

Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos

Meaning attribution in mathematical modeling in the early years: a semiotic interpretation about mathematical objects

Atribución de significado en la modelización matemática en los primeros años: una interpretación semiótica de los objetos matemáticos

Attribution de sens dans la modélisation mathématique des premières années : une interprétation sémiotique des objets mathématiques

Michele Regiane Dias Veronez¹

Unespar – Universidade Estadual do Paraná
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática
<https://orcid.org/0000-0001-9461-1498>

Thayná Felix dos Santos²

Unespar – Universidade Estadual do Paraná
Mestrado em Educação Matemática
<https://orcid.org/0000-0001-9300-5625>

Resumo

O objetivo deste artigo consiste em buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática. Para tanto, foram analisadas duas atividades de modelagem matemática, desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como aporte teórico a Modelagem Matemática, com atenção às ações cognitivas das crianças, e a semiótica peirceana, no que se refere aos signos e ao triângulo epistemológico, considerados em associação com outros dois elementos: contexto de referência e o conceito. A metodologia qualitativa ampara este estudo, uma vez que foca nos signos produzidos pelas crianças, para os objetos matemáticos, ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, e serem interpretados a partir dos triângulos epistemológicos construídos. A atribuição de significado dada aos objetos matemáticos emergentes nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas vem imbricada com a situação que originou a atividade, sinalizando que tal atribuição é um composto que leva em conta a situação e a matemática de forma articulada. Ademais, a atribuição de significado aos objetos

¹ michele.veronez@unespar.edu.br

² thayfelixsantos@gmail.com

matemáticos vai ganhando consistência, à medida que os signos vão se modificando, se alterando e se complementando diante das ações cognitivas das crianças.

Palavras-chave: Ações cognitivas em modelagem matemática, Signos, Triângulo epistemológico.

Abstract

The objective of this paper is to look for evidence of the attribution of meaning to mathematical objects through the signs associated with doing mathematical modeling. To do so, we analyzed two mathematical modeling activities developed in the early years of Elementary School, with the theoretical contribution of Mathematical Modeling, with attention to children's cognitive actions and Peircean semiotics, with regard to signs and the epistemological triangle, which considers them in association with two other elements: the context of reference and its concept. The qualitative methodology is the one that supports this study since we focus on the signs produced by the children, for mathematical objects, when they develop mathematical modeling activities. We interpret them from the epistemological triangles we build. From these triangles, we consider that the attribution of meaning to mathematical objects emerging in mathematical modeling activities developed is imbricated with the situation that originated the activity, signaling that such attribution is a compound that considers the situation and mathematics in an articulated way. Furthermore, attributing meaning to mathematical objects gains consistency as the signs change, alter, and complement each other in the face of children's cognitive actions.

Keywords: Cognitive actions in mathematical modeling, Signs, Epistemological triangle.

Resumen

Este artículo tiene el objeto de encontrar indicios de atribución de significado a los objetos matemáticos a través de los signos asociados a la modelación matemática. Para ello, se analizaron dos actividades con modelación matemática desarrolladas en los primeros años de la enseñanza primaria. Como soporte teórico, se utilizaron la Modelación Matemática, con atención especial a las acciones cognitivas de los niños, y la semiótica de Peirce, con respecto a los signos y al triángulo epistemológico, en asociación con otros dos elementos: el contexto de referencia y el concepto. Este estudio utiliza la metodología cualitativa, puesto que tiene enfoque en los signos producidos por los niños para los objetos matemáticos durante el desarrollo de las actividades de modelación matemática, y que se interpretaron a partir de los triángulos epistemológicos construidos. La atribución de significado a los objetos matemáticos

que surgieron en las actividades de modelación matemática desarrolladas está involucrada en la situación que originó la actividad, lo que indica que tal atribución es un compuesto que tiene en cuenta la situación y las matemáticas de manera articulada. Además, la atribución de significado a los objetos matemáticos adquiere consistencia a medida que los signos se modifican, se alteran y se complementan a consecuencia de las acciones cognitivas de los niños.

Palabras clave: Acciones cognitivas en la modelación matemática, Signos, Triángulo epistemológico.

Résumé

Dans cet article, notre objectif est de rechercher des preuves d'attribution de sens aux objets mathématiques à travers les signes associés à la modélisation mathématique. À cette fin, nous avons analysé deux activités de modélisation mathématique développées dans les premières années de l'école élémentaire, ayant la modélisation mathématique comme cadre théorique, en prêtant attention aux actions cognitives des enfants et ; La sémiotique de Peirce, à propos des signes et du triangle épistémologique, qui les considère en association avec deux autres éléments : le contexte de référence et le concept. La méthodologie qualitative est ce qui soutient cette étude puisque nous nous concentrons sur les signes produits par les enfants, pour des objets mathématiques, lors du développement d'activités de modélisation mathématique, et nous les interprétons à partir des triangles épistémologiques que nous construisons. À partir de ces triangles, nous considérons que l'attribution de sens aux objets mathématiques émergeant dans les activités de modélisation mathématique développées est étroitement liée à la situation à l'origine de l'activité, signalant qu'une telle attribution est un composé qui considère la situation et les mathématiques de manière articulée. De plus, l'attribution de sens aux objets mathématiques gagne en cohérence au fur et à mesure que les signes changent, s'altèrent et se complètent en fonction des actions cognitives des enfants.

Mots-clés : Actions cognitives en modélisation mathématique, Signes, Triangle épistémologique.

Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos

As crianças, desde pequenas, aprendem a se comunicar matematicamente utilizando-se de recursos que as permitem expor suas ideias. De modo geral, a linguagem matemática por elas utilizada depõe ações que representam sua capacidade de interpretar, questionar, compartilhar e comunicar pensamentos. Vemos na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica uma possibilidade de promover tais ações, já que oportuniza a aqueles que desenvolvem atividades de modelagem matemática interpretar e questionar um problema relacionado à realidade, compartilhar seus saberes matemáticos e não matemáticos, e comunicar seus pensamentos sobre o fenômeno estudado.

Nesta investigação ancoramos essa comunicação de pensamentos na teoria semiótica e olhamos para ela a partir de signos, o qual é denotado por Peirce (2005) como algo que representa alguma coisa, seu objeto; não em todas as suas dimensões, mas carrega características dele. A atenção aos signos se consolida no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Em linhas gerais, compreendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que permite exploração/investigação de situações-problemas da realidade por meio de ferramental matemático. Nesse enfoque, atividades de modelagem matemática tendem a valorizar processos de construção de conhecimentos diversos, sobretudo matemáticos, e oportunizar às crianças atuarem como protagonistas desses processos. A Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas oriundos de situações reais a partir de modelos matemáticos. Assim, o modelo matemático é “o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por essa solução” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p.15).

Estudos que abordam a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental têm destinado atenção a variados enfoques. Há estudos que discutem sobre a construção de modelos matemáticos (English, 2010; Tortola; Silva, 2021), outros, em discutir aspectos sobre o desenvolvimento de práticas de modelagem matemática em sala de aula (English, 2003; English; Watters, 2004), há aqueles que olham para os discursos produzidos pelas crianças (Luna; Souza, 2009) e outros para a formação de professores que atuam nos anos iniciais (Gomes, 2018; Gomes; Silva, 2021; Teodoro, 2018). Também há aqueles que discutem sobre modelagem matemática atrelada a outros referenciais teóricos (Tortola, 2012; 2013; Nunomura, 2021).

Seguindo essa linha de interlocução da Modelagem Matemática com outras teorias, o presente trabalho tem por objetivo buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática por crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, pautamo-nos nas assertivas da semiótica peirceana e consideramos o triângulo epistemológico proposto por Veronez (2013) no contexto da Modelagem Matemática, como possibilidade para uma interpretação semiótica dos signos associados aos objetos matemáticos suscitados nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças do quinto ano do Ensino Fundamental, tendo como subsídio para nossa interpretação pressupostos da metodologia qualitativa.

Estruturamos, portanto, o artigo a partir de duas seções teóricas que consideram a Modelagem Matemática e a Semiótica. Na sequência, trazemos os aspectos metodológicos. Posteriormente, à guisa de finalização, tecemos algumas reflexões acerca da investigação empreendida.

Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática teve início no fim da década de 1970 e desde então muitos pesquisadores têm se dedicado a pesquisar essa tendência da Educação Matemática em todos os níveis de escolaridade. No entanto, no que concerne aos anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudos datam a partir do ano de 2000 (English, 2003; 2010; English; Watters, 2004; Luna; Souza; Santiago, 2009; Tortola, 2012; 2016; Teodoro, 2018, Tortola; Silva, 2021; Nunomura, 2021).

Para o desenvolvimento desta investigação fundamentamo-nos nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012) no que se refere a conceber a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, na qual se discute por meio da matemática um problema não essencialmente matemático, visando estabelecer uma relação entre conhecimento matemático e realidade. Essa caracterização é complementada por Tortola (2016) ao defender a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, promove com que as crianças, sob orientação do professor, problematizem situações reais fundamentadas na matemática.

Assumindo essa configuração de Modelagem Matemática, tem-se que a ela está associada uma busca por solução para o problema em estudo. Assim, a dinâmica das aulas com modelagem matemática, de acordo com Tortola e Almeida (2013), tem potencial para favorecer a aprendizagem em múltiplos aspectos: autonomia das crianças na resolução de problemas; apreciação crítica do uso da Matemática nas situações que envolvem a realidade; reflexão enquanto atuante na sociedade; desenvolvimento de competências matemáticas.

Em linhas gerais, os estudos na literatura apontam que atividades de modelagem matemática desempenham um papel importante para a mobilização, construção e produção de conhecimentos e “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos” (English, 2010, p. 288, tradução nossa), tornando possível desenvolvimento de pensamento crítico e reflexivo.

