

<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2024v26i1p539-567>

Estado do Conhecimento: um estudo histórico sobre os problemas aritméticos

State of Knowledge: a historical study on arithmetic problems

Estado del Conocimiento: un estudio histórico sobre problemas aritméticos

État des Connaissances : une étude historique sur les problèmes arithmétiques

Robert Rene Michel Junior¹

Universidade Federal de Santa Catarina

Mestre em Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0003-1313-6145>

David Antonio da Costa²

Universidade Federal de Santa Catarina

Doutor em Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>

Resumo

Sabe-se, atualmente, que os problemas para o ensino de matemática se encontram presentes em diversas instâncias do processo educacional, como em documentos oficiais, ou também, em livros e materiais didáticos, por exemplo. Entretanto, é possível afirmar que os problemas sempre estiveram presentes nas práticas educacionais e em documentos oficiais ligados ao ensino? A partir destas ponderações iniciais, esta produção se filia ao campo de pesquisa da História da educação matemática e tem por objetivo escrutinar permanências e transformações, em diferentes momentos históricos, dos sentidos e finalidades dos “problemas” para o ensino de matemática mediante uma revisão de literatura, embasada na metodologia do Estado do Conhecimento. Através do levantamento de trabalhos como teses, dissertações e artigos científicos, em diferentes repositórios digitais, constata-se a existência de modificações da concepção dos problemas ao longo dos tempos. Entre a transição de períodos de ensino tradicional para o Método Intuitivo, não há menção ao termo problemas. Posteriormente, este vocábulo se apresenta como sinônimo de exercícios, para o ensino de aritmética. Em tempos escolanovistas, por outro lado, os problemas foram se dissociando dos exercícios. Ganharam tanto um caráter de apoio ao ensino, como também se estruturaram como um método de ensino a ser seguido. Contemporaneamente, por fim, a resolução de problemas ganha espaço nas pesquisas em Educação Matemática.

¹ robertrene15@hotmail.com

² david.costa@ufsc.br

Palavras-chave: História da educação matemática, Estado da arte, Problemas Matemáticos, Aritmética.

Abstract

It is currently known that problems in mathematics teaching are present in teachers' school teaching processes, official documents, and textbooks. However, is it possible to say that the problems have always been present in educational practices and official documents linked to teaching? Based on these initial considerations, this production is affiliated with the research field of the history of mathematics education. It aims to scrutinize the permanence and changes, at different historical moments, of the meanings and purposes of *problems* for mathematics teaching from a literature review based on the state of knowledge methodology. From the survey of works such as dissertations, theses, and scientific articles in different digital repositories, it is clear that there have been changes in the conception of problems over time. Between the transition from traditional teaching periods to the intuitive method, the term *problems* is not mentioned. Subsequently, the term is presented as a synonym for *exercises*, for teaching arithmetic. In New School times, however, *problems* became dissociated from *exercises*. They gained both a teaching support character and are also structured as a teaching method to be followed. Finally, problem solving is gaining ground in research in mathematics education field.

Keywords: History of mathematical education, State of the art, Mathematical problems, Arithmetic.

Resumen

Actualmente se sabe que los problemas para la enseñanza de las matemáticas están presentes en los procesos de enseñanza escolar del docente, tanto en documentos oficiales como en libros de texto. Sin embargo, ¿es posible decir que los problemas siempre han estado presentes en las prácticas educativas y en los documentos oficiales vinculados a la enseñanza? A partir de estas consideraciones iniciales, esta producción se adscribe al campo de investigación de la Historia de la educación matemática y pretende escudriñar permanencias y transformaciones, en diferentes momentos históricos, de los significados y propósitos de los “problemas” para la enseñanza de las matemáticas desde una revisión de la literatura basada en la metodología del Estado del Conocimiento. Del relevamiento de trabajos como tesis, disertaciones y artículos científicos, en diferentes repositorios digitales, se desprende que ha habido cambios en la concepción de los problemas a lo largo del tiempo. Entre la transición de los períodos de

enseñanza tradicional al Método Intuitivo, no se menciona el término problemas. Posteriormente, el término problemas se presenta como sinónimo de ejercicios, para la enseñanza de la aritmética. En los tiempos de la Escuela Nueva, en cambio, los problemas se disociaron de los ejercicios. Adquirieron a la vez un carácter de apoyo a la enseñanza y también se estructuran como un método de enseñanza a seguir. Finalmente, la resolución de problemas está ganando terreno en la investigación en Educación Matemática.

Palabras clave: Historia de la educación matemática, Estado del arte, Problemas matemáticos, Aritmética.

Résumé

On sait actuellement que les problèmes d'enseignement des mathématiques sont présents dans plusieurs instances du processus éducatif, comme dans les documents officiels, ou encore dans les livres et le matériel pédagogique, par exemple. Pour autant, peut-on affirmer que les problèmes ont toujours été présents dans les pratiques éducatives et dans les documents officiels liés à l'enseignement ? Partant de ces premières considérations, cette production s'inscrit dans le champ de recherche de l'Histoire de l'enseignement des mathématiques et vise à scruter les permanences et les transformations, à différents moments historiques, des significations et des finalités des « problèmes » pour l'enseignement des mathématiques à travers une revue des littératures, basée sur la méthodologie de l'état des connaissances. En examinant des ouvrages tels que des thèses, des mémoires et des articles scientifiques, dans différents référentiels numériques, il apparaît clairement qu'il y a eu des changements dans la conception des problèmes au fil du temps. Entre le passage des périodes d'enseignement traditionnel à la Méthode Intuitive, le terme de problèmes n'est pas évoqué. Par la suite, ce mot est présenté comme synonyme d'exercices, pour l'enseignement de l'arithmétique. En revanche, à l'époque de la Nouvelle École, les problèmes étaient dissociés des exercices. Ils acquièrent à la fois un caractère de support pédagogique et sont également structurés comme une méthode pédagogique à suivre. Enfin, la résolution de problèmes gagne du terrain dans la recherche en enseignement des mathématiques.

