

<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2024v26i1p418-448>

A natureza das estruturas globais de argumentação em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva

The nature of global structures of argumentation in a teaching context based on collective argumentation

La naturaleza de las estructuras de argumentación global en un contexto de enseñanza basado en la argumentación colectiva

La nature des structures d'argumentation globale dans un contexte pédagogique fondé sur l'argumentation collective

Fredy Coelho Rodrigues¹

Instituto Federal do Sul de Minas Gerais – IFSULDEMINAS, Campus Passos
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Guaratinguetá
Doutorado em Educação para a Ciência
<https://orcid.org/0000-0001-8307-9305>

Marco Aurélio Alvarenga Monteiro²

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Guaratinguetá
Doutorado em Educação para a Ciência
<https://orcid.org/0000-0002-4426-1638>

Resumo

O objetivo deste estudo foi investigar a natureza das estruturas globais de argumentação em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva durante uma investigação matemática. Para tanto, realizou-se um estudo de caso junto a alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática de uma instituição federal de ensino. Os dados foram coletados por meio de registros escritos em torno da atividade realizada em grupo, bem como por meio de videogravação da argumentação coletiva. Com base no referencial teórico metodológico que tange o assunto, os dados foram analisados de modo a identificar a estrutura de argumentação gerada e o papel do professor no *design* desta. Como resultado, foram identificadas seis composições estruturais distintas, sendo a estrutura “fonte divergente” um contributo inédito à literatura de pesquisa. O estudo ainda revelou que o tipo de apoio fornecido pelo professor durante a argumentação coletiva interfere na anatomia/*design* destas estruturas.

¹ fredy.rodrigues@ifsuldeminas.edu.br

² marco.monteiro@unesp.br

Palavras-chave: Formação de professores, Argumentação matemática, Argumentação global.

Abstract

The aim of this study was to investigate the nature of global argumentation structures in a teaching context based on collective argumentation during a mathematical investigation. To this end, a case study was carried out with students entering a teacher training course in mathematics at a federal educational institution. Data were collected through written records surrounding the group activity as well as through video recording of the collective argumentation. Based on the theoretical methodological framework regarding the subject, the data were analyzed in order to identify the argumentation structure generated and the role of the teacher in its design. As a result, 6 distinct structural compositions were identified, with the “divergent source” structure being an unprecedented contribution to the research literature. The study also revealed that the type of support provided by the teacher during collective argumentation interferes with the anatomy/design of these structures.

Keywords: Teacher training, Mathematical argumentation, Global argumentation.

Resumen

El objetivo de este estudio fue investigar la naturaleza de las estructuras de argumentación global en un contexto de enseñanza basado en la argumentación colectiva durante una investigación matemática. Para ello, se realizó un estudio de caso con estudiantes que ingresan a un curso de formación docente en matemáticas en una institución educativa federal. Los datos fueron recolectados a través de registros escritos que rodean la actividad del grupo, así como a través de grabaciones en video de la argumentación colectiva. A partir del marco teórico metodológico referente al tema, se analizaron los datos con el fin de identificar la estructura argumentativa generada y el papel del docente en su diseño. Como resultado, se identificaron seis composiciones estructurales distintas, siendo la estructura de "fuente divergente" una contribución sin precedentes a la literatura de investigación. El estudio también reveló que el tipo de apoyo brindado por el docente durante la argumentación colectiva interfiere con la anatomía/diseño de estas estructuras.

Palabras clave: Formación docente, Argumentación matemática, Argumentación global.

Résumé

Le but de cette étude était d'étudier la nature des structures d'argumentation globale dans un contexte pédagogique basé sur l'argumentation collective lors d'une investigation mathématique. À cette fin, une étude de cas a été réalisée auprès d'étudiants entrant dans une formation d'enseignant en mathématiques dans un établissement d'enseignement fédéral. Les données ont été collectées au moyen de documents écrits entourant l'activité de groupe ainsi que par l'enregistrement vidéo de l'argumentation collective. Sur la base du cadre méthodologique théorique du sujet, les données ont été analysées afin d'identifier la structure argumentative générée et le rôle de l'enseignant dans sa conception. En conséquence, 6 compositions structurelles distinctes ont été identifiées, la structure « source divergente » constituant une contribution sans précédent à la littérature de recherche. L'étude a également révélé que le type de soutien apporté par l'enseignant lors de l'argumentation collective interfère avec l'anatomie/conception de ces structures.

Mots-clés : Formation des enseignants, Argumentation mathématique, Argumentation globale.

A natureza das estruturas globais de argumentação em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva

A matemática é uma disciplina fundamental no currículo educacional, desempenhando um papel crucial no desenvolvimento de habilidades cognitivas e lógicas dos estudantes. No entanto, ao longo dos anos, o ensino de matemática tem enfrentado desafios significativos em todo o mundo, com taxas de compreensão e engajamento dos alunos muitas vezes aquém do desejado. Diante desse cenário, emerge a necessidade premente de estratégias inovadoras que possam revitalizar o ensino da matemática e, ao mesmo tempo, promover o pensamento crítico e a resolução de problemas entre os alunos.

Uma abordagem que tem ganhado destaque é o ensino baseado em argumentação coletiva (Conner et al., 2014; Cervantes-Barraza et al., 2020) durante uma investigação matemática (Carneiro et al., 2023).

De acordo com Conner et al. (2014), a argumentação coletiva é frequentemente descrita como um processo através do qual várias pessoas formulam coletivamente uma conclusão e, de forma colaborativa, fornecem justificativas e provas para apoiar esta conclusão. É caracterizada, portanto, pela resolução colaborativa de problemas ou tarefas matemáticas, envolvendo a elaboração de provas em um ambiente de discussão no qual grupos de alunos se engajam em um debate inserido no contexto matemático (Cervantes-Barraza et al., 2020).

Esta abordagem não apenas busca transmitir o conhecimento matemático, mas também promove o desenvolvimento de habilidades de investigação, argumentação e raciocínio dos alunos, envolvendo-os ativamente na construção do conhecimento. Nesse contexto, este estudo tem como objetivo investigar a natureza das estruturas globais de argumentação que emergem de um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva durante uma atividade de investigação matemática realizada junto a alunos ingressantes em um curso de formação de professores.

No presente artigo³, portanto, vamos abordar as complexas estruturas que envolvem a dinâmica argumentativa em sala de aula, destacando a influência do professor no surgimento dessas estruturas e como diferentes contextos de ensino podem moldar as respostas dos alunos. Esta pesquisa visa preencher uma lacuna significativa na literatura, oferecendo uma análise etalhada das estruturas globais de argumentação em um cenário educacional que valoriza a argumentação coletiva e a investigação matemática.

³ Este artigo apresenta resultados da tese de doutorado do primeiro autor defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Bauru sob a orientação do segundo autor.

A seguir, apresentaremos o referencial teórico inerente à metodologia do estudo, tratando das estruturas globais de argumentação documentadas na literatura de pesquisa. Em seguida, detalharemos a metodologia utilizada, destacando como coletamos e analisamos os dados. Os resultados obtidos serão minuciosamente discutidos à luz do referencial teórico e da metodologia, oferecendo *insights* valiosos sobre a natureza das estruturas de argumentação em diferentes cenários de ensino. Por fim, nossas considerações finais consolidarão as descobertas e apontarão direções futuras para a pesquisa no campo do ensino de matemática baseado em argumentação coletiva.

Esta investigação visa contribuir significativamente para a compreensão das estratégias pedagógicas que promovem o pensamento crítico e o engajamento dos alunos no ensino de matemática. Ao explorar as estruturas de argumentação emergentes, esperamos fornecer *insights* que beneficiarão tanto educadores quanto pesquisadores interessados em aprimorar a qualidade da dinâmica argumentativa em sala de aula.

Referencial teórico metodológico

As estruturas de argumentação global (Knipping, 2008) foram recentemente abordadas em dois estudos (Erkek & Bostan, 2019 e Erkek et. al., 2019). Em ambos os estudos, os resultados obtidos trouxeram uma nova contribuição à literatura de pesquisa referente à ampliação das categorias relativas às estruturas de argumentação global (estrutura-fonte; estrutura-reservatório; estrutura-espiral; estrutura-coletora) propostas por Knipping (2008) e Reid e Knipping (2010), passando a incluir, também, outras duas novas categorias (estrutura-independente e estrutura-linear). Estas categorias, de modo geral, dão suporte à análise de todo o processo de argumentação que ocorre em sala de aula. Os resultados destes estudos, portanto, mostraram que a variedade e complexidade destas estruturas estão relacionadas à natureza da atividade proposta, bem como ao apoio fornecido pelo professor durante a mediação e sua participação na condução da argumentação coletiva em sala de aula.

Para compreender a anatomia destas estruturas de argumentação global, é preciso, inicialmente, compreender a estrutura fisiológica de um argumento local. Para tanto, retomamos um modelo geométrico para descrever a estrutura de um argumento simples e completo fornecido pelos estudos de Stephen Toulmin (1958-2001).

A estrutura argumentativa proposta por Toulmin, também denominada por TAP (*Toulmin's Argument Pattern*), constitui um modelo geométrico para representar um argumento de forma individual em função da presença dos seus elementos constituintes, Dado (**D**), conclusão (**C**), garantia (**W**), apoio (**B**), qualificador modal (**Q**) e elemento de refutação (**R**),

bem como através da relação que se estabelece entre eles (Toulmin, 2001).

Toulmin (2001) propõe o seguinte modelo geométrico para representar a estrutura simples (Figura 1) e completa (Figura 2) de um único argumento.

