

História como um agente cognitivo de aprendizagem matemática compreensiva

History as a cognitive agent of comprehensive mathematical learning

La historia como agente cognitivo del aprendizaje matemático comprensivo

L'histoire en tant qu'agent cognitif de l'apprentissage global des mathématiques

Iran Abreu Mendes¹

Universidade Federal do Pará

Doutorado em Educação

<https://orcid.org/0000-0001-7910-1602>

Resumo

Este artigo ensaístico tem como objetivo discutir a importância da investigação histórica da matemática como um agente de cognição na aprendizagem compreensiva da matemática escolar. Inicialmente, faço conjecturas sobre a criatividade como uma habilidade humana de acordo com sua dinâmica cognitiva nos atos de conhecer, compreender e explicar. Ao longo do ensaio, discuto e reflito sobre princípios que sustentam o uso de práticas investigativas históricas no ensino de matemática, considerando que os professores precisam se apropriar de fatos matemáticos históricos para promover agenciamentos que proporcionem reorganizações conceituais em torno dos objetos matemáticos que os alunos irão construir durante sua vida escolar. Estes são princípios investigativos, problematizadores e fundamentadores do ensino e da aprendizagem matemática, que tomam os fatos matemáticos históricos como agentes cognitivos no ensino de matemática e como acionadores da aprendizagem dos estudantes. Por fim, menciono temas que podem ser agentes do ensino e da aprendizagem matemática, evocadores de funções conceituais e pedagógicas para se ensinar matemática a partir de métodos matemáticos históricos.

Palavras-chave: História da Matemática, Agente cognitivo, Investigação histórica, Ensino de matemática, Aprendizagem matemática.

Abstract

This essay aims to discuss the importance of the historical investigation of mathematics as a cognitive agent in the comprehensive learning of school mathematics. Initially, I make conjectures regarding creativity as a human ability according to its cognitive dynamics in the

¹ iamendes1@gmail.com

acts of knowing, understanding, and explaining. Throughout the essay, I discuss and reflect on principles that support the use of historical investigative practices in mathematics teaching, considering that teachers need to appropriate historical mathematical facts to promote a mediation that provides conceptual reorganizations around the mathematical objects that students will construct during their school learning. These are investigative, problematizing, and foundational principles of mathematics teaching and learning, which take historical mathematical facts as cognitive agents in mathematics teaching and as triggers of student learning. Finally, I mention themes that can be agents for teaching and learning mathematics, evoking conceptual and pedagogical functions for teaching mathematics based on historical mathematical methods.

Keywords: History of Mathematics. Cognitive agent. Historical investigation. Mathematics teaching. Mathematics learning.

Resumen

Este ensayo tiene como objetivo discutir la importancia de la investigación histórica de las matemáticas como agente de la cognición en el aprendizaje integral de las matemáticas escolares. Inicialmente, conjeturo sobre la creatividad como una habilidad humana en su dinámica cognitiva para conocer, comprender y explicar. A lo largo del ensayo, discuto y reflexiono sobre principios que sustentan el uso de prácticas investigativas históricas en la enseñanza de las matemáticas, considerando que los docentes necesitan apropiarse de hechos matemáticos históricos para promover ensamblajes que proporcionen reorganizaciones conceptuales en torno a los objetos matemáticos que los estudiantes construirán durante su vida escolar. Se trata de principios investigativos, problematizadores y fundacionales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que toman los hechos matemáticos históricos como agentes cognitivos en la enseñanza de las matemáticas y como detonantes del aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, menciono temas que pueden ser agentes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, evocando funciones conceptuales y pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas a partir de métodos matemáticos históricos.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas, Agente cognitivo, Investigación histórica, Enseñanza de las matemáticas, Aprendizaje de las matemáticas.

Résumé

Cet article essayiste vise à discuter de l'importance de la recherche historique en mathématiques en tant qu'agent cognitif dans l'apprentissage global des mathématiques à l'école. Dans un

premier temps, j'émet des hypothèses sur la créativité en tant que capacité humaine en fonction de sa dynamique cognitive dans les actes de connaissance, de compréhension et d'explication. Tout au long de l'essai, je discute et réfléchis aux principes qui soutiennent l'utilisation des pratiques d'investigation historique dans l'enseignement des mathématiques, considérant que les enseignants doivent s'appropriier les faits mathématiques historiques pour promouvoir l'agence qui fournit des réorganisations conceptuelles autour des objets mathématiques que les élèves construiront au cours de leur vie scolaire. Il s'agit des principes d'investigation, de problématisation et d'ancrage de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, qui considèrent les faits mathématiques historiques comme des agents cognitifs dans l'enseignement des mathématiques et comme des déclencheurs de l'apprentissage des élèves. Enfin, je mentionne des thèmes qui peuvent être des agents de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, évoquant des fonctions conceptuelles et pédagogiques pour enseigner les mathématiques à partir de méthodes mathématiques historiques.

Mots-clés : Histoire des mathématiques, agent cognitif, enquête historique, enseignement des mathématiques, apprentissage des mathématiques.

História como um agente cognitivo de aprendizagem matemática compreensiva

Não se pode dizer que alguma coisa é, sem se dizer o que ela é. Ao refletir sobre os fatos, já os estamos relacionando com conceitos, e certamente não é indiferente saber quais sejam esses conceitos (Friedrich Schlegel, 1975, citado por Reinhart Koselleck, 2006).

A epígrafe de abertura deste artigo suscita reflexões relativamente à temática a ser abordada nas páginas seguintes, que conformarão este artigo na forma de ensaio, intencionando estabelecer respostas sobre uma indagação que frequentemente se manifesta nos ambientes educativos, a respeito do ato da criação ou processos de produção de conhecimento e de promoção da aprendizagem em seu sentido criativo para compreender e explicar o que se quer. Tal questão me leva a conjecturar a respeito dos modos como concebo esse ato de criatividade constituinte de uma habilidade inerente ao ser humano em sua dinâmica cognitiva para conhecer, compreender e explicar.

Minha inquietação indagativa remete a duas interrogações: por que e para quê? Verifica-se nessa esteira de indagações que ao longo dos séculos XIX e XX diversos estudiosos sobre o assunto, discorreram sobre a noção de criatividade enfatizando que se trata de uma habilidade humana essencial em um exercício contínuo, porque esse ato se constitui em uma dinâmica cognitiva humana que foi e é fundamental para o desenvolvimento do potencial de quem estuda, aprende e produz conhecimento em qualquer campo sociocultural, científico e técnico².

Estudos que realizei desde 1993 me mostraram que as pesquisas relacionadas aos usos da história no ensino da Matemática têm se multiplicado potencialmente desde a última década do século XX (a partir de 1990), constituindo assim uma diversidade de princípios, métodos e modalidades de abordagens didáticas para estruturar o enfoque dado às unidades temáticas relativamente ao ensino de Matemática. A esse respeito, destaco que as discussões e reflexões apresentadas no decorrer das seções deste artigo, em forma de ensaio, estão apoiadas em princípios fundadores concernentes aos usos da história da Matemática no ensino por meio da investigação em sala de aula, já defendidos por diversos autores em publicações anteriores, desde a década de 1990.

Considero que a habilidade investigativa é essencial para a autonomia intelectual humana no sentido de desenvolver um pensamento inovador/criativo que se constitui em uma estratégia primordial para aprendermos a conduzir nossa vida em um processo de aprendizagem emancipatória constante. Ademais, parto do pressuposto de que a busca de dinâmicas para a

² A esse respeito consultar Poincaré (1920, 2010); Hadamard (1944, 2009); Boirel (1961, 1966); Moles (1970, 1998, 2007, 2012); Csikszentmihaly (2006), mencionados nas referências ao final do artigo.

produção de conhecimento novo poderá apontar caminhos que enriqueçam processos educativos que possam favorecer o crescimento de quem produz conhecimento na escola, para conduzir um processo de aprendizagem e produção cognitiva sempre prazeroso e inovador, que nunca permita a cristalização da rigidez de práticas e conceitos, e sim viabilize a concretização de estratégias de pensamento, por meio de dinâmicas que imprimam um constante interesse pela renovação e arejamento das ideias de quem aprende.

Embora no discorrer deste ensaio fique evidente que o recorte das discussões aqui lançadas não pretenda tratar diretamente das histórias da criação matemática e seus processos criativos, minha intenção é explorar alguns modos por meio dos quais diversos intelectuais como filósofos, investigadores, cientistas ou outros profissionais correlatos se envolveram na busca de soluções para problemas que os desafiaram e a partir dos quais organizaram dinâmicas de combinações entre conhecimentos já produzidos, para que pudessem apontar soluções aos problemas novos que surgiam.