Mots-clés : Histoire de l'enseignement mathématique, Etat de l'art, Problèmes mathématiques, Arithmétique.

Estado do Conhecimento: um estudo histórico sobre os problemas aritméticos

O que significa o termo problemas? De acordo com o Dicionário didático de Língua Portuguesa (Ramos, 2011, p. 672), a palavra “problema” pode designar “questão que se tenta esclarecer ou resolver, em qualquer área do conhecimento humano, e que geralmente serve de base para estudos ou discussões acadêmicas ou científicas”, como também, “situação complexa ou de difícil solução”, ou ainda, “obstáculo ou dificuldade que dificultam o alcance ou a realização de um objetivo”. Nesse panorama inicial, tem-se que o problema engloba questões desafiadoras ou situações difíceis de serem resolvidas, com certo grau de complexidade.

Atribuindo a relação entre desafio e complexidade de um problema, para o ensino da matemática escolar, na atualidade, alguns livros didáticos tratam a resolução de problemas como um método auxiliador para ensinar um conteúdo, possibilitando a reflexão dos estudantes, como também desenvolver um raciocínio matemático crítico, reflexivo, para contornar uma dificuldade ou lacuna que lhe é apresentada.

No livro didático “A Conquista da Matemática - Manual do professor” da autoria de Giovanni e Castrucci (2018), do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, os autores trazem, como uma apresentação ao professor, considerações sobre o ensino de Matemática versando métodos como modelagem matemática, resolução de problemas, tecnologias digitais e comunicação nas aulas de matemática, como meios de suporte e auxílio para o ensino deste componente curricular. De acordo com os autores, destaca-se que:

A possibilidade de analisar várias formas de resolver determinados problemas e de confrontar e validar hipóteses também propicia uma aprendizagem que extrapola o ensino de Matemática, culminando na formação de um indivíduo mais atuante na sociedade, que se relaciona com grupos e que enfrenta situações-problema buscando soluções e não se inibindo diante de questões complexas (Giovanni & Castrucci, 2018, pp. VII-VIII).

Um segundo manual, do mesmo ano de escolaridade daquele mencionado, “Matemática Bianchini” de Edwaldo Bianchini (2022), o autor propõe a resolução de problemas como uma proposta didática para o ensino. Como finalidades da resolução dos problemas, justifica-se:

[...] um dos destaques do ensino matemático contemporâneo. Para atender aos pressupostos de uma educação globalmente formadora, o problema matemático deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, que faça sentido ao estudante. Ele possibilita a mobilização dos conteúdos estudados em busca de soluções e, sobretudo, abre espaço para a criação de estratégias pessoais e para a produção de novos conhecimentos (Bianchini, 2022, p. XVI).

Como objetivo a ser alcançado, de acordo com o autor, na utilização dos problemas, ressalta-se a elaboração de procedimentos de resolução, comparação de resultados e validação da técnica ou procedimento. Portanto, é possível perceber, que os problemas para o ensino de matemática no ensino básico se integram aos livros didáticos mais atuais e se alinham ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) que tem como propósito divulgar e veicular materiais didáticos adequados para cada nível educacional no Brasil.

Contudo, como se estruturou essa concepção do termo “resolução de problemas” para o ensino que vem se consolidando nas escolas e nos materiais educacionais específicos para a Matemática que se tem atualmente? É possível pensar em mudanças de compreensões e finalidades sobre os problemas e o ensino de matemática em diferentes momentos históricos educacionais?

Nesse sentido, este artigo se estrutura em quatro seções. Nesta primeira, a introdutória, abordam-se as justificativas para sua elaboração como também se evidencia o referencial teórico metodológico utilizado. Na segunda seção, discute-se sobre o ensino de problemas nas vagas pedagógicas do Método Intuitivo e da Escola Nova. Na terceira seção, explicita-se o ensino de problemas em tempos do Movimento da Matemática Moderna e da Educação Matemática. Por fim, na última seção são apresentadas as conclusões deste escrito.

À vista disso, este trabalho tem como objetivo escrutinar permanências e transformações, em diferentes momentos históricos, dos sentidos e finalidades dos “problemas” para o ensino de matemática, a partir de uma revisão de literatura, embasada na metodologia do Estado do Conhecimento. Logo, o trabalho desenvolvido se orienta teoricamente por meio de um estudo de revisão bibliográfica respaldada pela metodologia do Estado do Conhecimento.

De acordo com Vosgerau e Romanowski (2014) tais estudos têm como objetivo:

[...] organizar, esclarecer e resumir as principais obras existentes, bem como fornecer citações completas abrangendo o espectro de literatura relevante em uma área. As revisões de literatura podem apresentar uma revisão para fornecer um panorama histórico sobre um tema ou assunto considerando as publicações em um campo. Muitas vezes uma análise das publicações pode contribuir na reformulação histórica do diálogo acadêmico por apresentar uma nova direção, configuração e encaminhamentos (Vosgerau & Romanowski, 2014, p. 167).

O trabalho de revisão bibliográfica, nesse encaminhamento, permite revisitar estudos e pesquisas que já foram concluídos e apresentar novos olhares e discursos a partir do diálogo entre as produções. Para este artigo, compreende-se uma formulação de um panorama histórico sobre as mudanças de concepções sobre os problemas ao longo de diferentes momentos educacionais.

Utilizando ainda as duas expressões “Estado do Conhecimento” e “Estado da Arte” como ferramenta metodológica, Ferreira (2002) aponta que

[...] o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários (Ferreira, 2002, p. 258).

Todavia, salienta-se que, em pesquisas no Brasil, o termo “Estado do Conhecimento” e “Estado da Arte” são utilizados como sinônimos na literatura. Entretanto, há autores que diferenciam tais métodos. Romanowski e Ens (2006) defendem que um trabalho de Estado da Arte engloba o estudo sistematizado de um determinado tema em diferentes esferas de produção do conhecimento, como por exemplo: teses, dissertações, artigos, periódicos e anais de congressos, entre outros meios de difusão dos trabalhos científicos, não se limitando apenas a uma vertente, para um diálogo mais abrangente para o tema proposto.

