

Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas¹

Connaissances et conceptions de enseignants des mathématiques: l'analyse des séquences didactiques.

IRANETE LIMA²

Resumo

Apresentamos neste artigo um recorte de uma pesquisa desenvolvida no seio da didática da matemática de origem francesa e que se insere na problemática da modelização de conhecimentos do professor de matemática. Abordamos essa problemática por meio da apresentação do Modelo de Níveis da Atividade do Professor e da análise de duas sequências didáticas elaboradas por dois professores para um aluno que resolveu problemas de simetria de reflexão (axial). Os resultados obtidos apontam as propriedades matemáticas que os professores consideram fundamentais para a aprendizagem do conceito em foco, bem como elementos das concepções de ensino que eles adotaram e a maneira como eles levaram em conta os conhecimentos prévios do aluno. As sequências didáticas mostram a importância da identificação dos erros do aluno e do reinvestimento dos conhecimentos construídos.

Palavras-chave: modelo de níveis de atividade do professor; sequência didática; conhecimentos e concepção do professor.

Résumé

Nous présentons dans cet article une partie d'une recherche développée au sein de la didactique des mathématiques française et qui relève de la problématique de la modélisation des connaissances du professeur de mathématiques. Nous abordons cette problématique par le biais de la présentation du Modèle des Niveaux de l'Activité du Professeur et de l'analyse des séquences didactiques élaborées par deux enseignants pour un élève qui a résolu quelques problèmes de symétrie axiale. Les résultats montrent les propriétés mathématiques que ces enseignants considèrent comme fondamentales pour l'apprentissage de cette notion mathématique et aussi des éléments de leurs conceptions d'enseignement et la manière dont ils prennent en compte les connaissances de l'élève dans la conception de leurs séquences d'enseignement. Les séquences didactiques montrent l'importance de l'identification des erreurs de l'élève et du réinvestissement des connaissances disponibles chez l'élève.

Mots-clés: modèle de niveaux de l'activité du professeur; séquence didactique; connaissances et conception du professeur.

¹ Apoio: Pesquisa financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

² Universidade Federal de Pernambuco - UFPE – iranetelima@yahoo.com.br.

Introdução

Até os anos noventa, as pesquisas em didática da matemática fundamentadas nas teorias de origem francesa foram, em maioria, consagradas à construção de engenharias didáticas voltadas para a atividade do aluno. Margolinas (1992) destacou que o estudo da atividade do professor não era priorizado, sobretudo, por conta da ausência de abordagens teóricas que levassem em conta as especificidades dessa atividade, que são diferentes da atividade do aluno.

A partir dessa década os pesquisadores deste campo de investigação, sobretudo, na França, começaram a se interessar pela problemática do professor: sua formação, seus conhecimentos, sua prática docente. Dentre esses aspectos, focalizamos nossa discussão na atividade do professor, do planejamento até o instante em que ele analisa a produção do aluno. Partimos do princípio que nestes momentos ele se interroga sobre a melhor decisão, a tomar em função das escolhas possíveis: Qual é a maneira mais pertinente de abordar um conteúdo matemático? A partir das respostas dos alunos, como conduzir o processo de ensino? Como organizar a classe? Nesse contexto, nos interessamos, em particular, pelos conhecimentos e concepções que influenciam as escolhas e decisões didáticas tomadas pelo professor.

As pesquisas de Soury-Lavergne (1994), Comiti et al. (1995) e Bloch (2005) buscaram identificar elementos que influenciam as escolhas dos professores, partindo da classificação de conhecimentos do professor proposta por Shulman (1986): *conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento pedagógico do conteúdo*. Bloch (Ibid.), porém, considera que essa classificação não leva em conta os conhecimentos didáticos que, a seu ver, estão intrinsecamente ligados ao conhecimento matemático a ensinar. Sendo assim, ela retoma as categorias de Shulman (ibid.), fazendo a seguinte releitura: *domínio das competências matemáticas; domínio da didática prática e domínio pedagógico das regulações da classe* que descrevemos a seguir:

- Domínio das Competências Matemáticas: tem origem na formação inicial do professor (ensino básico e universitário) e na sua formação continuada. Para a autora a concepção construída durante a experiência de aluno, do que significa ser um bom professor, pode estar na origem das escolhas feitas pelo professor sobre como deve ensinar matemática. À medida que adquire experiência com a sala de aula, a concepção inicial do professor tende a ser

superada porque ele também é sujeito aprendiz da sua prática docente.

- Domínio da Didática Prática: ligado à capacidade do professor “de organizar e gerir a atividade dos alunos na classe de forma que eles encontrem efetivamente os elementos do saber matemático visado” (BLOCH, 2005, p. 2). Essa capacidade está ligada tanto aos conhecimentos matemáticos e didáticos quanto ao Contrato Didático (BROUSSEAU, 1998). Em geral, supõe-se que o professor tem uma boa relação com o saber a ser ensinado. De fato, para ensinar matemática adequadamente, o professor deve ter domínio do objeto matemático a ensinar. Entretanto, isso não basta para levar o aluno a uma situação de aprendizagem. É necessário, também, que o professor seja capaz de identificar as dificuldades de aprendizagem, os conhecimentos que os alunos têm sobre uma determinada noção matemática e as eventuais fontes de erros cometidos. Ele deve, sobretudo, ser capaz de criar boas situações didáticas que propiciem a superação dos erros e que favoreçam a aprendizagem de novos conhecimentos.
- Domínio Pedagógico: definido como sendo aquele que é ligado à formação profissional do professor. Os conhecimentos a ele subjacentes correspondem aos conhecimentos pedagógicos, a exemplo das concepções de ensino e de aprendizagem geralmente ensinadas nos cursos de formação inicial e continuada.

No estudo que realizamos partimos da hipótese que no momento em que realiza o planejamento, por exemplo, o professor é submetido a exigências de diversas origens, como as explicitadas por Perrin-Glorian no trecho a seguir:

[...] exigências que vem da instituição escolar (programas, exames, horário previsto...), do estabelecimento de ensino (tempo da aula, livro escolar, outras classes nas quais leciona, colegas...), necessidades do ensino (avaliação), dos alunos (nível escolar, origem social...) e dele mesmo (sua história, seus próprios conhecimentos sobre o conteúdo que deve ensinar, suas preferências, sua tolerância ao barulho...) (PERRIN-GLORIAN 2002, p. 221).

De fato, quando prepara a aula o professor busca antecipar o que vai acontecer quando estiver em interação com os alunos. Para tanto, ele determina os objetivos de ensino e escolhe os meios necessários para materializá-los, organiza as ações futuras em termos de escolha de problemas e define os meios necessários para realizar o ensino. Além disso, escolhe os instrumentos de avaliação que lhe permitirão observar se houve ou não aprendizagem por parte do aluno. Como Gitirana (2006), entendemos que o planejamento é indissociável da prática de avaliação.

1. Modelo de Níveis da Atividade do Professor

Na pesquisa, buscamos identificar conhecimentos e concepções que influenciam as escolhas feitas por professores de matemática em um cenário particular que apresentamos mais adiante neste artigo. Para tanto, utilizamos o Modelo dos Níveis da Atividade do Professor proposto por Margolinas (2002, 2005) como referencial teórico-metodológico. Este modelo é ancorado na Teoria das Situações Didáticas – TSD (BROUSSEAU, 1998), que por sua vez, é fundamentada na abordagem construtivista de Piaget (1979). Em consonância com este pesquisador Brousseau defende que o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades e de desequilíbrios. Porém, na sua acepção, o meio (“milieu”) é criado e organizado pelo professor com uma intencionalidade didática, tendo por principal objetivo favorecer a aprendizagem pelo aluno. A Teoria das Situações Didáticas é, portanto, baseada nessa premissa, sendo caracterizada pelas interações que se estabelecem entre o professor, o aluno ou alunos e um saber particular.

