conhecer a trajetória acadêmica/profissional de Violeta, durante a entrevista inicial (EI), decorridos 47 minutos de conversa, o que ficou mais marcante foi o modo como ela resgatava as suas lembranças enquanto estudante da educação básica para contar a sua trajetória. A relação da formadora com a docência, com a matemática e com a Álgebra nos fizeram dedicar um episódio a essas memórias.

Violeta narrava que nunca foi boa em matemática, ainda durante os anos iniciais tinha dificuldade em resolver tarefas que envolviam situação-problema. No decorrer de sua escolaridade, já nos anos finais, ela destacou que a sua relação com a matemática passou de uma mera dificuldade para ódio: “o meu ódio pela matemática surge a partir do momento em que as letras começam a fazer parte desse cenário, porque até então, eu lembrava que a vida era assim [com] número eu faço conta, [com] letra eu escrevo” (Violeta, EI).

O modo como Violeta se relacionava com a Matemática no ensino fundamental reflete um misto de uma crença de matemática instrumentalista (CM-I) com matemática plantonista (CM-P), uma vez que ela parece reconhecer que o conhecimento matemático era estático e pronto, apenas esperando para ser aprendido por meio de regras e procedimentos. Quando a formadora diz que “[com] número eu faço conta, [com] letra eu escrevo”, ela reforça uma visão de que a matemática necessariamente envolve números, e que ela é consequência de regras e procedimentos formais, desconhecendo a utilização de outras linguagens e símbolos para o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Durante a EI, Violeta narrou diversos desafios que enfrentou com a Matemática e com a Álgebra enquanto cursava o Magistério, dentre eles, destacou um acontecimento ocorrido durante a resolução de uma prova:

(...) ele [seu professor] deu uma prova [e solicitou] esboce o gráfico da função (...) cinco funções, eu passei os cinquenta minutos da aula tentando achar o valor de x (...) a minha concepção era de que na matemática não podia colocar um número aleatório, tinha que ter um número certo (...) (Violeta, EI).

A situação narrada por Violeta reforça sua crença de matemática instrumentalista (CM-I) e de aprendizagem matemática instrumentalista (CA-I), o que nos parece ser consequência do tipo de ensino realizado por seu professor. Tarefas do tipo “esboce o gráfico da função” representam a reprodução de um procedimento de resolução pautado em atribuir valores ao “ x ”, encontrar coordenadas cartesianas (x,y) e esboçar o gráfico (reprodução).

Após concluir o Magistério, acompanhado pelo demérito nos vestibulares de Medicina, que eram a primeira opção de Violeta, a formadora decide cursar Licenciatura em Matemática para estudar seus conteúdos e, assim, se preparar para novos vestibulares. Em nossa interpretação, cursar a Licenciatura em Matemática foi essencial para uma mudança na relação de Violeta com a Matemática e com a Álgebra, pois, segundo ela, “somente quando eu fui para a faculdade é que as coisas começaram a fazer sentido” (Violeta, EI). Violeta destacou que toda a sua formação (acadêmica) foi pautada na “Matemática pura e aplicada” (Violeta, EI), e a sua relação com a Educação Matemática iniciou quando decidiu buscar a Pós-graduação:

(...) a minha proposta em 2010 [para o mestrado] estava em como ensinar Álgebra, porque eu venci esse ódio, esse ranço da matemática na Licenciatura (...) Mas a Álgebra deixou [tinha deixado] de ser uma frustração enquanto como eu aprendo, para ser como eu vou ensinar Álgebra (...) (Violeta, EI).

Nesse momento, percebemos uma mudança no discurso de Violeta sobre sua relação com a Matemática e com a Álgebra. Essa mudança parece-nos ter ocorrido em virtude de a formadora passar a se sentir mais segura com o conteúdo, após ter realizado um curso “pautado na Matemática pura e aplicada”, como ela mesma destacou. No entanto, não estamos afirmando que a mudança na relação de Violeta com a Matemática e com a Álgebra implica em uma mudança no modo como ela vê a Matemática, concebe seu ensino e sua aprendizagem (CMEA). Em outras palavras, pressupomos que Violeta tenha aprendido, de fato, a Matemática e a Álgebra e que isso tenha interferido positivamente em sua relação com elas, mas, ainda não podemos afirmar que isso tenha transformado suas crenças sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem (CMEA).

Quando a formadora diz que sua frustração passou a ser “como eu vou ensinar Álgebra”, podemos notar que ela ainda possuía fortes tendências de carregar consigo as crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem que manifestou ter vivenciado durante a Educação Básica (CM-I/CM-P/CA-I). Para tanto, Violeta foi buscar na Educação Matemática o amparo para as suas angústias em relação ao ensino da Álgebra, portanto, pressupomos que essas crenças se tornam objetos de reflexão da formadora.

Atualmente, ela atua na formação inicial e é responsável por oferecer suporte aos futuros professores para que eles ensinem Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. Nesse sentido, damos um pequeno salto nas análises da EI e direcionamos a conversa para a prática da Violeta enquanto formadora. Ela pareceu-nos muito segura ao narrar o que realiza em suas disciplinas de Ensino de Matemática na LP.

A formadora utilizou-se de dados de pesquisa para pautar as suas narrativas, como pode ser evidenciado nesse trecho: “se você pegar qualquer macro avaliação que vai falar sobre o ensino da matemática você vai ver que o ensino da matemática no Brasil é ineficiente, né?” (Violeta, EI). Ela continuou dizendo que o Brasil produz muitas pesquisas na área da Educação Matemática, mas que essas pesquisas não chegam na Educação Básica. A utilização dos dados de pesquisa para pautar suas alegações reflete seu conhecimento da pesquisa em Educação Matemática (KoMER).