Os estudos realizados a partir de uma sistematização de dados, denominada “estado da arte”, recebem esta denominação quando abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções. [...] O estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de “estado do conhecimento” (Romanowski & Ens, 2006, pp. 39-40).

Nesse seguimento, a especificação do trabalho voltado a um Estado do Conhecimento intenta preencher lacunas em uma determinada área e tema a partir de produções já realizadas em determinado recorte temporal, como também, em apenas uma esfera de publicações e, portanto, o inventário de produções deste método segue em instância mais restritiva, comparado às pesquisas de Estado da Arte.

Utiliza-se, nesse pressuposto, a metodologia do “Estado do Conhecimento” como uma revisão bibliográfica de cunho limitado, contemplando as produções sobre os problemas vinculados à História da Educação e à História da educação matemática em teses e dissertações entre 2010 e 2022, e ainda artigos científicos entre 2017 e 2022.

Adiante, apresentam-se os trabalhos que compõem a Revisão de Literatura tendo por finalidade conhecer as produções do campo da História da Educação e da História da educação matemática produzidos no Brasil. Em especial, foram selecionados trabalhos que se aproximam desta temática.

Na busca de produções provenientes de programas de pós-graduação, teses e dissertações, utilizam-se como banco de dados, três portais de busca *on-line*: o Catálogo de

Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior³ (CAPES), a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações⁴ (BDTD) e o Repositório de Conteúdo Digital⁵ (RCD), da Universidade Federal de Santa Catarina.

À procura de trabalhos que conversem sobre os problemas matemáticos em uma perspectiva histórica e educacional, buscou-se, no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, inicialmente, o termo: [“problemas”], aonde retornaram 53.737 resultados de pesquisas que o mencionam em algum nível nos descritores de identificação. Como houve um quantitativo excessivo nessa consulta, foi necessário um refinamento na investigação. Para um novo levantamento de pesquisas, em um segundo momento, utilizou-se como palavras-chave os termos [“problemas” AND “história”] retornando 3671 resultados.

Na intenção de aproximar as pesquisas aos problemas matemáticos, como também, identificar produções que apontem “problemas” como método, ou disciplina, ou como exercícios relacionados à matemática, optou-se em modificar o termo “história” por “história da educação”, tendo, como novas palavras/termos de busca: [“problemas” AND “história da educação”] em um período entre 2010 e 2022.

Nesta última consulta retornaram 70 teses e dissertações. Selecionaram-se, assim, aquelas produções que tratam diretamente sobre problemas matemáticos em uma concepção histórica.

Identificam-se tais produções na tabela abaixo:

³ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

⁴ Disponível em: <https://bdtb.ibict.br>

⁵ Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>

Tabela 1.

Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Autores da pesquisa, 2022)

TÍTULO	AUTORIA	MESTRADO/ DOUTORADO	ANO
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO DE PRIMEIRO GRAU NA REDE ESTADUAL DE ENSINO DO ESTADO DO PARANÁ NA DÉCADA DE 1970: UM ESTUDO HISTÓRICO-CULTURAL	RITA DE CASSIA GOMES WALDRIGUES	Mestrado	2010
O ENSINO DE MATEMÁTICA DA ACADEMIA DE COMÉRCIO DE SANTA CATARINA NAS DÉCADAS DE 1930 E 1940	JULIANO ESPEZIM SOARES FARIA	Mestrado	2011
RETRATOS DE UMA SALA DE AULA PROJETOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS	MARIA ANGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL	Mestrado	2014
O PROCESSO CONSTITUTIVO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA TEMÁTICA DA PÊSQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - UM INVENTÁRIO A PARTIR DE DOCUMENTOS DOS ICMES	ROSILDA DOS SANTOS MORAIS	Doutorado	2015
UM OLHAR PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEMs): DELINEAMENTO DE UMA TENDÊNCIA	TIEGO DOS SANTOS FREITAS	Doutorado	2019
UMA HISTÓRIA DOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS: MUDANÇAS NO SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA (1870-1960)	ANDREIA FERNANDES DE SOUZA	Doutorado	2021

Para pluralidade de produções nessa perspectiva, outro levantamento de dados foi realizado, na BDTD. Utilizando a busca avançada, entre os anos de 2010 a 2022, com os filtros: “Problemas” no título, e “história da educação” e “matemática” em todos os campos descritores, identificaram-se 42 trabalhos. Selecionaram-se, também, produções que tratam dos problemas de forma histórica, envolvendo a História da Educação e a História da educação matemática. Nesse levantamento, retiram-se as pesquisas que foram explicitadas anteriormente, para que não houvesse dualidade aqui posta.

Tabela 2.

Teses e Dissertações na BDTD (Autores da pesquisa, 2022)

TÍTULO	AUTORIA	MESTRADO/ DOUTORADO	ANO
A CONCEPÇÃO DA HABILIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A CONCEPÇÃO HISTÓRICO-CULTURALISTA	ANDERSON FELIX SILVA	Mestrado	2021
ÁLGEBRA PARA RESOLVER PROBLEMAS: AS PROPOSTAS DE OTELO DE SOUZA REIS E TITO CARDOSO DE OLIVEIRA, DÉCADA DE 1910	IVONE LEMOS DA ROCHA	Mestrado	2019
OS PROBLEMAS ARITMÉTICOS E OS MÉTODOS PEDAGÓGICOS: PONTOS PARA UM DIÁLOGO SOBRE A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO PRIMÁRIO ALAGOANO (1924 - 1952)	ELISABETE PEREIRA FERNANDES	Mestrado	2017
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO SOBRE SEU PROCESSO EVOLUTIVO NOS ESTADOS UNIDOS, NA CHINA E NO BRASIL	YUK WAH HSIA	Doutorado	2013

Além disso, foi consultado o RCD, da Universidade Federal de Santa Catarina, por abrigar a comunidade intitulada História da Educação Matemática, o que prioriza fontes, documentos e investigações sobre o tema histórico proposto nesta pesquisa. Seguindo na mesma direção dos levantamentos bibliográficos anteriores, são apresentadas, na tabela abaixo, pesquisas que apresentam significância e proximidades com o tema de investigação. Ressalta-se novamente que não são exibidos trabalhos os quais já foram referidos.