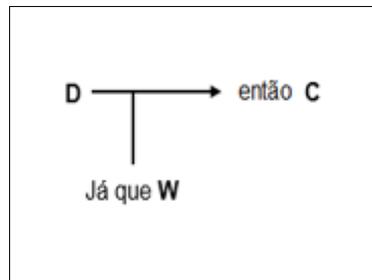


Figura 1.

Estrutura simples (Toulmin, 2001)

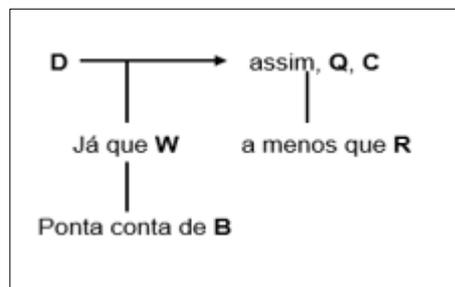


Figura 2.

Estrutura completa (Toulmin, 2001)

De acordo com Toulmin (2001):

- Dados (**D**): correspondem a informações, fatos ou declarações de natureza explícita e particular utilizadas para fundamentar uma conclusão.
- Conclusão (**C**): é uma proposição (declaração), também chamada de alegação cujo mérito pretende-se que seja estabelecido.
- Garantia (**W**): é uma proposição (explícita ou implícita), entendida também como uma justificação (hipotética e geral) que, por meio de uma referência implícita aos dados (**D**), promove a ligação entre este último e a conclusão (**C**).
- Apoio a garantia (**B**): é uma proposição de caráter teórico, dependente do campo do argumento, é aceita sem questionamento e fornece apoio/sustentação a uma garantia (**G**). Trata-se, portanto, de uma outra razão, justificação ou prova para acreditar na garantia (**G**).

- Qualificador Modal (**Q**): trata-se uma proposição, descrita por um advérbio de intensidade, que estabelece e descreve o grau de certeza ou força conferida pela garantia (G) à uma conclusão (C).
- Refutação (**R**): refere-se a uma proposição que especifica em que situação (es) a garantia (G) é inválida na fundamentação e suporte a conclusão (C).

No intuito de promover a compreensão das estruturas globais de argumentação, Knipping (2008) estabelece os seguintes termos: etapa de argumentação, fluxo de argumentação, argumentos e fluxos de argumentação paralelos.

De acordo com Knipping (2008), uma determinada “etapa de argumentação” faz referência a um argumento distinto (único) composto pelos seguintes componentes: dado(s), conclusão e garantia, podendo incluir ainda, caso exista, os elementos de apoio, a refutação e o qualificador modal. Já o “fluxo de argumentação” envolve toda uma cadeia de etapas de argumentação, ou seja, uma série de argumentos interconectados entre si que visam justificar uma conclusão alvo. E, por fim, “argumentos paralelos” são argumentos distintos e que sustentam a mesma conclusão dentro de um fluxo de argumentação. Os argumentos paralelos surgem durante uma argumentação quando são produzidos argumentos substancialmente diferentes para uma mesma conclusão intermediária ou numa situação em que diferentes garantias são apresentadas para apoiar a mesma conclusão intermediária (Knipping, 2008). Ainda de acordo com esta autora, fluxos de argumentação que possuem a mesma conclusão alvo são denominados “fluxos de argumentação paralelos”.

Knipping (2008) revela que na representação diagramática da argumentação, as proposições inseridas nos fluxos de argumentação são geralmente representadas por retângulos, círculos e losangos (diamantes).

Os diferentes símbolos não representam apenas as diferentes funções das afirmações (dado, conclusão, garantia), que também são indicadas pelas letras D, C, W na frente das afirmações, mas também o status que as afirmações têm dentro da estrutura global da argumentação. Por exemplo, a conclusão alvo é representada por um retângulo preto. Os retângulos brancos representam conclusões alvo de estágios intermediários dentro da argumentação global; eles indicam os pontos finais dos estágios. Estes podem tornar-se pontos de partida, portanto dados (D), na próxima etapa da argumentação. (Knipping, 2008, pp.435, tradução nossa)

Os retângulos brancos que possuem o *status* de dados (D) em um determinado fluxo de argumentação possuem também o *status* de conclusão (C) para um fluxo de argumentação anterior. Conclusões ou dados que não têm o *status* de um alvo intermediário são representados por círculos pretos, garantias (W) e apoio (B) são simbolizados por losangos pretos e o elemento

de refutação (parcial ou total), quando presente, é representado pelo quadrado preto. Com base nos estudos de Knipping (2008), Reid e Knipping (2010), Erkek e Bostan (2019), Erkek e Işiksal Bostan (2019) são apresentadas e descritas as estruturas globais de argumentação.

Estrutura de linha: consiste em uma estrutura na qual os argumentos são interconectados de forma linear até se obter uma conclusão final. São propriedades desta estrutura: a) no fluxo de argumentação, a conexão entre argumentos é estabelecida através de conclusão/dados, ou seja, a conclusão da primeira etapa do fluxo de argumentação (retângulo branco) corresponde aos dados da segunda etapa do fluxo de argumentação e assim sucessivamente até atingir a conclusão final; b) não há argumentos paralelos; c) não há processos de raciocínio retroativos (indo e vindo), pelo contrário, o raciocínio empregado é sequencial, linear e para frente o tempo todo até alcançar a conclusão alvo (Erkek & Bostan, 2019)

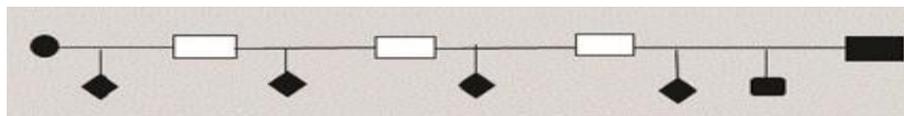


Figura 3.

Ilustração da estrutura de linha (Erkek & Bostan, 2019, p.14)

Estrutura de argumentos independentes: composta por argumentos distintos e isolados que não têm conexão uns com os outros. Isso pode ocorrer nas seguintes situações: a) o aluno não consegue resolver um problema ou estabelecer uma conclusão final, contudo, ele expressa uma opinião qualquer que vem à mente sobre a solução do problema; b) o aluno expressa um argumento e, logo em seguida, o refuta; c) o aluno constrói um argumento e, logo em seguida, declara outro argumento sem conexão com o anterior (Erkek & Bostan, 2019).

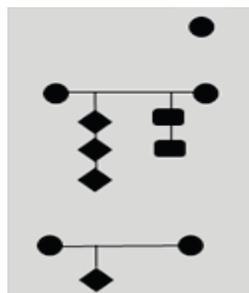


Figura 4.

Ilustração da estrutura argumentos (Erkek & Bostan, 2019, p.15)

Estrutura de fonte: nesta estrutura, opiniões e argumentos surgem de uma variedade de fontes (nascentes) diferentes (Knipping, 2008). Há um efeito funil, ou seja, muitas conjecturas e argumentos associados surgem no início da discussão e as justificações vão convergindo para uma conclusão final, ou seja, há uma espécie de unificação de nascentes

(Knipping, 2008). São características desta estrutura: a) presença de argumento(s) isolado(s) desconectado(s) do tema e que não se conecta(m) à estrutura principal (AS-1); b) presença de fluxos de argumentos paralelos para apoiar uma mesma conclusão (AS-2, AS-3); c) existência de etapas de argumentação com mais de um dado (AS1 e AS2); d) presença de componentes de refutação de uma conjectura (AS-1). Esta estrutura geralmente aparece em situações em que o professor, por meio de questionamentos, encoraja os alunos a exibirem diferentes justificações para uma mesma conjectura (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019).

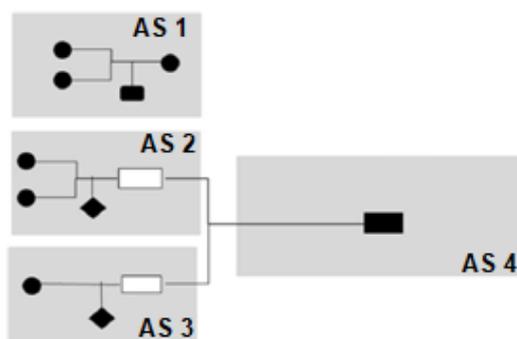


Figura 5.

Ilustração da estrutura fonte (Erkek & Işiksal Bostan, 2019, p.623)

Estrutura de espiral: esta estrutura guarda as mesmas características mencionadas na estrutura de fonte. A principal diferença entre elas está relacionada à posição dos fluxos de argumentos paralelos. Na estrutura de fonte, estes fluxos aparecem no início da argumentação; já na estrutura espiral, eles aparecem no final da argumentação. Em outras palavras, na estrutura fonte, o alvo dos fluxos de argumentação paralelos é a conjectura inicialmente criada, podendo esta ser justificada por diferentes argumentos ao passo que, na estrutura espiral, o alvo dos fluxos de argumentação paralelos é a conclusão final justificada/fundamentada por diferentes argumentos ou métodos de prova. Neste último caso, cada fluxo de argumentação paralelo (AS-x, AS-y e AS-z), conforme indicado na Figura 6, obtém a mesma conclusão de forma independente. Esta estrutura geralmente aparece em situações em que o professor solicita aos alunos outros métodos de solução do problema (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019).