Utilizando-se dessa informação, Violeta disse que os seus alunos de hoje na LP foram formados na Educação Básica a partir das orientações contidas nos Parâmetros Curriculares

Nacionais (PCN). No entanto, ainda assim, reproduzem uma ideia de “Álgebra pautada na manipulação de letras” (Violeta, EI). Nesse sentido ela conclui:

Por que esse aluno de hoje da Pedagogia ainda tem essa concepção de Álgebra? Então, isso me obrigou a olhar para as crenças deles, o que que você acredita que é matemática, o que que você acredita que aprende matemática, o que é matemática para o ensino? (Violeta, EI).

A partir dessa fala, a formadora aparenta compreender que os futuros professores possuem uma visão sobre a matemática instrumentalista (CM-I), que pode ser refletida pelo trecho evidente “Álgebra pautada na manipulação de letras”. Além disso, ao mesmo tempo ela demonstra se preocupar com as crenças que os futuros professores manifestam sobre a matemática e a Álgebra, o que parece nos indicar que ela considerou em sua prática letiva o papel dessas crenças na e para a aprendizagem de seus estudantes. No entanto, Violeta aparenta não acreditar na transformação dessas crenças ainda durante a formação inicial:

(...) Você pode falar na Licenciatura que ele [o estudante] está impermeável, ele vai reproduzir o que ele acredita. Então, você pode vir aqui, você pode pesquisar, você pode fazer o que você quiser, mas o professor quando vai para a sala de aula, ele vai reproduzir aquilo que ele acredita (Violeta, EI).

Pressupomos que a importância que a formadora atribuiu às crenças dos futuros professores permanece no campo das ideias, já que ela mesma demonstra não acreditar na transformação dessas crenças ao dizer que o futuro professor “está impermeável” e que ele vai “reproduzir aquilo que ele acredita”. O uso do termo “reproduzir”, utilizado por Violeta para remeter ao modo como os futuros professores ensinam matemática, reflete uma crença de aprendizagem platonista (CA-P), em que o conhecimento está pronto e estático, esperando apenas ser ensinado e/ou aprendido.

Nesse episódio buscamos evidenciar a trajetória de Violeta e a transformação de sua relação com a Matemática e com a Álgebra. Na Educação Básica, a relação da formadora com a Matemática e com a Álgebra era conflitante, mas, durante a graduação e a pós-graduação, a formadora aparentemente estreitou suas relações com a Matemática/Álgebra, o que pode ter contribuído para que ela reorganizasse suas crenças sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem.

Como forma de complementar e aprofundar as interpretações que trazemos aqui, buscamos evidenciar no próximo episódio, como as crenças de Violeta são manifestadas na sua prática letiva. O episódio 2 foi extraído do P1 (primeiro momento de planejamento), e apresenta

a formadora vivenciando uma TAP e pensando em questões referentes ao desenvolvimento da TAP, que iria decorrer durante seu ensino na LP.

Episódio 2: “difícilmente elas vão perceber essa questão de equivalência”

No episódio 2, Violeta foi convidada a resolver uma TAP que tinha como objetivo conectar conhecimentos matemáticos e didáticos relacionados à Aritmética Generalizada. A TAP que Violeta resolveu continha a tarefa matemática (TM) intitulada “A mesada de Carolina e João” (Figura 7).

“A MESADA DE CAROLINE E JOÃO”

Caroline e João recebem dinheiro de suas avós mensalmente.
 No mês de setembro Caroline ganhou uma cédula de 2 reais, três cédulas de 5 reais e uma cédula de 10 reais.
 João ganhou uma cédula de 5 reais, uma cédula de 20 reais e duas moedas de 1 real.
 Veja uma das formas de representar a quantidade recebida por cada criança:



Responda as questões que se sucedem:

- 1) Quem recebeu o maior valor em dinheiro? Explique.
- 2) João quer trocar sua menor cédula por moedas. Quantas moedas ele teria se trocasse por moedas de:

Figura 7.

TM - “a mesada de Carolina e João”, inspirada em Barboza (2019)

Ao propor que a formadora resolvesse a TM, nossa intenção foi mobilizar conhecimentos matemáticos (MK-MTE) de modo a levá-la a refletir sobre questões relativas ao ensino da matemática na educação básica e na formação de professores (PCK-MTE). Para isso, após Violeta ter resolvido a TM, Eduardo fez algumas perguntas a ela para direcionar seu olhar aos desafios do desenvolvimento dessa TM em uma turma de LP:

Eduardo: Então, eu vou te fazer um “convite”. Vamos pensar você enquanto formadora. Se você utilizar essa tarefa, que dificuldade você acha que o futuro professor poderá apresentar?

Violeta: Olha, eu acredito que existem futuros professores que vão apresentar os mesmos erros que os estudantes [da educação básica] (...) Eu acho que os futuros pedagogos, pelo que estou trabalhando com eles, tem essa dificuldade [referente ao conceito de proporção], ainda mais de fazer essa relação: cinquenta centavos é metade de um real. Então, se eu tenho cinco moedas de um real, vou ter dez moedas de cinquenta

centavos. Razão e proporção. (...) Ninguém vai notar aí que eu estou trabalhando uma questão de razão e proporção (VP1).