Do que se compreende como criatividade matemática

Relativamente a essas tipologias concernentes aos intelectuais para os quais me referi no parágrafo anterior, tomei como suporte as discussões de Daniel J. Boorstin em três livros que compõem sua trilogia temática: *Os Descobridores* (1994), *Os criadores* (1995), e *Os investigadores* (2003), cujo enfoque central é a história da criatividade humana para conhecer seu mundo e a si mesmo em busca de explicações processuais históricas a respeito do acionamento da cognição humana em torno da construção sociocultural da realidade. A essas ideias associei, ainda, as reflexões atualizadas de A. C. Grayling (2021) acerca das fronteiras do conhecimento, na relação ciência, história e mente.

Em *Os descobridores* Boorstin (1994) tomou como base a história da cultura humana e seu processo de criação de explicações sobre sua existência no mundo para demonstrar a necessidade humana de conhecer para saber o que está "além" do que se pode imaginar. Nos *Criadores* (1995) aprofunda sua elaboração histórica com relação a criatividade humana a fim de situar tais processos criativos em torno de ramos de conhecimento como a religião, a magia, a alquimia, a ciência e a arte. Finaliza a trilogia com *Os investigadores* (2003), evidenciando que se trata de uma história permanente dos humanos em busca de uma compreensão de si, de seu mundo habitado e de um novo mundo a ser inventado, sem desprezar os aspectos mencionados nos três livros, enfatizando mais os aspectos demarcados pelo espírito científico na produção e conhecimento.

Na ampliação das discussões sobre esse tema, a abordagem atualizada, estabelecida por Grayling (2021), no livro *As fronteiras do conhecimento*, o autor argumenta sobre a existência das tecnologias antes da ciência, como formas de fazer emergir a ciência para criar meios de representação do mundo. Seu texto enfatiza como a escrita das histórias descreve o aparecimento da humanidade, os problemas de relações compreensivas entre o passado e sua projeção no presente-futuro³, organizado por meio da mente e dos registros materializados a partir do desenvolvimento da consciência humana sobre observação, representação e projeção futura dos fatos científicos e não científicos em constante transformação.

Com base em enfoques epistemológicos como os mencionados anteriormente, justifico o porquê dos encaminhamentos dados aos meus estudos e pesquisas, que seguiram na direção desses processos, por mim considerados como um *continuum* de movimentos criativos, realizados pelos matemáticos de diferentes campos dessa ciência ao longo da história humana, intencionando produzir soluções que se caracterizassem como explicações de fatos matemáticos desafiadores, portanto gerando conhecimento novo, ou seja, novas explicações matemáticas para os fatos antigos ou para a evidência de fatos novos.

Nesse movimento, minha proposta é convidar os leitores a refletirem sobre os processos operacionalizados pelo pensamento humano a fim de se apropriar e explicar objetos matemáticos, práticas matemáticas, suas relações com o contexto sociocultural em todos os tempos e em todos os espaços, principalmente na perspectiva de responder a uma questão: como esses modos de ser e de estar do pensamento e das práticas matemáticas foram e ainda hoje são captados em processos de cognição matemática em todas as suas dimensões, ou seja, indagar sempre sobre: como é que essas ações investigativas se processam? Se esses processos têm uma dinâmica única ou se constituem uma combinação de múltiplas dinâmicas de culturas matemáticas, movimentando-se em exercícios cognitivos para desenvolver essa compreensão a partir da história da Matemática?

Na tentativa de responder às perguntas lançadas no parágrafo anterior considero necessário instalar um movimento processual de compreensão histórica da Matemática que precisa e deve ser exercitado no ambiente escolar. Todavia, o contexto escolar, muitas vezes se mostra permeado de lacunas, talvez pela formação fragmentada ou incompleta adquirida pelo professor de Matemática durante sua formação, o que pode denotar desconhecimento sobre o

³ Adotei o termo composto presente-futuro no sentido de que o presente é instantâneo, ou seja, é infinitesimal, e logo se torna passado, e avançará na direção do futuro. É apenas a fronteira entre o passado e o futuro. Adoto a noção de tempo concebida por Henri Bergson (1891), quando o autor assevera que o tempo real é sucessão, continuidade, mudança, memória e criação. Por definição, o passado é o que não é mais, o futuro, o que ainda não é, e o presente é o que é. Mas o instante presente, quando percebido, já passou.

desenvolvimento histórico das ideias matemáticas expressas nas formas de conceitos, propriedades e relações epistêmicas. Além disso, fica evidenciada a necessidade de que os envolvidos se apropriem dos processos cognitivos advindos dos agenciamentos⁴ oferecidos pelos fatos matemáticos históricos tendo em vista fazer emergir novas apropriações e reorganizações cognitivas em torno dos objetos matemáticos que precisam ser construídos pelos estudantes ao longo de seu percurso escolar formativo.

Ainda a respeito das perguntas lançadas anteriormente, reflito com base em todos os anos de estudos, pesquisas e na minha experiência docente, intencionando compreender e explicar que, se os professores têm algum tipo de dificuldade para elaborar e explicitar argumentações explicativas sobre determinados assuntos durante suas atividades docentes, a fim de ampliar mais detalhadamente os encaminhamentos para que os estudantes alcancem uma aprendizagem compreensiva, é porque muitas vezes devido ao seu desconhecimento sobre o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática a ser ensinada, durante suas aulas, são denotadas algumas evidências de que talvez esses professores não tenham um domínio pleno das composições conceituais históricas da Matemática, ou seja, não se sentem confortáveis para organizar um movimento sequencial histórico (MSH)⁵ que demonstre como foram desenvolvidos determinados temas matemáticos escolares ao longo dos tempos e em múltiplos espaços⁶.

Parto da premissa de que o domínio desses processos conceituais históricos relativamente à Matemática escolar a ser ensinada pode conceder ao professor possibilidades de inserir esse movimento em seu trabalho docente de sala de aula, pois essa é uma abordagem que já venho tratando desde 1993 e aprofundando ao longo dos estudos e pesquisas realizados, bem como em minhas práticas de orientações na Pós-graduação. Trata-se de um movimento investigativo, interpretativo e compreensivo sobre os processos históricos criativos dos matemáticos, que atualmente exige dos pesquisadores e dos professores, novos exercícios de cognitivos para que possam estabelecer dinâmicas de criação a serem inseridas na docência, com o intuito de compor e executar estratégias metodológicas de ensino que possam contribuir ao alcance da aprendizagem matemática dos estudantes.

Foi com essas intenções que ao longo de mais de duas décadas desenvolvi estudos e pesquisas no intuito de experimentar uma multiplicidade de estratégias didáticas que pudessem

⁴ O termo *agenciamento* é tomado das discussões estabelecidas por Ludwik Fleck (2010) acerca da gênese e desenvolvimento de um fato científico., quando esclarece aspectos referentes às relações entre sujeito e objeto nos processos de produção de conhecimento científico.

⁵ Sobre o MSH, ver Mendes (2021b; 2023).

⁶ Referente a esse assunto ver Mendes (2022a, p. 65-71).

ser associadas aos princípios investigativos, problematizadores e fundamentadores do ensino e da aprendizagem matemática, estabelecidas a partir do desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática. Dessas experiências e reflexões reinventei princípios e métodos que convergiram para a criação de novos princípios fundadores de uma *história como um acionador cognitivo na aprendizagem matemática, como um reorganizador cognitivo na aprendizagem matemática, e como um agente de cognição no ensino de Matemática e de cognição matemática na sala de aula.*

Essas expressões possuem uma trajetória conceitual que se iniciou no final de meus estudos doutorais, após minhas reflexões sobre as leituras e interpretações de fontes históricas e suas funções pedagógicas para se ensinar Matemática. Naquele momento interpretei que tais fontes se constituíam em agentes de condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por serem constituídas de argumentos e posicionamentos filosóficos acerca das relações entre história e ensino de Matemática (Mendes, 2021a, 2022).

Entretanto, antes de adotar qualquer posição favorável ou não ao uso da história no ensino da Matemática, como quaisquer das formas até então propostas, foi importante compreender quais eram as finalidades pedagógicas intencionadas ao utilizar a história no ensino de Matemática que pudessem me levar a alcançar um ensino de Matemática que agenciasse a cognição dos estudantes para alcançar uma aprendizagem compreensiva. Essa preocupação surgiu devido a posição que a Matemática ocupa nos currículos oficiais de ensino, bem como em relação a sua inserção nos livros didáticos utilizados em sala de aula, pois como sabemos, a maioria das propostas oficiais de ensino e dos livros didáticos tem a Matemática como um conhecimento pré-concebido, sem nenhum contexto histórico, social e cultural que pressuponha a sua construção.