O RCD compreende em uma plataforma virtual onde é possível encontrar trabalhos acadêmicos e documentos de diferentes naturezas, possuindo, assim, uma diversidade de comunidades e coleções. De forma singular, justifica-se a escolha dessa plataforma, pois:

O Repositório em discussão [...] se alinha à sub-comunidade História da Educação Matemática, aninhada ao Centro de Ciências da Educação da UFSC. Trata-se de um repositório virtual, aberto e institucionalizado, especificamente para armazenar fontes diversas, ensaios e pesquisas voltadas para a História da Educação Matemática (Costa & Valente, 2015, p. 101).

Presente na subcomunidade “TESES E DISSERTAÇÕES em História da Educação Matemática”, utilizou-se como palavra-chave o termo [“problemas”], o que retornou 37 trabalhos nessa busca. Dessas pesquisas de dissertações e teses consultadas, elegem-se, para aprofundamento, textos que apresentavam no seu título ou resumo, os que faziam alusão aos problemas e sua história vinculada à História da educação matemática.

Tabela 3.

Teses e Dissertações no RCD (Autores da pesquisa, 2022)

TÍTULO	AUTORIA	MESTRADO/ DOUTORADO	ANO
PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EM TEMPOS DE ARITMÉTICA INTUITIVA: UMA ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS (1890-1930)	KARINA CRISTINA DOS SANTOS PAVARIN	Mestrado	2020
DISCURSOS SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS (SÃO PAULO, 1890-1930)	ANDREIA FERNANDES DE SOUZA	Mestrado	2017
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NO ENSINO PRIMÁRIO: UM ESTUDO DAS MUDANÇAS NO IDEÁRIO PEDAGÓGICO (1920-1940)	WELLINGTON PEREIRA DAS VIRGENS	Mestrado	2014

Com isso, 13 trabalhos foram escolhidos para contribuir sobre a temática dos problemas para o ensino de matemática numa concepção histórica e cultural, onde compreendem-se 4 teses de doutorado e 9 dissertações de mestrado. Para este estudo foi analisado o resumo, a problemática de pesquisa e os resultados que abrangem a constituição histórica para uma caracterização dos problemas matemáticos.

Não concluído o processo, recorre-se ainda ao portal de Portal de Periódicos da CAPES, a fim de alcançar demais produções, publicações em revistas científicas, adotando como recorte temporal, os anos de 2017 a 2022, a fim de identificar o que foi produzido e o que está em produção sobre os problemas matemáticos no Brasil, recentemente.

Utilizando os filtros de pesquisa [“Problemas”] como termo exato para o título e [“História da educação matemática”], contido em qualquer campo dos artigos, especificamente dos últimos cinco anos, encontram-se 27 resultados, sendo 15 deles selecionados para a discussão deste artigo.

Tabela 4.

Artigos no Portal de Periódicos da CAPES (Autores da pesquisa, 2022)

TÍTULO	AUTORIA	ANO
ESCRITOS DE THEREZA PEREIRA ROCHA: DE PESTALOZZI A THORNDIKE, SABERES PARA ENSINAR PROBLEMAS ARITMETICOS	BRUNA LIMA RAMOS GIUSTI; ANDREIA FERNANDES DE SOUZA	2022
OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS: FINALIDADES DE USO (1890-1920)	KARINA PAVARIN	2022
OS PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO UM ELEMENTO DA GRADUAÇÃO DOS CONTEUDOS NO ENSINO PRIMÁRIO: MINAS GERAIS, ALDA LODI, 1941	ANA CRISTINA S. M ROCHA	2021
PROBLEMAS ARITMÉTICOS COMO ELEMENTOS DA MATEMÁTICA DO ENSINO	LUCIANE DE FATIMA BERTINI; WAGNER RODRIGUES VALENTE	2021
DO CÁLCULO AO PROBLEMA: UM CAMINHO A TRILHAR A PARTIR DE RESULTADOS CIENTÍFICOS	NARA VILMA LIMA PINHEIRO	2021
MAS AFINAL O QUE SÃO PROBLEMAS? UMA ANÁLISE HISTÓRICA SOBRE MUDANÇAS EM DEFINIÇÕES, FINALIDADES E TIPOLOGIAS	LUCIANE FATIMA BERTINI; ANDREIA FERNANDES SOUZA	2021
AS ORIENTAÇÕES PROPOSTAS NOS DOCUMENTOS ALAGOANOS PARA O ENSINO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS A PARTIR DA DÉCADA DE 50	ELISABETE PEREIRA FERNANDES MERCEDES CARVALHO	2021
INTELIGÊNCIA, RACIOCÍNIO E PROBLEMAS MATEMÁTICOS: NOTAS SOBRE UM DEBATE A PARTIR DAS ANOTAÇÕES DE ALDA LODI	ANA CRISTINA S. M. ROCHA; WAGNER RODRIGUES VALENTE	2020
UM TANGO QUE VIROU SAMBA: VÍCTOR MERCANTE E AS APROPRIAÇÕES PARA ENSINAR PROBLEMAS ARITMÉTICOS (SÃO PAULO, 1929 - 1952)	ANDREIA FERNANDES DE SOUZA	2020
OS PROBLEMAS NA ‘MATEMÁTICA PARA ENSINAR ENSINADA’ EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO PRIMÁRIO (DÉCADAS DE 1920 E 1930)	LUCIANE DE FATIMA BERTINI	2019
ÁLGEBRA NO ENSINO PRIMÁRIO BRASILEIRO: SUA RELAÇÃO COM OS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA NO INÍCIO DO SÉCULO XX	IVONE LEMOS DA ROCHA; LUCIANE DE FATIMA BERTINI	2019
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS: MÉTODO ANALÍTICO OU SINTÉTICO? O QUE REVELAM AS REVISTAS E DOCUMENTOS OFICIAIS ALAGOANOS (1924-1930)	ELISABETE PEREIRA FERNANDES MERCEDES CARVALHO	2019
“RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PELAS EQUAÇÕES ALGÉBRICAS”: A PROPOSTA DE TITO CARDOSO DE OLIVEIRA PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES	LUCIANE DE FATIMA BERTINI, IVONE LEMOS DA ROCHA	2018
CADERNOS ESCOLARES: PROBLEMAS ARITMÉTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA EM UM DIÁRIO ESCOLAR DOS ANOS 1950	NICOLAS GIOVANI DA ROSA; MAYARA BECKER OLIVEIRA DA SILVA; ELISABETE ZARDO BÜRIGO	2017
SINTÉTICO OU ANALÍTICO: COMO ENSINAR PROBLEMAS DE ARITMÉTICA? (SÃO PAULO, 1920)	ANDREIA FERNANDES DE SOUZA	2017