A formadora parece acreditar que, mesmo após terem concluído a educação básica, os futuros professores poderão apresentar as mesmas dificuldades que alunos da educação básica apresentariam. Nesse sentido, Violeta acredita que os futuros professores possam perceber a relação existente entre as moedas, mas não perceberiam que essa relação é uma proporcionalidade. A formadora atribui a percepção da relação do dinheiro a algo que eles lidam no dia a dia. Relacionar a aprendizagem dos futuros professores à percepção da proporcionalidade parece-nos remeter à uma crença de aprendizagem instrumentalista (CA-I), pautada numa postura passiva de aplicação de regras sem reflexão dos processos. Ou seja, a valorização do conhecimento do contexto para a resolução da tarefa, aparentemente não foi considerado pela formadora ao levantar os desafios dos futuros professores, porque ela ficou restrita à sua crença de aprendizagem matemática instrumentalista (CA-I).

Em seguida, foram apresentados registros de prática (RP) de estudantes da educação básica que resolveram a mesma TM, acompanhados de questões direcionadas ao conhecimento matemático e didático referentes à TM e aos RP, para que Violeta pensasse a respeito. Os RP com as questões compunham a segunda parte da TAP, a qual continha dois tipos de RP, um escrito, resolução dos alunos (Figura 8), e um episódio em vídeo (de uma aula em que esta TM foi desenvolvida).

a) A partir da resolução apresentada abaixo, descreva como vocês interpretam o raciocínio utilizado pelos estudantes para descobrir o total de moedas de 10 e de 5 centavos que foram necessárias para compor 5 reais.

2) João quer trocar sua menor cédula por moedas. Quantas moedas ele teria se trocasse por moedas de:

	5		MOEDAS 20		MOEDAS 100
	70		MOEDAS 50		

Handwritten notes: "MOEDAS" written below the 5, 20, 50, and 100; "2x" written below the 10 and 5; "2x" written below the 50 and 100.

Figura 8.

Excerto da TAP que contempla o RP escrito acompanhado de uma questão, inspirada em Barboza (2019)

O objetivo da questão (a) constante na TAP era o de mobilizar o conhecimento pedagógico do conteúdo da formadora (PCK-MTE), por meio da interpretação do raciocínio utilizado pelo estudante da educação básica para resolver a TM (KFLAG-S). Além disso, após

resolver à questão (a), Eduardo apresentou perguntas à formadora com a intencionalidade de que ela: (i) antecipasse possíveis desafios que os futuros professores enfrentariam ao analisar o RP (KFLAG-T), (ii) pensasse sobre estratégias que ela utilizaria para desenvolver essa TAP na formação de professores (KAGT-T), (iii) analisasse como ela abordaria as estratégias sobre o ensino de matemática na educação básica, utilizando essa TAP na formação de professores (KAGT-S).

Ao refletir sobre essas questões, Violeta volta a reforçar que acredita que os futuros professores não notariam a ideia de equivalência que estaria presente no raciocínio contido no RP da TAP: “(...) com o conhecimento matemático das estudantes de pedagogia, eu tenho indícios de lacunas aí, dificilmente elas vão perceber essa questão de equivalência, ou mesmo falar sobre proporcionalidade, eu não vejo que elas vão perceber isso não” (Violeta, VP1). Nesse momento, nota-se que Violeta e Eduardo também focam suas atenções na relação de equivalência da igualdade. Isso ocorre porque houve uma negociação do conteúdo explorado pela TAP e ambos chegaram à conclusão de que há a exploração da equivalência na igualdade (ou o significado de equivalência do sinal de igual), quando se troca o dinheiro (uma cédula de cinco reais é igual a cinco moedas de um real, ou simbolicamente, $5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$), e há a exploração da proporcionalidade, quando se relacionada as moedas (o número de moedas de vinte e cinco centavos corresponde a duas vezes o número de moedas de cinquenta centavos) (Figura 8).

A fala de Violeta “dificilmente elas vão perceber essa questão da equivalência” reforça sua crença, já indicada anteriormente, sobre a aprendizagem dos futuros professores (CA-I), pois a percepção de equivalência já está condicionada ao uso do dinheiro no dia a dia (p.e. quando trocamos uma nota de cinco reais por cinco moedas de um real). O que deveria ser explorado é que se tratava de uma relação de equivalência a partir do conceito de igualdade. Diante disso, Eduardo aproveita o momento para questioná-la sobre o seu papel enquanto formadora, e a necessidade de articular sua aula com a superação do que ela acredita ser um desafio para os futuros professores:

Eduardo: Vamos pensar enquanto formadora, levando-se em conta essas dificuldades que você levantou, você acha que, mesmo trabalhando em grupo, [os futuros professores] nem descrever o raciocínio utilizado [Figura 8] com uma linguagem materna, menos matemática, eles conseguiriam?

Violeta: Se levasse essa questão de descrever o pensamento com uma questão mais simples e menos matemática, até podem (...) ele [futuro professor] vai ter que ter uma interpretação (...) (VP1)

Eduardo buscava chamar a atenção de Violeta para o trabalho em grupo enquanto uma estratégia de ensino para abordar a Aritmética Generalizada na LP (KAGT-T). Além disso, ele tentava promover o rompimento da crença que Violeta apresentava sobre a aprendizagem matemática dos futuros professores (CA-I). Porém, as falas de Violeta de que o futuro professor “vai ter que ter uma interpretação” e vai descrever o pensamento de forma “mais simples e menos matemático”, parece continuar a refletir uma visão de que a matemática deve ser rigorosa, pautada em regras e procedimentos (CM-I). Se retomarmos o trecho da EI em que a formadora indica “[com] número eu faço conta, [com] letra eu escrevo”, isso só vem reforçar o papel da linguagem matemática e uma baixa valorização da linguagem materna que ainda estão presentes no discurso da formadora.