Essa expressão história como agente de condução do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mencionada no parágrafo anterior, foi incluída já na primeira edição de um livro pioneiro no tocante a essa temática (Mendes, 2001a). Naquele momento as ideias surgiram como um embrião conceitual que amadureceu e se estruturou ao longo de duas décadas de estudos, pesquisas e reflexões teóricas. Nesse sentido, a noção conceitual passou por um processo de aprofundamento teórico e, posteriormente, foi enunciada sob três denominações: 1) *a história como acionador cognitivo no ensino de Matemática*; 2) *a história como reorganizador cognitivo e didático no ensino de Matemática*, e, por fim, 3) *a história como um agente de cognição na aprendizagem Matemática.*

Depois de aprofundamentos em estudos sobre o assunto e com base em reflexões conclusivas exultantes de pesquisas realizadas, denominei de *a história como um agente de*

cognição na Educação Matemática, uma vez que se tratava de apostar uma forma de propor um movimento de agenciamento do pensamento dos estudantes por meio das ações do professor, conduzido pelos fatos matemáticos históricos, que trazem consigo um conjunto de ações cognitivas historicamente produzidas pela sociedade, pela cultura e, de um modo geral, pelos matemáticos que representaram esses movimentos sociocognitivos coletivos.

Cabe, porém, nesse momento, fazer uma descrição do que compreendo por essas três expressões conceituais que se transformaram no decorrer dos anos, com base nas experiências didáticas que envolveram pesquisas e práticas relacionadas aos usos da história da Matemática no ensino e que após minhas reflexões, foi possível enunciar as características de uma história que considero mais adequada para se ensinar Matemática. Antes, porém, se faz necessário explicitar o significado conceitual adotado para abordar conceitos como os de *acionador*, *reorganizador* e *agente*, assim como associá-los ao conceito de *cognição*, e aos tipos de *ensino* e de *aprendizagem*.

Todavia, o foco central de tal significação está em torno dos processos de agenciamentos, que remetem à expressão cujo significado central está implícita no título deste artigo, quando associado ao conceito de história (da Matemática) e de Educação Matemática (ação e educar por meio da Matemática), quando transformada em disciplina escolar, ou seja, como a cultura escolar se constitui formadora de pensamentos e ações de um coletivo, a partir dos estilos de pensamento já estabelecidos em cada coletivo de pensamento, conforme enunciado por Ludwik Fleck (2010) no livro *Gênese e desenvolvimento de um fato científico*⁷.

No referido livro Fleck discute a emergência e o desenvolvimento de um fato científico, em suas reflexões e proposições a respeito do que compreendia por estilo de pensamento e pensamento coletivo ou coletivo de pensamento, na produção de conhecimento, e que foram os conceitos precursores para a explicação dos modos como as ideias científicas se modificam ao longo do tempo, que posteriormente foram institucionalizadas pela sociologia da ciência nos termos de comunidade científica, paradigma, ciência normal, propostas por Thomas Kuhn (1996) e de *épistêmè*⁸, enunciada por Michel Foucault (2002), além das ideias propugnadas por

⁷ Esse livro foi publicado originalmente em alemão sob o título *Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache: Einführung in die Lehre vom Denkstil und Denkkollektiv* (1935) e posteriormente em inglês com o título (1979), editado por T.J. Trenn e R.K. Merton, com prefácio de Thomas Kuhn. A publicação Brasileira é datada de 2010, mencionada no final deste artigo.

⁸ Do grego antigo ἐπιστήμη, corresponde ao termo *épistêmē*, significando conhecimento. Em filosofia, refere-se a conhecimento científico como um sistema de entendimento baseado em princípios, às vezes contrastado com o empirismo. Especificamente na filosofia grega antiga significa saber-fazer, correspondente a *techne* (τεχνική, significando saber técnico (DUROZOI; ROUSSEL, 1999). Na filosofia foucaultiana refere-se ao âmbito de ordenamento histórico-cultural dos discursos independentemente e aquém dos possíveis critérios de cientificidade do discurso científico propriamente dito, por meio dos quais se estabelecem os limites do que é aceito como

Bruno Latour (2000, 2013) em seu livros *Ciência em Ação* e *Jamais fomos Modernos* e por Michel Serres (2008), no livro *Ramos*, ao abordar sobre os conceitos de ciência mãe, ciência filha e os novas invenções epistemológicas que indicam as ramificações científicas que correspondem ao pensamento de Kuhn sobre ciência pré-paradigmática e ciência normal.

As três questões as quais me refiro no início deste artigo são expressas nas seções a seguir, e estão refletidas nas discussões aqui presentes e convergem para o significado dado ao seu título, quando trata do agenciamento cognitivo dos estudantes para alcançar uma educação matemática em sentido mais amplo. O termo agenciamento é tomado no sentido de uma ação de mediar interações do sujeito com objetos de conhecimento com fins de estabelecer relações de interesse em comum.

Um agenciamento pressupõe a existência do agente, ou seja, o autor da ação; aquele que promove a interação de modo a levar o sujeito a apropriar-se do objeto de conhecimento. Esse agente pode ser animado ou inanimado, como é o caso de outro sujeito físico vivo ou algum objeto da cultura histórica como artefatos materiais, manuscritos etc. Contudo, suas inserções e usos pelo sujeito do processo de conhecer lhe inserem o caráter agenciador na ação cognitiva.

Diante do que foi exposto nas partes anteriores deste artigo, passo às três seções, a seguir, com o itinerário constituinte de um agenciamento cognitivo e suas implicações nos processos de ensino e de aprendizagem matemática, principalmente nos modos de promover atividades que provoquem a cognição de quem aprende por meio de acionadores cognitivos de aprendizagem, reorganizadores cognitivos e agentes de cognição no ensino de Matemática.

Essas expressões conceituais estão fundamentadas no conceito de aprendizagem como compreensão. Tais expressões manifestam uma caracterização sinonímica de aprendizagem compreensiva, adjetivada por Richard Skemp (1976; 2023) como compreensão relacional e reiterada posteriormente pelo autor (Skemp, 1980; 1993) ao abordar aspectos relacionados às inteligências intuitiva e reflexiva, referentes à aprendizagem habitual e a resistência dos conceitos como herança cultural na aprendizagem.

Tais ideias me fizeram interpretar sobre a estrutura histórica espiral do desenvolvimento epistemológico da Matemática como uma combinação esquemática originada das combinações de muitos conceitos matemáticos ou não em conexões continuadas, mediante as quais foi imprescindível se estabelecer ações de recorrência à conceitos matemáticos instituídos anteriormente, principalmente, por considerarmos que quando cada indivíduo de um coletivo

conhecimento verdadeiro em uma determinada época (Foucault, 2002). Bunge (2012) refere-se ao assunto mencionando que o termo corresponde as relações entre conhecimento, verdade e crença; o que é comum e diferente entre conhecimento ordinário, científico e tecnológico.

de pensamento constrói novos conceitos, constitui uma rede entre os conceitos já estabelecidos anteriormente, e que são agenciados para a estruturação de novas explicações relacionadas a tudo que já está no mundo.

Igualmente, à essas expressões também estão associadas à minha interpretação para o conceito de aprendizagem tal como concebem Kieran Egan (2002) em seu livro *A mente educada*, quando apresenta uma discussão sobre cinco tipos de compreensão: mítica, romântica, filosófica, irônica e somática, para desenhar uma possível trajetória processual da instituição e estratégias de pensamento em prol da produção de conhecimento, fazendo emergir expressões de linguagens para representar o mundo por meio de escalas e tipos de órgãos conceptuais, que possibilitaram a emergência desses cinco modos de compreensão, que estão diretamente relacionados aos momentos históricos de constituição da epistemologia da Matemática ou outro campo de conhecimento.

É, também, nesses termos que convergimos para o que propõe Margarida Knobbe ao explicitar suas reflexões a esse respeito, no livro *o que é compreender*, quando assevera que

(...) tentar compreender algo apenas pelo viés da razão conduz a um estado de inércia, à indiferença [e que] não cansamos de tentar compreender por que é dessa forma que, ao esgotarmos os próprios pensamentos temos necessidade de sentir o influxo das opiniões alheias, mesmo que não sigamos o seu impulso (Knobbe, 2014, p. 71).