Nesse quadro, Brousseau (ibid.) propôs o modelo de “estruturação do meio didático” que, dentre as suas funcionalidades, destacamos a de permitir a análise das “situações não didáticas adaptadas aos diversos funcionamentos do conhecimento”, bem como de “colocar de forma mais clara a questão da especificidade da relação didática” (ibid. p. 319-320).

Esse modelo, uma ferramenta da Teoria das Situações Didáticas, foi o ponto de partida dos estudos de Margolinas (1997, 2002, 2005) relativos à atividade do professor. Essa pesquisadora propôs uma ampliação e uma nova sistematização do modelo supracitado³ buscando colocar em evidência o papel do professor na relação didática. Ela introduziu, então, as posições P3, P2 e P1 no modelo de estruturação do meio, propondo uma apresentação em forma de quadro como a seguir:

³ Margolinas (2002, 2005) não denomina a formalização que propôs como modelo e sim como uma heurística. No entanto, adotaremos essa terminologia, como fizemos em Lima (2009)

| | | | | |
|--|-----------------------|---------------------------|--------------------------------------|--------------------|
| M3 : M-de construção | | P3 : P- noosférico | S3 : Situação noosférica | Sobre- didática |
| M2 : M- de projeto | | P2 : P-construtor | S2 : Situação de construção | |
| M1 : M-didática | E1 E-reflexivo | P1 : P-projetor | S1 : situação de projeto | |
| M0 : M- de aprendizagem | E0 : Aluno | P0 : Professor | S0 : Situação Didática | |
| M-1 M-de referência | E-1 : E-aprendiz | P-1 P-observador | S-1 : Situação de aprendizagem | A - didática |
| M-2 M-objetivo | E-2 : E-em ação | | S-2 : Situação de referência | |
| M-3 : M-material | E-3 : E-objetivo | | S-3 : Situação objetiva | |

Quadro 1. Modelo de Estruturação do Meio (“milieu”) proposto por Margolinas⁴ (1997, p. 43)

S1, S2 e S3 representam as situações sobre-didáticas. São as situações nas quais o professor não está em interação com o aluno. S-1, S-2 et S-3 representam as situações adidáticas. S0 é situação didática propriamente dita, em outros termos, a situação em que o professor está em interação real com o aluno. S0 se constitui na parte mais visível da atividade do professor. Os estudos de Margolinas (1997) evoluíram de tal maneira que, em 2002, ela apresentou um modelo organizado por níveis, denominando-o *Níveis de Atividade do Professor*, que apresentamos a seguir:

Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem

Projeto educativo : valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.

Nível + 2 Construção do tema

Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir.

Nível + 1: Planejamento da aula

Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.

Nível 0 : Situação didática

Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.

Nível -1: Observação do aluno em atividade

Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos

Quadro 2: Modelo de Níveis da Atividade do Professor (MARGOLINAS, 2002)

⁴ M = Meio ; E = Aluno ; P = Professor ; S = Situação.

A autora descreve os diferentes níveis propostos no modelo, como a seguir:

+3 (nível noosférico ou ideológico) é caracterizado pela atividade do professor que reflete de forma geral ou sempre em geral no ensino da matemática. + 2 (nível de construção): a atividade do professor é conceber as grandes linhas do ensino de um tema. Do ponto de vista da engenharia didática é nesse nível que intervém de forma característica a pesquisa de uma situação fundamental. + 1 (nível de planejamento): caracterizado pela atividade do professor que determina o cenário de uma aula. Brousseau (1990) o descreve como aquele em que o professor prepara sua aula. 0 (nível didático): caracteriza a ação do professor na sala de aula. Trata-se do “nível de base” no qual os alunos e o professor interagem “es-qualité”. -1 (nível de observação): é característico da devolução ou da observação da atividade dos alunos (MARGOLINAS, 2002. p. 142. (Tradução nossa).

Embora tenha uma apresentação linear, a autora chama atenção para o fato de esta ser apenas estrutural e que os níveis de atividade não devem ser relacionados ao aspecto temporal. Deve-se levar em conta que a atividade do professor é dinâmica e que os níveis interagem uns com os outros. Por exemplo, consideramos um professor que está em sala de aula e observa o aluno resolvendo um problema dado. Dependendo da resposta do aluno, ele pode rever o seu planejamento, propor uma nova atividade ou fazer uma nova intervenção e voltar a observar o aluno.

Os níveis que vão de -1 a +3, nesta configuração do modelo, correspondem às posições do professor P-1 a P3, respectivamente, na configuração precedente, os quais podemos descrever como a seguir⁵:

- Nível + 3 (noosférico ou ideológico): caracterizado pela atividade do professor que reflete, de maneira mais ampla, sobre o ensino da matemática. Nesse momento da sua atividade ele mobiliza conhecimentos que sobre a noção matemática e a aprendizagem;
- Nível + 2 (construção): nesse nível a atividade do professor é organizar, em grandes linhas, o ensino de um conteúdo matemático. Margolinas (IBID.) associa esse nível à busca de uma *situação fundamental* no quando de uma engenharia didática. Nesse momento o professor mobiliza conhecimentos relativos à situação de ensino e de aprendizagem;
- Nível +1 (planejamento): se caracteriza pelo momento em que o professor constrói o planejamento da aula. Nessa atividade ele mobiliza conhecimentos globais tanto sobre o conhecimento do aluno quanto sobre as dificuldades de aprendizagem sobre uma noção estudada;

⁵ Essa descrição se apóia também nos estudos desenvolvidos por Comiti; Grenier, e Margolinas (1995).

- Nível 0 (situação didática): caracterizado pela ação do professor na sala de aula. Nesse momento ele mobiliza conhecimentos que tem origem nas representações que ele tem dos alunos e que vão subsidiar suas decisões mais imediatas;
- Nível -1: conhecimentos que permitem ao professor distinguir no trabalho do aluno, os erros e as dificuldades de aprendizagem que estão relacionadas com o saber a ensinar.

Nossa pesquisa está situada no *Nível +1*, ou seja, no momento em que o professor obtém informações ou observa a atividade do aluno (*Nível -1*). Neste nível, o professor interage ao mesmo tempo com seu projeto de ensino mais geral (*Nível +2*) no qual se inscreverá a sequência didática e, também, com suas concepções de ensino e de aprendizagem (*Nível +3*).

Não pretendemos explorar neste artigo todas as possibilidades de utilização deste modelo, tampouco, as vantagens e limitações de tal utilização. Destacamos, apenas, alguns aspectos que consideramos relevantes para a identificação de conhecimentos que foram mobilizados pelos professores que participaram da investigação e de elementos das suas concepções. Entendemos que, independentemente da influência que sofre o professor por fatores de origens diversas, suas concepções sobre a natureza do ensino e da aprendizagem têm, certamente, um papel importante nas suas decisões didáticas.

Para tanto, retomamos alguns elementos das três principais concepções de ensino e de aprendizagem encontradas na literatura de referência: a *concepção transmissiva*, a *behaviorista* e a *construtivista*. Tendo em vista que elas são bem difundidas entre os professores e pesquisadores na área de Educação, apresentamos estas concepções em linhas gerais, destacando apenas suas origens, o papel do professor e do aluno, bem como o status do erro em cada uma delas.

Concepção Transmissiva

O destaque está na natureza do saber matemático. Essa concepção se apóia, por um lado, sobre o modelo empirista da aprendizagem (LOCKE, 2001) que supõe que o conhecimento é adquirido inteiramente do mundo exterior. O modelo pressupõe que na sua origem o espírito humano é virgem de todo conhecimento, que é adquirido pela experiência e pela educação (ASTOLFI, 2008). Por outro lado, ela se apóia sobre o modelo de comunicação e transmissão telegráfica desenvolvida por Shannon e Weaver (1949) que pressupõe que a comunicação é reduzida a transmissão de uma informação. Nessa abordagem, o professor é o detentor do saber e deve comunicá-lo claramente ao

aluno, enquanto este deve reproduzir o que é transmitido pelo professor. Nessa concepção, o erro é considerado revelador de um desfuncionamento do processo, quer dizer, ou o professor ensinou mal ou foi o aluno que não compreendeu o que ele disse. No entanto, em regra geral, o erro é atribuído ao aluno. Para Ragot (1991), nessa concepção as tarefas devem ser propostas aos alunos com a finalidade de levá-los a praticar o que acabou de aprender. Desse modo, o conhecimento do aluno é descrito por uma lógica binária: ele sabe ou ele não sabe. Em caso de fracasso, o professor deve recomençar tudo, repetir e propor muitos exercícios para garantir a aprendizagem do aluno.