Ao desenvolver atividades de modelagem matemática as crianças têm oportunidades de realizar pesquisas, de debater com os colegas, de utilizar suas próprias representações e, nesse sentido, (re)construir conhecimentos diversos. A oportunidade de formularem hipóteses, investigar, elaborar estratégias para a resolução da situação-problema, observar regularidades, generalizar, sintetizar, de modo a encontrarem a solução da forma mais adequada possível (Tortola, 2016), colocam as crianças como protagonistas de seu processo de aprendizagem e as incentivam a aprender e a propor problemas.

A aproximação entre situações reais e a matemática, viabilizada pela Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, além de considerar uma situação inicial (problemática) e uma situação final (que corresponde a uma solução para a situação inicial), requer um conjunto de ações e procedimentos necessários para se transitar entre essas situações. Esse conjunto de ações e procedimentos se processam no que os autores Almeida e Silva (2012) denotam por ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática. São sobre essas ações que discorreremos na próxima seção.

Ações cognitivas em atividades de modelagem matemática

Discussões sobre processos cognitivos que se associam ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática têm espaço tanto no cenário internacional, com os trabalhos de Ferri (2006) como nacionalmente, com os trabalhos desenvolvidos por Almeida e Silva (2012), Silva (2013), Veronez (2013) e Castro (2017). De maneira geral, esses trabalhos trazem aspectos relacionados ao modo de ver, pensar e agir dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

Ferri (2006) discute sobre o ciclo de modelagem matemática sob uma perspectiva cognitiva. Esse ciclo é depositado sobre as ações dos alunos de transitar de uma situação real para uma situação mental da situação, estruturando o problema e simplificando-o de modo a "filtrar" informações; transitar de um modelo real para um modelo matemático, em que competências matemáticas são requeridas; identificar e interpretar os resultados dessa transição matemática; e por fim validar os resultados finais, remetendo as ações atreladas ao processo cognitivo dos

alunos. Assim, a autora analisa uma atividade de modelagem matemática a partir de um ciclo que constrói, apontando os procedimentos realizados pelos alunos.

Em Almeida e Silva (2012), as autoras investigam relações entre as ações cognitivas em atividades de modelagem matemática, denotadas por compreensão da situação; estruturação da situação; matematização; síntese; interpretação e validação; argumentação e comunicação, e os modos de inferência que relaciona aspectos da semiótica. Em suas discussões trazem reflexões, à luz da semiótica peirceana, acerca dos diferentes raciocínios associados às ações cognitivas dos alunos.

Silva (2013) e Veronez (2013) consideram as ações cognitivas dos alunos em modelagem matemática em associação com a Semiótica de Charles Sanders Peirce. Silva (2013) analisa, semioticamente, por meio da tríade sógnica: signo, objeto e interpretante, atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de graduação com o objetivo de identificar os signos interpretantes que emergem nas diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática. De modo particular a autora olha para as ações cognitivas dos alunos com a intenção de identificar a atribuição de significado para o objeto matemático, e conclui que os signos associados às ações cognitivas dos alunos dão indícios de que houve atribuição de significado para o objeto matemático, e também para o problema. Veronez (2013) por sua vez, discute sobre os papéis dos signos, utilizados e/ou produzidos por alunos em suas ações cognitivas ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, e fundamenta suas discussões nas funções semiótica e epistemológica dos signos.

De modo geral, as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática são expressas de forma implícita, ou explicitamente, no trânsito da situação inicial (problemática) para uma situação final (resposta para a problemática inicial). Entender a situação, interpretar fatos e informações, agrupar ideias, são evidências da ação cognitiva compreensão da situação.

A ação cognitiva estruturação da situação está atrelada à identificação de um problema a resolver. Todavia, essa identificação se relaciona à definição de metas que sejam condizentes para estruturar e/ou simplificar as informações. A tradução desse problema para uma linguagem matemática, a fim de se reconhecer um problema matemático a resolver se associa com a ação cognitiva matematização. Nessa ação também se processa a elaboração de um modelo matemático. A construção e elaboração de um modelo matemático serve para que sejamos capazes de compreender, analisar, realizar previsões e explicar um determinado fenômeno do ponto de vista matemático. De acordo com Almeida e Silva (2012, p. 7), “a elaboração de um modelo matemático é mediada por relações entre as características da

situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos” necessários para se resolver o problema.

Em relação aos anos iniciais do Ensino Fundamental, Tortola e Silva (2021, p. 4); argumentam que “o modelo matemático corresponde a uma representação externa à mente dos sujeitos, cujas declarações dos envolvidos estão em termos matemáticos”. Nesse sentido, o modelo matemático nos anos iniciais pode ser compreendido como “uma linguagem natural, numérica, tabular, gráfica ou figural, as quais podem servir como ponte para uso de outras linguagens” (Tortola, 2012, p. 152).

Sendo o modelo matemático revestido de intencionalidades e interesses dos alunos, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 18) argumentam que sua construção “requer o domínio de técnicas e procedimentos matemáticos e uma coordenação adequada das diferentes representações associadas aos objetos matemáticos”. Assim, visando encontrar uma solução para o problema, faz-se necessário o uso de conhecimentos prévios, a identificação de padrões e a coordenação dos objetos matemáticos em diferentes representações matemáticas, a partir de técnicas e conceitos. Tudo isso, segundo Almeida e Silva (2012), se associa à ação cognitiva síntese.

O olhar do aluno acerca da resposta obtida, a partir do modelo matemático construído, exige que ele seja criterioso e realize um processo avaliativo e analítico perante tal resposta e em relação à representação matemática produzida. Nesse processo o aluno “se depara com a necessidade de comparação e distinção de ideias, generalização de fatos, articulação de conhecimentos de diferentes áreas” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p.18). Esse processo do aluno avaliar sua resposta é recorrente da ação cognitiva interpretação e validação.

Uma vez avaliada a resposta para o problema, os alunos expõem suas considerações para os outros, apresentando, justificando e argumentando suas escolhas e ideias baseadas em seus conhecimentos. Esta comunicação implica em convencer os alunos, a professora e eles mesmos de que aqueles resultados são acessíveis, apresentáveis e consistentes de um ponto de vista matemático (Almeida; Silva, 2012). Essa ação é compreendida como ação cognitiva comunicação e argumentação.

Todas essas ações cognitivas se processam ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a partir de processos reflexivos que conduzem formas de ver, agir e pensar sobre determinada situação. Castro e Veronez (2017) ao discutir sobre as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática chamam atenção para o fato de que elas são interdependentes, porém, não lineares.

Assumindo tais características das ações cognitivas, buscamos identificar os signos que delas são manifestos. É sobre os signos que discutimos na próxima seção.

Semiótica peirceana e os signos

Charles Sanders Peirce contribuiu e dedicou grande parte de sua vida ao desenvolvimento de uma ciência que fosse geral e abstrata a todos os métodos de investigação utilizados nas mais diversas ciências. A essa ciência ele denominou como Semiótica, ciência dos signos. Signo, de acordo com Peirce (1995, p. 46) “é algo que, sob certo aspecto ou de algum modo, representa alguma coisa para alguém; dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo mais bem desenvolvido”. Em outras palavras, o signo é algo que representa alguma coisa para alguém.

Para Santaella (2002), uma das seguidoras de Charles Sanders Peirce, o signo pode ser considerado qualquer coisa, de qualquer espécie, como uma palavra, um livro, um museu, um vídeo, etc., que representa uma coisa (o objeto do signo) e produz em uma mente real ou potencial um efeito interpretativo (interpretante do signo).

Na Semiótica peirceana o signo tem natureza triádica (PEIRCE, 2005). Isso significa que o fundamento do signo (representámen) se associa a um objeto (o que o signo representa) e um interpretante (o que o signo representa para alguém). Essa tríade do signo evidencia que os signos desempenham papel no pensamento e na comunicação, pois, como assevera Peirce (2005), não somos capazes de pensar sem signos. A Semiótica, portanto, pode fornecer elementos para explicar e interpretar aspectos da cognição humana.

No âmbito da matemática, alinhado às ideias de Charles Peirce, Steinbring (2006, p. 1, tradução nossa) aponta que os signos dão materialidade aos pensamentos, e que sem eles “nenhum pensamento humano e nenhuma generalização mental existiria”. Ele complementa essa ideia chamando a atenção para o fato de que o conhecimento matemático não pode ser traduzido por uma mera leitura de signos. Ele precisa ser compreendido a partir do que está implícito no signo manifesto. Para esse autor, o signo matemático tem papel decisivo na codificação, construção e comunicação do conhecimento matemático, porque os objetos matemáticos necessitam de signos (ou símbolos matemáticos) para serem representados, codificados e operados.

Também Hoffmann (2006) argumenta que é impossível compreender e operar diretamente os objetos matemáticos sem os signos. Para esse autor os signos são meios para pensar e comunicar sobre objetos matemáticos, e na medida em que, signos são interpretados

e transformados em signos mais elaborados, pode-se dizer que conhecimentos matemáticos estão sendo desenvolvidos.

Steinbring (2006) argumenta que para a existência de significado aos conceitos matemáticos é necessária uma conexão entre os signos/símbolos e objeto/contexto de referência. Nesse sentido, Steinbring (2005; 2006) associa ao signo/símbolo dois elementos: objeto/contexto de referência e conceito.

Todo conhecimento matemático precisa de certos sistemas de signos ou símbolos para apreender e codificar o conhecimento em questão. Esses próprios signos não têm um significado isolado; seu significado deve ser construído pela criança que aprende. Em um sentido geral, para dotar os signos matemáticos de significados, é preciso um contexto de referência adequado. (Steinbring, 2002, p. 116, tradução nossa)

Essa conexão entre objeto/contexto de referência, signo/símbolo e conceito é expressa por Steinbring (2006) por meio de um modelo que ele intitulou triângulo epistemológico (Figura 1). Para Steinbring (2006), o triângulo epistemológico pode ser usado como um conceito teórico para analisar e/ou descrever alguma particularidade epistemológica do conhecimento matemático e também da comunicação matemática.