Portanto, as cinco manifestações da compreensão, anunciadas por Egan (2002), podem nos possibilitar dialogar com as indicações de Knobbe (2014) em busca de uma proposição articulada entre história e compreensão como processo de produção de conhecimento e aprendizagem. Nessa esteira, a autora ainda reitera que a compreensão se caracteriza por manifestar-se como expressão de um conhecimento criador de harmonia, situado às portas do prazer e da análise científica, ou seja, como auto-sócio-conhecimento e pressupõe a partilha do sentimento de verdade. A linguagem é o meio no qual se realiza o acordo dos interlocutores para o entendimento da causa (Knobbe, 2014, p.73).

Posso, portanto, asseverar que as inserções de Skemp, Egan e Knobbe a respeito do conceito de compreensão me possibilitaram interpretações por meio das quais conjecturei que o processo cognitivo agenciador da aprendizagem compreensiva não tem delimitação, ou seja, é infinito, e se desenvolve em múltiplas direções e dimensões, caracterizando, assim uma diversidade de aprendizagens complementares e correlacionadas em termos de acionamentos cognitivos utilizados pela mente humana em busca de interpretar e compreender situações que possam explicar fatos e acontecimentos diversos, conforme abordarei a seguir.

Sobre a história como um acionador cognitivo na aprendizagem matemática

A respeito da expressão *a história como um acionador cognitivo*⁹ na aprendizagem matemática é necessário primeiramente partir do termo acionador, que pode ser tomado como aquilo que coloca em ação ou em prática, que faz com que algo comece a funcionar. É uma palavra referente ao ato de provocar o pensamento, desencadear sinapses mentais na elaboração de pensamentos que expressem sentidos e significados aos objetos que se intenciona dar existência.

Com relação à expressão em questão, significa, portanto, acionar os setores cerebrais que conectam fatos matemáticos extraídos das leituras de textos históricos concernentes ao desenvolvimento conceitual da Matemática, ou seja, as épistmes que correlacionam percursos epistemológicos constituintes da construção histórica de teorias matemáticas, de modo a provocar interconexões que envolvam matemáticas do passado e do presente, intencionando dar sentido ao processo de apreensão e apropriação das informações pelos estudantes, em seus movimentos de incorporação dos estilos de pensamento que se pretende fazê-los apropriar-se e incorporar ao seu exercício cognitivo.

Esse movimento em torno do acionamento cognitivo por meio da história está subjacente em um excerto extraído de Maia (2015) quando o autor aborda relações entre história, ciência e linguagem expressando que um dos maiores desafios, tanto da pesquisa em história quanto dos estudos de ciência, é aprender o caráter histórico que envolve passado e presente-futuro de seus objetos. Para argumentar a esse respeito, o autor enfatiza que:

As atividades humanas ocorrem em um cenário que é historicamente constituído, isto é, as percepções que se tem em determinado tempo e lugar são sempre produzidas a partir de outras que se antecederam e que serão por elas substituídas. Qualquer entendimento novo sobre algo sempre parte do entendimento anterior – eis aí a noção de devir histórico (Maia, 2015, p. 16).

Esse movimento de transformação da compreensão dos fatos, a partir das conexões entre o que já está estabelecido e o que pretende estabelecer nos leva a compor o significado para o conceito de história como um acionador cognitivo, embora ainda necessitando de mais detalhamentos explicativos, dentre os quais podemos mencionar a importância dos fatos já internalizados no sujeito que aprende em favor da dinâmica de inscrição desse sujeito em uma nova aventura que envolve seu acesso ao conhecimento novo, ou seja, ao processo de apropriação das informações e suas interpretações.

⁹ A expressão *acionador cognitivo* refere-se à concepção de método complexo como estratégia, em: MORIN, Edgar. O método 3. O conhecimento do conhecimento. Porto Alegre: editora Sulina, 1999.

Portanto, para abordar mais detalhadamente sobre esse processo de acionamento da cognição humana por meio da exploração de fatos históricos, se faz necessário primeiramente tomar alguns esclarecimentos acerca dos apontamentos resultantes das investigações sobre cognição, que atualmente fazem parte do corpo de conhecimento das ciências cognitivas, como os primeiros estudos referentes às aptidões ou competências cognitivas no sentido clássico do termo (raciocínio, linguagem, percepção e ação).

Igualmente, é preciso adentrar nos estudos que focaram nas constituições e realizações materiais de diferentes tipos de mecanismos neurofisiológicos (em Biologia) ou eletrônicos, e mesmo mecânicos (em inteligência artificial), e por fim os estudos que caracterizaram os modos de funcionamento das atividades desses mecanismos até poder descrevê-los sob a forma de processos desdobráveis em operações elementares, e depois modelizá-los em termos de propriedades que os tornem formais, conforme, nos descreve e analisa Georges Vignaux (1995).

Portanto, é com base nesses agrupamentos de estudos que denotaram os movimentos das ciências da cognição em torno do desenvolvimento do pensamento humano, que considero possível estabelecer correlações envolvendo o desenvolvimento das ideias matemáticas ao longo da história humana, sua organização sistemática e representação na forma de escrita ideográfica¹⁰. Tal escrita se fez presente em diferentes modos de expressão e comunicação como nas pinturas rupestres, nos registros gráficos em ossos de diversos animais, nas placas de argila da Mesopotâmia, em manuscritos produzidos antes da criação da imprensa e nos diversos livros produzidos e inseridos no contexto das relações entre sociedade, cognição e cultura, como uma variedade de suportes da escrita inventada para expressar o pensamento por meio de códigos diversos.

A respeito da invenção dos mais variados suportes para o registro da escrita como uma memória expandida do cérebro humano, que historicamente foi instituída por meio das histórias dos livros, podemos citar comentários de René Salles (1986), quando aborda aspectos essenciais acerca dos 5000 anos de uma história das formas escritas que originaram os livros como uma memória da escrita humana em todas as suas formas de manifestações de expressão

¹⁰ A escrita ideográfica é uma forma de representação da linguagem mediante o uso de desenhos especiais chamados ideogramas ou símbolos que representam as ideias que se quer comunicar, ou seja, tem como princípio representar o significado das coisas. No decorrer dos tempos, os desenhos foram trocados por símbolos que permitissem representar palavras de comunicação mais complexas e a escrita foi se modificando continuamente. Para maiores detalhes ver *A Escrita: memória dos homens*, de autoria de Georges Jean (2002); *História da escrita*, de Steven Roger Fisher (2009); ou ainda *5000 ans d'histoire du livre* de René Salles (1986), *História do alfabeto* de John Man (2002) e *Ideografia dinâmica* de Pierre Levy (1997), mencionados nas referências ao final deste artigo.

e comunicação do pensamento e da oralidade a respeito do que se pretendeu explicar a partir da compreensão individual e coletiva por meio de um processo de socialização da informação.

Nessa esteira, Salles (1986) considera que o movimento de invenção da escrita demarca a pré-história do livro moderno, a partir dos mais variados suportes estabelecidos pela sociedade humana para dar nome, estrutura e funcionamento das coisas naturais e artificiais que configuraram a organização social no planeta.

O mesmo movimento relativamente à memória humana por meio da escrita é manifestado por Georges Jean (2002) em *A escrita: memória dos homens*, quando assevera que 20.000 anos antes da nossa Era, os humanos já traçavam seus primeiros desenhos, embora tenhamos confirmações arqueológicas de que somente 17.000 anos depois é que a escrita apareceu em sua forma mais organizada como escrita ideográfica, com indicativos da criação dos primeiros códigos de representação por meio de ideogramas (signos escritos), que posteriormente originaram os signos da escrita em diferentes culturas humanas no planeta. Assim as primeiras histórias das memórias humanas começaram a ser registradas até a forma que conhecemos atualmente.

Para tanto, Jean (2002) reitera, ainda, que o sistema de escrita não surgiu em poucos milênios, e sim durante uma longa história espaço-temporal que se confunde e se entrelaça com a própria história humana. Uma dessas maneiras de fazer dessa história deixa manifestada a presença de escritas ideográficas que contêm indicativos de negociações, cujos suportes de registros foram as placas de argila da região da Mesopotâmia. Entretanto a escrita ideográfica expressa sociodinâmicas culturais que parecem ser bem mais anteriores a esse período.