Tais produções contribuirão para compreender como está sendo produzido e interpretado nas pesquisas brasileiras o tema relacionado aos problemas matemáticos em uma visão histórica.

Exercícios e Problemas em tempos de Método Intuitivo e Escola Nova

Primeiramente, é importante ressaltar o que se entende por problemas na área do ensino de matemática. Imediatamente, vem o questionamento: “Mas afinal o que são problemas?” Esse é um primeiro trabalho analisado, de autoria de Bertini e Souza (2021), publicado na Revista de Ensino de Ciências e Matemática. As autoras se munem de trabalhos já finalizados para discutir sobre o que vem a ser problemas, se há modificações ao longo dos tempos, como também, sua relação ou diferenciação sobre o termo “exercícios”. Suas argumentações se respaldam em diferentes fontes.

Referente ao final do século XIX, as autoras, em contato com diferentes manuais em período pedagógico do Método Intuitivo, identificam em um primeiro ato, no manual *Compêndio de Pedagogia*, de Bráulio Cordeiro de 1874, recomendações da utilização de problemas para o ensino de operações. Contudo, o manual não define o que seriam esses problemas.

Bertini e Souza (2021) verificam que uma primeira definição encontrada estritamente para os problemas ocorreu em 1888, no manual *Arithmetica Pratica*, de Felipe Nery Collaço. Neste manual, o problema aritmético era delimitado como uma questão que possuía quantidades desconhecidas a serem determinadas.

Essa definição apresentada serviria para aprimoramento do que tinha sido aprendido, compreendendo, através de números e quantidades dadas, elementos desconhecidos. Esse entendimento não separa problemas e exercícios, uma vez que os problemas tinham como finalidade exercitar. Já a obra de Antonio Trajano, de 1895, *Arithmetica Primária*, apresenta uma diferenciação, a introdução dos problemas para o ensino como método, e não apenas para exercitar. Com isso, para Trajano, “a diferença entre problema e exercício residiria no acréscimo de um enunciado com uma questão” (Bertini & Souza, 2021, p. 10).

Logo, é no final do século XIX que os problemas ganham notoriedade e se diferenciam dos exercícios. Esse movimento não aconteceu apenas em âmbito nacional, e pesquisas sobre a importância do ensino de problemas começaram a emergir.

Hsia (2013) aponta diferentes compreensões sobre os problemas como as contribuições de John Dewey; George Polya, George Stanic e Jeremy Kilpatrick, John Van de Walle, entre outros teóricos estudados. Ao que se refere à aparição dos problemas para o ensino, Dewey

identificava cinco estágios: “1. necessidade sentida; 2. análise da dificuldade; 3. alternativas de solução; 4. experimentação de várias opções, até que o teste mental aprove uma delas; 5. ação como prova final para a solução proposta, que deve ser verificada cientificamente” (Hsia, 2013, pp. 49–50).

Assim, foi a partir de estudos de Dewey que surgiram as primeiras compreensões sobre a utilização dos problemas nos processos educativos. No seu livro *How we think*, do ano de 1910, Dewey defendia o treinamento ao pensamento sob a ótica dos problemas, a elaboração de um pensamento reflexivo, significativo, que emerge da experimentação (Hsia, 2013).

Ao longo dos anos, os problemas foram ganhando espaço nas pesquisas internacionais e George Polya, de acordo com a autora, era conhecido como “pai da resolução de problemas”. Produziu importantes referências sobre o tema, como por exemplo, o livro “*How to solve it*” (em português: *A arte de Resolver Problemas*). Segundo Hsia (2013), Polya defendia a construção e criação do conhecimento pelos alunos ao invés de apresentar uma ciência não reflexiva e acabada em si. Resolver um problema é encontrar a solução e a dinâmica a serem adotadas, diante de todos os obstáculos e dificuldades apresentados. O fato de conseguir essa resolução é a realização da inteligência humana, cujos pensamentos e ações estão sempre voltados para alguma finalidade.

Os problemas eram ainda classificados em dois tipos: 1) os rotineiros, aqueles problemas mecânicos que seriam resolvidos seguindo uma regra; e 2) os não rotineiros, problemas estes que têm um “propósito para o aluno”, com isso, ligados a seus interesses e seu cotidiano.

A passagem, nos Estados Unidos, da primeira menção aos problemas do “pai da Escola Nova”, John Dewey, no final do século XIX, apresenta determinadas considerações teóricas para o ensino de problemas, justificando seu ensino como meio de desenvolvimento de um “pensamento reflexivo”, defendida a partir da experimentação. Corroborando com a ideia de educação reflexiva, Polya desenvolve métodos e orientações para o ensino da resolução dos problemas a partir de sua preocupação com o ensino, reconhecendo as potencialidades do problema como auxiliador no processo educacional.