Portanto, se relacionarmos o que foi discutido no episódio 2 ao que foi apresentado no episódio anterior, parece-nos que a formadora ainda carrega consigo algumas crenças consequentes de suas memórias sobre a matemática vivenciada na Educação Básica (CM-I). Pressupõe-se que, mesmo após ter perpassado pela graduação e pela pós-graduação, em que aparentemente lhe foram apresentadas outras visões de matemática (CM-P; CM-RP), algumas de suas memórias, enquanto estudante da educação básica, foram tão marcantes que permanecem reverberando em sua prática letiva.

Até o presente momento, evidenciamos resquícios nas crenças de Violeta que são pautadas em uma visão de matemática instrumentalista (CM-I), que conduz a uma crença de aprendizagem semelhante (CA-I), conforme apresentado no modelo indicado na Figura 3. De fato, essas crenças estiveram presentes durante o planejamento do primeiro ciclo PDR (em especial no P1, como vimos neste episódio) e, de forma direta, conjecturamos que tais crenças interferiram na mobilização do conhecimento pedagógico do conteúdo da formadora (PCK-MTE). Pressupomos que tal interferência é decorrente de sua visão de matemática instrumentalista e sua consequente visão sobre como decorre a aprendizagem dos futuros professores (CA-I).

Assim, a formadora deixou de refletir sobre outras estratégias que poderia utilizar com os futuros professores para ensinar Aritmética Generalizada na educação básica (KAGT-S). Além disso, perdeu a oportunidade de antecipar estratégias e dificuldades dos estudantes da educação básica (KFLAG-S), o que poderia ser discutido posteriormente com os futuros professores, e contribuído na articulação de estratégias para se ensinar na formação de professores (KAGT-T) e na superação dos desafios que os futuros professores enfrentarão para ensinar Aritmética Generalizada (KFLAG-T). Identificamos aqui as relações entre os conhecimentos e as crenças que são apontadas no modelo apresentado na Figura 2.

Episódio 3: “Enfim, a equivalência!”

O episódio 3 se inicia com um recorte do encontro de reflexão da aula 2 (R2), em que Violeta foi convidada a trazer dois trechos da aula (D2) para acrescentar aos trechos que Eduardo havia selecionado, de modo a compor a reflexão acerca da segunda aula. Para subsidiar o processo de reflexão, elaboramos algumas questões que guiaram o trabalho da/com a formadora. As primeiras questões foram destinadas aos trechos trazidos por ela, e solicitavam que ela justificasse as suas escolhas e, as demais, focavam nos trechos que Eduardo havia selecionado.

O recorte escolhido para compor esse episódio retrata um trecho selecionado por Eduardo e dava ênfase a como o conteúdo matemático (e a referida aula) foi planejado, e como tal conteúdo foi explorado pela formadora durante a aula. Para tanto, apresentamos à Violeta um recorte de vídeo do planejamento (P2), em que discutíamos a proposta de explorar o conceito de equivalência. Além disso, Violeta também assistiu um recorte de vídeo do momento da aula (D2) em que ela, teoricamente, explorou os conteúdos matemáticos contidos na TAP. O seguinte diálogo ocorreu após a Violeta assistir aos vídeos:

Eduardo: Você considera que explorou todos os conteúdos matemáticos planejados a fim de atingir o objetivo [da aula]?

Violeta: (...) A gente [ela e os futuros professores] até extrapolou um pouco.

Eduardo: Eu fui selecionando os conteúdos que você abordou, a questão da unidade e dezena, a questão da associatividade, a questão da equação e função (...) e a cereja do bolo (...) nosso objetivo [da aula] que era a equivalência? (...) (VR2).

Observa-se no trecho em destaque a preocupação de Eduardo para o fato de que a equivalência da igualdade (foco da aula), parecia não ter sido abordado com a ênfase que foi planejado. No entanto, pela fala da formadora “a gente até extrapolou um pouco”, ela retrata seu entendimento de que talvez tenha faltado foco no conteúdo planejado. Em seguida, a discussão foi direcionada a tentar entender o porquê de não ter se abordado a equivalência da igualdade na LP, como havia sido planejado:

Eduardo: Por que que eles ficam “presos” ainda discutindo uma adição, unidade e dezena, questões que seriam mais simples e não conseguem chegar na Álgebra?

Violeta: (...) Eles percebem que $5=5$ e que $2+3$ equivalem a 5. Isso eles já conseguem perceber (...) eles têm esse pensamento [algébrico], está no inconsciente, e eu preciso que eles tomem consciência de que isso que eles fazem é Álgebra.