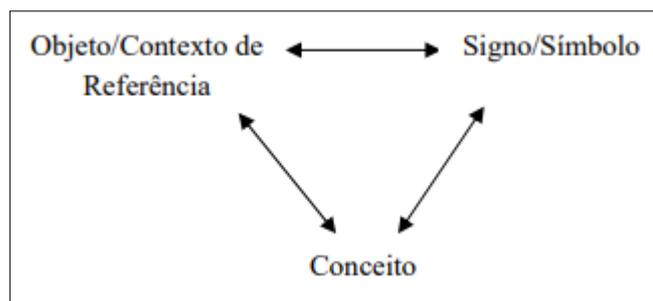


Figura 1.

Triângulo Epistemológico (Steinbring, 2006, tradução nossa, p. 50)

Nesse triângulo epistemológico o signo/símbolo é o portador do conhecimento matemático; é por meio dele que a matemática é representada. Contudo, esse signo/símbolo carrega características do objeto/contexto de referência a que se associa e faz alusão a um conceito. Assim, as ligações entre os três elementos dos vértices desse triângulo ocorrem de maneira interdependente, o que significa que a interpretação dos signos/símbolo em relação ao objeto/contexto de referência pode ser modificada, complementada ou generalizada. Isso possibilita que com a mediação entre esses três elementos novos conhecimentos matemáticos sejam constituídos (Steinbring, 2002). O conceito, nesse cenário, se constitui a partir da relação equilibrada entre os três elementos do triângulo epistemológico (contexto de referência, signo

e conceito). Daí a afirmação de Steinbring (2006) de que, em termos do triângulo epistemológico, é possível compreender o processo de construção de conhecimento matemático.

A consideração de que uma sequência de triângulos epistemológicos pode sinalizar o desenvolvimento de interpretações de um aluno (Steinbring, 2005) ganha espaço nos trabalhos de Farrugia (2007) e Veronez (2013). Farrugia (2007) se utiliza do modelo semiótico (triângulo epistemológico) para analisar como as crianças lidam com os conceitos de multiplicação e divisão. A autora aponta que o conceito de multiplicação foi sendo alterado pelas crianças e ganhando significado; elas conseguiram identificar a multiplicação como somas sucessivas com parcelas iguais e escrever, por exemplo, $3 + 3 + 3 + 3$ como sendo igual a 4×3 . Por outro lado, ela chama atenção para o fato de as crianças não procederem de forma análoga para o conceito de divisão. Farrugia (2007), portanto, pondera que é o contexto de referência que dá suporte para o processo de construção de significado aos objetos matemáticos.

Veronez (2013), por sua vez, analisa as relações entre os três elementos dos vértices do triângulo epistemológico no contexto de atividades de modelagem matemática e discute sobre as funções semiótica e epistemológica dos signos no processo de geração de uma sequência de triângulos epistemológicos ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que denotam a dinamicidade imbricada na Modelagem Matemática, ou seja, no processo de busca por uma solução para o problema que originou a atividade de modelagem matemática.

O estudo ora desenvolvido também compõe o rol de investigações que se ocupam do triângulo epistemológico (Steinbring, 2006) para fazer inferências. Contudo, utilizamos o modelo proposto por Veronez (2013) para discutir sobre a atribuição de significado aos objetos matemáticos ao fazer modelagem matemática, já que essa autora explicita um triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática. Em Veronez (2013), o contexto de referência corresponde aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática, das ações cognitivas dos alunos é que emergem os signos, e o conceito, se associa aos conhecimentos dos alunos e se relacionam com o contexto de referência. Na próxima seção ilustramos o modelo proposto por essa autora e apresentamos nosso percurso metodológico, bem como o contexto em que esse estudo se desenvolveu.

O contexto da pesquisa e os aspectos metodológicos

Para este estudo, no qual se tem por objetivo buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática,

foram consideradas duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças de uma turma do 5º quinto do Ensino Fundamental, de uma escola particular localizada no norte do Paraná. Essas atividades foram desenvolvidas em correspondência ao que é indicado no terceiro momento de familiarização com atividades de modelagem matemática sugerido por Almeida e Dias (2004). As autoras recomendam, nesse terceiro momento, que o professor abra espaço para que os alunos conduzam a atividade de modelagem matemática com mais autonomia, isto é, que a eles seja oportunizado escolher o tema para estudo, eleger um problema para resolver, coletar informações, simplificar os dados, definir hipóteses e problematizar na intenção de obter uma solução para tal problema.

As duas atividades de modelagem matemática abordadas com vistas a refletir acerca do objetivo desse trabalho foram desenvolvidas ao longo dos meses de agosto e setembro de 2021, quando o país ainda sofria as consequências da pandemia provocada pelo vírus Sars-Cov 2 (Covid-19). Nesse período, na escola em que a investigação foi realizada, as aulas já haviam retornado ao modo presencial, porém, pais ou responsáveis ainda podiam fazer a opção pelo ensino remoto, no qual o acesso das crianças às aulas era por meio de plataformas digitais. Assim, participaram da presente investigação 18 crianças, sendo que 17 frequentavam as aulas presencialmente e apenas 1 criança se utilizava do ensino remoto.

O desenvolvimento deste estudo foi pensado segundo a abordagem qualitativa de pesquisas nos moldes de Borba e Araújo (2013, p. 25); segundo esses autores, "pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelos significados dados às ações". Isso quer dizer que esse tipo de pesquisa evidenciam as formas de compreensão e interação com os participantes da pesquisa. Goldenberg (2004) acrescenta que existe uma relação dinâmica entre o contexto investigado e o pesquisador em uma pesquisa qualitativa. Em particular, nessa investigação, o pesquisador teve papel dual: foi professor e pesquisador concomitantemente.

Para assegurar que os aspectos relacionados ao desenvolvimento das atividades de modelagem pelas crianças fossem considerados enquanto as crianças desenvolviam as atividades de modelagem matemática, a professora/pesquisadora utilizou-se do recurso de anotar o que considerava importante e imprescindível. Além dessas anotações de campo, compuseram material de análise as transcrições das gravações em áudio e vídeo das aulas, viabilizadas pelo recurso da plataforma digital utilizada devido ao ensino remoto e os registros produzidos pelas crianças. Com o intuito de preservar a identidade das crianças serão utilizados nomes fictícios para referenciá-las.

O triângulo epistemológico (Figura 2) proposto por Veronez (2013) é o instrumento que utilizamos para trazer interpretações acerca dos signos associados às ações cognitivas dos alunos nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças do quinto ano do Ensino Fundamental, no que se refere à atribuição de significado aos objetos matemáticos suscitados nessas atividades. Nesse triângulo epistemológico o contexto de referência corresponde aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática; o signo, se associa aos signos manifestos nas ações cognitivas das crianças e; o conceito, se atrela aos objetos matemáticos evocados ao longo do desenvolvimento de cada uma das atividades de modelagem matemática.

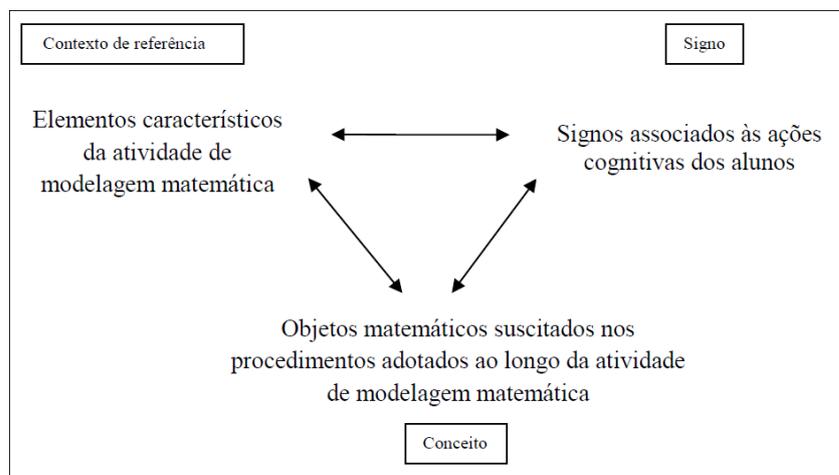


Figura 2.

Triângulo Epistemológico no contexto da modelagem matemática (Veronez, 2013, p. 151)

Nesse triângulo os signos utilizados e/ou produzidos pelos alunos revelam pensamentos e comunicam conhecimentos associados às suas ações cognitivas e, sendo assim, além de representar algo, se referenciam a um contexto de referência e evocam um conceito. Focalizar e interpretar esses signos na relação com os outros dois vértices do triângulo é nosso interesse no estudo, o qual discutimos na próxima seção.

Análise das atividades de modelagem matemática sob uma perspectiva semiótica

As duas atividades de modelagem matemática que subsidiam nossa análise têm os seguintes temas: *Frames por segundo* e *Viagens*, ambos temas escolhidos pelas crianças. A escolha do tema da primeira atividade se deu em decorrência de uma outra atividade de modelagem matemática desenvolvida anteriormente pelas crianças. Foi dessa atividade que desencadeou a curiosidade delas em investigar sobre frames por segundo.

Nessa primeira atividade as crianças tinham como problemática descobrir a quantidade de fotos em um vídeo. Ao passo que assistiam aos vídeos construídos debatiam sobre ele. Em meio a essas discussões, uma das crianças, a saber, Gustavo, fez um comentário: *Professora a diferença entre um jogo e um vídeo é devido a quantidade de FPS que existem ali. No jogo tem 120 FPS em cada cena que acontece, enquanto em um vídeo é outro FPS*, que desencadeou o interesse das crianças em investigar aspectos do FPS e atrelar isso aos vídeos que eles construíram na atividade de modelagem matemática desenvolvida anteriormente.