Concepção behaviorista - comportamentalista

Essa concepção se apóia sobre o modelo behaviorista (SKINNER, 1938) que remete ao condicionamento “estímulo-resposta” (PAVLOV, 1927). Tem como princípio que o sucesso do aluno deve ser recompensado e o fracasso, ao contrário, sancionado. Nela, a natureza do conhecimento matemático não é o mais relevante, mas, a lógica e o rigor que determinam a organização do ensino deste conhecimento. Nessa abordagem, o professor deve, segundo a lógica interna do conhecimento, apresentar ao aluno elemento por elemento. Ele deve ser capaz de decompor o saber em unidades e apresentá-las aos alunos de forma tal que eles percebam as ligações entre elas. Deve elaborar exercícios progressivos, guiar os alunos e lhes comunicar as retroações necessárias no encadeamento das etapas de resolução de um problema. O essencial do trabalho do professor se faz, então, antes do momento da interação com o aluno. Por sua vez, espera-se que o aluno siga o “passo a passo” definido pelo professor. Ele não deve tomar iniciativas, e deve prestar atenção às instruções do professor. Nessa concepção, o fracasso do aluno não é associado à sequência de ensino proposta pelo professor e, assim, o erro é sempre atribuído ao aluno que não acompanhou, que não estudou ou que não compreendeu os ensinamentos do professor. Se o conhecimento do aluno for avaliado como sendo insuficiente pelo professor, ele deve realizar ações de re-mediação (exercícios individuais, trabalhos suplementares, etc.).

Concepção construtivista

Essa concepção se apóia no modelo construtivista (PIAGET, 1979) cujo interesse reside, sobretudo, nas condições de construção do conhecimento pelo aluno. Aprender é construir conhecimentos. O conhecimento é então uma construção do aluno, o que lhe

dá um status diferente daquele subjacente às concepções precedentes. Nessa abordagem pressupõe-se que o aluno possui, em sua estrutura cognitiva, os esquemas necessários a sua aprendizagem. Dessa forma, ele aprende por meio da interação com a situação (o problema).

A seguir, apresentamos, uma síntese a organização da experimentação e alguns resultados obtidos em nosso estudo.

2. Organização da experimentação

A primeira etapa da experimentação foi realizada com cinquenta e um alunos de escolas francesas, que cursavam série equivalente ao oitavo ano do ensino fundamental no sistema de ensino brasileiro (LIMA, 2009). Os alunos resolveram cinco problemas de reconhecimento e de construção de figuras simétricas por simetria de reflexão, além de problemas de construção de eixos de simetria (Cf. Anexo 1, atividades de 1 a 5). Essa etapa da pesquisa teve como finalidade identificar as concepções mobilizadas por alunos desse nível de escolaridade sobre a simetria de reflexão, com fins de instrumentalizar o estudo sobre os conhecimentos que os professores mobilizam na tomada de decisões didáticas; decisões essas tomadas ligadas à aprendizagem de um determinado conhecimento. Nessa etapa do trabalho utilizamos o Modelo cK ζ (BALACHEFF, 1995) como quadro teórico-metodológico de referência¹.

Na segunda etapa da experimentação, que focalizamos nesse artigo, buscamos responder a seguinte questão: *sobre que conhecimentos estão fundadas as decisões didáticas tomadas por um professor com o objetivo de favorecer a evolução das concepções mobilizadas por um aluno?*

Para tanto, realizamos uma experimentação com dez professores que atuavam ou que já haviam atuado no ensino de matemática, no nível escolar supracitado, em escolas francesas. Eles analisaram produções de alunos com o intuito de identificar os conhecimentos destes sobre a simetria de reflexão e, em função disto, propuseram sequências didáticas para cada um dos alunos. Fornecemos, então, três produções, sendo uma delas de um aluno real e duas outras construídas a partir das respostas de alunos que participaram da primeira fase da pesquisa. Fizemos essa opção com a finalidade de contemplar algumas concepções de alunos sobre a simetria de reflexão identificadas em pesquisas anteriores. Além disso, com o objetivo de melhor controlar as variáveis

didáticas da pesquisa, fornecemos uma série de dezoito problemas que eles poderiam utilizar na elaboração das sequências didáticas,. No entanto, os professores poderiam utilizar outros problemas de livre escolha.

Os professores responderam as seguintes questões: (1) *Em sua opinião, o que é a simetria de reflexão para esse aluno?* (2) *Que sequência de aprendizagem você propõe para esse aluno? Justifique todas as escolhas feitas.* Esses questionamentos tiveram por objetivo identificar os elementos fundantes das decisões didáticas tomadas pelos professores e, para tanto, utilizamos o *Modelo de Níveis de Atividades do Professor* (MARGOLINAS, 2002, 2005). Inicialmente, buscamos identificar os elementos sobre os quais os professores se apoiaram para analisar a produção do aluno; momento em que eles observam o aluno em atividade: Nível -1. Em seguida, na análise da sequência didática, buscamos identificar conhecimentos que os professores mobilizaram na elaboração do planejamento: Nível + 1. Porém, sem desconsiderar que estes níveis estão articulados aos níveis mais externos do modelo de referência.

Após descrever o cenário metodológico da pesquisa, apresentamos alguns resultados obtidos.

3. Análise da produção de professores

Para fundamentar a análise realizada, apresentamos as sequências didáticas elaboradas por dois professores participantes da pesquisa (Professor 1 e Professor 2) para um dos alunos dentre as produções fornecidas. Seguem, as respostas destes professores à primeira questão:

Professor 1: *Cédric se lembra de uma história de “distâncias iguais”, mas, para ele, trata-se de distâncias entre dois pontos, não de distância ponto-reta. Ele não conhece a definição de distância ponto-reta, a ideia de perpendicularidade aparece apenas no exercício 4 (Cf. Anexo 1), mas nem sempre. Cédric sabe que um segmento e sua imagem estão situados de um lado e do outro do eixo de simetria.*

Professor 2: *Cédric parece ter uma ideia global da simetria com igualdade de distância; no entanto, ele não dispõe das ferramentas de construção corretas e faz uma confusão entre simetria axial e simetria central. Parece que ele não percebe a conservação dos ângulos.*

O Professor 1 destaca que o aluno associa a simetria de reflexão à ideia de igualdade de distância de um ponto e seu simétrico ao eixo de simetria, embora a distância considerada não seja correta do ponto de vista do saber matemático de referência. Considera, também que o aluno tem uma ideia de perpendicularidade, mesmo não sendo estável. O Professor 2 também reconhece que o aluno tem conhecimento de igualdade de distância. Considera, no entanto, que a dificuldade do aluno reside na falta de ferramentas adequadas para construir a figura corretamente, mas ser explicitar tais ferramentas. Além disso, ele considera que o aluno confunde as simetrias axial (de reflexão) e central. Enfim, esse professor observa que o aluno não percebe a conservação dos ângulos pela simetria. Consideramos que isto se deve ao fato de que o aluno não mobilizou esse conhecimento quando construiu o retângulo maior na atividade 4 (Cf. Anexo 1). Partindo de seus diagnósticos, cada professor propôs uma sequência didática para este aluno.