Eduardo: E o que que nós podemos fazer para que eles enxerguem a Álgebra de outra maneira ou pelo menos enxerguem a Álgebra? (VR2)

Nesse momento, Eduardo coloca em “avaliação” o fato dela não conseguir levar a discussão sobre equivalência da igualdade para os futuros professores. Ao responder “eles têm esse pensamento, está no inconsciente”, Violeta afirma que eles reconhecem a equivalência na igualdade, diferentemente do que foi expresso pela formadora no episódio anterior. Lembremos: lá, naquele momento, Violeta acreditava que os futuros professores não enxergariam a equivalência e a proporcionalidade na TM proposta: “difícilmente elas vão perceber essa questão de equivalência, ou mesmo falar sobre proporcionalidade, eu não vejo que elas vão perceber isso não” (Violeta, VP1). Ao afirmar agora, no episódio 3, que os futuros professores percebem a equivalência da igualdade, ainda que de uma maneira “não convencional”, e que eles só precisam tomar consciência de que o que eles fazem é Álgebra, Violeta aparenta estar transformando sua crença sobre a aprendizagem matemática de instrumentalista (CA-I) para platonista (CA-P), em que acredita na capacidade dos futuros professores tomarem consciência de um conhecimento matemático “já existente” e que eles “já fazem”, a Álgebra.

Para nos certificarmos se realmente está ocorrendo essa reorganização nas crenças de Violeta, assim como, para buscar entender melhor como isso interfere em sua prática letiva e no desenvolvimento de seus próprios conhecimentos profissionais, trazemos um recorte do planejamento da terceira aula (P3). Vale destacar que naquele momento, Violeta já tinha autonomia para planejar toda a TAP e, inclusive, durante as discussões com Eduardo ao longo do planejamento, ela resgatou trechos da reflexão passada (R2) para embasar as justificativas de suas escolhas.

O planejamento da aula 3 (P3) iniciou com a formadora apresentando suas escolhas quanto à unidade temática, o objeto do conhecimento e as habilidades que selecionou para serem abordadas na TAP. Em seguida, Eduardo aproveita o momento para questioná-la sobre como pretendia abordar o que estava sendo planejado durante a aula:

Eduardo: Como apoiar a discussão com os futuros professores para a unidade temática, objeto do conhecimento e habilidades selecionadas?

Violeta: Tenho que conduzir perguntas, eu tenho que deixar livremente, mas eu tenho que fazer boas perguntas (...) pensar em uma estratégia em que os estudantes [futuros professores] sejam conduzidos a olhar e não dar a resposta (...) (VP3)

O excerto nos mostra uma Violeta pensando em sua prática enquanto formadora para ensinar a equivalência da igualdade, conteúdo selecionado por ela. Ao expor como conduziria sua aula, enfatizando “deixar livremente”, “fazer boas perguntas” e “sejam conduzidos a olhar e não dar a resposta”, Violeta reorganiza seu discurso se compararmos àqueles apresentados no

encontro anterior (R2), em que aparentava conceber o conhecimento matemático como algo pronto, acabado. Assim, parece-nos que Violeta passa a manifestar uma crença de ensino pautada na resolução de problemas (CE-RP), o que acarreta a construção do conhecimento por meio da “descoberta”.

É possível perceber que, fundamentada nessa crença de ensino (CE-RP), Violeta realizou antecipações sobre desafios que os futuros professores poderiam enfrentar ao resolverem a TM de duas maneiras distintas, bem como antecipou estratégias e recursos que pudessem auxiliá-los para superar esses desafios. Violeta sugere que os futuros professores utilizem cartolinas e pinceis para expor as diferentes resoluções da TM na lousa, de modo a tornar as diferentes estratégias mais visíveis para toda a turma.

Em nosso entendimento, a antecipação dos desafios e possíveis dificuldades referentes à aprendizagem da Aritmética Generalizada (KFLAG-T), assim como o planejamento de estratégias sobre o tema (KAGT-T), são conhecimentos mobilizados por Violeta e que nos parecem ter ocorrido em decorrência de possíveis reorganizações de suas crenças sobre o ensino da matemática (de CE-I para CE-RP), assim como das crenças sobre a aprendizagem (CA-I para CA-RP).

Durante a reflexão da aula 3 (R3), Violeta foi convidada a apresentar, agora de forma autônoma, quatro trechos da aula 3 (D3) que gostaria de refletir, tomando por base um conjunto de questões que elaboramos para guiar essa reflexão (Figura 9).

“A REFLEXÃO DA FORMADORA”

Responda às seguintes questões pensando os episódios separadamente:	
1.	Escolha um nome para o episódio escolhido.
2.	Identifique e narre o episódio de sua aula que gostaria de refletir.
3.	Por que escolheu tal episódio para a sua reflexão?
4.	Que questões faria a si mesma para realizar uma auto-reflexão acerca desse episódio?
5.	O que você faria de diferente em sua prática na sala de aula, de modo a superar/solucionar a situação narrada acima?

Figura 9.

Questões para a reflexão da formadora (SP3)

Dentre os trechos selecionados por Violeta, um deles nos chamou muita atenção. A própria formadora intitulou esse trecho como: “Enfim, a equivalência!”. Ao justificar o nome dado, Violeta diz “depois de duas TAP explicando sobre as ideias fundamentais da matemática,

a hora que eu pergunto qual a ideia matemática que está aqui presente, a sala toda, como um coral, fala para mim: equivalência. Aleluia, a equivalência apareceu!” (VR3)

Nesse momento, a formadora enfatiza o trabalho desenvolvido durante as três TAP enaltecendo o fato de os futuros professores terem percebido a relação de equivalência. Porém, como as três TAP abordaram a equivalência da igualdade, acreditávamos que os futuros professores apontaram o conteúdo de forma automática e tínhamos dúvidas se eles realmente perceberam e avançaram em relação ao que Violeta havia apontado no encontro de reflexão da aula 2 (R2): “eles têm esse pensamento, está no inconsciente” (Violeta, VR2).