O segundo tema, denominado Viagens, decorreu de um projeto que as crianças já estavam desenvolvendo com a professora regente da turma. Neste projeto as crianças tinham como objetivo plantar e cultivar uma horta na escola e, em seguida, vender os produtos em uma barraquinha na frente da escola. Um trabalho acerca da educação financeira era o propósito com esse projeto. A ideia central era fazer com que as crianças percebessem o real valor do dinheiro, por meio do esforço e recompensa. A recompensa das crianças, no caso, seria realizar uma viagem ou um passeio com o dinheiro arrecadado. Daí o motivo que levou as crianças a investigar para onde a turma conseguiria ir com R\$300,00 (trezentos reais).

A seguir, abordamos essas duas atividades de modelagem matemática olhando para os signos que foram produzidos e mobilizados pelas crianças em associação com suas ações cognitivas e fazemos inferências frente à interpretação semiótica que realizamos. Ou seja, identificamos os signos produzidos pelas crianças e os analisamos semioticamente, de modo a sinalizar a compreensão delas acerca do fenômeno em estudo.

Qual a quantidade de fotos em um vídeo? - Análise do tema FPS

O desenvolvimento dessa atividade repousa sobre o interesse das crianças em investigar sobre o termo FPS enunciado por uma delas. O fato de a criança enunciar um tema de interesse corresponde ao que preconiza o terceiro momento de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004). Ainda que não houvesse problema enunciado, as crianças, interessadas em compreender o tema, produzem alguns signos como os ilustrados na Tabela 1.

Tabela 1.

Signos associados à ação cognitiva compreensão da situação (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|---|
| Gustavo | Frames pode ser tido como FPS, que é frames por segundo, ou quadros por segundo para ficar mais simples |
| Gina | Gente, pelo que eu entendi, quanto mais desenho, mais fotos tem |
| Samantha | Olha eu pesquisei e eu achei que as câmeras podem filmar 30 ou 60 |

As falas das crianças (Tabela 1) correspondem a signos que atuam como responsáveis pelo entendimento da situação (descobrir o que é o FPS - tema da investigação) e que denotam a ação cognitiva compreensão da situação. Dessa ação, as crianças reconhecem ser “necessário selecionar elementos da situação inicial que são relevantes para a investigação pretendida” (VERONEZ, 2013) e formulam um problema a investigar: *Quantas fotos tem o vídeo que criamos? Esse problema é um signo que decorre da ação cognitiva estruturação da situação.* Os signos emergentes dessas duas ações cognitivas têm como contexto de referência a problemática em estudo: o FPS e o conceito a eles atrelado refere-se ao que, de fato, significa Frames por segundo.

Compreendida a situação analisada, as crianças formulam hipóteses (Tabela 2), e produzem signos em associação com a ação cognitiva matematização.

Tabela 2.

| <i>Signos associados à ação cognitiva matematização (Autores)</i> | |
|---|--|
| <i>Criança</i> | <i>Signo</i> |
| Jeferson | Vamos considerar que todos os celulares têm 60 FPS, até porque o celular de todo mundo aqui da sala é moderno Vamos ver o que temos de matemática aqui |
| Gustavo | Nós temos no vídeo o tempo, então eu acho que vamos utilizar o tempo, até porque o FPS é por segundos e a maioria dos vídeos já estão em segundos e se não tiver podemos converter |

O signo “*Vamos considerar que todos os celulares tem 60 FPS, até porque o celular de todo mundo aqui da sala é moderno*” é uma hipótese, porque as crianças consideram razoável aceitar que seus celulares quando ativados para gravar um vídeo tira 60 fotos por segundo. As hipóteses, além de denotar uma interpretação das crianças, evidenciam características que denotam certo conhecimento sobre o fenômeno investigado, e estão “associada aos modos de ver a situação” (Almeida; Sousa; Tortola, 2015).

Com a hipótese levantada, Jeferson gera um novo signo “*vamos ver o que temos de matemática aqui*”. Esse signo sinaliza uma intenção da criança em ver o problema a ser resolvido por meio de conceitos matemáticos. Esse signo, portanto, sugere uma transição de linguagem; sugere que o problema escrito em linguagem natural pode ser tomado em linguagem matemática a partir da evidência de um problema matemático a ser resolvido. Tal signo é recorrente da ação cognitiva matematização.

O signo de Gustavo: “*nós temos no vídeo o tempo, então eu acho que vamos utilizar o tempo, até porque o FPS é por segundos e a maioria dos vídeos já estão em segundos e se não tiver podemos converter*” que também é uma hipótese e se associa à ação cognitiva matematização, sinaliza que as crianças acreditam que utilizar o tempo em segundos dos vídeos que criaram é o processo que os levará a encontrar uma solução para o problema em estudo. Os signos emergentes da ação cognitiva matematização embora alterem o contexto de referência inicial, mantêm o conceito: significado da expressão FPS. Ou seja, o contexto de referência agora são as informações assumidas e que têm correspondência com o problema em estudo e o conceito atrelado a esses signos refere-se ao que significa Frames por segundo.

Desses signos as crianças iniciam um processo de reflexão e produzem novos signos. A Tabela 3 contém tais signos, emergentes da ação cognitiva síntese, e que denotam o pensar matematicamente das crianças.

Tabela 3.

Signos associados à ação cognitiva síntese (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|---|
| Jeferson | Eu acho que podemos utilizar multiplicação porque se eu tenho 60 fotos em 1 segundo, então eu faço 60 vezes 1 que dá 60 fotos por segundo e aí a gente faz com nosso tempo em segundos só substituir o 1 na multiplicação |
| Samara | Professora, o Jeferson falou que a gente multiplica por 1, substitui por 1, mas eu não entendi nada, eu estava falando com a Nicolý e a gente chegou a uma conclusão: se eu somar 60 no momento que tive 2 segundos eu vou ter 120 fotos, e se eu somar mais 60 eu vou ter 180 fotos para o tempo 3. Eu posso pensar dessa forma? |

O signo “*eu acho que podemos utilizar multiplicação porque se eu tenho 60 fotos em 1 segundo, então eu faço 60 vezes 1 que dá 60 fotos por segundo e aí a gente faz com nosso tempo em segundos só substituir o 1 na multiplicação*” evoca um conceito matemático: a multiplicação. Esse signo também carrega consigo a intenção dele em encontrar uma solução para o problema e indica a construção de um modelo matemático (ainda que ele esteja falando em uma linguagem materna, linguagem falada) associada à sugestão de que se pode multiplicar pelo tempo registrado no vídeo. Ou seja, esse signo sugere uma possibilidade de resolução para o problema a partir do princípio multiplicativo.

Esse signo produzido pelo Jeferson gerou estranhamento em outras crianças e levou à enunciação de um outro signo, retratando uma outra possibilidade de resolução. O signo “*professora, o Jeferson falou que a gente multiplica por 1, substitui por 1, mas eu não entendi*

nada, eu tava falando com a Nicolý e a gente chegou a uma conclusão: se eu somar 60 no momento que tive 2 segundos eu vou ter 120 fotos, e se eu somar mais 60 eu vou ter 180 fotos para o tempo 3. Eu posso pensar dessa forma?” manifesto por Samara, embora se diferencie do signo do Jeferson, suscita o mesmo conceito matemático: a multiplicação. Porém, o processo de multiplicação indicado nesse signo está atrelado ao princípio aditivo. Outros signos associados à ação cognitiva síntese também foram produzidos pelas crianças, conforme ilustrado na Figura 3.

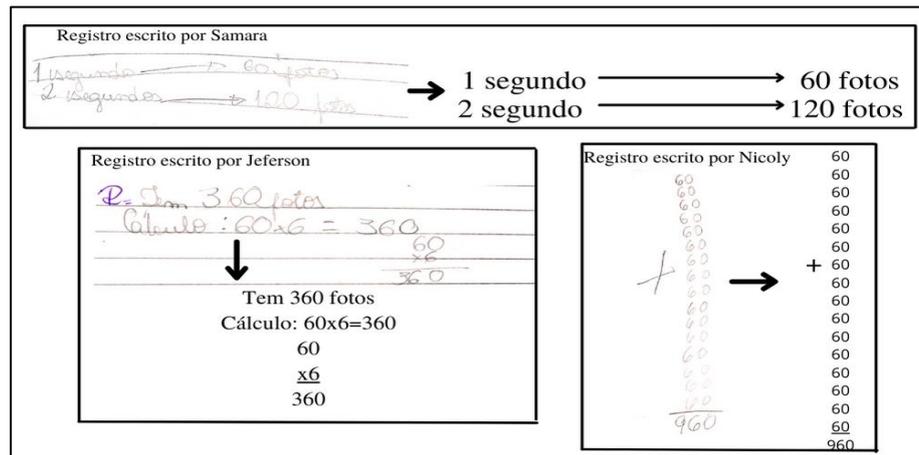


Figura 3.

Signos, da ação cognitiva síntese, produzidos por Samara, Jeferson e Nicolý (Autores)

Os signos produzidos pela Samara e pela Nicolý indicam o uso do princípio aditivo, ainda que de formas diferentes, na resolução de um problema que envolve o conceito de multiplicação. O signo da Samara remete a uma interpretação que dispõe, em linhas, como o problema está sendo resolvido. Ou seja, ela entende que 1 segundo corresponde a 60 fotos e 2 segundos corresponde a 120 fotos (o dobro de 1 segundo), e deixa implícito no seu modo de representar que 3 segundos seriam 180 fotos, ou seja, $60+60+60$, e assim por diante. Já Nicolý explicita sua resolução utilizando soma de parcelas iguais. Essa forma de escrever a multiplicação também é encontrada em Farrugia (2007) quando as crianças usam a repetição do agrupamento de 3 unidades como $3+3+3+\dots$ para indicar o processo de multiplicação por eles utilizado.