A seguir, apresentamos estas sequências, buscando evidenciar os conhecimentos e os elementos de concepções de ensino que identificamos na análise dessas produções.

a) Professor 1: sequência didática

Esse professor propôs uma sequência didática dividida em três etapas bem delimitadas, que apresentamos nos *Quadros 3a e 3b*. Destacamos, também, os problemas escolhidos, os comentários do professor e os objetivos subjacentes às suas escolhas.

| Objetivos | Problema | Extrato do protocolo do Professor |
|---|-----------------|--|
| 1ª Etapa: levar o aluno a: Redescobrir a noção de distância de um ponto e uma reta. Identificar a propriedade de perpendicularidade; Distinguir a distância ponto/reta de ponto/ponto. Formular as propriedades de perpendicularidade e igualdade de distância. | Pb 1 | <i>Trata-se de mostrar a Cédric que há vários segmentos que ligam um ponto e uma reta, mas somente um de menor comprimento: obtemos este segmento com a perpendicularidade.</i> |
| | Pb 2 | <i>Trata-se de consolidar as observações do problema precedente (Cf. Pb 1) fazendo bem a distinção entre os dois casos de figuras: (perpendicular equivale à distância ponto-reta) e (não-perpendicular equivale a não distância ponto-reta). Sobre o desenho: d é uma mediana de $[AC]$, $[AD]$, $[AE]$ e $[AF]$, mas é mediatriz somente de $[AC]$. Cédric será levado a dizer que não é suficiente que d passe pelo ponto médio de um segmento para que as extremidades do segmento sejam simétricas. Ele deve então compreender que d deve ser perpendicular aos segmentos. Ele deve ser levado a dizer que as duas propriedades são indispensáveis.</i> |

Quadro 3a. Sequência didática proposta pelo Professor 1: parte 1

| Objetivos | Problema | Extrato do protocolo do Professor |
|---|------------------------------------|---|
| 2ª Etapa: Levar o aluno a utilizar seu conhecimento sobre perpendicularidade e igualdade de distâncias ao eixo, para analisar sua construção anterior e explicitar as razões dos erros cometidos. | Exercício 5 “item c” (Cf. Anexo 1) | <i>Eu o farei retomar o exercício 5c (Cf. Anexo 1: paralelogramo) para que analise sua construção e encontre o seu erro. Espero que nesse, estágio, ele compreenda de forma consistente e definitiva que as duas propriedades (perpendicularidade + distâncias iguais) são indissociáveis e as utilize conjuntamente.</i> |
| Levar o aluno a reinvestir os conhecimentos construídos. | Problema 3 | <i>Cédric vai colocar em prática o que ele acabou de aprender com o Pb 3, parecido com o exercício 4 que ele começou mas não terminou. Os instrumentos (de desenho) serão deixados à escolha do aluno</i> |
| | Exercício 4 | <i>Enfim, eu lhe pedirei para analisar o que ele produziu no exercício 4, e para determinar o que ele fez de correto e de errado.</i> |

Quadro 3b. Sequência didática proposta pelo Professor 1: parte 2

Inicialmente o Professor 1 propôs o problema Pb 1 (Cf. Apêndice). A tarefa para o aluno consiste em encontrar o percurso mais curto entre um ponto e uma reta dados. Com isso, o professor busca levar o aluno a perceber que dentre os segmentos que unem um ponto e uma reta, há um de menor comprimento. Além disso, ele intenciona colocar em relação à noção de reta perpendicular com a de menor distância entre um ponto e uma reta. Em seguida, o professor propõe o problema Pb 2, cuja resolução consiste em identificar, dentre os pontos candidatos, aquele que é simétrico do ponto A com relação à reta d dada (Cf. Quadro 4).

Na figura abaixo, qual é o simétrico do ponto A em relação ao eixo d? Explique sua resposta.

The figure shows a coordinate grid with a diagonal line labeled 'd' passing through the origin. Six points are marked: A at (2, 4), B at (6, 4), C at (4, 2), D at (4, 1), E at (3, 1), and F at (2, 1). The grid lines are spaced at intervals of 1 unit.

Quadro 4. Problema Pb 2.

O professor intenta levar o aluno a fazer a distinção entre perpendicular (distância ponto-reta) e não-perpendicular (não distância ponto-reta). Como ele afirma (Cf. *Quadro 3*: extrato da sequência), seu objetivo ao escolher esse problema é levar o aluno a perceber que “ d é uma mediana de $[AC]$, $[AD]$, $[AE]$ e $[AF]$, mas é mediatriz somente de $[AC]$ ”. Mas, como se pode observar, o problema não fornece nenhum triângulo. Nossa hipótese é que o professor se apóia sobre triângulos não traçados na figura fornecida para ensinar ao aluno a propriedade de perpendicularidade. Assim, utilizando o termo “mediana” o professor pretende explicar ao aluno que o fato de passar pelo ponto médio de alguns dos segmentos citados não quer dizer que a reta d é perpendicular a todos eles. Por sua vez, quando utiliza “mediatriz”, ficam subentendidas as duas propriedades: ponto médio e perpendicularidade. De fato, para os segmentos $[AC]$, $[AE]$ e $[AF]$ e $[AB]$ (este último não citado), podemos encontrar um triângulo que terá a reta d como mediana. Mas, para $[AC]$ a reta d será, também, mediatriz. Mas, não podemos ignorar a referência feita ao segmento $[AD]$, uma vez que o segmento $[AB]$ não foi citado, entendemos este fato como sendo uma confusão na escrita. No entanto, essa análise suscita duas questões. (1) Como o aluno vai visualizar tais triângulos? Parece-nos pouco provável que, sem a intervenção do professor, o aluno possa corresponder ao seu projeto de ensino, isto é, se apoiar sobre triângulos não traçados, não explícitos e não citados no enunciado. (2) O professor pretende modificar o problema de maneira tal que leve o aluno a visualizar os triângulos? Para isto, seria necessário prever um enriquecimento do “milieu”, na acepção de Brousseau (1998), de tal maneira que favoreça ao aluno fazer uma reflexão a partir dos triângulos.

A segunda etapa da sequência didática tem por finalidade levar o aluno a analisar sua própria construção (Cf. Anexo 1, atividade 5) e identificar os erros cometidos. Trata-se de um problema de reconhecimento e construção dos eixos de simetria de um trapézio isósceles (Cf. Anexo 1, atividade 5a), um retângulo (Cf. Anexo 1, atividade 5b), um paralelogramo prototípico (Cf. Anexo 1, atividade 5c) e outra figura não simétrica com relação a uma reta (Cf. Anexo 1, atividade 5d). Como se pode observar, o aluno respondeu corretamente as duas primeiras alternativas (5a e 5b), mas, traçou quatro eixos de simetria no paralelogramo e um eixo na última figura dada (5d). A expectativa do professor é que nesta etapa da sequência didática o aluno já seja capaz de reconhecer seu erro, graças à mobilização das propriedades da simetria que ele supõe apreendidas pelo aluno, bem como à constatação de que tais propriedades são indissociáveis na resolução de um problema simetria de reflexão.

A terceira e última etapa da sequência didática tem por objetivo levar o aluno a reinvestir os novos conhecimentos. Para tanto, o professor propõe inicialmente o problema Pb 3 (Cf. Apêndice), justificando sua escolha pela proximidade deste problema com o exercício já resolvido pelo aluno (Cf. Anexo 1, atividade 4), cuja construção foi abandonada pelo aluno. O professor tem a expectativa que neste momento da sua aprendizagem, o aluno já tenha superado os conflitos e as concepções errôneas que o levaram a desistir de resolver o problema. Para tanto, o aluno deve escolher os instrumentos de desenho que quer utilizar (régua graduada, compasso, esquadros). Entendemos que essa escolha deliberada do professor visa não influenciar os procedimentos de resolução que serão utilizados pelo aluno, que podem estar relacionados ao uso de tais instrumentos. Finalizando a sequência, o professor retoma a resposta do aluno, com o objetivo de levá-lo a refletir sobre sua própria produção e apontar o que está correto e o que está errado na sua construção, à luz das propriedades estudadas nos problemas precedentes.