Para tanto, Violeta destaca a compreensão do conteúdo dizendo que, na primeira aula (D1), os futuros professores envolveram várias ideias fundamentais na discussão, enquanto no desenvolvimento da terceira aula (D3), eles evidenciaram a equivalência, possibilitando que ela fizesse inclusive outras relações, além da igualdade, como, por exemplo, a equivalência de frações. De acordo com a formadora, ela foi surpreendida com a maneira como a equivalência foi citada pelos futuros professores, que justificaram e conseguiram evidenciar que compreenderam a existência, naquela TAP, da equivalência na igualdade.

O reconhecimento por parte da própria Violeta parece-nos indicar mais um passo importante para a reorganização de sua crença sobre a aprendizagem dos futuros professores, pois, se durante o episódio 2 a formadora acreditava que os futuros professores não conseguiriam perceber a equivalência da igualdade, no episódio 3, temos como evidência a formadora verbalizando que os futuros professores, por meio de descoberta, perceberam a equivalência (CA-RP).

É preciso destacar que a manifestação da crença de ensino pautada na resolução de problemas (CE-RP) durante o planejamento da aula, antecede o reconhecimento por parte de Violeta acerca da aprendizagem dos futuros professores acerca da equivalência da igualdade (CA-RP). O encontro de planejamento (P3) foi realizado no mesmo dia do encontro de reflexão (R2), em que discutimos o porquê não conseguimos ensinar o significado de equivalência do sinal de igual na LP. Nesse caso, parece-nos importante reforçar o papel que a reflexão desempenhou na prática letiva da formadora, pois foi a partir desse momento de reflexão que Violeta passa a olhar de forma retrospectiva para as suas aulas e, por conseguinte, planejar a próxima.

Durante os encontros de reflexão pudemos ter clareza que as crenças de Violeta limitavam as etapas de sua prática letiva, bem como, parecia-nos que também afetava a mobilização (ou desenvolvimento) de seus conhecimentos profissionais. Como evidenciado no episódio 2, por manifestar crenças de uma aprendizagem instrumentalista por parte dos futuros

professores (CA-I), Violeta deixou de mobilizar/desenvolver conhecimentos importantes para a sua aula, ficando refém dos acontecimentos do momento, como quando ela diz que os futuros professores apresentariam as mesmas dificuldades que os estudantes da educação básica. Nesse sentido, mostrar-lhe trechos sobre como ela planejou e como a aula realmente ocorreu, parece ter contribuído não somente para que ela pensasse a sua próxima aula, mas, também, para que ela reorganizasse suas crenças sobre a aprendizagem dos futuros professores, e direcionasse uma atenção especial à antecipação dos desafios do ensino da Aritmética Generalizada na formação de professores (KFLAG-T) e do planejamento de estratégias para se ensinar Aritmética Generalizada nesse ambiente (KAGT-T).

Discussão dos resultados

É possível perceber que as crenças de Violeta foram constituídas a partir de sua experiência com a matemática na educação básica, permearam toda a escolarização da formadora e, por fim, interferiram em sua escolha pelo curso do Magistério. Beswick (2012) afirma que as crenças são construídas ao longo do tempo e, algumas delas permanecem tão enraizadas que se manifestam na ação docente. Nesse sentido, pudemos constatar que Violeta trazia consigo crenças instituídas em sua trajetória acadêmica/profissional.

Mas, afinal, como essas crenças interferiram na prática letiva da formadora e no desenvolvimento/mobilização/ampliação de seus conhecimentos profissionais? Tomando-se o que apontam Carrillo et al. (2019) e Ferreti et al., (2021), nossos resultados fortalecem a relação entre essas duas questões de natureza epistemológica: as crenças e os conhecimentos, pois pudemos notar que, ao manifestar crenças sobre a matemática e a aprendizagem instrumentalista, Violeta deixou de mobilizar domínios importantes de seu conhecimento profissional, como o PCK-MTE (Carrillo et al., 2019; Ferreti et al., 2021). Por exemplo, ao antecipar que os futuros professores não conseguiriam identificar o significado de equivalência na igualdade ao trabalhar com a TAP, Violeta deixou de pensar em estratégias, recursos, ferramentas e abordagens para ensinar aos futuros professores o significado de equivalência do sinal de igual, conteúdo da Aritmética Generalizada (Chimoni, Pitta-Pantazi, Christou, 2021), bem como não discutiu sobre o ensino desse conteúdo na educação básica e não antecipou os desafios de aprendizagem desse conteúdo na LP.

Além disso, conforme nos aponta Marshman (2021), identificamos em nosso estudo como as crenças dos formadores, no caso as da Violeta, impactam diretamente no modo como os futuros professores veem e concebem a matemática para o ensino e, por vezes, os formadores são responsáveis por oportunizar experiências positivas que contribuam com a reorganização

das crenças dos futuros professores sobre a matemática, seu ensino e sua aprendizagem, como vimos acontecer com Violeta.

Por fim, a reorganização das crenças de Violeta ficou mais evidente durante o terceiro ciclo PDR (Ribeiro, Aguiar, Trevisan, 2020) e parece ter sido possível devido às reflexões sobre as aulas. Conforme apontado por Schön (2000), a reflexão na ação (durante os encontros com Eduardo) desempenhou um papel de realinhamento para um novo planejamento a partir das questões que não deram certo e puderam ser notadas e repensadas pela formadora (Superfine & Pitvorec, 2021). A reflexão sobre a aula (sobre a ação) também possibilitou que a formadora reorganizasse suas crenças sobre a matemática e sua aprendizagem, contribuindo para o direcionamento de um ensino pautado na visão de matemática enquanto resolução de problemas (Beswick, 2012).