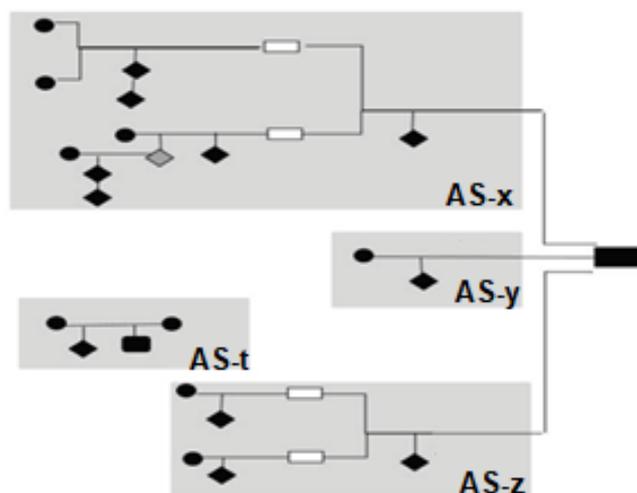


Figura 6.

Ilustração da estrutura espiral (Erkek & Bostan, 2019, p.8)

Estrutura de reservatório: esta estrutura revela conclusões intermediárias que são independentes e autossuficientes (Knipping, 2008). Estas conclusões intermediárias funcionam como uma espécie de reservatório de retenção e purificação da água para, então, viabilizar a passagem da água para a etapa seguinte (Reid & Knipping, 2010). Nessa estrutura, o raciocínio do aluno se move para trás e depois para frente para fornecer ao processo argumentativo apoios adicionais: dados e justificativas.

Reid e Knipping (2010) explicam que, diante do impacto e da relevância destes novos apoios, estes podem conduzir o aluno a realizar novas deduções e justificações para se chegar à uma conclusão final mais confiável. Nesta estrutura, portanto, há discussões e argumentações mais profundas e complexas, uma vez que o(s) aluno(s) reexamina(m) os argumentos a fim de encontrar suportes e dados adicionais, avançando e retrocedendo em seu pensamento dedutivo de modo a propor explicações adicionais. As linhas tracejadas e orientadas com uma seta indicadas na Figura 7 apontam para as etapas de argumentação nas quais o raciocínio retrocede e para onde os novos dados foram estabelecidos para se chegar à conclusão desejada. Esta estrutura, geralmente, aparece em situações em que o professor solicita aos alunos a revisão de determinadas justificativas e apresentação de dados para embasar alguma conclusão (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019).

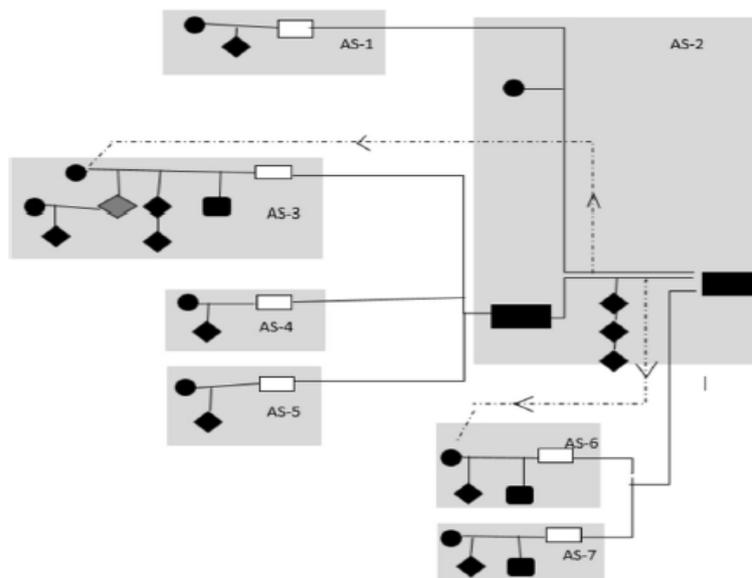


Figura 7.

Ilustração da estrutura de reservatório (Erkek & Işıksal Bostan, 2019, p.625)

Estrutura de reunião ou coleta: nesta estrutura, diversos dados são coletados para apoiar várias conclusões inter-relacionadas, contudo elas não alcançam a conclusão final almejada. São características desta estrutura: a) outros novos dados podem surgir e serem adicionados aos fluxos de argumentação, mesmo que o processo argumentativo ainda esteja em andamento; b) não há argumentos paralelos e os fluxos de argumentação prosseguem independentemente da estrutura principal; esta característica, em especial, distingue a referida estrutura das estruturas de fonte e espiral; c) não há processo de raciocínio de ida e volta característico da estrutura de reservatório (Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019). Esta estrutura pode aparecer em situações em que o problema é aberto e o aluno tem a liberdade de coletar dados para problematizar a sua questão de estudo.

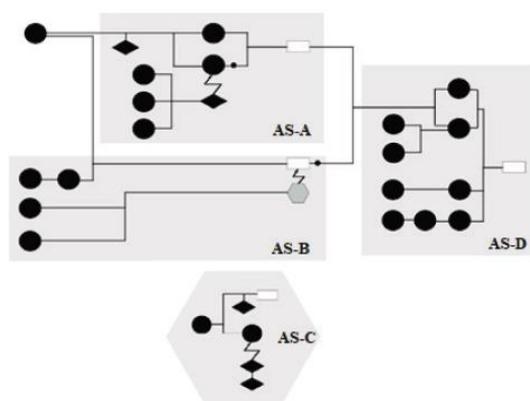


Figura 8.

Ilustração da estrutura de coleta (Erkek & Bostan, 2019, p.9)

Na literatura, não é citado que haja uma estrutura de argumentação global melhor do que a outra, ao invés disso, é apontado como estas estruturas, das mais simples (*estrutura de argumentos independentes, estrutura de linha*) às mais complexas (*estrutura de fonte, estrutura de espiral, estrutura de reservatório*) podem ser utilizadas para oferecer um macro modelo do processo argumentativo em sala de aula, explicando em detalhes o apoio oferecido pelo professor na atividade argumentativa, bem como o monitoramento do raciocínio empregado pelos alunos (Erkek & Işiksal Bostan, 2019).

No contexto deste estudo, optamos por analisar a anatomia de situações de argumentação coletiva durante a realização de uma tarefa de investigação por alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática. Pretende-se, dessa forma, examinar o processo de argumentação coletiva de uma forma mais abrangente, investigando que estruturas de argumentação emergem da situação argumentativa proposta no estudo de caso, bem como o tipo de apoio fornecido pelo professor para alterar/moldar a respectiva estrutura.

Metodologia do estudo

A pesquisa foi realizada junto a alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS) Campus Passos, durante o ano de 2022. Participaram, portanto, do estudo, por livre e espontânea vontade, 10 alunos matriculados no primeiro ano do referido curso⁴. A estes alunos voluntários e com o consentimento de participação no estudo, foi garantido o direito de confidencialidade dos dados levantados, respeito a privacidade e a observância dos princípios éticos da pesquisa envolvendo seres humanos.

O objeto de estudo desta investigação compreende “*situações de argumentação coletiva envolvendo alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS) Campus Passos durante uma atividade de investigação envolvendo sistemas de numeração não decimal*”.

Em decorrência da apresentação do referido objeto de estudo e de seu objetivo central, definiu-se como objetivos secundários de pesquisa, investigar: a) que estruturas de argumentação global emergem do raciocínio utilizado pelos alunos investigados durante o

⁴ Em 2022 a turma de alunos ingressante na Licenciatura em Matemática no IFSULDEMINAS, Campus Passos não completou as 40 vagas abertas pelo processo seletivo do Vestibular. A turma de ingressantes começou com 15 alunos, dos quais 5 evadiram e o restante fez parte do universo de sujeitos participantes deste estudo, ou seja, 10 alunos.

processo de argumentação coletiva e prova? De que forma o professor, participando da argumentação coletiva, apoia/molda o surgimento dessas estruturas?

No âmbito deste estudo, portanto, com foco na abordagem qualitativa de pesquisa, optamos pela realização de um estudo de caso uma vez que se deseja estudar, investigar e compreender algo singular, que tenha valor em si mesmo (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Ludke & Andre, 1986).

No contexto do presente estudo, o caso escolhido para ser investigado refere-se, portanto, ao nosso objeto de estudo, ou seja, as “*situações de argumentação coletiva envolvendo alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática do IFSULDEMINAS, Campus Passos durante o ano de 2022 em um contexto de ensino envolvendo trabalho em grupo em uma investigação numérica*”.

Analisar situações de argumentação coletiva em sala de aula, por meio de um estudo de caso, viabiliza a modelagem anatômica do discurso argumentativo (coletivo), permitindo, assim, uma melhor compreensão da forma como os alunos argumentam e elaboram provas, bem como nos permite compreender o papel do professor frente a este processo de justificação e validação de ideias matemáticas em sala de aula.

Conforme os objetivos que integram o nosso estudo, este assume uma perspectiva exploratória e explicativa (Fiorentini & Lorenzato, 2006). É exploratório na medida em que aborda diferentes situações de argumentação coletiva em sala de aula para que, então, o pesquisador possa modelar e identificar diferentes estruturas de argumentação que emergem do raciocínio utilizado pelos alunos para produzir argumentos (justificação/validação) durante uma atividade de investigação. É explicativo uma vez que o pesquisador pretende descrever e discutir a relação de causa e efeito, envolvendo a natureza de cada uma das estruturas globais de argumentação encontradas, bem como explicar de que forma o professor age/participa para moldar estas estruturas encontradas.