Como podemos observar nas suas escolhas, o professor se apoiou fortemente na produção do aluno, retomando suas respostas na expectativa de que, por meio da confrontação com o erro, este aluno seja capaz de avançar na compreensão do conceito de simetria de reflexão. Assim, o professor busca, inicialmente, levar o aluno a tomar consciência da limitação de seus conhecimentos iniciais, para depois ensinar novos conhecimentos, o que nos dá indícios da concepção de ensino adotada.

b) Professor 2: sequência didática

| Objetivos | Problemas | Extrato do protocolo do Professor | |
|---|--|--|--|
| Levar o aluno a desenvolver imagens mentais associadas à simetria axial (de reflexão) em oposição das outras isometrias. | Série de problemas de reconhecimento de eixos de simetria propostos pelo professor | <i>Eu começaria apresentando-lhe situações do tipo sim-não misturando diferentes transformações [...] a fim de fixar sua representação sobre a simetria axial.</i> | |
| Levar o aluno a identificar as propriedades de perpendicularidade e igualdade de distância de um ponto e seu simétrico ao eixo de simetria e aplicar o conhecimento de que o simétrico de um ponto sobre o eixo de simetria é ele mesmo, além da sobreposição de figuras simétricas por dobradura | Pb 2 | <i>Simétrico de um ponto</i> | <i>Depois eu proporia um trabalho com papel quadriculado e sistematicamente a verificação por dobradura e pela utilização dos esquadros.</i> |
| | Pb 4 | <i>Simétrico de uma figura e observação do simétrico do ponto D</i> | |
| | Pb 5 + Construção da figura da alternativa d | <i>Formulação de explicações e construções com papel quadriculado com verificação com esquadros</i> | |
| | Pb 6 | <i>Com a observação dos pássaros e utilização do ponto médio de [AA'] e [BB']</i> | |
| Levar o aluno a: Reconhecer a propriedade de conservação da forma da figura; Reinvestir o conhecimento sobre perpendicularidade, igualdade de distância de um ponto e seu simétrico ao eixo de simetria; Realizar dobradura, decalque de figura e material de desenho (esquadros) | Pb 7 Pb 3 | <i>Aplicação do Pb 06 (Pb 7 na nossa numeração) e verificação por dobradura Conservação dos ângulos Construção da casa com esquadros e compasso (ou régua graduada) e colocando os pontos A, B para relembrar o Pb 01 (Pb 6 na nossa numeração) Verificação a simetria por dobradura ou papel de decalque</i> | |
| Levar o aluno a reinvestir seu conhecimento sobre perpendicularidade; igualdade de distância de um ponto e seu simétrico ao eixo de simetria; invariância de um ponto sobre o eixo de simetria ; conservação da forma de uma figura pela simetria de reflexão | Pb 8 | <i>Para trabalhar com figuras que tenham intersecções com o eixo (construção com esquadro para se lembrar do problema Pb 01) (Pb 6 na nossa numeração)</i> | |

Quadro 5. Sequência didática proposta pelo Professor 2: parte 2

Esse professor não delimitou, ele mesmo, as etapas da sequência didática. Então, organizamos o *Quadro 5* em função dos objetivos por ele fixados. A sequência começa com a proposição de um problema de reconhecimento e construção de eixo de simetria e, para isto, ele forneceu uma folha de atividades contendo figuras transformadas por diferentes isometrias (Cf. Anexo 2). Seu objetivo foi levar o aluno a fixar a representação da simetria de reflexão e, para isto, ele antecipou a necessidade de utilização de papel de decalque, como explicitado no enunciado do problema.

Em seguida, o Professor 2 propôs ao aluno uma atividade com a utilização de papel quadriculado, orientando-o a verificar a simetria por dobradura ao longo do eixo de e pela utilização dos esquadros (material de desenho). Com a proposição do Pb 2 (Cf. Apêndice), este professor busca levar o aluno a reconhecer o simétrico de um ponto, dentre algumas alternativas. Levando em conta os instrumentos de desenho e as técnicas que o professor coloca a disposição do aluno, fizemos a hipótese que ele espera que o aluno utilize as propriedades de perpendicularidade e de igualdade de distâncias dos pontos simétricos ao eixo de simetria.

Com a indicação do problema Pb 4 (Cf. Apêndice), o professor objetiva levar o aluno a evoluir na sua concepção de simetria de reflexão, passando da identificação de simétricos de pontos isolados à identificação dos vértices de uma figura. Além disso, sua intenção é que o aluno observe a invariância de um ponto simétrico sobre o eixo de simetria. Essa decisão dá indícios de seu conhecimento matemático e do que ele considera importante para o ensino da simetria de reflexão, ao menos para este aluno em particular. Com a indicação do Pb 5 (Cf. Apêndice) o professor objetiva levar o aluno a formular explicações e construir, ele mesmo, o simétrico de uma figura sobre papel quadriculado. O professor insiste na importância da verificação da simetria por meio da utilização dos esquadros, buscando reforçar no aluno a propriedade de perpendicularidade. Enfim, com a proposição do Pb 6 (Cf. Apêndice), o professor espera que o aluno constate, a partir da observação dos “pássaros que se olham” a inversão da orientação dos ângulos pela simetria de reflexão. Ao mesmo tempo, a partir da observação do ponto médio dos segmentos $[AA']$ et $[BB']$, indicados na figura dada, que o aluno trabalhe a noção de igualdade de distância dos pontos simétricos ao eixo de simetria.

Em seguida, ele propõe o problema Pb 7 (Cf. Apêndice), solicitando ao aluno que verifique por dobradura e pela observação dos ângulos da figura a simetria entre as figuras, antes de traçar o eixo de simetria solicitado no enunciado. Trata-se, certamente, de evidenciar a propriedade de conservação das medidas dos ângulos pela simetria, por meio da sobreposição dos triângulos. Com essa escolha, o professor intenta levar o aluno a superar o conflito explicitado na construção do simétrico da “figura-casa”, quando construiu um quadrilátero não retângulo como simétrico do retângulo (Cf. Anexo 1, atividade 4). Em outros termos, ele objetiva levar o aluno a controlar a construção da figura simétrica pela conservação da forma da figura inicial. Em seguida, propõe o problema Pb 2, que é bem próximo do problema anterior (“figura-casa”). Porém, diferentemente deste, decide nomear alguns pontos da figura com o objetivo de levar o aluno a fazer uma associação com o problema Pb 6 (Cf. Apêndice) já proposto nesta sequência. A escolha de colocar estes pontos em evidência na figura e a indicação de utilização de instrumentos de desenho indicam que o professor busca guiar o aluno, para que ele consigo, dessa vez, a figura simétrica corretamente, tendo em vista que ele abandonou sua construção anterior.

A sequência didática termina com a proposição do problema Pb 8 (Cf. Apêndice) no qual há figuras que “tocam” ou que “cortam” o eixo de simetria. A partir dessa escolha, o professor busca levar o aluno a reinvestir as propriedades, supostamente construídas pelo aluno, de invariância de um ponto sobre o eixo de simetria. Para resolver este problema, ele indica, mais uma vez a utilização do esquadro, fazendo uma associação com o problema Pb 6 (Cf. Apêndice), o que reforça a hipótese de que para o Professor 2 esses conhecimentos são fundamentais para a aprendizagem do conceito de simetria de reflexão no nível de escolaridade em pauta.