É por admitir essa sociodinâmica cultural¹¹ criadora que interpretamos ser possível a história da Matemática exercer potencialmente um movimento acionador da compreensão dos estudantes com relação ao conhecimento matemático que se quer que aprendam durante as atividades escolares, tomando a história do desenvolvimento conceitual da Matemática como base de conhecimentos suportes para tal aprendizagem. Trata-se de uma arquitetura mental, concernente à inteligência artificial, que envolve três componentes, conforme salienta Vignaux (1995) ao asseverar que:

A base dos conhecimentos que contém o conjunto das informações relativas ao domínio tratado [objeto de conhecimento] e que é escrita numa linguagem de representação dos conhecimentos; A base dos factos (memória de trabalho), que contém os dados do problema a tratar e que, ao conservar o registo dos raciocínios produzidos, desempenha o papel de memória auxiliar; Finalmente o motor de inferências, quer dizer, o programa

¹¹ Sobre Sociodinâmica da cultura criadora, consultar Moles (2007, 2012).

destinado a utilizar os dados e as heurísticas da base de conhecimentos para resolver os diferentes problemas aferentes a estas informações e a estes dados (Vignaux, 1995, p. 30-31, sic).

A inteligência artificial sobre a qual me referi anteriormente já vinha sendo discutida desde a década de 1990 (Vignaux, 1991, 1995)¹² como um movimento de pesquisadores das ciências cognitivas, ciências matemáticas e computacionais em torno da construção de um modelo de representações das condutas e capacidades humanas, que vem se ampliando desde a segunda metade do século XX, intencionando mostrar como essas três componentes, tratadas por Vignaux, compõem um sistema de interações a fim de atribuir significado a um conjunto das diversas organizações conceituais que se expandiram ao longo dos tempos e passaram a compor a diversidade de documentos históricos registradores das interpretações humanas sobre os objetos históricos, que constituíram e constituem as épistêmes configuradoras dos pilares das teorias de conhecimentos, disseminadas socialmente e acionadas a cada momento que se fizeram ou se fazem necessárias.

Talvez por esse entendimento, Vignaux (1995) tenha adotado os três termos – *base dos conhecimentos*, *base dos fatos*, *motor de inferências* - , para oferecer modos de triangulação interpretativa de cada movimento em torno dos acionamentos cognitivos, a fim de estabelecer relações sujeito-objeto-contexto histórico, nas produções de conhecimento. Atualmente, a expansão ainda maior da inteligência artificial por meio das redes de computadores levava estudiosos sobre o tema, a ampliar a rede de explicações e expressão conceitual do assunto, na medida em que surgiu a necessidade de outros ambientes de representação das interpretações dos fenômenos e fatos históricos, como no caso das redes de computadores interativos.

Dessa necessidade ampliou-se o conceito de escrita ideográfica para a criação do conceito de ideografia dinâmica, proposta por Pierre Levy (1991, 1997), tendo em vista a possibilidade de se constituir um ambiente adequado ao exercício de uma imaginação artificial que projetasse as capacidades criativas humanas por meio de um pensamento imagem, cujo suporte seria o computador, com a função de processar escritas ideográficas mediante novas dinâmicas como renovação das formas de linguagem já existentes, mas com a inserção de processos constitutivos da criação de cada objeto de conhecimento.

Assim, conforme enfatizado por Pierre Levy (1991, 1997) a comunicação ocorreria por meio do uso ampliado dos grafismos em todos os seus estados e assim essa nova forma de ideografia (agora dinâmica) se constituiria em uma tecnologia intelectual, cujo papel central era

¹² A publicação a primeira edição do livro de Georges Vignaux em francês foi em 1991, com base em seus estudos realizados até o final da década de 1980.

expressar processos de funcionamento da imaginação humana, e agregando cada vez mais de forma integrativa, os três polos da comunicação: o oral, o escrito e o digital (Levy, 1993, 2004).

Novamente vê-se evidências dos processos de acionamento cognitivo como base da ideografia dinâmica proposta por Pierre Levy, transparecendo na ênfase ao pensamento imaginativo humano, expandido pelo domínio artificial do ambiente computacional, considerando assim a expansão da dinâmica cognitiva do cérebro à máquina. Esse movimento se tornou fortemente necessário e emergente no final da década de 1980, cujos primeiros modelos teóricos discutidos apareceriam logo em 1991, na publicação da primeira edição da versão francesa do livro de Levy, que tratou da proposição de seu modelo de problematização e explicação do objeto que seria expandido nas décadas seguintes.

A esse respeito, reiteramos as implicações desse movimento nas relações de acionamento cognitivo por meio da história em diferentes suportes de investigação em busca de compreensão, pois conforme já destacado por Maia (2015), como o sujeito é dinâmico e histórico, os processos de acionamento cognitivo envolvem esses três pilares mencionados por Vignaux (1995) como sendo sustentadores desses processos acionadores, de acordo com a posição de cada um no momento em que desencadeiam as sinapses provocadas por cada fato histórico tomado para o exercício cognitivo em busca de aprendizagem. Daí poderá se tornar viável fazer exercícios de interconexões que envolvam passado e presente, para que o estudante possa alcançar uma compreensão do movimento epistêmico em torno de conceitos que desencadearam a constituição de novos conceitos, e, portanto, a ampliação dos objetos de conhecimento.

Todavia, devemos ter claro, também, o movimento de conexão das épistêmes que envolvem o acionamento cognitivo do estudante para compreensão do desenvolvimento de conceitos, propriedades e relações matemáticas ao longo da história humana. Trata-se de uma dinâmica que intenciona se apropriar das matemáticas escolares, e, portanto, requer exercícios de reorganização cognitiva. Por isso houve necessidade de repensarmos esse conceito de acionador cognitivo, conforme discuto na seção a seguir.

A história como um reorganizador cognitivo na aprendizagem matemática

Com uma característica um pouco diferenciada do movimento descrito na seção anterior, a ação subjacente ao termo reorganizador refere-se ao fato de tomar o que já se tem à disposição e dar uma nova configuração ou disposição à história a Matemática de acordo com os interesses de cada sujeito, que tem em mente o que quer recompor. Trata-se de dar um novo

sentido ao que já existe, muitas vezes modificando suas funções anteriores e outras vezes lhe atribuindo novas representações para se alcançar o objetivo almejado.

É com essa compreensão que o significado dado à história como um reorganizador cognitivo na aprendizagem matemática corresponde a fornecer, tanto ao professor quanto ao estudante, a possibilidade de renovação e ampliação de sua compreensão com referência a determinados conceitos, propriedades e relações matemáticas que foram se constituindo ao longo do desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática, por meio de processos criativos que têm potencialidades de ampliação dos exercícios cognitivos e podem promover um compreensão relacional, tal como defende Richard Skemp (1978) ao enfatizar a importância da ampliação de esquemas relacionados à representação de um conceito matemático para constituição desse tipo de compreensão.

A adoção da história da Matemática no ensino de matemáticas escolares nesse processo de reorganização cognitiva, envolve as ações do professor ao planejar suas atividades de ensino, bem como ações dos estudantes nas tarefas propostas pelo professor e nos exercícios de compreensão-explicação das conexões que o façam identificar, refletir e organizar formas de representação que indiquem seu desenvolvimento cognitivo (do estudante) em relação ao tema focado pelo professor, de modo a dar um feedback do grau de alcance dos objetivos previstos para o alcance da aprendizagem pelo estudante.

Portanto, esse movimento em torno da história como um reorganizador cognitivo pode fortalecer o desenvolvimento da criatividade do estudante em favor de sua aprendizagem, assim como oportuniza a realização de exercícios inovadores em benefício da multiplicidade de interpretações e representações matemáticas de assuntos investigados em um texto histórico, oriundo de fontes primárias, secundárias ou outras fontes não diretamente relacionadas à Matemática, como por exemplo as histórias das religiões, da arte em geral, ou as histórias de outras ciências, técnicas ou práticas socioculturais em geral.

A exemplo de uma história como reorganizador cognitivo na aprendizagem matemática podemos mencionar episódios históricos relacionados ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Tais episódios são considerados como recortes de fatos históricos tomados para compreender e explicar o desenvolvimento histórico-epistemológico de um tema matemático, visando possibilitar processos de aprendizagem compreensiva do tema, reflexões sobre influências sofridas e implicações na ampliação do campo da Matemática constituída atualmente. A depender do grau de aprofundamento, se faz necessário organizar conjuntos de episódios históricos, que sistematizados de forma coerente, conforme a lógica organizacional dos conteúdos dos programas de ensino e dos livros didáticos adotados pela escola, podem

constituir um sequencial histórico didático (SHD) a ser utilizado no ensino de temas matemáticos.