O estudo de caso, portanto, encontra-se estruturado em três fases. **1ª fase:** realização de uma atividade de investigação numérica, seguindo a abordagem metodológica de aplicação da atividade preconizada por Ponte et al. (2016) em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva (Conner et al., 2014); **2ª fase:** coleta de dados e **3ª fase:** análise, interpretação e explicação dos dados.

Na primeira fase da pesquisa (investigação matemática e realização da argumentação coletiva), os dez alunos participantes do estudo foram distribuídos de forma aleatória pelo pesquisador em três grupos de trabalho (**G₁**; **G₂**; **G₃**) e cada grupo realizou uma investigação

matemática a partir de uma atividade investigativa adaptada do estudo de Rodrigues et al. (2021) e apresentada a seguir.

Atividade de fabricação de números

Considere a quantidade de grãos de feijão abaixo



Problema 1 - A quantidade de feijões que você dispõe representa um número no sistema de numeração de base decimal, que número é este? Represente este número na ficha, posicionando adequadamente os feijões ao longo das diferentes ordens e justifique suas ideias (apresente critérios/regras para a fabricação e decomposição do numeral correspondente a este número.)

Ficha: Fabricação de números

8 ^a ordem	7 ^a ordem	6 ^a ordem	5 ^a ordem	4 ^a ordem	3 ^a ordem	2 ^a ordem	1 ^a ordem

Orientação: Debatam o problema ouvindo com atenção as ideias de cada colega do grupo. Caso não concorde, contra-argamente respeitosamente, apontando um contraexemplo para refutar a ideia do colega. Você pode também reformular a ideia (ou parte dela) do seu colega e juntos, de forma colaborativa, construir um argumento para justificar as suas ideias. O respeito e a escuta ativa são fundamentais em uma argumentação, uma vez que esta envolve o confronto de ideias e não o embate pessoal.

Problema 2: Com esta mesma quantidade de grãos de feijão é possível encontrar/fabricar outros números em outros sistemas de numeração que não seja o decimal? Justifique suas ideias.

Orientação: Discuta com seus colegas a possibilidade de criar outros novos números em diferentes sistemas de numeração que não seja o sistema de base 10 (sistema decimal). Discuta com seu colega, as regras/critérios para a apresentação desse número. Você pode se espelhar no sistema de numeração de base decimal. Fiquem à vontade para criar ilustrações, semelhantes àquela indicada na questão 1, bem como realizar testes para verificar a ideia e posteriormente tirar uma conclusão.

Problema 3- Mostre para o seu colega de grupo “*como converter um número do sistema de numeração de base decimal para um número em uma base não decimal qualquer*”

Orientação: Nesta etapa você precisa validar a conclusão tirada na questão anterior, produzindo uma generalização da ideia produzida. Você pode argumentar exibindo uma prova

conceitual, ou seja, articulando conceitos, ideias e objetos matemáticos para produzir uma generalização, como também pode fazer uso da linguagem matemática (formal e simbólica) para realizar uma demonstração.

Problema 4- Imagine agora que você tenha a seguinte situação, a “*representação de um número binário*” (sistema de numeração de base 2) indicado na ficha a seguir.

8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
			●		●		●
_____	_____	_____	(1	0	1	0	1) ₂

O que fazer para converter este número (representado na ficha) para o sistema de numeração de base decimal? Justifique suas ideias.

Problema 5- Mostre para o seu colega de grupo “*como converter um número do sistema de numeração não decimal para um número correspondente no sistema de numeração decimal*”

Durante a realização desta atividade (segundo semestre de 2022), os alunos foram orientados a produzirem argumentos coletivamente para justificar e validar suas ideias em torno de cinco problemas propostos na referida atividade de investigação.

Na segunda fase do estudo, realizada no segundo semestre de 2022, concomitantemente a primeira fase, os dados oriundos da argumentação coletiva (oral e escrita) foram coletados por meio de registros escritos, contendo a discussão/resolução dos problemas propostos no âmbito de cada grupo, bem como a videogravação para captar os argumentos orais produzidos pelos grupos de trabalho durante o desenvolvimento da atividade de investigação. Os argumentos orais, depois de transcritos, foram combinados aos registros produzidos por escrito de tal forma que fossem utilizados para a construção da anatomia do discurso argumentativo no âmbito de cada grupo.

Por fim, na terceira fase, de posse dos dados coletados na fase anterior, o pesquisador realizou a montagem dos argumentos (Toulmin, 1958, 2001) e das cadeias de argumentos por meio de estruturas globais de argumentação (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019). Nesta etapa da análise, o pesquisador procurou reconstruir os fluxos de argumentação coletiva com base nas estruturas de argumentação (estrutura de linha, estrutura de argumentos independentes, estrutura fonte, estrutura espiral, estrutura reservatório, estrutura de coleta) elencadas na literatura de pesquisa.

Com base nessa construção geométrica da anatomia dos argumentos e no raciocínio utilizado pelos alunos durante a construção dos argumentos, o pesquisador pôde analisar o tipo e a natureza da estrutura global de argumentação gerada, bem como o papel do professor na moldagem destas estruturas. No final, os resultados obtidos foram confrontados com a literatura de pesquisa de modo a produzir uma melhor compreensão sobre o assunto investigado.

Neste estudo, os dados relativos à argumentação coletiva (oral/escrito) foram coletados por meio de videogravação e recolha de registros escritos; depois de transcritos, foram analisados tendo como referência o modelo argumentativo de Toulmin (modelo local do argumento) e o modelo das estruturas globais de argumentação (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019). Dessa forma, foi estabelecida, portanto, uma triangulação de fontes na coleta de dados, bem como uma triangulação no método de análise dos dados de modo a garantir maior confiabilidade na leitura e interpretação deles. Na próxima seção, são apresentadas as estruturas identificadas no estudo, a natureza de cada uma delas e o papel do professor na moldagem destas estruturas.

Resultados

Como resultado dessa investigação, a Tabela 1 indica as estruturas globais de argumentação encontradas para modelar a anatomia do processo argumentativo das diferentes situações de argumentação analisadas, bem como o número de vezes que estas estruturas surgiram em cada problema da atividade de investigação.

Tabela 1.

Distribuição das estruturas de argumentação em cada questão (Dados da pesquisa)

Estruturas globais de argumentação	
Problema 1	2 Estruturas de Reservatório 1 Estrutura de Fonte divergente
Problema 2	3 Estruturas Espiral
Problema 3	2 Estruturas Espiral 1 Estrutura de Linha
Problema 4	1 Estrutura de Argumentos independentes 1 Estrutura de Linha 1 Estrutura Espiral
Problema 5	1 Estrutura de Argumentos independentes 2 Estruturas Fonte
Total	15

Quando a Tabela 1 é examinada em termos da variedade de estruturas de argumentação, três diferentes tipos de estruturas foram observados no problema 4. Por outro lado, duas

estruturas diferentes foram observadas nos problemas 1, 3 e 5. E apenas uma única estrutura no problema 2. Quando analisada a distribuição destas estruturas, verificou-se que a estrutura espiral era a mais utilizada com seis ocorrências e estava presente nos problemas 2, 3 e 4 da atividade. A segunda estrutura mais utilizada foi a estrutura de argumentos independentes, a estrutura de linha e a estrutura fonte com duas ocorrências cada. Dentre as estruturas documentadas na literatura, a única que não apareceu em nossa pesquisa foi a estrutura de coleta, isso porque a natureza da atividade proposta não favorecia o processo contínuo de coleta de dados, característico dessa estrutura. No entanto, a atividade propiciou o surgimento de uma nova estrutura global de argumentação não documentada na literatura e para a qual demos o nome de “Estrutura fonte divergente” como forma de contraposição a ideia da “Estrutura fonte” (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010). Esta estrutura será descrita mais adiante nesta seção.

A Tabela 2 apresenta um panorama geral, que sintetiza a distribuição das estruturas de argumentação global por grupo e problema. Essa variedade de estruturas anatômicas decorre de diferentes situações de argumentação em que, por exemplo, o tipo de problema proposto e o papel do professor desempenharam um papel fundamental no delineamento das estruturas.

Tabela 2.

Distribuição das estruturas de argumentação por grupo e problema (Dados da pesquisa)

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Problema 1	Estrutura Reservatório	Estrutura Reservatório	Estrutura Fonte Divergente
Problema 2	Estrutura Espiral	Estrutura Espiral	Estrutura Espiral
Problema 3	Estrutura Espiral	Estrutura de Linha	Estrutura Espiral
Problema 4	Estrutura de Argumentos independentes	Estrutura de Linha	Estrutura Espiral
Problema 5	Estrutura de Argumentos independentes	Estrutura Fonte	Estrutura Fonte

Na literatura, não é citado que haja uma estrutura de argumentação global melhor do que a outra; ao invés disso, é apontado como estas estruturas das mais simples as mais complexas podem ser utilizadas para monitorar, avaliar e ilustrar o raciocínio utilizado pelos alunos durante a prática da argumentação coletiva. É nesse contexto, portanto, que mostraremos a natureza e o tipo de estruturas globais de argumentação oriundas de um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva e investigação matemática.

Na sequência, apresentaremos os seis tipos de estruturas de argumentação global encontradas no estudo. Para cada tipo de estrutura apresentada, discutiremos o porquê da

natureza e forma da estrutura, bem como o papel do professor para o delineamento e forma desta estrutura.

Estrutura de reservatório. A estrutura de reservatório foi identificada em apenas duas situações de argumentação coletiva, ambas para o problema 1 e geradas pelos participantes do grupo 1 (G_1) e grupo 2 (G_2). O exemplo apresentado a seguir ilustra a anatomia do processo de argumentação empreendido pelo grupo 1 (G_1).