A partir da análise da atividade dos professores nos *Níveis -1 e +1*, resumimos nos *Quadros 6 e 7* os conhecimentos e elementos das concepções suscetíveis de terem influenciado as decisões dos dois professores quando observavam a atividade do aluno e na elaboração das sequências didáticas propostas.

| Conhecimentos | Prof 1 | Prof 2 |
|---|---------------|---------------|
| <i>Conhecimento do programa escolar</i> | | |
| Dobradura | | X |
| Técnica de decalque | | X |
| Material de desenho | | X |
| <i>Conhecimento matemático</i> | | |
| Propriedade de perpendicularidade da simetria | X | X |
| Propriedade de igualdade de distância dos pontos simétricos ao eixo de simetria | X | X |
| Propriedade de invariância dos pontos sobre o eixo de simetria | | X |
| Ponto médio | | X |
| Mediana | X | |
| Mediatriz | | |

Quadro 6. Conhecimentos identificados na produção dos professores

| Elementos de concepção | Professor 1 | Professor 2 |
|--|--------------------|--------------------|
| <i>Concepção de ensino e aprendizagem</i> | | |
| O aluno aprende a partir do que ele já sabe (apoio sobre os conhecimentos antigos e corretos) | X | |
| Levar o aluno a construir novos conhecimentos que substituirão os antigos e incorretos | X | X |
| O professor prepara exercícios progressivos (guia o aluno para que ele possa realizar a construção corretamente) | | X |
| A formulação favorece a aprendizagem | X | X |
| Importância do reinvestimento de novos conhecimentos construídos. | | X |

Quadro 7. Elementos de concepções identificados na produção dos professores

O Professor 1 objetiva, inicialmente, levar o aluno a construir a noção de distância de um ponto a uma reta que ele considera não apreendida pelo aluno, embora reconheça que o aluno tem conhecimento sobre a simetria de reflexão. Em consonância com sua concepção de ensino e aprendizagem, leva o aluno a construir novos conhecimentos que devem substituir os antigos e, para isto, ele propõe problemas que favorecem a distinção entre a distância ponto/ponto e ponto/reta, sendo esta última ligada à noção de reta perpendicular. Em seguida, busca levar o aluno a formular as propriedades que considera fundamental para a compreensão da noção de simetria de reflexão: perpendicularidade e igualdade de distância dos pontos simétricos ao eixo de simetria. O aluno deve, então, utilizar essas propriedades para explicitar as razões dos seus erros no problema que resolveu e, depois, reinvesti-las na resolução de novos problemas.

O Professor 2 constatou, igualmente, que o aluno tem uma ideia global sobre a simetria e de sua relação com a ideia de igualdade de distância, mas, confunde a simetria de reflexão (axial) com simetria central. Além disso, para este professor, o aluno não mobiliza a propriedade de conservação da medida dos ângulos pela simetria. Assim, sua primeira escolha na elaboração da sequência didática objetivou levar o aluno a desenvolver imagens mentais que podem ser associadas à simetria de reflexão (axial), em comparação com outras isometrias no plano. Em seguida, e em conformidade com seu conhecimento da simetria, ele busca ensinar ao aluno as propriedades de perpendicularidade, e igualdade de distâncias dos pontos simétricos ao eixo de simetria, como o fez o professor 1, mas também a propriedade de invariância dos pontos sobre o eixo de simetria. Finalizando o seu projeto de ensino para este aluno, o professor intenciona levar o aluno a controlar sua construção por meio da conservação da forma da figura e a reinvestir os conhecimentos, supostamente adquiridos, na resolução de problemas mais complexos, nos quais as figuras fornecidas interceptam o eixo de simetria (Cf. Apêndice, Problema Pb 8).

Considerações finais

Apresentamos neste artigo um recorte de uma pesquisa realizada sobre a problemática da modelização de conhecimentos do professor. Nesse estudo buscamos identificar os conhecimentos mobilizados por professores de matemática, no momento de sua atividade em que analisa a produção do aluno e que elabora uma sequência didática. Ao longo deste artigo apresentamos o quadro teórico-metodológico de referência, que permitiu situar as atividades do professor que enfocamos no estudo. Discutimos essa temática por meio de uma breve análise da produção de dois professores franceses que participaram da pesquisa.

Os resultados que apresentamos mostram que as escolhas feitas e as decisões tomadas pelos professores se apoiaram na análise que fizeram da produção do aluno que fornecemos (Cf. Anexo 1), valorizando o que ele já sabia sobre a simetria de reflexão, antes de buscar levá-lo a aprender as propriedades matemáticas que eles consideram fundamentais para a aprendizagem dessa noção matemática. Observamos, também, que as escolhas destes professores estão baseadas no conhecimento do programa escolar, n conhecimento da matemática, particularmente, da simetria e do ensino desta noção.

De um ponto de vista mais geral do trabalho desenvolvido, vale ressaltar que mesmo

partindo das mesmas condições materiais de conhecimento do aluno, o conjunto de professores que participaram da pesquisa identificou conhecimentos diferentes na produção do aluno e propuseram sequências didáticas bem distintas em termos dos problemas escolhidos e de objetivos fixados. Alguns professores identificaram conhecimentos corretos sobre a simetria de reflexão, mesmo quando os alunos erraram as respostas. Outros consideraram apenas o erro e decidiram recomeçar o processo de ensino.

A diversidade de sequências didáticas nos permitiu identificar diferentes conhecimentos que influenciam as decisões dos professores. Além disso, os elementos da concepção identificados dão indícios da relevância da concepção de ensino adotada pelo professor na sua prática docente.

Referências

ASTOLFI, J. P., *L'erreur, un outil pour enseigner*, 8^a Éd. Thiron Gardais: ESF éditeur, 2008.

BALACHEFF, N., *Conception, Connaissance et Concept. Didactique et Technologies Cognitives en Mathématiques, Séminaires 1994-1995*. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1995, p. 219-244..

BLOCH, I. *Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique?* In *Actes du Séminaire National des Didactiques des Mathématiques*. Paris: ARDM et IREM de Paris 7, 2005, p.15-30.

BROUSSEAU, G. *Théorie des situations didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1998.

COMITI, C; GRENIER, D; MARGOLINAS, C. *Niveaux de connaissances em jeu lors d'interactions em situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques*. In In Arzac Eds, *Différents types de savoirs et leurs articulations*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1995. p.101-109.

GITIRANA, V. *Planejamento e avaliação em matemática*. In *Práticas Avaliativas e aprendizagens significativas: em diferentes áreas do currículo*. Org. Silva, J. F. et al. 5^a Ed. Porto Alegre: Mediação, 2006, p.57-66.

KIERAN C. *Préface*. In L. Trouche, V. Durand-Guerrier, C. Margolinas et A. Mercier (Eds.), *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques ?* In *Actes des Journées mathématiques INRP*, Lyon: INRP, 2007, p.5-6.

LIMA, I. *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Collection

Universitaire. 1^a. ed. Paris: Edilivre Editions. v. 1. 2009, 392 p.

LOCKE, J., Essai sur l'entendement humain. Livres I et II. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, 2001.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In Simmt E. et Davis B. (ed.), *Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques*, Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005, p.1-12.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In Dorier, J.-L. et al. (Eds.) *Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques – Corps*, août 2001, p. 141-156. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, 2002.

MARGOLINAS, C. Projet pour l'étude du rôle du professeur en situation. In *Actes du Séminaire de DidaTech, séminaires 1997*. Grenoble: Laboratoire Leibniz, 1997, p. 37-54.

MARGOLINAS, C. Éléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion. *Recherche en didactiques des mathématiques*, Vol. 12, n° 1. 1992, p. 113-158.

PAVLOV, I. P., Conditioned reflexes: An investigation of the physiological activity of the cerebral cortex (G. V. Anrep, Ed.). London: Oxford, 1927.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. Didactique des mathématiques In Bressoux, P. et al. (Eds.). *Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction*. Rapport de recherche pour Cognitique, Programme École et Sciences Cognitives. Ministère de la Recherche, 2002, p.1-10.

PIAGET, J., *La psychogenèse des connaissances et sa signification épistémologique*, Paris: Point Seuil, 1979.

RAGOT, A. L'observation de la production des élèves: conditions de fiabilité, rôle dans la conception des situations didactiques. Construction de savoirs mathématiques au collège. In: *Rencontres Pédagogiques*, n° 30. Paris: INRP (Institut National de Recherche Pédagogique), 1991.