Um exemplo bastante adequado para esclarecer sobre esse assunto é o conceito de função, pois quando diversos episódios históricos relacionados ao tema são reorganizados em etapas históricas lógicas, por um pesquisador ou pelo professor, geralmente tendem a indicar processos de estabelecimento conceitual do tema, desde as interpretações dos historiadores a respeito das expressões “proto-funcionais”¹³ representadas na tablitas identificadas em práticas socioculturais babilônicas (c. 2000 a. C.), nas representações dos pitagóricos (c. Séc. VI a. C), em relações que envolveram problematizações sobre as cordas da circunferência no *Almagesto* de Ptolomeu (c. séc. III), na representação das leis da natureza por Oresme, por volta de 1350, nos sistemas de representações de Galileu, Leibniz e Descartes, no século XVII, nas formulações conceituais de D’Alembert, Euler e Lagrange no século XVIII, até nas formulações mais atualizadas estabelecidas no século XIX, por Dirichlet, Lobatchevsky e Cauchy, de maneira a compor um panorama do desenvolvimento conceitual que trouxe em sua essência uma matriz estrutural que denota um processo de reconfiguração da épistème relativa ao assunto.

A esse respeito, Mendes (2019, 2021b) assevera que a história do desenvolvimento do conceito de função evidencia o exercício de ações criativas (conceitual, construtiva), caracterizadas por modelos funcionais, como a função logarítmica originada do trabalhos de John Napier (1550-1817) e avançou em direção aos algoritmos que envolveram os estudos sobre infinitesimais, originados pelo método de John Wallis em seu *Arithmetica Infinitorum*, implicando em novos estudos sobre o objeto matemático função, estabelecido pelos princípios e leis das variações, concretizados pelos trabalhos de René Descartes (1637) sobre as curvas geométricas e as funções algébricas que representaram tais curvas, as explorações físicas de Isaac Newton e a sistematização lógica de Leibniz, ampliando o conceito de função, ao retomar embriões plantados por Arquimedes, Oresme e Cavalieri. Tratava-se, portanto, da continuidade dessas atividades, que possibilitaram o estabelecimento da análise algébrica produzida, principalmente, no século XVIII, nos trabalhos de Daniel Bernoulli (1700-1782) e Leonhard Euler (1707-1783), e que posteriormente abriram espaços para o fenômeno das funções multiformes.

¹³ O uso deste termo refere-se às práticas e representações diversas que relacionam ideias embrionárias sobre o tema, que posteriormente originaram as noções primeiras acerca do conceito de função, cujas trajetórias epistêmicas se formalizaram e se estruturaram mais adequadamente a partir do século XVII.

Na medida em que esse movimento de constituição de uma cadeia de significação conceitual e de múltiplas representações de um tema matemático é problematizado por meio da exploração de episódios extraídos de textos históricos, na forma de investigação histórica, se torna possível ao estudante situar e reorganizar seu pensamento a respeito do assunto e com apoio do professor, ampliar sua compreensão sobre o que se pretende que ele aprenda, pois conforme assinala Fleck, “quando mais um domínio do saber (conhecimento) é sistematicamente elaborado e rico em detalhes e relações com outros domínios, tanto menores são as diferenças de opiniões” (Fleck, 2010, p. 50). Trata-se da mesma justificativa dada por Skemp em sua rede de conexões esquemáticas para ampliar a compreensão relacional, principalmente quando os esquemas estão associados ao modo de compreender e explicar as épistemes estabelecidas e substituídas no decorrer dos tempos e espaços históricos.

Diante do que foi discutido nessas duas seções, considero ter explicitado o contexto em que foi se constituindo viável a retomada de aspectos originados de minhas experiências e reflexões acerca dos modos de incorporar a história no ensino de Matemática, até alcançar uma compreensão que me levou a sugerir a incorporação da história como um agente de cognição no ensino de Matemática, que possibilitasse estabelecer na docência, situações agenciadoras de práticas investigativas, problematizadoras, interpretativas e criativas a serem incorporadas na docência, conforme abordarei na seção a seguir.

A história da Matemática como um agente de cognição no ensino de Matemática

Nesta seção, minha discussão segue apoiada em fundamentos teóricos como os advindos das proposições de Fleck (2010), das quais tomei o termo agente, ao considerar um aspecto tratado pelo autor quando discorre sobre a dinâmica histórica do ativo-passivo na produção de conhecimento científico, quando critica a clássica dicotomia sujeito-objeto inserida no confronto do realismo com o relativismo, acerca do processo de compreensão e explicação da cognição humana. Neste sentido, interpreto que na dinâmica de Fleck a produção de conhecimento enfoca a relação ativo-passivo considerando que sujeito e objeto são entidades independentes que fornecem compreensão e explicação diferenciada para o confronto realismo *versus* relativismo, uma vez que sujeito e objeto são agentes do movimento histórico, que se articulam entre si.

Trata-se de uma noção sociológica acerca da ciência, fundadora do conceito de agenciamento como decorrência de intenções e decisões humanas que deve ser ampliada e expandida para as coisas animadas ou inanimadas, em favor de uma atividade cognitiva que promova movimentos em torno de uma compreensão sobre o desenvolvimento conceitual, e

que constituem os pilares da organização do conhecimento científico, como no caso das matemáticas acadêmicas e escolares produzidas em contextos socioculturais diversos, transformadas socialmente, ampliadas e disseminadas em diversos ambientes socioculturais como a escola.

Para tornar clara a justificativa de que a história da Matemática se constitui em um dispositivo de agenciamento para materialização do ato cognitivo por parte do professor e conseqüentemente implicado nas experiências de aprendizagem dos estudantes, pode-se lançar mão de documentos históricos na forma de fontes primárias ou secundárias, bem como expressos nos mais diversos artefatos, instrumentos, ferramentas e outros objetos da cultura material ou imaterial, provocadores de indagações, que possam estabelecer agenciamentos simbólico-materiais no sentido de aguçar o pensamento, a elaboração de conjecturas e enunciações parcialmente conclusivas, seguidas de suas multiplicidades de representações que possam ser adotadas no ensino de Matemática, a fim de promover uma aprendizagem compreensiva dos estudantes.

Para processar o agenciamento, considero que todos os objetos que compreendem o contexto histórico em que os fatos matemáticos estão configurados, devem ser tomados como agentes individuais ou coletivos, considerando que compõem um coletivo cujos elementos se interconectam para dar sentido e significado ampliado ao que se investiga, visando alcançar uma compreensão por cognição. Assim, a investigação das fontes históricas pode ser situada como um dispositivo memorialístico estabelecido socialmente em documentos e outras fontes de conhecimento cristalizado, que pode agenciar os modos de ensinar do professor e os processos de aprendizagem de modo dinâmico e reflexivo a ser objetivado pelos estudantes.

Neste caso, a história exerce um agenciamento produtor de sentidos e significados por meio de exercícios cognitivos articuladores de sinapses cerebrais que criam um campo memorialístico no qual surgem relações entre o passado e o presente, concernente aos fatos matemáticos, que afetam e transformam os processos de compreensão dos estudantes acerca do desenvolvimento epistemológico da Matemática. Tal agenciamento não é definido como um ato intencional humano e único, mas se torna uma ação que produz alguns efeitos que precisam ser explorados de acordo com os interesses do professor em suas aulas de Matemática.

Em minhas reflexões, tomei o termo afetar para ser usado neste texto, conforme o conceito estabelecido por Jaques Derrida (1999), quando argumenta que a motivação para o sujeito do conhecimento (da aprendizagem) “ser afetado” não se refere a uma qualidade inata do agente em relação ao agenciado, posto que ela (a motivação para se afetar, ou seja, desenvolver afeto) depende do aprendizado decorrente de vivências anteriores e do estilo de

pensamento do agente, conforme enfatiza Fleck (2010), implicando assim na configuração dos traços de afeto causados pelo agente, para originar tipos de decodificação e representação da compreensão alcançada pelo estudante, acerca do desenvolvimento histórico e epistemológico da Matemática.

Esses traços de afeto aos quais Derrida (1999) se refere, aparecem como um vestígio de algo, antes de sua significação, ou seja, uma percepção sensorial ainda não significante, conforme mencionado por Maia (2015), quando assevera que:

O processo de significação ocorrerá na escritura na qual o agente se inscreve (o seu coletivo fleckiano). Isso fornece uma harmonia entre esses autores que alimenta a noção de que as impressões sensoriais indefinidas são o retrato da invasão de um real hipotético, fora da linguagem, na realidade historicamente constituída. Entre o “real” imaginado como tal e a realidade histórica constatada na práxis, há o agenciamento da linguagem (Maia, 2015, p. 46).