Os interesses pelas pesquisas sobre os problemas e resolução de problemas se irradiaram em solo brasileiro, disseminando-se, principalmente em tempos de Escola Nova. Sendo assim, as ideias escolanovistas sobre o ensino, de Dewey, do final do século XIX, permeavam as novas propostas educacionais nacionais. De acordo com Bertini e Souza (2021), em contato com as revistas pedagógicas paulistas do início do século XX, e com a mudança de ideário educacional,

a partir da chegada da Escola Nova, os problemas vão ganhando notoriedade e se diferenciando dos exercícios.

As autoras defendem a aparição e detalhamento dos problemas nos programas de ensino de São Paulo. Diferentes visões sobre o tratamento dos problemas é evidenciado. Em um dos artigos publicados na Revista Educação, em 1929, e escrito por Anna Nogueira Ferraz, analisado por Bertini e Souza (2021), compreendem-se os problemas como conteúdo a ser ensinado. Outras produções dos periódicos tratam dos mesmos, não só um meio de introduzir o conteúdo, mas apresentam dados que se relacionam com a vida prática dos alunos. Segundo as autoras, “O exercício demonstrava estar cada vez mais relacionado à utilização da memória, da repetição e da exercitação da mente, já os problemas estariam mais associados ao refinamento do raciocínio” (Bertini & Souza, 2021, p. 16).

Vale ressaltar que esta produção se ateve principalmente aos manuais pedagógicos que circularam no Brasil, como ainda as revistas educacionais das décadas de 1920 e 1930, do estado de São Paulo. Nesse quesito, essas representações dos problemas para o ensino de matemática englobam principalmente uma percepção do ensino paulista. A análise das demais bibliografias ressaltou a representação dos problemas de diferentes recortes espaciais e temporais, fontes e a compreensão sobre os problemas para o ensino.

De modo semelhante, partindo da concepção do problema relacionado à vida dos alunos, Pinheiro (2021) traz considerações e referenciais internacionais sobre as investigações científicas do educador estadunidense Carleton Washburne, junto à sua equipe da Comissão dos Sete, em seu trabalho nas escolas de Winnetka, Chicago (EUA). A partir das dificuldades dos alunos na aprendizagem de aritmética, Washburne propusera o uso de testes para compreender as razões para tais dificuldades e procurar soluções próprias para o melhoramento do ensino. Diferentes tipos de testes foram aplicados a alunos da escola de Chicago, um deles especificava a ordem dos processos de ensino, utilizando o Método de Problema ou Método da Mecânica⁶.

Devido a este e demais testes realizados, Washburne e sua equipe encontraram uma resposta própria para seus questionamentos sobre dificuldades do ensino dos problemas. O enunciado destes era “o problema”. Enunciados que integrassem a vida do aluno como

⁶ “O Método de Problema se baseava na ideia de que os alunos aprenderiam efetivamente um processo matemático se confrontados com um problema que demandasse o uso de tal processo. Para que isso viesse a ocorrer, o problema deveria ser real, envolver uma situação familiar e despertar o interesse em resolvê-lo. [...] Já pelo Método da Mecânica, os professores ensinariam os processos matemáticos, as operações, de forma independente, sem uso de problemas; esses só seriam empregados quando os alunos tivessem certo domínio das operações. Em ambos os métodos foram utilizados os mesmos tipos de problema” (Pinheiro, 2021, p. 8).

exemplificações de relações familiares e atividades infantis ao invés de tratar assuntos da vida prática de um adulto, favoreciam uma melhor compreensão do problema, e conseqüentemente, melhores resultados para os solucionar (Pinheiro, 2021).

Pinheiro (2021) aponta que essas representações foram disseminadas nos estados brasileiros, como na capital Rio de Janeiro, na década de 1930, por Alfredina de Paiva Souza; em São Paulo, por professores das Escolas Normais que agregavam os métodos dos problemas nos programas das escolas primárias; e, em Minas Gerais, por Alda Lodi, a partir de sua missão pedagógica no *Teachers College*.

Referente ao ensino de problemas no Brasil, a partir da constituição do ensino republicano, Pavarin (2020) analisou nos livros didáticos os problemas aritméticos nas vagas pedagógicas do Método Intuitivo e da Escola Nova, entre 1890 e 1930. Em suma, a partir de referências sobre a aritmética intuitiva ligado aos ideais do Método Intuitivo, a autora estabelece a existência de quatro finalidades para os problemas: *Explorar, Instruir, Aplicar e Verificar*.

Nesse mesmo recorte temporal, Souza (2017a) buscou as conceitualizações de como seriam os problemas e como eles integravam o ensino em São Paulo, apoiando sua análise sobre as revistas pedagógicas, entre 1890 e 1930. Percebe-se que o marco temporal é próximo ao que já fora visto anteriormente, de pronto tecendo diálogo entre os métodos intuitivo e escolanovista. A autora indica permanências e mudanças sobre o ensino dos problemas aritméticos nos artigos das revistas. Define também cinco diferentes classes, ou tendências, como ela mesma menciona, sobre esses problemas e suas relações nas fontes históricas: 1) ausência como indício; 2) problemas como sinônimos de exercícios 3) problemas como símbolo de modernidade pedagógica; 4) aritmética para ensinar problemas; 5) problemas a partir dos centros de interesse.

Na primeira categoria, os artigos não trazem debates sobre a utilização dos problemas, entre os anos de 1890 até 1896. Percorrendo as marcas de heranças do ensino tradicional e a emergência do método intuitivo, a segunda categorização (1896 – 1906), apresentada por Souza (2017a), esclarece a associação entre problemas e exercícios, como sinônimos, sem diferenças específicas para o ensino como ato de reforço de conteúdos ao final de cada exposição.