SHANNON, C., WEAVER, W., *The Mathematical Theory of Communication*. Urbana: University of Illinois Press, 1949.

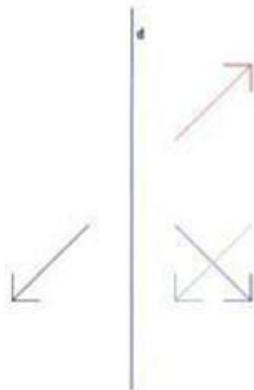
SKINNER, B. F., *The behavior organisms*. New York: Appleton Century Crofts, 1938.

SHULMAN, L. S. Those who understand. In *Knowledge growth in teaching*, *Educational Resaeacher*, 15 (2), 1986, p.4-14.

SOURY-LAVERGNE, S. *Analyse des décisions de l'enseignant dans une situation de magicien d'Oz*. Mémoire de D.E.A., Grenoble: Université Joseph Fourier, 1994.

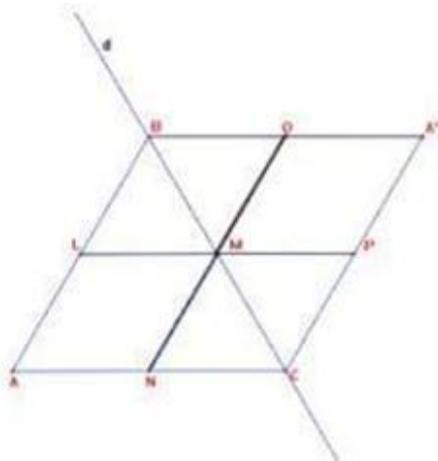
ANEXO 1: PRODUÇÃO DO ALUNO ANALISADA PELOS PROFESSORES

1) Quelle est la couleur de la flèche symétrique de la flèche noire par rapport à la droite (d) ? Justifie ta réponse.



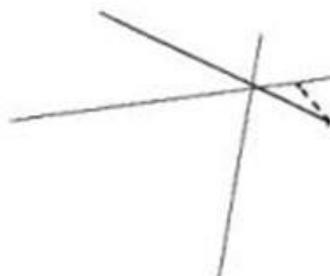
Bleu, parce que la pointe de la flèche Noire est à égale distance de la droite (d) que la pointe que la pointe de la flèche bleue.

2) Soit un triangle équilatéral ABC. Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite d. L est le milieu du segment [AB], M est le milieu du segment [BC] et N le milieu du segment [AC]. P est l'intersection de la droite (LM) avec la droite (CA') et O est l'intersection de la droite (NM) avec la droite (BA'). Quel est le symétrique du segment [NM] par rapport à la droite d ? Justifie ta réponse.



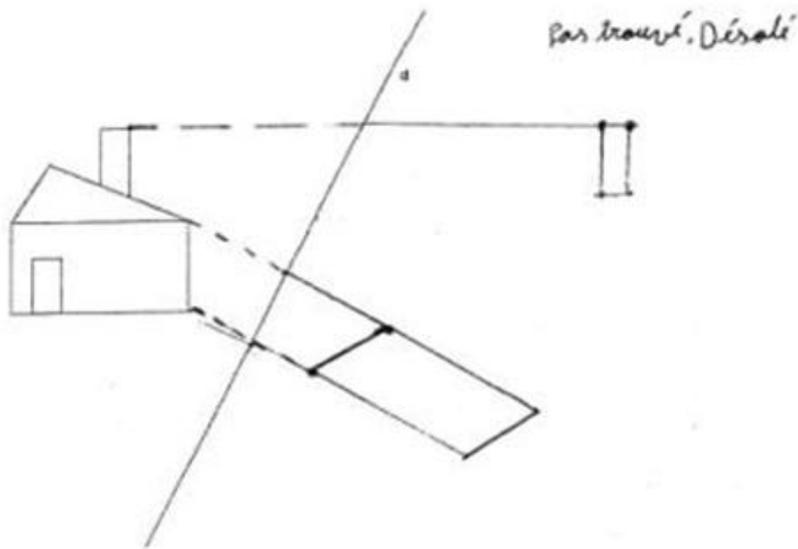
Le symétrique de [MN] par rapport à la droite (d) est le segment [MO]. Ils sont à distances égales du point M.

3) Avec les instruments usuels construis le symétrique du segment ci-dessous par rapport à la droite d. Explique ta construction.



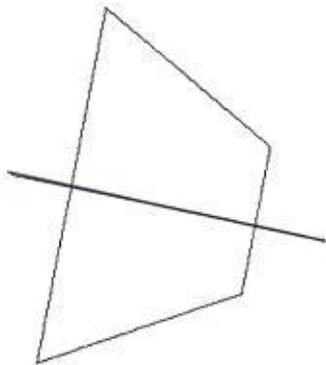
J'y'ai pris la symétrie du premier point par rapport à la droite d, ensuite j'ai pris la symétrie du deuxième point par rapport à la droite d et j'ai fait ma construction.

4) Avec les instruments usuels construis le symétrique de la figure ci-dessous par rapport à la droite d . Explique ta construction.



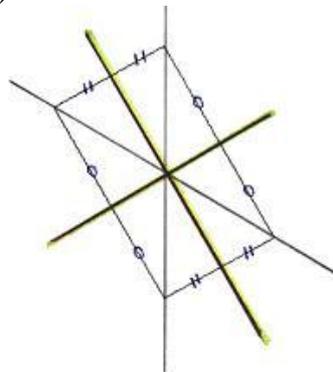
5) Avec la règle non graduée et le compas, construis si possible le(s) axe(s) de symétrie de chaque figure ci-dessous. Justifie chaque réponse.

a)



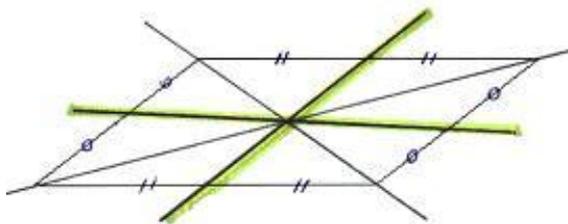
Oui, il y a un axe de symétrie.

b)



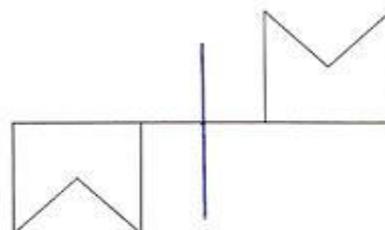
Il y a deux axes.

c)



Il y a deux axes de symétrie

d)



Non, il n'y a pas d'axe de symétrie.

ANEXO 2: ATIVIDADE PROPOSTA PELO PROFESSOR 2

Les figures ci dessus possèdent-elles un axe de symétrie ? - Répondre par oui ou non
 Au besoin, utiliser un papier calque pour vérifier
 - Tracer l'axe de symétrie lorsque la propriété est vérifiée.

travail collectif
 au rétroprojecteur

Fiche 2

APÊNDICE: PROBLEMAS PROPOSTOS NAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

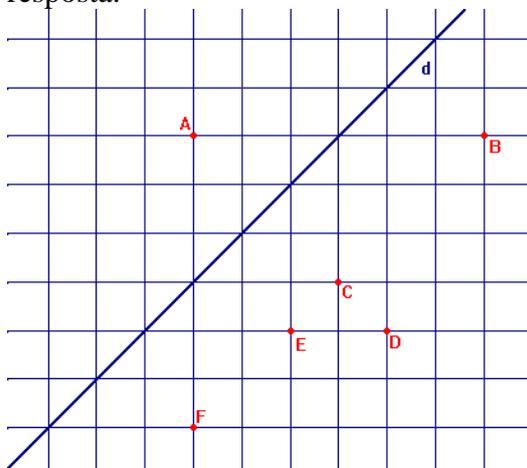
Problema 1 - Pb 1

Alguns alunos brincam no corredor da escola. Eles devem sair do ponto S (saída), em seguida devem tocar a parede em um ponto M de sua escolha e chegar ao ponto C (chegada) o mais rápido possível. O objetivo da brincadeira é encontrar o percurso mais curto.