O grupo 1 (G_1) discutiu o problema 1 e, logo de início, construiu várias conjecturas envolvendo números binários, algumas refutadas por integrantes do próprio grupo e outras desconexas com o assunto abordado no problema. O apoio do professor na orquestração do discurso foi importante para que o grupo pudesse seguir na atividade e compreender qual era o foco da discussão. Apoiado pelo professor, o grupo conseguiu alcançar a conclusão final do problema. A Figura 9 ilustra a anatomia da situação argumentativa experienciada pelo grupo 1.

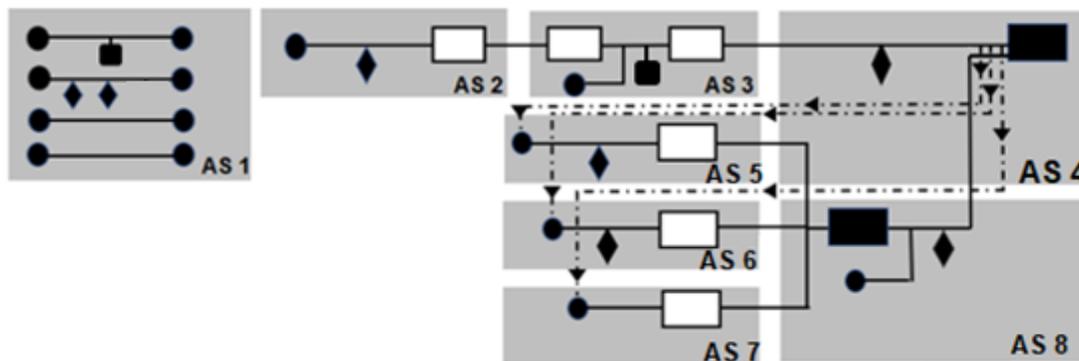


Figura 9.

Estrutura de reservatório identificada no problema 1 do grupo 1 (Dados da pesquisa)

A estrutura é composta por oito blocos de argumentação, **AS 1**, **AS 2**, **AS 3**, **AS 4**, **AS 5**, **AS 6**, **AS 7** e **AS 8**, sendo que o bloco **AS 1** é composto por conjecturas e argumentos isolados (números binários), desconectados do assunto alvo do problema (representação de um número na base decimal). Por outro lado, o fluxo **AS 2**, **AS 3** e **AS 4** conduziu, logo de início, o grupo a uma conclusão (solução) para o problema (retângulo preto), ou seja, a representação de um grão de feijão na segunda ordem da ficha e cinco grãos na primeira ordem.

A justificativa apresentada pelo grupo manteve, inicialmente, um forte apelo ao aspecto visual da representação geométrica, ou seja, uma garantia empírica baseada na ideia de agrupamento em grupos de 10 e conceitos associados à unidade e à dezena. Posteriormente, esta conclusão foi aprimorada pelo grupo a pedido do professor. Por este motivo, mais dados numéricos na base decimal (328; 8.729 e 649,5) foram fornecidos pelo professor e explorados pelo grupo, de modo a compreender o conceito de decomposição aritmética de um número na base decimal e produzir conclusões parciais ($328 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 10^0$; $8.729 =$

$8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9 \times 10^0$ e $649,5 = 6 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1}$) indicadas pelos retângulos brancos nos blocos **AS 5**, **AS 6** e **AS 7**. Posteriormente, na sequência da argumentação, estas conclusões parciais passaram à condição de dados e foram utilizadas para estabelecer uma conclusão forte (retângulo preto) no bloco **AS 8**, ou seja, “cada dígito de um número no sistema de numeração de base decimal por ser decomposto como uma potência de base 10” (Grupo 1, argumento oral, dados da pesquisa). Esta conclusão intermediária (retângulo preto), por ser autossuficiente, funcionou como um filtro purificador da informação e, juntamente com um dado adicional (15) sob a garantia de que $15 = 1 \times 10 + 5 \times 10^0$, viabilizou, portanto, a representação aritmética de 1 dezena na segunda ordem da ficha e 5 unidades na primeira ordem da ficha, contribuindo, dessa forma, para apoiar a conclusão alvo (retângulo preto) em **AS 4**.

A estrutura indicada na Figura 9 apresentou discussões mais profundas e complexas, uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de reexaminar os seus argumentos na tentativa de encontrar/explorar dados adicionais para apoiar a conclusão final. Neste processo, os alunos retrocederam (linhas orientadas em pontilhado que retrocedem de **AS 4** para **AS 5**, **AS 6** e **AS 7**) e depois avançaram em seu raciocínio, estabelecendo deduções e explicações por meio de uma argumentação conceitual, apoiados pelo professor em uma dinâmica de argumentação coletiva e colaborativa. A estrutura indicada na Figura 9 revelou, também, uma conclusão intermediária, independente, autossuficiente e que viabilizou/fundamentou a decomposição aritmética do número 15 para, então, apoiar a representação do número na ficha. Diante disso, concluiu-se que a anatomia da argumentação empreendida no âmbito do grupo 1 (**G1**) foi compatível com a estrutura reservatório (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019).

Estrutura fonte divergente. A estrutura fonte divergente foi identificada em uma única situação de argumentação coletiva, para o problema 1, na argumentação do grupo 3 (**G3**). A referida estrutura constitui um resultado inédito deste estudo, uma vez que não há nenhum registro na literatura de uma estrutura global de argumentação com as características encontradas.

Para a discussão do problema 1, o grupo 3 (**G3**), diferentemente do grupo 1 (**G1**), não contou com o mesmo tipo de apoio (orientação) docente durante a argumentação coletiva quando comparado ao apoio fornecido ao grupo anterior. Isso ocorreu porque o grupo procurou ter mais autonomia na discussão do problema e o professor evitou fornecer os mesmos tipos de apoios oferecidos ao grupo anterior com receio de que isso pudesse gerar estruturas de argumentação semelhantes. Dessa forma, o apoio docente foi um pouco mais restrito à situação argumentativa do grupo 3 (**G3**) quando comparado à situação de argumentação anterior. Por

consequência disso, a estrutura de argumentação que ilustrou a situação argumentativa experienciada pelo grupo 3 (G₃) se diferenciou bastante da estrutura anterior na qual o grupo teve um suporte maior do professor durante a argumentação. Um ponto importante a ser destacado, na estrutura indicada na Figura 10, institui um resultado inovador neste estudo, ou seja, a presença de dois fluxos de argumentação, **AS 1** e **AS 2**, independentes um do outro e que conduzem os dados do problema (interpretados de forma diferente) a dois tipos de conclusão (solução) também diferentes (dois retângulos pretos), o que constitui algo inédito na literatura.

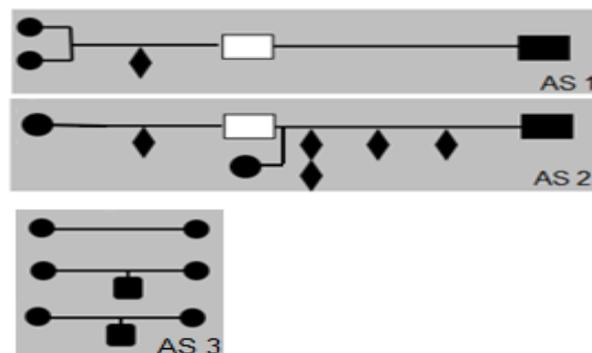


Figura 10.

Estrutura frente divergente identificada no problema 1 do grupo 3 (Dados da pesquisa)

A estrutura é composta por três blocos de argumentação **AS 1**, **AS 2** e **AS 3**, sendo que **AS 3** é composto por conjecturas que se constituíam em argumentos isolados e desconectados do assunto alvo do problema (representação de um número na base decimal). Por outro lado, os fluxos **AS 1** e **AS 2**, partindo de uma leitura diferente dos dados, ilustraram duas situações em que o grupo chegou a obter duas diferentes conclusões (soluções) para o problema proposto. Ambas as soluções se mostraram coerentes a partir da subjetividade empregada pelo grupo na leitura dos dados, bem como na justificação oferecida para as diferentes conclusões.

No bloco **AS 1**, de início, o grupo considerou como dados para o problema: a ficha de fabricação de números e a quantidade de grãos ordenada conforme a representação no enunciado da questão. Diante disso, os alunos concluíram que o numeral correspondente àquela quantidade de grãos (ordenada), no sistema de numeração de base decimal, fazia referência ao número 333.222, ou seja, trezentos e trinta e três mil, duzentos e vinte e dois. Esta conclusão aceita pelo grupo foi apoiada pela garantia de que aquela quantidade de grãos (ordenada) fazia referência a um número com unidade, dezena, centena, unidade de milhar, centena de milhar. Esta conclusão, por sua vez (primeiro retângulo preto), passou a ter o *status* de dados na

sequência do fluxo **AS 1**, de tal modo que estes dados foram utilizados para viabilizar a conclusão final do fluxo **AS 1** (retângulo preto). Na conclusão, portanto, o grupo representou geometricamente na ficha a quantidade de grãos (ordenado) referente ao numeral 333.222, conforme a ilustração da Figura 11.

Ficha: Fabricação de números

8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
		● ● ●	● ● ●	● ● ●	● ●	● ●	● ●
—	—	3	3	3	2	2	2

Figura 11.