De acordo com Souza (2017a), a terceira categoria, “Problemas como símbolo de modernidade pedagógica” (1897 – 1922), os problemas eram vistos como um método para ensinar aritmética e deveriam se conectar à realidade dos alunos. A quarta categorização: “Aritmética para ensinar problemas”, vinha das experiências sobre o método analítico, os problemas passavam de ser suporte para ensino de aritmética, tornando-se um método de ensino. Os problemas rodeavam a vida e os interesses dos alunos, e um método para resolvê-

los era apresentado. Logo, o método do ensino por meio de problemas propiciava a capacidade de análise, observação e raciocínio, não apenas auxiliando a resolução das operações elementares. A última categoria vincula os problemas para o ensino dos Centros de Interesse, a partir da leitura e diálogo sobre as fontes “se utilizava da curiosidade e do interesse dos alunos para organizar os conteúdos que deveriam ser ensinados” (Souza, 2017a, p. 84).

Em diálogo com as categorias referenciadas anteriormente, o artigo de Souza (2020), tencionando apreender apropriações feitas para o ensino de problemas, proposto pelo professor argentino Victor Mercante, precisamente ao analisar sua obra *Cultivo y desarrollo de la aptitud matemática del niño*, do ano de 1905, salienta que os problemas deveriam ser um meio para o ensino de aritmética, e não, um reforço de aprendizagem, e faz, assim, a diferenciação entre problemas e exercícios, cada um com sua finalidade.

Os problemas tinham o potencial de promover o desenvolvimento do raciocínio do aluno. Victor Mercante, então, propõe cinco passos para a aplicação de problemas simples e compostos, respectivamente, sendo tais passos: objetivação, indução, decomposição, análise e resposta (Souza, 2020).

Referente às especificações entre o Método Intuitivo e a Escola Nova, e suas transições para o ensino de problemas, Souza (2021), analisa fontes como: manuais pedagógicos, livros escolares, revistas pedagógicas e programas paulistas. De acordo com a autora, os problemas intuitivos, vinculados a compreensões do Método Intuitivo,

[...] possuíam diferentes finalidades (introduzir, avaliar, exercitar e verificar o que foi ensinado), utilizavam materiais empíricos, graduavam os níveis de dificuldade, partindo do simples para o complexo e do concreto para o abstrato, e consideravam situações cotidianas num contexto de adulto em miniatura (Souza, 2021, p. 132).

Os problemas intuitivos, nessa categorização, muitas vezes se confundiam com o termo exercícios, pela sua finalidade de exercitar um conteúdo e sua finalidade de verificação. Outro ponto importante são os contextos dos problemas nesse recorte, onde as situações-problema não acompanhavam o desenvolvimento cognitivo infantil.

Para Souza (2021), a transição dos problemas intuitivos para os problemas sob medida, ou melhor, os vinculados ao movimento do Método Intuitivo para o Movimento da Escola Nova podem ser substanciados em três tendências: 1) Problemas exercitando os conteúdos, 2) Problemas como síntese da graduação dos conteúdos, 3) Problemas definindo a sequência dos conteúdos. Com isso, os problemas aritméticos sob medida priorizaram a distinção entre problemas e exercícios. O ensino de problemas começava a se sistematizar a partir de uma

graduação de ensino, proposições próximas a situações do cotidiano do aluno e métodos próprios para sua resolução.

As menções aos problemas, em São Paulo, não foram apenas vistas em manuais e revistas pedagógicas. Giusti e Souza (2022) se debruçam sobre o caderno de aperfeiçoamento de Thereza Pereira Rocha, normalista do curso primário de São Paulo, sendo o documento analisado, um escrito oriundo da disciplina de prática desse curso. Tal caderno integra as referências de Thorndike, na preparação de seu material, corroborando com a utilização de problemas ligados a realidades, e para resolvê-los, cabia sua interpretação e interesse no que lhe era oferecido; e de Pestalozzi, como a utilização de elementos gráficos e de três fases para a iniciação da matemática: “primeiro verificar o que a criança sabe, assim que entra na escola; depois, dar a ela a noção de número; e por último, fazê-la reconhecer grupo de coisas e objetos.” (Giusti & Souza, 2022, p. 16.) Nessa marcha de ensino, os problemas aparecem como uma rubrica a ser ensinada.

Contudo, uma nova representação para o ensino de problemas pode ser encontrada no trabalho de Rocha (2019), que visava caracterizar a álgebra para ensinar problemas aritméticos em dois manuais didáticos, de Reis (1919), “Álgebra - primeiros passos” e de Oliveira (s.d.)⁷ “Arithmetica Complementar para os cursos primário complementar, normal e comercial”, para a década de 1910. O recorte espacial delimitado foi referente ao local de publicação dos manuais, Rio de Janeiro e Pará, respectivamente.

Rocha (2019) concebe que, nas duas obras apresentadas, a marcha do ensino estaria caminhando para um ensino de aritmética, e dos problemas aritméticos por meio de um “método algébrico”. Com isso, é apresentado o método que tinha a intenção de se disseminar, principalmente nos estados mencionados, a fim de promover um avanço econômico. Como consequência, esse avanço viria imbuído de novas prescrições educacionais, principalmente para o ensino de matemática. A álgebra, nesse delineamento, não era instituída como uma rubrica ou como uma matéria a ser ensinada no curso primário, mas sim, um suporte para o ensino de aritmética. A autora compreende que esse método facilitava a resolução de problemas aritméticos, onde era possível converter dados em operações mais simples para serem resolvidas pela aritmética.

Tanto a obra de Otelo Reis (1919) quanto a de Tito de Oliveira (s.d.), a partir de seus escritos, tinham como encargo trazer orientações pedagógicas para o ensino de aritmética e dos

⁷ A autora utilizou como referência a 8ª edição, porém a 4ª edição deste mesmo manual datava 1919, mesma data do manual de Reis.

problemas de charadas ou enigmas por meio dessa base algébrica. Contudo, os modos de ensino para resolver problemas por meio da álgebra não eram os mesmos. Um deles defendia introduzir a noção de raciocínio algébrico, o segundo autor apontava o oposto, iniciação pela aritmética até chegar à interpretação por meio da álgebra. Porém, os autores operam por meio da álgebra como elemento facilitador para resolução dos problemas aritméticos, problemas de charadas ou enigmas (Rocha, 2019).