- Construa os pontos S e C, em uma folha de papel branco, e trace a reta p que representa a parede. Construa o ponto C' simétrico de C em relação à reta p.
- Coloque um ponto M sobre a reta p e compare o comprimento dos percursos SMC e SMC'.
- Onde você deve colocar o ponto M sobre a reta p para que o percurso seja o mais curto possível? Explique sua escolha.

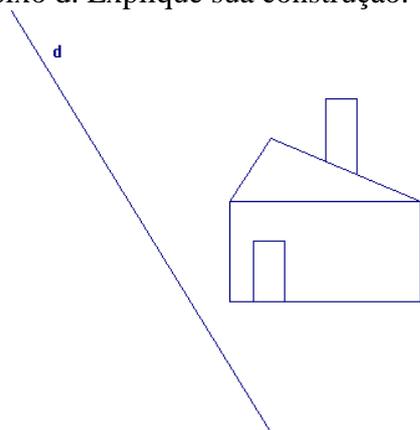
Problema 2 - Pb 2

Na figura abaixo, qual é o simétrico do ponto A em relação ao eixo d? Explique sua resposta.



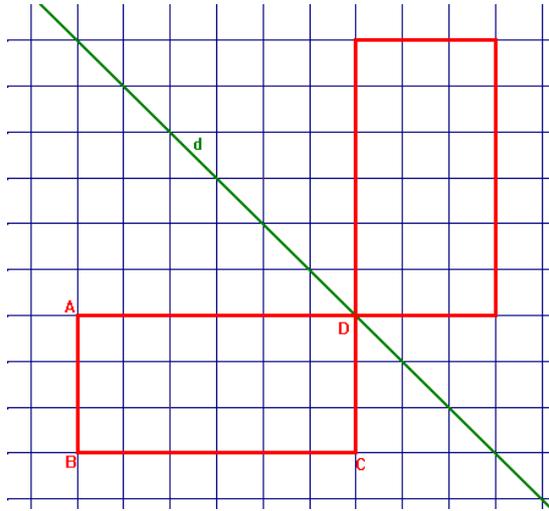
Problema 3 - Pb 3

Com os instrumentos de desenho, construa a simétrica da figura abaixo em relação ao eixo d. Explique sua construção.



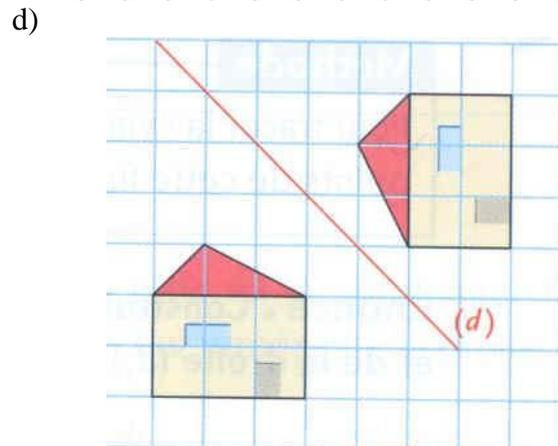
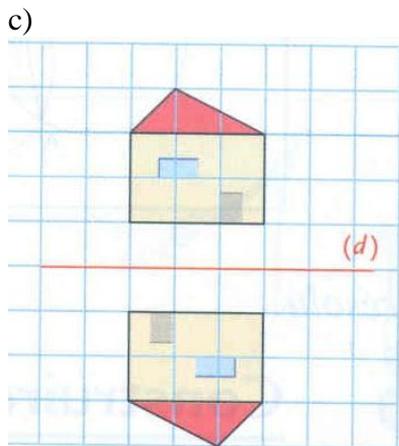
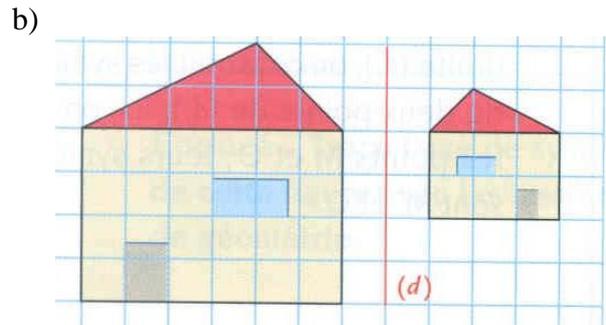
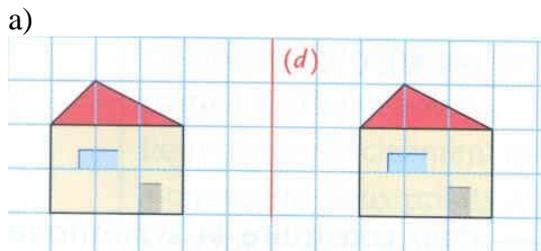
Problema 4 - Pb 4

Os retângulos abaixo são simétricos em relação à reta (d). Indique por A', B', C', D' os simétricos dos vértices do retângulo ABCD. Justifique suas escolhas.



Problema 5 – Pb 5

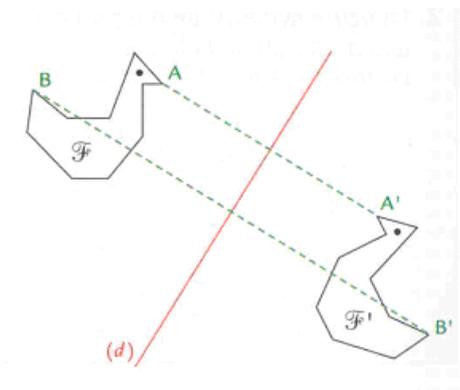
Indique em cada um dos itens, porque as duas casas não são simétricas em relação ao eixo d.



Problema 6 – Pb 6

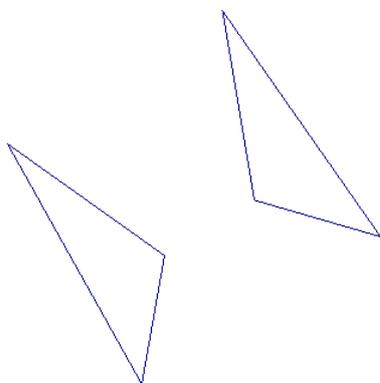
As figuras F e F' são simétricas (A' é o simétrico de A , B' é o simétrico de B , ...).

- O que você pode dizer sobre a reta (d) ?
- O que você pode dizer sobre os segmentos $[AA']$ e $[BB']$?
(você pode utilizar os esquadros, a régua graduada ou o compasso)



Problema 7 – Pb 7

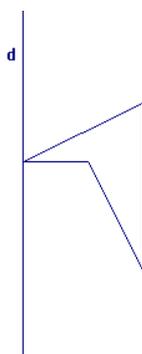
A figura abaixo, formada por dois triângulos congruentes, possui um eixo de simetria. Trace-o com os instrumentos de desenho da sua escolha.



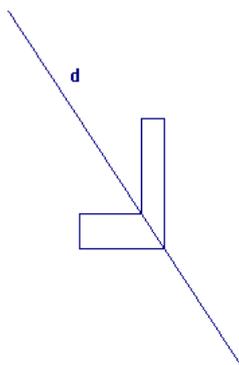
Problema 8 – Pb 8

Construa o simétrico de cada figura em relação ao eixo d .

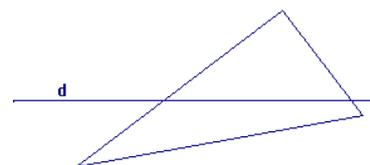
a)



b)



c)



ⁱ Essa parte do estudo não será apresentada neste artigo. Ver: <http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php>.