Conclusão baseada na quantidade de grãos ordenados (Dados da pesquisa)

Na sequência, o professor, participando da argumentação coletiva, orientou o grupo a observar apenas a quantidade total de grãos de feijão desprovida do critério de ordem. O grupo percebeu, então, que era possível também organizar aquela quantidade de grãos na ficha de uma outra forma. No fluxo **AS 2** da situação argumentativa, o grupo assumiu como dados apenas a quantidade total de grãos (desprovido de ordenamento) e concluiu (primeiro retângulo branco) que esta quantidade total de grãos se referia ao número 15. Para tanto, a garantia apresentada se baseou no processo de contagem. Na sequência do fluxo **AS 2**, a conclusão (15) passou a ser usada como um dado (expresso pela quantidade de grãos) somado a outro dado (ficha), que foram utilizados para estabelecer a conclusão final do fluxo **AS 2** (retângulo preto) conforme a ilustração indicada na Figura 12.

Ficha: Fabricação de números

8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
						●	● ● ● ● ●
—	—	—	—	—	—	1	5

Figura 12.

Conclusão baseada na quantidade total de grãos (Dados da pesquisa)

Com relação a esta última conclusão, os alunos foram alertados pelo professor de que eles deveriam apresentar regras/critérios para a representação geométrica do número. Diante disso, o grupo apresentou várias justificativas para a passagem (conversão) do registro aritmético (15) para o registro geométrico. Estas justificativas foram tomadas como garantias e apoio para viabilizar a passagem dos dados à conclusão final (retângulo preto) do fluxo **AS 2**.

Nesta etapa de justificação da conclusão no fluxo **AS 2**, o professor ainda orientou os alunos a apresentarem mais uma justificativa para apoiar a conclusão. Para tanto, sugeriu que os alunos explorassem a decomposição do número 15 sem, contudo, oferecer dados adicionais para ilustrar essa decomposição. Infelizmente, os resultados apresentados pelos alunos não contemplaram a decomposição dos algarismos do número 15 em potências de base 10. Eles optaram por realizar decomposições que fugiram do foco do problema e que acabaram por não apoiar a conclusão alvo. Estas conjecturas estão ilustradas geometricamente no bloco **AS 3** e se apresentaram desconectadas das estruturas principais de argumentação, uma vez que as decomposições realizadas se mostraram desconexas da ideia de decomposição dos algarismos do número 15 em potências de base decimal, ou seja, $15 = 1 \times 10 + 5 \times 10^0$.

A estrutura indicada na Figura 10 nasceu de uma variedade de fontes de dados diferentes; no entanto, os fluxos de argumentação não convergiram para um mesmo poço ou único resultado (conclusão). Caso isso acontecesse, esta estruturara seria compatível com a estrutura fonte (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019). No entanto, devido à natureza dos dados e à subjetividade da forma como eles foram lidos e interpretados, estes acabaram por revelar dois fluxos de argumentação que transitaram entre argumentos visuais e conceituais sendo cada um deles independentes um do outro e com resultados (conclusões) diferentes e incompatíveis de serem modelados pela estrutura fonte. Nesse contexto, diante do fato de não existir na literatura uma estrutura de argumentação global que explicasse a situação de argumentação experienciada pelo grupo 3 (**G3**) na resolução do problema 1, optamos, portanto, por denominar a anatomia da referida situação de argumentação por estrutura “fonte divergente” e descrevê-la a seguir.

Descrição da “estrutura fonte divergente”. Nesta estrutura os argumentos surgem de uma variedade de fontes (nascentes) diferentes. Diferentemente da estrutura fonte (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019), as conjecturas e argumentos associados que surgem no início da discussão não vão convergir para apoiar uma única conclusão final (efeito funil). Pelo contrário, nesta estrutura, as conjecturas e os argumentos associados nascem de várias fontes e, no decorrer do processo argumentativo, o fluxo de argumentos diverge para conclusões distintas uma (s) da (s) outra (s). São características dessa estrutura: 1) não há uma única estrutura principal de argumentação; 2) fluxos de argumentação que não se conectam às estruturas principais podem aparecer para representar argumentos isolados, argumentos refutados ou argumentos independentes sem conexão com o assunto explorado; 3) as etapas de argumentação podem conter mais de um dado e estes, por sua vez, podem ser lidos e interpretados de maneiras diferentes. Essa estrutura

em geral nasce a partir da subjetividade e capacidade do sujeito em realizar distintas interpretações dos dados do problema. Ao reinterpretar os dados de uma maneira diferente, novos argumentos surgem e conduzem o sujeito a uma conclusão distinta da anterior. Dentro dessa conceitualização que foi apresentada, a estrutura fonte (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019) acabou por inspirar o nome da nova estrutura encontrada, “estrutura fonte divergente”.

Estrutura espiral. A estrutura espiral foi a estrutura mais utilizada neste estudo com seis ocorrências e esteve presente na anatomia do processo argumentativo do problema 2 (G_1 ; G_2 e G_3), problema 3 (G_1 ; e G_3) e problema 4 (G_3). Na sequência, apresentaremos uma situação de argumentação coletiva modelada pela estrutura espiral durante a resolução do problema 2 pelo grupo 2.

Os membros do grupo 2 discutiram o segundo problema entre si e, logo de início, construíram várias conjecturas, a maioria delas refutadas no âmbito do próprio grupo e uma outra não justificada e que não se conectava com as demais conjecturas. Em linhas gerais, neste primeiro momento da situação argumentativa, o grupo produziu uma série de conjecturas e argumentos associados e não avançou na discussão do assunto pretendido. Em meio a esta situação de confusão, dúvidas e falta de um norte, a intervenção e o apoio do professor na orquestração do discurso argumentativo foi essencial para que o grupo pudesse alcançar a conclusão final (retângulo preto) do problema, bem como apresentar três estratégias distintas de resolução para o problema proposto. A Figura 13 ilustra a anatomia da situação argumentativa experienciada pelo grupo 2 durante a discussão e resolução do problema 2.

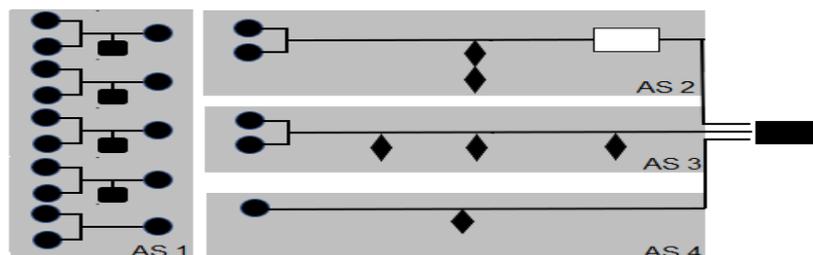


Figura 13.

Estrutura espiral identificada no problema 2 - grupo 2 (Dados da pesquisa)

A estrutura é composta por quatro blocos de argumentação, **AS 1**, **AS 2**, **AS 3** e **AS 4**. O bloco **AS 1** é composto por conjecturas e argumentos associados, sendo a maioria destes refutados no âmbito do próprio grupo. Entretanto, todos os argumentos tinham algo em comum, constituíam afirmações isoladas e desconectadas que não conduziam a uma conclusão (solução) para o problema. A intervenção do professor foi necessária para que os alunos pudessem compreender o que era solicitado no enunciado da questão. Esta intervenção (explicação) surtiu

efeito e, a partir daí, o que se observou por meio dos fluxos **AS 2**, **AS 3** e **AS 4** é que o grupo conseguiu justificar a solução do problema por meio de três estratégias de justificação diferentes. Ambas as justificações possuíam uma particularidade em comum, se conectam apenas a conclusão final do problema para indicar, portanto, que o problema foi resolvido de três maneiras distintas pelos alunos.

Em particular, no fluxo **AS 2**, o grupo elaborou uma resolução geométrica e uma argumentação com base no visual para explicar a conversão do número 15 da base decimal para a base 3, utilizando, para isso, um processo de separação/organização dos grãos em grupos de três ao longo das ordens na ficha. Instigados pelo professor a oferecer um outro método de solução/justificação baseada em uma operação matemática para descrever a solução obtida no fluxo **AS2**, o grupo, então, por meio do fluxo **AS 3**, argumentou que, para converter o número 15 para as bases 2 e 3, e o número 1024 para a base 2, por exemplo, bastaria realizar sucessivas divisões euclidianas dos números 15 e 1024 pelas respectivas bases de transformação, verificando sempre os respectivos quocientes gerados e restos formados, bem como a necessidade de novas divisões (formação de grupos) para gerar um número no sistema de numeração não decimal a partir do último quociente encontrado e os restos tomados na ordem inversa. Por fim, no fluxo **AS 4**, contando com a orientação do professor, os alunos exploraram uma outra possibilidade de resolver e justificar o problema, agora por meio de uma tabela operatória, conforme indicado na Figura 14 a seguir

Valor Universal	Divisor / base	Resultado	Resto
15	3	5	0
5	3	1	2
1	3	0	1

Figura 14.

Conversão do número 15 (base decimal) para a base 3 (Dados da pesquisa)

Da primeira estratégia de resolução até a última apresentada, a justificação da conclusão transitou entre argumentações visuais e argumentações conceituais. A estrutura indicada na Figura 13 apresentou três fluxos de argumentação paralelos **AS 2**, **AS 3** e **AS 4**. Ambos os fluxos chegaram a uma mesma conclusão por meio de três métodos resolutivos diferentes, elaborados pelos alunos sob a orientação/solicitação do professor. Em virtude de os argumentos seguirem independentes uns dos outros e atuarem como métodos diferentes de justificação da

conclusão alvo (retângulo preto), concluiu-se que esta estrutura foi compatível com a estrutura espiral (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019).