No signo de Jeferson há a indicação do algoritmo da multiplicação, sugerindo que ele compreende que o problema em questão pode ser resolvido efetuando-se uma multiplicação que considera a quantidade de segundos vezes 60, em que 60 representa a quantidade de fotos por segundo.

Essas três construções, signos da Samara, Nicolý e Jeferson, são modelos matemáticos, resultantes da ação cognitiva síntese, que indicam uma solução para o problema em foco. Contudo, Gina percebe que realizar somas de termos repetidos, $60+60+60\dots$, ou multiplicar o tempo por 60 não resolvia o problema dela. O signo “*Olha Samara, o Jeferson fez o vídeo dele em 6 segundos então ele multiplicou, mas o meu deu 1 minuto e 58 segundos, não sei o que fazer aqui*” indica que Gina conseguiu perceber que precisa fazer algo mais para descobrir o número de fotos do vídeo.

Tal signo, portanto, inquieta Gina a realizar um processo de reflexão perante o modelo matemático construído por Samara, Nicolý e Jeferson (Figura 3), e leva à produção de um novo signo: “*Se eles utilizaram os segundos, e eu já tenho 58 segundos, o que eu faço com esse 1 minuto profa.? Eu posso colocar 60 porque 60 é 1 minuto?*”. Esse signo, ainda que direcione uma questão para a professora, indica que Gina reconhece que há necessidade de transformar o tempo de seu vídeo em segundos (Figura 4).

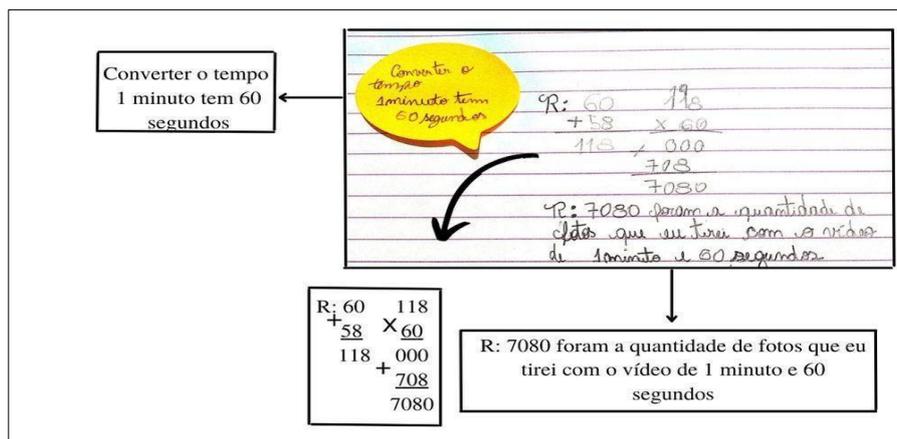


Figura 4.

Signos produzidos por Gina na ação cognitiva síntese (Autores)

As anotações matemáticas referentes aos cálculos efetuados por Gina se comportam como modelos matemáticos e denotam a utilização de diferentes linguagens (linguagem matemática e linguagem falada) na tentativa de indicar uma solução para o problema. O signo: “*Converter o tempo 1 minuto tem 60 segundos*” indica que ela sabe que para converter 1 minuto e 58 segundos para segundos precisa somar 60 segundos nos 58 segundos. Assim, o resultado da adição $60+58 = 118$, é assumido como o tempo gasto em seu vídeo e, nesse sentido, ela multiplica esse resultado por 60 (quantidade de fotos por segundo). Não obstante, Gina ainda sente necessidade de registrar o resultado em linguagem natural, produzindo o signo: “*7080 foi*

a quantidade de fotos que eu tirei com o vídeo de 1 minuto e 60 segundos”. Embora haja um equívoco nesse signo, pois o tempo de vídeo dela é de 1 minuto e 58 segundos, compreendemos que ela apenas se confundiu na escrita, pois os cálculos matemáticos estão corretos, foram considerados 1 minuto e 58 segundos na multiplicação.

Todos os signos associados à ação cognitiva síntese (Figura 3 e Figura 4) possuem como contexto de referência o processo investigativo atrelado à busca por solução para o problema e o conceito está associado à unidade de medida de tempo, à multiplicação e à adição.

A aceitação dessas soluções por todas as crianças é resultado da ação cognitiva interpretação e validação (Tabela 4) e as argumentações e discussões ensaiadas por elas ao justificar as soluções obtidas decorrem da ação cognitiva comunicação e argumentação.

Tabela 4.

| <i>Signos associados à ação cognitiva interpretação e validação (Autores)</i> | |
|---|---|
| <i>Criança</i> | <i>Signo</i> |
| Gina | Eu somei o tempo de 1 minuto com 58 segundos e depois eu multipliquei por 60 |
| Samara | Entendi. Foi parecido com o que a gente tinha feito antes só que sem somar o tempo, somente multiplicar |
| Jeferson | Então isso significa que quando der mais de um minuto a gente precisa converter o minuto em segundo e depois multiplicar por 60 |

Esses signos da Tabela 4 têm como contexto de referência a análise das respostas obtidas e o conceito corresponde aos objetos matemáticos emergentes no processo de resolução do problema.

Os signos decorrentes das ações cognitivas dos alunos provocaram alternância tanto do contexto de referência como do conceito. Nesse sentido, os três elementos do triângulo epistemológico foram se modificando, se ampliando. Contudo, foram os signos de cada uma das ações cognitivas das crianças que trouxeram à tona novas interpretações e, portanto, a produção de novos signos, fazendo o contexto de referência ser modificado e evocando conceitos que a eles se atrelavam. O triângulo epistemológico, dessa atividade, que construímos e que denota alternância de seus três vértices é ilustrado na Figura 5.

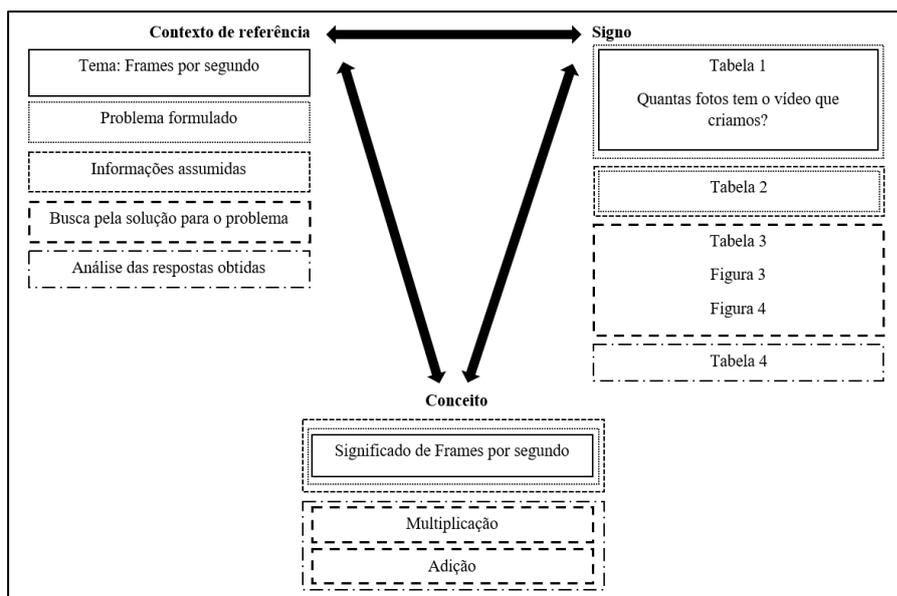


Figura 5.

Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Frames por segundo
(Autores)

Para ilustrar a associação entre os três elementos do triângulo epistemológico optamos por apresentar caixas de textos de formatos diferentes. Assim, signo, contexto de referência e conceito que possui o mesmo formato de caixa de texto estão em associação, ou seja, compõem um triângulo epistemológico. Por exemplo, o signo “Quantas fotos tem o vídeo que criamos?” se associa ao contexto de referência tema: frames por segundo e ao conceito: significado de frames por segundo em um momento na atividade de modelagem matemática e, em outro momento, fica alterado apenas um dos vértices do triângulo, a saber, o contexto de referência: problema formulado.

Para onde viajar? – Análise da atividade de modelagem matemática cujo tema é Viagens

O projeto “Horta na escola” foi o pontapé dessa atividade de modelagem matemática já que a partir desse projeto as crianças elegem como interesse investigar lugares para onde poderão viajar com o dinheiro arrecado na venda dos produtos da horta. O entendimento da situação inicial, a interpretação dos fatos e a compreensão da dimensão do projeto estão relacionadas à ação cognitiva compreensão da situação e, a partir disso, as crianças sinalizam um problema a resolver: Para onde viajar com o dinheiro arrecadado? Essa pergunta é um signo que foi indicado por Jeferson, e esse signo é resultado da ação cognitiva estruturação da situação.

Para resolver a problemática em estudo as crianças delimitam estratégias com o intuito de verificar o que seria necessário investigar para se realizar uma viagem. Na Tabela 5 apresentamos signos que estão associados aos modos de compreender e pensar das crianças sobre o fenômeno em estudo (a viagem). Esses signos, correspondentes à ação cognitiva compreensão da situação, comunicam interpretações das crianças sobre a situação.

Tabela 5.