Em relação ao agenciamento por meio da linguagem, é importante destacar que a escrita da história (historiografia) como representação de realidades, é constituída de um conjunto de traços discursivos que envolvem agentes simbólicos representados pelas fontes históricas que nos levam a escrever a história (da Matemática) e conseqüentemente reinventar esses agentes simbólicos, agora como fontes de uma história mobilizada em torno de um objeto de aprendizagem, ou seja, um novo agente simbólico que acione os processos cognitivos para apreensão da realidade que se pretende ser incorporada pelo estudante.

Outro aspecto importante de ser abordado nesta seção refere-se aos impactos de afetação cognitiva que a história como agente de cognição pode causar na forma de atividades práticas, ou seja, os modos como as dinâmicas cognitivas se organizam para a aprendizagem matemática quando os estudantes vivenciarem práticas experimentais e manipulativas, com uso de artefatos históricos ou protótipos desses artefatos, ou com a exploração de simulacros na forma de ideografias dinâmicas, que representem experiências matemáticas historicamente escritas ou documentadas, situadas agora em ambientes virtuais por meio de softwares ou aplicativos computacionais.

Trata-se de uma atividade que ao mesmo tempo envolve ações simultaneamente mentais e materiais, posto que essas práticas históricas atualizadas e situadas, promovem interatividades que conectam integrativamente a mente, exercícios que fortalecem habilidades matemáticas como contar, medir, estimar, combinar, representar graficamente, dimensionar os espaços etc.

Apontamentos finais e outros encaminhamentos

Conforme já mencionei ao longo deste artigo, foi com a intenção de encontrar caminhos que pudessem oferecer aos professores, estratégias de ensino em direção a uma aprendizagem da cultura matemática em seus aspectos epistêmicos adequados a uma compreensão relacional, que ao longo de mais de duas décadas desenvolvi estudos e pesquisas no intuito de experimentar uma multiplicidade de estratégias didáticas que pudessem ser associadas aos princípios investigativos, problematizadores e fundamentadores do ensino e da aprendizagem matemática com o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática. Dessas experiências e reflexões estabeleci princípios e métodos que convergiram para a criação de fundamentos e métodos de ensino que sustentassem os usos da história como um acionador cognitivo na aprendizagem matemática, como um reorganizador cognitivo na aprendizagem matemática, como um agente de cognição no ensino de Matemática e de cognição matemática na sala de aula.

Após a realização de exercícios experimentais baseadas nesses princípios fundadores, organizei um modelo teórico-prático denominado de *história como um mediador didático e conceitual (HMDC)*, que pressupõe a incorporação das modalidades de usos da história no ensino da Matemática já mencionadas neste artigo, envolvendo informações extraídas diretamente ou adaptadas da história da Matemática, textos e problemas históricos extraídos ou adaptados de fontes primárias, e por fim, a possibilidade de utilização das tecnologias digitais para a produção e uso didático de vídeos e outros aplicativos a partir de fontes históricas primárias ou secundárias. Na maioria desses exercícios a base principal sempre foi o desenvolvimento de projetos de investigação temática em história da Matemática.

A proposta de materialização desse modelo didático na prática de sala de aula deve seguir alguns encaminhamentos como a identificação e seleção de alguns temas históricos a serem investigadas e a partir daí planejar, executar e avaliar ações que envolvam o desenvolvimento de investigações históricas dos temas selecionados, por meio de pesquisa individual ou coletiva com os estudantes em sala de aula ou por meio de ações extraclasse.

Posteriormente o professor deverá solicitar aos estudantes que exercitem a elaboração de situações didáticas que envolvam as problematizações estabelecidas e apresentem tais situações em sala de aula, na forma de seminários que promovam discussões, análises e sínteses de cada tema abordado, seguindo com uma análise qualitativa do processo investigativo realizado, tendo em vista uma possível reorientação da abordagem didática para os conteúdos escolares a partir da investigação realizada.

A constituição dos mais variados episódios da história escrita e reescrita da Matemática, conforme a lente epistemológica de cada pesquisador que escreve sobre essas histórias, faz emergir alguns ecos acerca da dinâmica criativa de cada Matemática historiografada, ou seja, indicativos que caracterizem os processos criativos no desenvolvimento histórico da Matemática.

Assim, reitero as ponderações estabelecidas desde as partes iniciais deste artigo, ao considerar que quando se pretende compreender a produção da Matemática deve-se mergulhar fundo nas epistemologias contidas nas histórias escritas dessa Matemática ou outros campos direta ou indiretamente relacionados a esse ramo de conhecimento, pois se trata de um tipo de criação que ocorre por meio de um processo histórico conceitual de fluxo contínuo caracterizado por um *movimento sequencial histórico* (MSH) em constante expansão, que se processa de maneira descontínua (não obedece a um movimento cronológico ou espacial, ou seja, é desordenado e sem uma sequência organizada), que acontece de formas diferentes e em lugares diferentes, com o envolvimento de grupos diferentes, que nem sempre estão estudando o mesmo problema, e principalmente da mesma maneira.

Relativamente a esse assunto, destaco alguns desses ecos como, por exemplo, os movimentos sequenciais históricos (MSH) relativos aos irracionais, aos problemas sobre a quadratura das curvas e seus movimentos conceituais, aos processos criativos sobre os indivisíveis de Cavalieri e a trajetória do conceito de variáveis, funções e o cálculo diferencial e integral, bem como os números complexos, a trajetória conceitual da geometria analítica antes e depois dos estudos de René Descartes, o método das fluxões de Isaac Newton e Colin Maclaurin, a composição do campo da trigonometria das cordas, semicordas, triângulos planos e esféricos, as representações algébricas em formas de escrita, em diferentes períodos históricos, as geometrias não euclidianas criadas por problematização ou apenas imaginadas, dentre outras imaginações ou criações matemáticas (Mendes, 2020).

Diante do exposto, considero que os movimentos sequenciais históricos (MSH) devem ser constituídos por uma organização lógica que supere as discontinuidades espaço-temporais configurativas da criação de cada tema matemático, como é o caso do desenvolvimento histórico-epistemológico dos números irracionais. Trata-se de exercícios de (re)escritas das histórias desse desenvolvimento conceitual para moldar esses sequenciais. A depender dos objetivos e questões a serem tratadas em sala de aula, o professor deve acrescentar a cada sequencial, às ordenações dos programas de ensino, como uma complementação explicativa para a compreensão dos conteúdos escolares que estão previstos para cada nível escolar.

Igualmente, o MSH deve ser conectado às unidades temáticas dos livros didáticos adotados pelo professor para construção de um modelo triplamente composto em direção a uma aprendizagem compreensiva ou relacional do assunto ao qual se objetiva a apropriação por parte do estudante. Significa, portanto, que a história da Matemática investigada (HMI) se mostra acionadora da cognição matemática em seu processo construtivo, para em seguida se estruturar como uma prática que possibilite uma reorganização cognitiva da consciência matemática do estudante, quando associada ao conhecimento matemático escolar (CME) previsto no programa de ensino e materializada por meio de um agenciamento da cognição do estudante para correlacionar conhecimento histórico, ordenação sistemática baseada nesse programa de ensino e concretizada na abordagem matemática contida no livro didático (MLD).

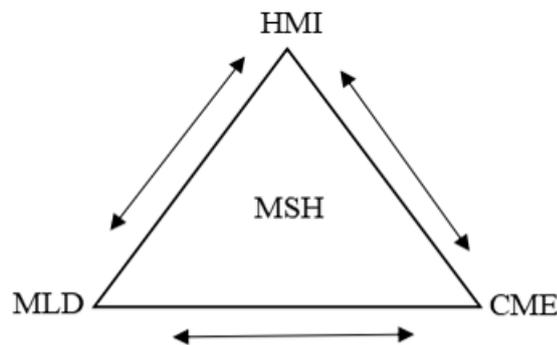


Figura 1.

Descritor do movimento sequencial histórico (MSH) em suas interconexões envolvendo história da Matemática, programa de ensino de Matemática e livros didáticos de Matemática

Conforme o descritor mostrado na figura 1, temos uma configuração da operacionalização envolvendo o movimento sequencial histórico (MSH) em suas conexões integradas entre história da Matemática, programa de ensino de Matemática e livros didáticos de Matemática. Trata-se um processo contínuo de integração intramatemática¹⁴ que associa informações sobre o desenvolvimento conceitual histórico (epistemológico) da Matemática em sua inserção complementar às explicações do conteúdo programático de Matemática que deverá estar materializado no livro didático.