Estrutura de linha. A estrutura de linha foi verificada neste estudo em duas ocasiões, estando presente na anatomia do processo argumentativo do problema 3 e 4 para o grupo 2 (G_2). Na sequência, apresentaremos uma situação de argumentação coletiva modelada anatomicamente pela estrutura de linha durante a resolução do problema 3 pelo grupo 2 (G_2).

Os membros do grupo 2 (G_2) discutiram o problema 3 entre si e para a resolução deste problema de prova eles não contaram com nenhum tipo de apoio e participação do professor na argumentação coletiva. Na situação de argumentação apresentada, o grupo partiu de um dado particular (caso empírico) e foi capaz de produzir um argumento de prova conceitual de caráter genérico, explicativo e probatório para efeito de convencimento junto a classe. Para mostrar como converter um número do sistema de numeração de base decimal para um número em uma base não decimal qualquer, a discussão do grupo partiu de um caso particular de conversão na base 5, como uma espécie de dados para o problema, e avançou para uma ideia de conversão mais ampla que pôde levar em consideração um número qualquer (n) e uma base qualquer (b):

Para converter da base 10 para uma base qualquer é preciso pegar um número qualquer (n) e dividir pela base (b) formando grupos conforme for o número da base (b) e a partir disso o número de grupos formados você torna dividir pela base (b) e assim vai até quando não for possível dividir e formar grupos. O resultado final e as sobras que não resultou em grupo vai gerar a fabricação do número (x) na base qualquer (b). (Grupo 2, argumento oral, dados da pesquisa)

A estrutura de argumentação global que representou a anatomia desta situação de argumentação é apresentada na Figura 15.

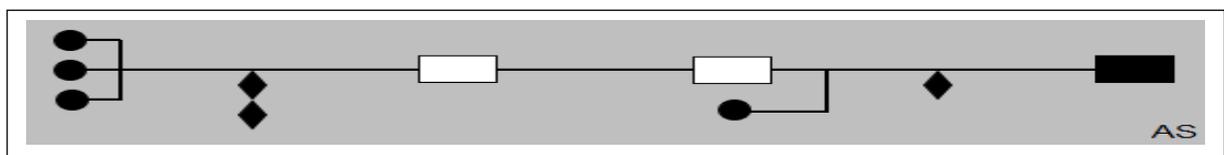


Figura 15.

Estrutura de Linha identificada no problema 3 - grupo 2 (Dados da pesquisa)

O raciocínio generalizador utilizado pelo grupo partiu, inicialmente, de um caso particular e foi sequencial e linear para frente durante todo o processo de resolução do problema até atingir uma generalização para a conclusão final. A conexão entre os argumentos foi estabelecida através de conclusão/dados, na qual a conclusão da primeira etapa do fluxo

(retângulo branco) correspondeu aos dados da segunda etapa e assim sucessivamente. Além disso, a inexistência de argumentos paralelos e retroatividade do raciocínio fez com que este fluxo de argumentação fosse compatível a estrutura de linha (Erkek & Bostan, 2019).

Estrutura de argumentos independentes. A estrutura de argumentos independentes predominou em duas ocasiões para ilustrar geometricamente situações de argumentação coletiva empreendida pelo grupo 1 (G_1) na resolução dos problemas 4 e 5. Na sequência, apresentaremos uma situação de argumentação coletiva modelada anatomicamente pela estrutura de argumentos independentes durante a resolução do problema 4 pelo grupo 1 (G_1).

No problema 4, o grupo 1, após a leitura do enunciado do problema, manteve-se por um período em silêncio, reflexivo e confuso em relação ao que precisava ser feito para resolver o problema e, dessa forma, iniciar a argumentação coletiva. Mesmo requisitando o auxílio do professor na orquestração do discurso argumentativo, o grupo não conseguiu resolver o problema proposto. A anatomia dessa situação argumentativa foi ilustrada na Figura 16.

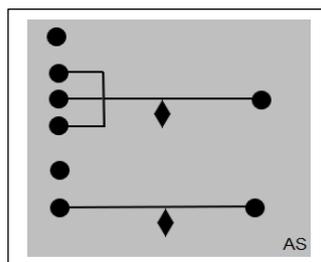


Figura 16.

Estrutura de argumentos identificada no problema 4 - grupo 1

A estrutura indicada na Figura 16 apresenta dados, opiniões (ideias) e argumentos isolados. Estes argumentos isolados, ainda que independentes uns dos outros, não se interconectavam para gerar uma conclusão ou um resultado final. Na estrutura **AS**, um dos membros do grupo, diante do número binário indicado na ficha (dado) e da inércia do grupo em iniciar uma discussão do assunto, acionou o professor para indagar como o problema poderia ser resolvido? O professor, por sua vez, orientou o grupo a considerar como dados para o problema o número binário representado na ficha, bem como os resultados indicados nos problemas 2 e 3 da atividade proposta. Além disso, o professor concluiu, em sua orientação para o grupo, que a solução do problema deveria seguir o caminho inverso do que foi realizado por eles nos dois problemas anteriores. O professor justificou esta orientação dizendo que antes eles (os alunos) trabalhavam com a ideia de formar grupos e que, a partir daquele momento, deveriam pensar em fazer o contrário, ou seja, decompor e desmanchar os grupos formados. No

entanto, os alunos, mesmo diante do apoio oferecido pelo docente, ainda se mostraram confusos e na dúvida em como prosseguir com a resolução do problema.

Nessa estrutura de argumentos (AS), verificou-se, portanto, que os alunos não conseguiram resolver o problema ainda que o professor tenha oferecido apoio para isso. Considerando o fato de que os argumentos produzidos se revelaram isolados, independentes, desconectados uns dos outros e não conduziram a solução/conclusão do problema, a estrutura de argumentação global mais compatível com essa situação argumentativa foi a estrutura de argumentos independentes (Erkek & Bostan, 2019).

Estrutura fonte. A estrutura fonte foi registrada em duas ocasiões para ilustrar geometricamente a anatomia de situações de argumentação coletiva empreendida pelos grupos 2 e 3 (G_2 e G_3) na resolução do problema 5. Na sequência, apresentaremos uma situação de argumentação coletiva modelada anatomicamente pela estrutura fonte durante a resolução do problema 5 pelo grupo 2 (G_2).

Para o problema 5, o grupo 2 construiu um tipo de argumento de prova a partir de um caso empírico de referência. Na solução do problema, o grupo conseguiu produzir uma generalização que, em um primeiro momento, contemplou o uso da linguagem informal dos alunos e, posteriormente, foi sendo aprimorada. Ao final do processo, ela contemplou até o uso da linguagem matemática como forma de expressão e generalização. O apoio do professor na orquestração do discurso foi importante para conduzir os alunos na transição do argumento de prova empírico para um argumento mais generalista e conceitual. A anatomia dessa situação argumentativa foi ilustrada na Figura 17.

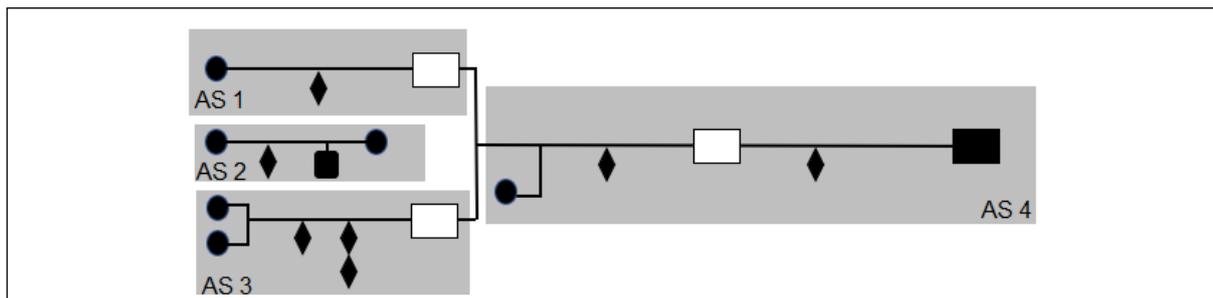


Figura 17.

Estrutura fonte identificada no problema 5 – grupo 2 (Dados da pesquisa)

A estrutura indicada na Figura 17 é composta por 4 blocos de argumentação (AS 1; AS 2; AS 3 e AS 4), dos quais três convergem por meio de um único fluxo para uma solução final (retângulo preto) em AS 4. Na estrutura indicada, os blocos AS 1 e AS 3 estão posicionados

logo no início da situação argumentativa para apoiar uma mesma conclusão intermediária em **AS4**.