Signos associados à ação cognitiva compreensão da situação (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|---|
| Jeferson | Onde vamos nos hospedar? |
| Gina | A gente precisa ver sobre a gasolina Transporte |
| Gustavo | Gasolina e o pedágio Não gente, primeira coisa é ver quanto a gente vai arrecadar e a professora já tinha falado em outro momento, porque eu acho que é pouco dinheiro pra tudo isso que estão falando |
| Nicolly | Tem a comida |
| Samara | Materiais de higiene |

Esses signos “*Onde vamos nos hospedar?*”, “*Transporte*”, “*A gente precisa ver sobre a gasolina*”, “*Gasolina e pedágio*”, “*Tem a comida*”, e “*Materiais de higiene*” indicam um direcionamento das crianças sobre o que pode ser considerado e quais caminhos as crianças podem assumir, com isso o contexto de referência atrelado a esses signos é o tema, e o conceito corresponde ao valor a ser arrecadado na horta.

Contudo, ao perceberem a quantidade de coisas necessárias para se realizar uma viagem, um novo signo emergiu: “*Não gente, primeira coisa é ver quanto a gente vai arrecadar e a professora já tinha falado em outro momento, porque eu acho que é pouco dinheiro pra tudo isso que estão falando*” e indica que a criança entende que para se realizar uma viagem é necessário saber quanto de dinheiro se dispõe para depois analisar outros elementos. Tal signo sinaliza que a quantidade de dinheiro é uma hipótese e é resultado da ação cognitiva matematização. Na Figura 6 apresentamos informações que foram socializadas com as crianças a respeito do projeto horta na escola.

| | | | |
|---|--|--|--|
| - A escola emprestou R\$110,00 para ajudar na construção da horta; - Os vasilhos a escola pagou; - Foram plantados mudas de Almeirão, cebolinha, salsinha e alface; | | | |
|  Muda de alface: R\$0,60 |  Muda de cebolinha: R\$0,85 |  Muda de salsinha: R\$ 2,35 |  Muda de almeirão: R\$ 2,50 |
| - A professora regente realizou os cálculos para descobrir a quantidade que arrecadariam com as vendas e obteve como média de lucro: R\$300,00 | | | |

Figura 6.

Informações relativas ao projeto Horta na escola (Autores)

A informação sobre a quantidade que possivelmente poderiam arrecadar, que foi realizada pela professora regente em um outro momento, se comportou como hipótese para as crianças no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e provoca Gustavo a sinalizar um outro problema, agora evidenciando a quantidade média que eles teriam de dinheiro arrecadado com a horta: “*Professora, então se a quantidade que a gente vai arrecadar é R\$300,00, então nosso problema vai ser: Para onde conseguiremos viajar com 300 reais?*”. Esse problema corresponde a um signo que indica uma possibilidade de investigação sobre o tema e resulta da ação cognitiva estruturação da situação. Tal signo tem como contexto de referência o problema formulado em outros moldes, ou seja, considerando a hipótese, e o conceito refere-se ao valor médio que estão assumindo.

Considerado esse novo problema, as crianças elaboram estratégias para identificar a quantidade que cada criança receberá com a venda dos produtos da horta. Tais estratégias (Tabela 6) correspondem a signos associados ora à ação cognitiva matematização, ora à ação cognitiva síntese e direcionam as crianças para a construção de um modelo matemático.

Tabela 6.

Signos associados à ação cognitiva matematização e síntese (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|--|
| Samara | Se temos 300 reais quanto cada um de nós terá? |
| Jeferson | A gente vai ter que dividir 300 por 18 Vamos pensar sobre a entrada do nosso passeio, porque não temos muito dinheiro e aí o que estávamos conversando antes nossos pais pagam e a gente paga a entrada |
| Gina | Não está dando, não sei como continuar. Deu 16 embaixo da chavinha e sobrou 12 Mas não tem como! 12 não dividi 18, o 18 é maior que 12 Jeferson, estou irritada. Não quero mais fazer a conta |

Foi o signo “*Se temos R\$300,00 quanto cada um de nós terá?*” manifesto por Samara, que remeteu à ideia da necessidade de determinar a quantidade que cada criança receberá com a venda das mudas, que indicou o reconhecimento de uma transição de linguagens entre o problema formulado e a tradução desse problema para um problema matemático, característico da ação cognitiva matematização. Esse signo representa que a criança pensou matematicamente sobre o problema formulado e estabeleceu relações com a quantidade de crianças da turma, já que o valor arrecadado da horta seria utilizado por todos.

Em complemento a esse signo, o signo “*A gente vai ter que dividir 300 por 18*”, manifesto por Jeferson, indica um conceito matemático: a divisão. Esse signo carrega a intenção da criança em identificar quanto cada um receberá com a venda dos produtos da horta e sinaliza a busca por uma resposta para o problema, esse signo sugere um caminho para se chegar à solução para o problema e sinaliza o reconhecimento de que para a escolha do local de viagem é necessário primeiro saber quanto em dinheiro cada um terá.

Desse signo manifesto por Jeferson foi gerado outro signo: “*Não tá dando, não sei como continuar. Deu 16 embaixo da chavinha e sobrou 12*” e “*Mas não tem como! 12 não dividi 18, o 18 é maior que 12 Jeferson, estou irritada não quero mais fazer a conta*” manifesto por Gina, que revela que ela se sentiu desconfortável (irritada) pelo fato de não conseguir dividir um número pelo outro. Ponderamos que esse desconforto se refere à divisão ter como quociente um número decimal. Por outro lado, esse desconforto favoreceu com que a professora pesquisadora orientasse as crianças sobre o modo de proceder em relação às operações matemáticas que possuem quociente decimal. Tal orientação se associa a uma característica da modelagem matemática que é a oportunidade de se estudar conceitos matemáticos que ainda não foram vistos ou revisar conceitos já estudados (Veronez, 2013, p. 87). Os signos emergentes dessas ações cognitivas, matematização e síntese, têm como contexto de referência a busca por solução para o problema e o conceito está atrelado à divisão.

Ao refletirem sobre o resultado obtido da divisão de 300 por 18 ($300 \div 18 = 16,75$), que é o valor assumido como a quantia destinada a cada criança, Jeferson argumenta: “*Vamos pensar sobre a entrada do nosso passeio, porque não temos muito dinheiro e aí o que estávamos conversando antes nossos pais pagam e a gente paga a entrada*”, essa fala é um signo, pois indica que ele sabe que a quantidade de dinheiro que possuem é pouca e revela que a criança reconhece que o dinheiro que eles terão pagaria somente a entrada do lugar pretendido. Esse signo, associado à ação cognitiva interpretação e validação, sinaliza o entendimento da criança sobre o fenômeno em estudo e sua interpretação diante da representação matemática (o valor que cada criança terá) e da própria situação.

Em decorrência dessa conclusão as crianças julgaram necessário investigar o valor de ingresso (entrada) de alguns lugares que sejam próximos à cidade que residem, a saber: parques aquáticos e cinema. Essa investigação provoca a produção de signos (Figura 7) que se associam à ação cognitiva compreensão da situação, já que as crianças buscaram saber o custo de cada um desses lugares.

| | | | |
|---|---|--|---|
|  |  |  |  |
| Ody Park em Maringá - PR | Solar das águas quentes em Maringá - PR | Por do sol em Pitangueiras - PR | Cinema em Apucarana - PR |
| Valores sem almoço: | Valores: | Valores: | 3D Digital |
| Quarta à Sexta Adulto: R\$45,00; Criança: 40,00 | Adulto: R\$50,00 Criança: R\$30,00 | Adulto: R\$50,00 Criança: R\$30,00 | Inteira R\$ 26,00 Meia R\$ 13,00 |
| Sábado, Domingo e Feriado: Adulto: R\$60,00 Criança: 50,00 | Desconto para 22 pessoas R\$40,00 adultos | Desconto acima de 20 pessoas é de 10% | 2D Digital Inteira R\$ 24,00 Meia R\$ 12,00 |
| | | | Quarta Maluca: todos pagam meia |

Figura 7.

Signos associados à ação cognitiva compreensão da situação (Autores)

Da análise desses signos as crianças optam por investigar os descontos concedidos pelo parque aquático Pôr do Sol, uma vez que percebem que há possibilidade de desconto nos valores de entrada considerando um grupo de pessoas. A Tabela 7 ilustra os signos produzidos pelas crianças que decorrem da ação cognitiva síntese.

Tabela 7.

Signos associados à ação cognitiva síntese (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|--|
| Jeferson | <p>Se fosse 50% seria 25, professora? Porque metade de 50 é 25 e metade de 100 é 50</p> <p>10% para R\$100 reais, aí não sei. O vendedor te dá 10% de desconto você tira R\$10 disso, mas R\$50,00 é R\$5,00 porque é a metade de R\$100,00.</p> <p>Pensa assim gente, R\$5,00 é 10% de R\$50,00 porque 5 vezes 1 é igual 5, 20% é 5 vezes 2, quanto que dá? 10 né? 30% é 5 vezes 3 igual 15, ou seja 30% de 50 é 15, 40% é R\$20,00, 50% é R\$25,00 que é metade de R\$50,00, 60% é R\$30,00, 70% é R\$35,00, 80% vai ser R\$40,00, 90% vai ser R\$45,00, 100% vai ser R\$50,00.</p> <p>A cada R\$3,00 a gente vai ganhar R\$3,00. É o mesmo raciocínio. A gente tem que é R\$30,00 o passaporte e também teremos 10% de desconto, 10% de desconto é R\$3,00. Porque a gente tira o 0 do 30, aí a gente tem 3 então vamos olhar pra tabuada do 3, 3 vezes 1 é igual a 3, por isso teremos R\$3,00 de desconto. Quanto que dá 30 menos 3 Samara? R\$27,00 né</p> |

| | |
|--------|--|
| Gina | Então a gente tem R\$100,00 a passagem e a gente vai fazer por 10% de desconto, então a gente pega os dois primeiros números e faz 10 vezes 10 que é igual a 100, então 10% de R\$100,00 seria 10 vezes 1 que é igual a 10, ou seja 10% de R\$100,00 é R\$10,00. Entendi, então na tabuada do 5 a cada 10% é R\$5,00. |
| Samara | Tudo bem, mas gente e no convite de criança? Por que esse era de adulto, como pensaremos quanto será 10% de 30,00? |

Os signos “*Se fosse 50% seria 25, professora? Porque metade de 50 é 25 e metade de 100 é 50*” e “*10% para R\$100 reais, ai não sei. O vendedor dá 10% de desconto você tira R\$10 disso, mas R\$50,00 é R\$5,00 porque é a metade de R\$100,00*” que foram manifestos por Jeferson evoca o conceito matemático: porcentagem. Esse signo indica que ele, estrategicamente, está pensando no conceito de porcentagem relacionando-o com a divisão de frações, pois ele tenta relacionar a metade de 100% (que é o todo). Esse signo, além de carregar a interpretação da criança, denota que ele busca identificar quanto de desconto seria concedido considerando o grupo mínimo de pessoas. Essa interpretação corresponde à ação cognitiva síntese, ação na qual “torna-se necessário o uso de conceitos, técnicas, métodos e representações” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 18).