Ainda em decorrência do que percebemos no episódio 3, a formadora passa a reconhecer a possibilidade de se trabalhar com a equivalência na formação de professores e, a partir daí, considera as estratégias, recursos e abordagens para se ensinar a Aritmética Generalizada a professores (Barboza, Ribeiro & Pazuch, 2020), de modo que realiza antecipações dos desafios para a aprendizagem desse conteúdo e estabelece relações com a educação básica. Isso, em nosso entendimento, leva Violeta a mobilizando/ampliando/desenvolvendo seus domínios de seu PCK-MTE (Carrillo et al., 2019; Ferreti et al., 2021).

Conclusões

Em termos de conclusões, retomamos as questões propostas em nosso estudo para indicar que, antes do início do trabalho colaborativo a formadora manifestava crenças de uma Matemática instrumentalista e, a partir do envolvimento com o trabalho colaborativo em sua própria prática letiva, a formadora reorganizou suas crenças sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem para resolução de problemas. Essa reorganização das crenças possibilitou que a formadora pudesse mobilizar/ampliar/desenvolver aspectos do seu PCK-MTE voltados ao planejamento de suas aulas para ensinar Álgebra na LP.

Nesse sentido, foram oportunizadas aos futuros professores, por meio da prática da formadora, o envolvimento com a Álgebra, o que é apontado como lacuna, por exemplo, por Castro e Fiorentini (2021) e por Jungbluth et al., (2022). Além disso, foram viabilizadas aos estudantes da LP, oportunidades para romperem com uma visão tecnicista de Matemática/Álgebra indicada na BNCC (Bortolete et al., 2022). Por fim, nota-se as possibilidades de envolvimento da formadora em trabalhos colaborativos (Doná & Ribeiro,

2022), possibilitando o aperfeiçoamento de sua formação e, conseqüentemente, da formação dos futuros professores (Goodwin & Kosnik, 2013).

Para além de tudo isso, entendemos que o estudo aponta para resultados que contribuí para minimizar a falta de pesquisas sobre o formador de professores que ensina Matemática no Brasil (Nacarato et al., 2016; Coura & Passos, 2017; Gatti et al., 2019) e, ainda, evidenciamos o importante papel que as crenças possuem na ampliação/mobilização/desenvolvimento dos conhecimentos profissionais dos formadores de professores, contribuindo com a caracterização desse conhecimento (Coura & Passos, 2021; Almeida & Ribeiro, 2020) e com o aprofundamento dos estudos de Carrillo et al., (2019) e Ferreti et al., (2021).

Como limitações de nosso estudo, indicamos o fato deste ter sido realizado apenas com uma única formadora e em apenas uma vertente do Pensamento Algébrico (Aritmética Generalizada). No entanto, acreditamos que formações com essa estrutura da que desenvolvemos com Violeta possam ser reproduzidas com um número maior de formadores, possibilitando inclusive processos de reflexão entre os pares de modo mais aprofundado e embasado em diferentes experiências. Dessa forma, convidamos outros pesquisadores a desenvolverem novos estudos que explorem cada uma das etapas da prática letiva do formador de professores de forma colaborativa, que envolvam outros conteúdos da Matemática e outras vertentes do Pensamento Algébrico, bem como, estudos que explorem as relações entre as crenças e o conhecimento Matemático dos formadores (MK-MTE) e/ou as crenças e a sua relação com cada um dos subdomínios do PCK-MTE.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), por meio da concessão de uma bolsa de doutorado ao autor (Código de Financiamento 001).

Referências

- Almeida, M. V. R. de, & Ribeiro, M. (2020). Conhecimento Especializado de um formador de professores de Matemática ao ensinar o Teorema do Algoritmo da Divisão Euclidiana: um foco nos exemplos e explicações. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, 3(4), 24–56. DOI: <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i4.12716>.
- Ball, D. L., Ben-Peretz, M., & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, v. 62, n. 3, p. 317-335. DOI: <https://doi.org/10.1080/00071005.2014.959466>.

- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- Barboza, L. C. S. (2019). Conhecimento dos professores dos anos iniciais e o sinal de igualdade: Uma investigação com tarefas de aprendizagem profissional. (*Dissertação de Mestrado*). Universidade Federal do ABC, Brasil.
- Bardin, L. (2011). *Análise de Conteúdo*, 1 ed. São Paulo: Edições 70.
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, v. 79, n. 1, p. 127-147. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9333-2>.
- Beswick, K., & Goos, M. (2018) Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here?. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 21, n. 5, p. 417-427. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9416-4>.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005) Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.36, n.5, p.412-446. DOI: <https://doi.org/10.2307/30034944>.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Boni, V., & Quaresma, S. J. (2005). Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. Em Tese: *Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC*, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 3, p. 68-80, jan./jul. DOI: <https://doi.org/10.5007/%25x>
- Borko, H., Jacobs, J., Seago, N., & Mangram, C. (2014). Facilitating video-based professional development: Planning and orchestrating productive discussions. In *Transforming mathematics instruction* (pp. 259-281). Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-319-04993-9_16](https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9_16).
- Bortolete, J., Guaranha, M. F., & de Oliveira, V. (2022). O Pensamento Algébrico na Base Nacional Comum Curricular: reflexões e alternativas. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 24(2), 325-352. DOI: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i2p325-352>.
- Brasil. Ministério da Educação. (2017). Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF.
- Carrillo, J., Montes, M., Codes, M., Contreras, R. C., & Climent, N. (2019). El conocimiento didáctico del contenido del formador de profesores de matemáticas: su construcción a partir del análisis del conocimiento especializado pretendido en el futuro profesor. In: I. Fortunato. *Formação permanente de professores: experiências ibero-americanas* (org.). São Paulo: Edições Hipótese. 554p.
- Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L.C., & Climent, N. (2018). El conocimiento del profesor desde una perspectiva basada em su especialización: MTSK. *Annales de Didactique et the sciences cognitives*, v. 22, p.185-205. DOI: <https://doi.org/10.4000/adsc.756>.
- Castro, F. C, & Fiorentini, D. (2021). Formação Docente em Matemática para os Primeiros Anos da Escolarização: Estudo Comparativo Brasil-Portugal. RIESup,7, e021030. DOI: <https://doi.org/10.20396/riesup.v7i0.8658542>.
- Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2021). The impact of two different types of instructional tasks on students' development of early algebraic thinking. *Journal for the*