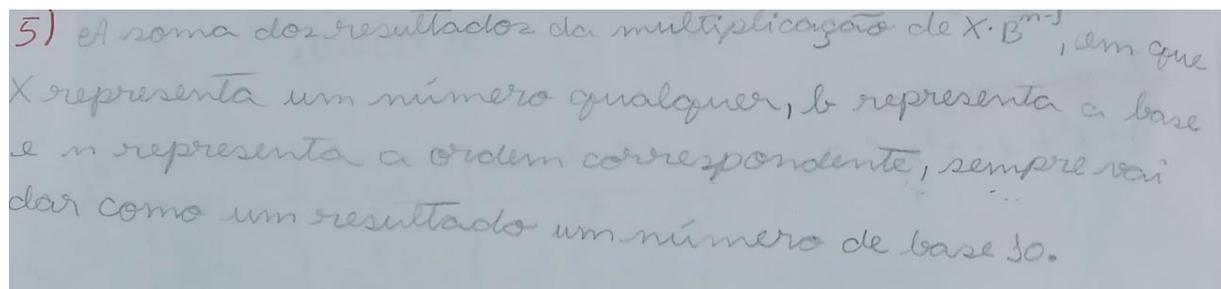
Em particular, no bloco **AS 1**, considerando os dados do problema, o grupo logo concluiu que, para converter um número do sistema de numeração de base não decimal para o sistema de numeração de base decimal, era preciso realizar o processo inverso das sucessivas divisões feitas na resolução do problema 3. Tratava-se, portanto, de “desmanchar os grupos da base feitos pela divisão” (Grupo 2, argumento oral, dados da pesquisa). No bloco **AS 2**, uma conjectura foi inicialmente criada, passou por uma tentativa de justificação e, por fim, foi refutada pelo grupo. Na sequência, no bloco **AS 3**, o grupo considerou como dados para o problema, o resultado do problema 3 citado no bloco **AS 1**, ou seja, $(120)_3=15$, e o processo de decomposição dos algarismos de um número na base decimal. Diante disso, os alunos passaram a descrever e apresentar justificações para melhor descrever o processo inverso citado como garantia no bloco **AS 1**.

As duas conclusões parciais (retângulo branco) de **AS 1 e AS 3** passaram, em seguida, a servir de dados para **AS 4** juntamente com outro dado (informação particular) retomado do início da discussão pelo grupo, ou seja, $(120)_3= 0x3^0+2x3^1+1x3^2=12$. Diante dos dados e da orientação do professor para que o grupo pudesse generalizar a ideia de conversão (primeiro retângulo branco), partindo de uma base b qualquer, os alunos estabeleceram a seguinte justificação como garantia para a conclusão do processo.

Cada algarismo do número na base correspondente multiplicado pela sua base elevando a ordem (onde a primeira ordem é zero, a segunda ordem é equivalente a 1, a terceira ordem a 2 e assim por diante...) A soma dos seus resultados vai gerar o número na base decimal. (Grupo 2, argumento oral, Dados da pesquisa).

Por sua vez, o professor, percebendo a compreensão e os avanços do grupo na generalização do processo de conversão (primeiro retângulo branco), sugeriu ao grupo uma tentativa de generalização melhor, rotulando, para isso, a base por “ b ”, as suas respectivas potências em ordem decrescente por “ b^n, b^{n-1}, \dots, b^0 ” e a quantidade de dígitos de um número numa base b qualquer por “ d_n, d_{n-1}, \dots, d_0 ”. A ideia era propiciar aos alunos a transição de uma explicação da linguagem informal para a linguagem matemática. Em virtude dessa orientação, o grupo passou, então, a considerar a conclusão anterior (primeiro retângulo branco) como ponto de partida (dado) para o estabelecimento de uma nova justificação mais refinada para estabelecer a compreensão da conclusão do processo de conversão (retângulo preto).

Como resultado dessa orientação do professor, o grupo apresentou a seguinte garantia para o argumento de prova.



5) A soma dos resultados da multiplicação de $X \cdot B^{n-1}$, em que X representa um número qualquer, b representa a base e n representa a ordem correspondente, sempre vai dar como um resultado um número de base 10.

Figura 18.

Registro escrito do apoio as garantias da questão 5 - grupo 2 (Dados da pesquisa)

A garantia apresentada na linguagem matemática foi considerada pelo grupo uma generalização mais convincente e resumida quando comparada a anterior.

Ainda que a prova apresentada tivesse longe de ser considerada um argumento analítico (Toumin, 1958), ela foi considerada probatória e explicativa uma vez que, por meio de uma argumentação substancial (Toulmin, 1958) e conceitual, ela teve o poder de articular conceitos e ideias matemáticas para convencer o grupo do processo de conversão de um número do sistema de numeração de base não decimal para o sistema de numeração de base decimal.

A situação argumentativa indicada na estrutura global de argumentação (Figura 17) apresentou as seguintes características: a) estruturas de argumentação que não se conectam a estrutura principal; b) fluxos de argumentação paralelos para apoiar uma mesma conclusão parcial; c) etapas de argumentação com mais de um dado; d) componentes de refutação para uma conjectura. O fato dos fluxos paralelos (AS 1 e AS 3) estarem localizados no início da discussão corroborou para que esta estrutura fosse classificada como estrutura fonte (Knipping, 2008; Reid & Knipping, 2010; Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Isiksal Bostan, 2019).

Considerações finais

Neste estudo, nosso objetivo central foi investigar as estruturas globais de argumentação que emergem do raciocínio dos alunos em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva durante uma investigação matemática, bem como compreender como o papel do professor influencia essas estruturas. Ao refletirmos sobre o percurso desta pesquisa e as descobertas alcançadas, algumas considerações finais surgem como relevantes para o campo da educação matemática.

Inicialmente, é crucial destacar que nossos resultados corroboram a ideia de que o contexto do ensino desempenha um papel significativo na formação das estruturas de argumentação dos alunos. Nosso estudo revelou que diferentes tipos de apoio docente e a autonomia dos grupos de alunos têm impactos diretos na natureza das estruturas argumentativas

emergentes, resultado este que vai ao encontro daqueles obtidos nos estudos de Erkek e Bostan, (2019) e Erkek e Isiksal Bostan (2019).

No problema 1, em que os grupos 1 e 2 receberam apoio semelhante do professor, observou-se uma estrutura de argumentação de tipo "reservatório". No entanto, o grupo 3, atuando de forma mais autônoma, gerou uma estrutura inédita, a "Estrutura fonte divergente". Essa descoberta enfatiza a importância de reconhecer a influência do professor e do ambiente educacional na construção das estruturas argumentativas dos alunos.

Por sua vez, no problema 2, a natureza não estruturada do problema permitiu que os grupos desenvolvessem múltiplas resoluções para justificar suas conclusões. O apoio do professor, incentivando a exposição de diferentes métodos e estratégias de solução, resultou em estruturas de argumentação do tipo "espiral". Esse resultado realça a flexibilidade do contexto de ensino na promoção de estruturas argumentativas diversificadas.

Já no problema 3, observamos uma dinâmica semelhante, mas com variações nas estruturas argumentativas devido ao número de modos de prova e tipos de justificação solicitados pelo professor. Mais uma vez, a influência do contexto educacional na formação das estruturas argumentativas é evidente.

O problema 4 proporcionou uma riqueza de descobertas, com diferentes estruturas de argumentação emergindo para cada grupo. O apoio docente, ou a falta dele, desempenhou um papel crucial na determinação das estruturas. As estruturas de argumentos independentes, linha e espiral refletiram a interação entre a autonomia dos grupos e a intervenção do professor.

No problema 5, evidenciamos a presença de estruturas de argumentos independentes e estruturas fonte. O grupo 2 conseguiu transitar de uma explicação empírica para uma explicação conceitual com o apoio do professor, enquanto o grupo 3 baseou sua argumentação em argumentos empíricos, sem sucesso na generalização. Isso destaca a importância do professor na orientação das estruturas argumentativas em direção a um pensamento mais abstrato e conceitual.

No entanto, este estudo não está isento de limitações. Uma delas é a falta de representação das contribuições individuais de alunos e professores nas estruturas globais de argumentação. Recomendamos, portanto, pesquisas futuras que explorem uma representação mais detalhada das contribuições individuais. Além disso, a representação do fluxo temporal das argumentações poderia ser aprimorada para refletir com mais precisão como os argumentos são introduzidos, ao longo do tempo, em sala de aula.

Em resumo, nossa pesquisa lança luz sobre a dinâmica complexa das estruturas globais de argumentação em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva e investigação

matemática. Nossos resultados, assim como aqueles encontrados nos estudos de Erkek e Bostan, (2019) e Erkek e Isiksal Bostan (2019), sugerem que o ambiente educacional desempenha um papel crucial na formação dessas estruturas, destacando a importância da interação entre alunos e professores e a natureza da atividade proposta. Esperamos que este estudo contribua para uma compreensão mais profunda da argumentação em sala de aula e inspire pesquisas futuras sobre o tema.

Referências

- Carneiro, J. S., Teixeira, E. S., & Oliveira, A. M. P. (2023). Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. *EMP: Educação Matemática Pesquisa*, 25(3), 11-141.
- Cervantes-Barraza, J. A., Hernandez Moreno, A., & Rumsey, C. (2020). Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school. *School Science and Mathematics*, 120(1), 4-14.
- Conner, A. M., Singletary, L. M., Smith, R.C., Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.
- Erkek, Ö., & Bostan, M. I. (2019). A different look at the reasoning process of prospective middle school mathematics teachers: Global argumentation structures. *Egitim ve Bilim*, 44(199),1-27.
- Erkek, Ö. & İşiksal Bostan, M. (2019). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(3), 613-633.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Autores Associados.
- Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(3), 427-441.
- Ludke, M., & Andre, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. EPU.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2016). *Investigações matemáticas na sala de aula*. (3a ed.). Autêntica.
- Reid, D. A., & Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning, and teaching*. Sense Publishers.
- Rodrigues, F. C., Alves, G. G., Yonezawa, W. M., & Monteiro, M. A. A. (2021). Pensamento computacional: proposta metodológica para o ensino de números binários. *Revista de produtos educacionais e pesquisas em ensino*, 5(1), 129-153.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of Argument*. Cambridge University Press.
- Toulmin, S. (2001). *Os usos do argumento*. Editora Martins Fontes.