Como esse signo causou estranhamento nas crianças, Jeferson manifestou um novo signo: “*Pensa assim gente, R\$5,00 é 10% de R\$50,00 porque 5 vezes 1 é igual a 5, 20% é 5 vezes 2, quanto que dá? 10 né? 30% é 5 vezes 3 igual 15, ou seja 30% de 50 é 15, 40% é R\$20,00, 50% é R\$25,00 que é metade de R\$50,00, 60% é R\$30,00, 70% é R\$35,00, 80% vai ser R\$40,00, 90% vai ser R\$45,00, 100% vai ser R\$50,00*”. Tal signo indica que ele está relacionando a tabuada do 5 com o cálculo da porcentagem. Essa estratégia da criança se deu por ele perceber a relação da porcentagem com 100%, inferindo que bastaria retirar os zeros e associar o número com a multiplicação (tabuada).

Esse novo conceito mobilizado pelas crianças ao desenvolverem essa atividade de modelagem matemática favoreceu com que novos signos fossem produzidos. Essa geração de novos signos depõe (des)conhecimentos dos alunos sobre os objetos matemáticos (Veronez; Chulek, 2020), isso significa que a composição de novas interpretações se dá por meio das ações que as crianças têm quando estão tentando solucionar o problema. O signo “*Então a gente tem R\$100,00 a passagem e a gente vai fazer por 10% de desconto, então a gente pega os dois primeiros números e faz 10 vezes 10 que é igual a 100, então 10% de R\$100,00 seria 10 vezes 1 que é igual a 10, ou seja 10% de R\$100,00 é R\$10,00*” indicado por Gina, sinaliza a sua compreensão a partir do signo manifesto por Jeferson (discutido nos parágrafos anteriores).

A possibilidade de a professora pesquisadora intervir nas discussões e explicar para as crianças o que é a porcentagem e em quais momentos são e podem ser utilizada se deve ao fato de que em modelagem matemática o professor pode atuar “como orientador, direcionando, explicando, sugerindo, expondo e auxiliando os estudantes durante a realização das atividades” (Lima, 2020, p. 32).

Com a solução do valor de entrada dos adultos Jeferson indica quanto as crianças pagariam com o desconto: “A cada R\$3,00 a gente vai ganhar R\$3,00. É o mesmo raciocínio. A gente tem que é R\$30,00 o passaporte e teremos 10% de desconto, 10% de desconto é R\$3,00. Porque a gente tira o 0 do 30, aí a gente tem 3 então vamos olhar pra tabuada do 3, 3 vezes 1 é igual a 3, por isso teremos R\$3,00 de desconto. Quanto que dá 30 menos 3 Samara? R\$27,00 né”. Esse signo indica o conceito: porcentagem e multiplicação, e sinaliza os valores de entrada do parque com desconto. Essa forma de escrever a porcentagem pela criança se configura como uma resposta para saber o valor da porcentagem, todavia, não corresponde à representação correta da porcentagem, pois a associação feita por Jeferson viabiliza somente dezenas que possuem o zero como unidade.

Assim, todos os signos associados à ação cognitiva síntese (Tabela 7) possuem como contexto de referência o processo investigativo atrelado à busca por solução para o problema e o conceito está associado à multiplicação (tabuada), à divisão e à porcentagem.

Compreendida a quantidade paga na entrada do parque aquático escolhido, as crianças consideram analisar a resposta obtida. Esse processo é recorrente da ação cognitiva interpretação e validação (Tabela 8).

Tabela 8.

Signos associados à ação cognitiva interpretação e validação (Autores)

| Criança | Signo |
|----------|---|
| Jeferson | Não vai dar pra ir para o Pôr do Sol, falta R\$10,40 para R\$27,00 |
| Gustavo | Vamos pensar assim, a professora, disse que vamos conseguir arrecadar 300 reais com nossa horta até o mês de novembro, a gente está em setembro. Então setembro, outubro, novembro, 2 á 3 meses para a horta crescer e vendermos e se a gente fizer um pouco mais da horta professora? Poderíamos ficar até dezembro pra conseguir arrecadar esse valor. Vamos pensar em um plano b, nosso plano A é ir viajar pro pôr do sol então, vamos ver o plano B. Profa. nós temos uma resposta, com R\$300,00 podemos ir ao cinema e se trabalharmos um pouco mais para arrecadar, deixa eu ver aqui, R\$187,20 a mais a gente consegue ir para o pôr do sol |

Após identificado o valor da entrada do parque aquático, o signo “*Não vai dar pra ir para o Pôr do Sol, falta R\$10,40 para R\$27,00*” manifesto por Jeferson sinaliza que a criança

refletiu que a quantidade de dinheiro a ser arrecadada com a horta não é suficiente para pagar tal entrada. Além disso, esse signo traz à tona o uso do conceito de subtração por essa criança.

Da avaliação das soluções obtidas e conclusões ensaiadas, foi gerado um novo signo: *“Vamos pensar assim: a professora, disse que vamos conseguir arrecadar R\$300 reais com nossa horta até o mês de novembro, a gente está em setembro. Então setembro, outubro, novembro, dá 2 a 3 meses para a horta crescer e vendermos e se a gente fazer um pouco mais da horta professora?”*. Esse signo, manifesto por Gustavo, além de indicar que ele refletiu sobre as soluções obtidas, sugere uma possibilidade para conseguir arrecadar o dinheiro que falta para eles irem ao parque aquático. Gustavo também percebe que adiar a ida pode ser uma possibilidade, como também poderiam considerar outro local. Os signos: *“Vamos pensar em um plano B, nosso plano A é ir viajar pro pôr do sol então, vamos ver o plano B.”* e *“Profa. nós temos uma resposta, com R\$300,00 podemos ir ao cinema e se trabalharmos um pouco mais para arrecadar, deixa eu ver aqui, R\$187,20 a mais a gente consegue ir para o pôr do sol.”* indicam essas novas possibilidades: ir ao cinema ou prolongar a viagem e arrecadar mais dinheiro.

Sendo assim, as crianças concluem que para pagar a entrada do parque aquático é necessário arrecadar mais dinheiro e que para ir ao cinema terão dinheiro suficiente. Esses signos associados a ação cognitiva interpretação e validação (Tabela 8) têm como contexto de referência a análise das respostas obtidas e o conceito corresponde aos objetos matemáticos utilizados para resolver e as possibilidades indicadas como planos A e B.

Os signos produzidos nessa atividade de modelagem matemática provocaram alternância dos contextos de referência e dos conceitos. A associação entre esses três elementos encontra-se ilustrada no triângulo epistemológico da Figura 8.

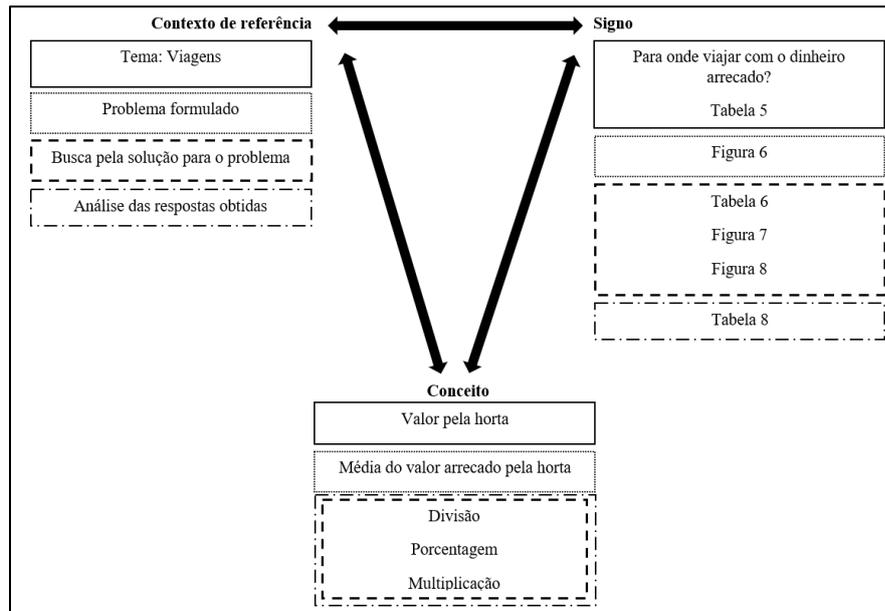


Figura 8.

Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Viagens (Autores)

Nesse triângulo epistemológico as caixas de textos também estão com formatos diferentes, que associados ilustram a alternância entre os três elementos do triângulo epistemológico. Desse modo, os signos: Para onde viajar com o dinheiro arrecadado? e Tabela 5 que estão dentro de uma caixa de texto com contorno contínuo, bem como o contexto de referência (Tema: viagens) e o conceito (valor pela horta) que estão com o mesmo contorno se associam entre si. Assim, esses três elementos constituem um triângulo epistemológico dessa atividade de modelagem matemática, dentre tantos outros que aparecem construídos na Figura 8.