Para sua utilização, o professor precisa desenvolver habilidades de integração dialógica com as três formas de organização o conhecimento, com base em uma investigação histórica inicial e a prática de conexão dessa história investigada, aos conteúdos escolares presentes no

¹⁴ O termo intramatemática corresponde ao contextos das interconexões que envolvem conceitos, propriedades e relações estabelecias no interior da própria área de conhecimento; no caso a Matemática. Essas interconexões se desenvolveram ao longo da história do desenvolvimento da Matemática e se tornaram a base do processo de axiomatização das teorias matemáticas ao longo dos tempos.

programa de ensino e no livro didático adotado, desde que se insira cada parte do sequencial histórico em contextos adequados do plano de ensino, que precisem de esclarecimento conceitual acerca do movimento epistêmico do tema tratado. É na exploração desse movimento epistêmico estabelecido pelo MSH, incorporado às abordagens da Matemática contida no livro didático, que os conteúdos matemáticos escolares (CME) poderão ser agenciados para o exercício cognitivo de aprendizagem compreensiva pelos estudantes, nos momentos de exploração da história da Matemática pelo professor, como um agente de cognição no ensino de Matemática.

Referências

- Bergson, Henri. La genèse de l'idée de temps. *Revue Philosophique de la France et del'Étranger*. Paris, t. 31, jan.-juin, 1891, pp. 185-190.
- Boirel, René. *Théorie générale de l'invention*. Paris: Presses universitaires de France, 1961.
- Boirel, René. *L'Invention*. Paris: Presses universitaires de France, 1966.
- Boorstin, Daniel J. *Os investigadores*. Tradução Max Altman. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 2003.
- Boorstin, Daniel J. *Os criadores. Uma história a criatividade humana*. Tradução José J. Veiga. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 1995.
- Boorstin, Daniel J. *Os descobridores. De como o homem procurou conhecer-se a si mesmo e ao mundo*. Tradução Fernanda Pinto Rodrigues. Lisboa: Editora Gradiva, 1994.
- Csikszentmihaly, Mihaly. *Creatividad. El fluid y la psicología del descubrimiento y la invención*. Tradução José Pedro Tosaus Abadia. Barcelona: Paidós, 2006.
- Derrida, Jacques. *Gramatologia*. 2. ed. São Paulo: editora Perspectiva, 1999.
- Durozoi, Gérard; ROUSSEL, André. *Dicionário de Filosofia*. 3. ed. Tradução Marina Appenzeller. Campinas, SP: Papirus, 1993.
- Egan, Kieran. *A mente educada. Os males da educação e a ineficiência educacional das escolas*. Tradução Eduardo Francisco Alves. Rio de Janeiro: Bertran Brasil, 2002.
- Fischer, Steven Roger. *História da escrita*. Tradução Mirna Pinsky. São Paulo: Editora Unesp, 2009. (Original work published in 2007).
- Fleck, Ludwik. *Gênese e desenvolvimento de um fato científico*. Tradução Georg Otte e Mariana Camilo de Oliveira. Belo Horizonte: Fabrefactum Editora, 2010.
- Foucault, Michel. *As palavras e as coisas. Uma arqueologia das ciências humanas*. Tradução Salma Tannus Muchail. São Paulo: Martins Fontes, 2002.
- Grayling, A. C. *As fronteiras do conhecimento. O que sabemos hoje sobre ciência, história e a mente*. Tradução Desidéria Murcho. Lisboa: edições 70, 2021.
- Hadamard, Jacques. *The Psychology of Invention in the Mathematical Field: An Essay*. New York: Dover Publications, 1944.
- Hadamard, Jacques. *Psicologia da invenção na Matemática*. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2009.

- Jean, Georges. *A escrita: memória dos homens*. Tradução Lídia da Mota Amaral. Rio de Janeiro: Objetiva, 2002.
- Knobbe, Margarida Maria. *O que é compreender?* São Paulo: editora Livraria da Física, 2014. (Coleção Contextos da Ciência).
- Koselleck, Reinhart. *Futuro Passado. Contribuição à semântica dos tempos históricos*. Tradução Wilma Patrícia Maase Carlos Almeida Pereira. Rio de Janeiro: PUC/Rio; Editora Contraponto, 2006.
- Kuhn, Thomas S.. *A Estrutura das Revoluções científicas*. Tradução Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. 4. ed. São Paulo: editora Perspectiva, 1996. (Coleção Debates Ciência, 115).
- Latour, Bruno. *Jamais fomos modernos: um ensaio de antropologia simétrica*. Tradução Carlos Irineu da Costa. 3. ed. São Paulo: editora 34, 2013.
- Latour, Bruno. *Ciência em ação. Como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora*. Tradução Ivone C. Benedetti. São Paulo Editora Unesp, 2000.
- Lawlor, Robert. *Geometria Sagrada*. Tradução Maria José Garcia Ripoll. Madrid, Espanha: Edições del Prado, 1996.
- Levy, Pierre. *Ideografia dinâmica. Para uma imaginação artificial?* Tradução Manuela Guimarães. Lisboa: Instituto Piaget, 1997. (Original work published in 1991).
- Levy, Pierre. *As tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na Era da Informática*. Tradução Carlos Irineu da Costa. 1. ed, 1993. 13ª reimpressão. São Paulo: editora 34, 2004. (Coleção Trans).
- Maia, Carlos Alvarez. *História, Ciência e Linguagem. O dilema relativismo-realismo*. Rio de Janeiro: Mauad X, 2015.
- Man, John. *A história do alfabeto: como 26 letras transformaram o mundo ocidental*. Tradução Edith Zonenschain. 2. ed. São Paulo: Ediouro, 2002.
- Mendes, Iran Abreu. *Movimentos sequenciais históricos (MSH) como forma de abordagem da matemática na escola*. A sair em 2023.
- Mendes, Iran Abreu. *Usos da história no ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências*. 3. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2022.
- Mendes, Iran Abreu. *Usos da história no ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências*. 2. ed. E-Book. Belém, Pará: Editora Flecha do Tempo, 2021a.
- Mendes, Iran Abreu. *Sobre processos criativos nas histórias da criação matemática*. In: Pereira, A. C. C.; Martins, E. B. (Orgs.). *Investigações científicas envolvendo história da Matemática sob o olhar da pluralidade*. Curitiba: Editora CRV, 2021b. p. 63-74.
- Mendes, Iran Abreu. *Historical Creativities for the Teaching of Functions and Infinitesimal Calculus*. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), em0629. <https://doi.org/10.29333/iejme/10876>, 2021c.
- Mendes, Iran Abreu (c). *History for the teaching of mathematics transformation and mobilization of mathematical knowledge for school*. *Pedagogical Research*, v. 5 (3) em0072, pp. 01-10, 2020. <https://www.pedagogicalresearch.com>
- Mendes, Iran Abreu. *Criatividade na história da criação matemática: potencialidades para o trabalho do professor*. Belém: SBEM Pará, 2019.

- Mendes, Iran Abreu. História da Matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.
- Mendes, Iran Abreu. O Uso da história no ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências. Belém, Pará: Eduepa, 2001.
- Moles, Abraham A.. Sociodinâmica da cultura. Tradução Mauro W. Barbosa de Almeida. São Paulo: editora Perspectiva, 2012.
- Moles, Abraham A.. A criação científica. Tradução Gita K. Guinsburg. 3. ed. 1ª reimpressão. São Paulo: editora Perspectiva, 2007.
- Morin, Edgar. O método 3. O conhecimento do conhecimento. Porto Alegre: editora Sulina, 1999.
- Poincaré, Henri. Science et Méthode. Paris: Flammarion, 1920.
- Poincaré, Henri. Filosofia da Matemática. Breve antologia de textos de Filosofia da Matemática de Henri Poincaré. Organização Augusto J. Franco de Oliveira. Caderno de Filosofia das Ciências, 10. Lisboa: Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa (CFCUL), 2010.
- Salles, René. 5000 ans d'histoire du livre. Rennes, França: Editions Ouest France, 1986.
- Serres, Michel. Ramos. Tradução Edgard de Assis Carvalho e Mariza Perassi Bosco. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2008.
- Skemp, Richard. Instrumental and Relational Understanding In: Mathematics Education. In: Encyclopedia of Mathematics Education, 2014, p. 304-307. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-94-007-4978-8_79. Acesso em 25/02/2023.
- Skemp, Richard. Psicología del aprendizaje de las matemáticas. 2. ed. Tradução Gonzalo Gonzalvo Mainar. Madrid (Espanha): Ediciones Morata, 1993.
- Vignaux, Georges. As ciências cognitivas. Tradução Maria Miranda Guimarães. Lisboa: Instituto Piaget, 19957.