- Study of Education and Development*, v. 44, n. 3, p. 503-552. DOI: <https://doi.org/10.1080/02103702.2020.1778280>.
- Coura, F. C. F., & Passos, C. L. B. (2021). Conhecimento do formador de professores de matemática que é investigador da docência. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 29, n. 00, p. e021007. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661842>
- Coura, F. C. F., & Passos, C. L. B. (2017). Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 7–26. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647556>.
- Doná, E. G., & Ribeiro, A. J. (2022). Conhecimento Matemático para Ensinar Álgebra: uma análise curricular na Licenciatura em Pedagogia. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022019, 2022. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v30i00.8668443>.
- Ferreti, F., Martignone, F., & Rodriguez-Muñiz, L. J. (2021). Modelo de conhecimento especializado para Formadores de Professores de Matemática. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 29, n. 00, p. e021001. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661966>.
- Gatti, B. A., Barreto, E. S. de S., André, M. E. D. A. de, & Almeida, P. C. A. de. (2019). Professores do Brasil: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 351 p. ISBN: 978-85-7652-239-3.
- Goodwin, A. L, & Kosnik, C. (2013). Quality Teacher Educators = Quality Teachers? Conceptualizing essential domains of knowledge for those who teach teachers. *Teacher Development*, 17(3), 334-346. DOI: <https://doi.org/10.1080/13664530.2013.813766>.
- Jaworski, B. (2008). Development of the mathematics teacher educator and its relation to teaching development. In: *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4*. Brill Sense. p. 333-361.
- Jungbluth, A., Silveira, E., & Grando, R. C. (2022). A Álgebra no Currículo de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a Voz dos Professores. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 24(1), 250-288. DOI: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i1p250-288>.
- Kaput, J. J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?. In: *Algebra in the early grades*. Routledge. p. 5-18.
- Marshman, M. (2021). Learning to teach mathematics: How secondary prospective teachers describe the different beliefs and practices of their mathematics teacher educators. In: *The learning and development of mathematics teacher educators*. Springer, Cham, p. 123-144. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_7.
- Moraes, R. (2018). Da noite ao dia: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. In: *Caminhos da pesquisa qualitativa no campo da Educação em Ciências*-Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 19-55.
- Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., Cristovão, E. M., Megid, M. A. B. A., & Coelho, M. A. V. M. P. (2016). Tendências das pesquisas brasileiras que têm o professor que ensina matemática como campo de estudo: uma síntese dos mapeamentos regionais. In: D. Fiorentini, C. L. Passos, & R. C. R. Lima. *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012*. FE-Unicamp: Campinas. ISBN-13 (15): 978-85-7713-198-3.

- Ping, C., Schellings, G., & Beijaard, D. (2018). Teacher educators' professional learning: A literature review. In: *Teaching and teacher education*, v. 75, p. 93-104. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.06.003>.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18. DOI: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22652>.
- Ponte, J. P., M. L., Branco, N., & Matos, A. (2009). *A Álgebra no ensino básico*. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular - DGIDC, Lisboa.
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M., & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante*, 29(1), 52–73. DOI: <https://doi.org/10.48489/quadrante.23010>.
- Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. da. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 28, p. e020027. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072>.
- Rodriguez, M. C., Tatto, M. T., Palma, J., Nickodem, K. (2018). A comparative international study of differences in beliefs between future teachers and their educators. In: *Exploring the Mathematical Education of Teachers Using TEDS-M Data*. Springer, Cham. p. 165-192. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-92144-0_6.
- Saviani, D. (2009). Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista Brasileira da Educação*, 14(40),143-155. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1413-24782009000100012>.
- Schön, D. A. (2000). Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem: *Artes Médicas Sul*, Porto Alegre.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, n. 4, p. 4-14. DOI: <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>.
- Superfine, A. C., & Li, W. (2014). Developing mathematical knowledge for teaching teachers: A model for the professional development of teacher educators. *Issues in Teacher Education*, v. 23, n. 1, p. 113-132.
- Superfine, A. C., & Pitvorec, K. (2021). Using community artifacts to support novice math teacher educators in teaching prospective teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 19, n. 1, p. 59-75. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10152-7>.
- Trivilin, L. R., & Ribeiro, A. J. (2015). Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 29, p. 38-59. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a03>.
- Zopf, D. (2010) Mathematical knowledge for teaching teachers: The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education (*Unpublished doctoral dissertation*). University of Michigan, Ann Arbor.