Na próxima seção discutimos acerca do objetivo desse estudo apoiadas nos triângulos epistemológicos que construídos e que correspondem à nossa interpretação semiótica das duas atividades de modelagem matemática aqui descritas e analisadas.

Resultados e discussões

A busca por indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática vem alicerçada nos signos produzidos pelas crianças ao longo do desenvolvimento das duas atividades de modelagem matemática abordadas nas seções anteriores. Nossa interpretação semiótica é, portanto, ilustrada nos triângulos epistemológicos que construímos para cada uma dessas atividades.

Em nossa interpretação os signos, associados às ações cognitivas das crianças, carregam, de modo geral, características da situação em estudo e, de modo mais específico, conhecimentos sobre conceitos matemáticos. A cada signo produzido pelas crianças identificamos relações com os outros dois vértices do triângulo: o contexto de referência e o conceito. Assim, tais signos faziam alterar tanto o contexto de referência como o conceito. O contexto de referência sofria alteração dentro do contexto dos elementos característicos da Modelagem Matemática e o conceito alternava segundo os conceitos, tanto da situação como da Matemática, que eram suscitados.

O fato de os signos se alterarem, se modificarem e, de certo modo, se complementarem denotam que as crianças realizam interpretações diversas, que se relacionam ora com a situação, ora com a Matemática e ora considerando articulações entre situação e Matemática. Também sinaliza que os signos correspondem ao que Peirce (2005) aponta quando enfatiza que os signos representam algo que se quer comunicar.

A dinamicidade dos signos produzidos pelas crianças indica que suas interpretações vão sendo alteradas, repensadas e modificadas ao passo que realizam novas interpretações, se familiarizam com o tema em estudo e consideram características da situação em estudo ou dos conceitos matemáticos que se utilizam na busca por uma resposta para o problema em questão. Daí o fato dessa dinamicidade dos signos favorecer a alternância dos outros dois elementos do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito.

Em particular, os signos produzidos pelas crianças sugerem indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos quando na atividade com o tema FPS a cadeia de signos por elas produzidos fazem alterar o contexto de referência e o conceito a eles atrelado. O fato de as crianças produzirem signos em um processo dinâmico, que retrata suas interpretações e familiaridade com o tema em estudo, e em relação com o que estão analisando denota que elas atribuem significado tanto ao que fazem quanto aos objetos matemáticos que evocam em suas interpretações.

Independente da natureza dos signos produzidos pelas crianças (afirmações questionamentos, conjecturas, considerações), em associação com suas ações cognitivas, evidenciamos que a atribuição de significado para os objetos matemáticos não ocorre de forma estanque. Ao contrário, ela acontece na articulação desses signos com os outros dois elementos do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito, e não pode ser reconhecida em separado deles. Assim, ponderamos que a atribuição de significado aos objetos matemáticos se dá na associação entre os signos produzidos pelas crianças, o contexto de referência que elucida

aspectos da modelagem matemática e os conceitos suscitados no processo de compreensão da situação e no processo de resolução do problema em estudo.

No caso da atividade cuja temática é Viagens, a atribuição de significado para os objetos matemáticos vem imbricada com todos os signos que as crianças produziram e que, de certo modo, referem-se à situação que originou a atividade, isto é, o interesse das crianças por investigar onde conseguiriam viajar com o dinheiro arrecadado com o projeto horta na escola. Afinal, de fato a atribuição de significado é um composto que considera a situação e a matemática de maneiras articuladas, manifesto por signos.

De modo geral, podemos inferir que os signos produzidos se alteravam na medida que iam ganhando consistência e se complementando frente às ações cognitivas das crianças em relação a aspectos específicos da situação em estudo. Essa alternância dos signos traz à tona o caráter dinâmico da Modelagem Matemática e expressa, nos triângulos epistemológicos construídos, que tais signos não podem ser analisados de forma dissociada, já que eles retratam intenções, familiaridades e interpretações das crianças: com o tema, com o problema, com o objeto matemático e com a resposta para o problema em estudo.

Algumas considerações

Considerando o interesse em buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática, voltamos nossa atenção para duas atividades de modelagem matemática, em que ao olhar para cada atividade em particular, buscamos a partir dos dados coletados e da análise realizada, discutir, semioticamente (por meio de triângulos epistemológicos), sobre os signos produzidos pelas crianças.

Em tais triângulos, os vértices se modificavam, alternavam ou evoluíam conforme a interpretação das crianças ao longo das atividades. Os signos, associados às ações cognitivas, tinham naturezas diversas e por vezes se associavam mais a aspectos da situação e ora mais a características matemáticas. Contudo, eram as ações cognitivas das crianças que favoreciam a produção de signos que, por consequência, alteravam o contexto de referência e o conceito. O contexto de referência, na maioria das vezes, esteve atrelado a aspectos específicos da modelagem matemática, no entanto, o conceito, se referia ora à Matemática, ora a aspectos da situação.

Essa alternância dos vértices dos triângulos epistemológicos construídos, além de evidenciar uma característica proposta por Steinbring (2005), de que a relação dos três vértices é flexível e que nunca podem ser analisados de forma isolada, enaltece a dinamicidade da

modelagem matemática e sugere que o processo dinâmico de produção de signos é o que favorece atribuição de significado aos objetos matemáticos no fazer modelagem matemática.

Referências

- Almeida, L. M. W. Silva, K. A. P. da (2012). Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: algumas relações. *Ciência & Educação*. v.18, n.3.
- Almeida, L. M. W. Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.
- Almeida, L. M. W. Silva, K. A. P. da. Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo : Contexto.
- Almeida, L. M. W. Sousa, B. N. P. A. Tortola, E. (2015). Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6. Pirenópolis. *Anais...* Pirenópolis: SBEM.
- Borba, M. C. Araújo, J. L. (Orgs.) (2013). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica.
- Castro, É. M. V. (2017). *Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava].
- Castro, É. V. Veronez, M. R. D. (2021). Procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática. *Revista Multidisciplinar de Licenciatura e Formação de Docentes*, [s. l.], v. 15, ed. 1, p. 95-120.
- English, L. (2003). Mathematical modelling with young learners. In: Lamon, S. J. Parker, W. A. Houston, S. K. (Eds.). *Mathematical Modelling: a way of life*. Chichester: Horwood Publishing, p. 3-18.
- English, L. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. In: Lesh, R. et al. (Eds.). *Modeling students' mathematical modeling competencies*. Springer: New York, London, p. 287-300.
- English, L. Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. In: Høines, M. J. Fuglestad, A. B. (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen: IGPME, v. 2, p. 335-342.
- Lima, F. H. (2020). *Um estudo sobre as intervenções de um professor em atividades de modelagem matemática*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais].
- Luna, A.V. A. Souza, E. G. Santiago, A. R. C. M. (2009). A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157.
- Farrugia, M. T. (2007). The use a semiotic model to interpret meanings for multiplication and division. Cerme - Congress of the european society for research in mathematics education, 5, *Proceedings...* Lanarca. University of Cyprus. pp. 1200-1209.
- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblattfür Didaktik der Mathematik*, v. 38, n. 2, p. 86-95.

- Goldenberg, M. (2004). *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 8. ed. Rio de Janeiro: *Record*.
- Gomes, J. C. S. P. Silva, K. A. P. (2021). Prática de Modelagem Matemática nos anos iniciais: um olhar para o processo de formação. *Pesquisa e Debate em Educação*, Juiz de Fora: UFJF, v. 11, n. 2, p. 01-23, e31742, jul./dez.
- Gomes, J. C. S. P. (2018). *Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina].
- Hoffmann, M. H. G. (2006). *What this a “Semiotic perspective”, and what could it be?* Some comments on the contributions to this special issue. *Springer*, v. 61, p. 279-291.
- Numomura, A. R. T. (2021). *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para os Registros de Representação Semiótica*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina].
- Peirce, C. S. (2005). *Semiótica*. São Paulo: Perspectiva.
- Peirce, C. S. (1995). *A teoria geral dos signos: Semiose e autogeração*. São Paulo: Ática.
- Santaella, L. (2002). *Semiótica aplicada*. São Paulo: Pioneira Thomson.
- Silva, K. A. P. da. (2013). *Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina].
- Steinbring, H. (2002). How do Mathematical Symbols Acquire their Meaning? In: Hans-Georg Weigand, Neville Neill, Andrea Peter-Koop, Kristina Reiss, Günter Törner, Bernd Wollring (Eds.): *Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries*. Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics, Bern, 1999. Franzbecker: Hildesheim, S. pp. 113-123.
- Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective*. Mathematics Education Library, vol. 38, New York: Springer.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a Mathematical Sign? An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*. New York: Ed. Springer, v. 61, n. 1, p.133-162, feb.
- Teodoro, F. P. (2018). *A recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos iniciais*. [Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá].
- Tortola, E. (2016). *Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina].
- Tortola, E. (2012). *Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina].
- Tortola, E. Almeida, L. M. W. (2013). Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago.

Tortola, E. Silva, K. A. P. (2021). Sobre modelos matemáticos nos anos iniciais: das pesquisas às práticas. *Em Teia* | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 12, n. 3.

Veronez, M. R. D. (2013). *As funções dos signos em atividades de modelagem matemática*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina].

Veronez, M. R. D. Chulek, C. (2020). Modelagem Matemática: um olhar semiótico. *Educação Matemática Debate*, v. 4, p. 1-24.

Revisores:

Vera Bonilho

Leonardo Spanghero

O presente trabalho foi realizado com apoio do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).