Para a formação de professores e a matemática para ensinar problemas, Bertini (2019) investiga o lugar destinado a eles, considerando os cadernos escolares de cursos de formação de professores de José Burlamaqui Freire, de 1923, e Imene Guimarães, de 1932. A autora indica dois movimentos voltados à graduação do ensino. Um primeiro movimento, encontrado no caderno de José Burlamaqui Freire, é realizado pela introdução dos problemas para o ensino da aritmética, ora como método, ora como suporte. O segundo, resultava-se da aprendizagem das quatro operações apoiados no ensino dos problemas de aritmética, e nesse cenário, estes se apresentavam como uma finalidade do ensino. Todavia, os problemas voltados ao interesse aparecem como característica nas duas vertentes.

Em contrapartida, respaldado pelas contribuições do caderno da professora Imene Guimarães, fazendo alusão aos ensinamentos do curso de formação de Alda Lodi, explicita-se que o interesse não estava ligado apenas ao universo dos alunos, mas integrava ainda as atividades que lhe proporcionaram curiosidades e entusiasmos.

Em Minas Gerais, a partir das anotações de estudos da professora mineira Alda Lodi, no curso de formação de professores no *Teachers College*, da Universidade de Columbia, e através do diálogo entre sua atuação como aluna neste curso e como professora primária em Minas Gerais, Rocha e Valente (2020) abordam o debate sobre os saberes para o ensino junto às viagens internacionais para aquisição de conhecimentos e suas consequências para o ensino de aritmética.

De acordo com Rocha e Valente (2020), as anotações e o intercâmbio realizado por essa professora conferiam que o ensino de problemas estava amarrado aos “testes de raciocínio” que mediam a resolução das quatro operações fundamentais. Conseqüentemente, com o domínio das operações, os alunos teriam a competência para exercer o “maquinário da Aritmética”. Os problemas só viriam a ser ensinados após seu domínio.

Algumas características para o ensino de problemas são apontadas por Alda Lodi, a partir dos seus estudos no *Teachers College*. Dominar o maquinário era importante, mas não era tudo. A compreensão do problema, identificação dos dados e sua utilização para resolvê-lo, eram etapas primordiais para alcançar a resposta final (Rocha & Valente, 2020).

O raciocínio era importante para realização, mas o ponto principal era fazer associações e, conseqüentemente, Lodi compreendia que a importância da escolha do enunciado era essencial para sua promoção. A influência dos testes psicológicos sobre essas circunstâncias é preponderante para definir as diferenças entre cálculo de operações e raciocínio, e seus componentes para resolver problemas. Nota-se, nesse artigo, as marcas deixadas pelo curso de aperfeiçoamento no *Teachers College* e os entendimentos sobre a resolução de problemas respaldados nos testes e na psicologia.

As orientações de Alda Lodi também foram encontradas no Programa para o ensino Primário de Minas Gerais, de 1941. As ideias trazidas dos Estados Unidos por Lodi, como relatadas acima, penetram e regam as prescrições para o ensino de Aritmética e Geometria, além do ensino de problemas para a educação mineira. Rocha (2021) identifica, no programa mineiro, referendado por Alda Lodi, dois níveis de graduação para o ensino dos problemas. Um primeiro concernente à experiência infantil dividido em “problemas atuais” ligados ao cenário da criança na sala de aula, e “problemas práticos” relacionados à vida adulta. Outros problemas se relacionavam à capacidade de interpretação e associação de conhecimentos prévios.

Em Minas Gerais, diferentes orientações e sistematizações, a partir de contribuições de Alda Lodi são apresentadas. Os problemas abandonam o propósito de ser um instrumento para o ensino das operações básicas e se tornam um método a ser seguido, um saber a ser ensinado.

Ainda percorrendo os estudos em tempos de Escola Nova, Virgens (2014) analisa os objetivos e finalidades dos problemas em manuais de referência para o ensino de aritmética para esta vaga pedagógica. O autor utiliza como fonte, os manuais de: Thorndike “A Nova metodologia da Aritmética”, de 1936; Backheuser “Como se ensina a aritmética: Fundamentos Psicopedagógicos”, de 1946; Miguel Aguayo “Didática da Escola Nova”, de 1959; e, Faria de Vasconcelos “Como se ensina a raciocinar em aritmética: psicológica aplicada e didática”, de 1934; como ainda em artigos da Revista do Professor, editorada em São Paulo; e da Revista do Ensino de Minas Gerais.

Segundo Virgens (2014), com suporte às discussões propostas pelo manual “A Nova Metodologia da Aritmética” de Thorndike, o autor prescreve uma representação para um ensino de “*Bons Problemas*”, definidos como aqueles que teriam maior possibilidade de acontecer na vida real e prática dos alunos.

Adotando preceitos próximos a Thorndike, mas com ressalvas, fazendo um diálogo a questões do método intuitivo, Virgens (2014, p. 73) indica que Backheuser “teria defendido como características de um bom problema a necessidade de correspondência com a realidade e

a importância do interesse da criança, mas questionava aspectos defendidos pelos escolanovistas, como a necessidade de aplicabilidade”.

Ainda nesta investigação, nas obras de Aguayo e Vasconcelos, os autores acordam com a utilização desses “*Bons Problemas*”, definido por Virgens (2014), e complementam, indicando que os mesmos teriam como objetivo constatar as habilidades adquiridas em matemática, vistos também como um método para o ensino da aritmética escolar. Nesse caminhar, o autor aponta para diferentes apropriações e finalidades para o ensino de problemas, ganhando notoriedade no que vigorava o movimento da Escola Nova com finalidades de aferir o aprendizado, utilização como método de ensino e aproximação de problemas à realidade do aluno.

Reverberações dos problemas em tempos de Escola Nova também puderam ser vistas em Fernandes (2017), onde a autora traz as interpretações do ensino de problemas a partir das Revistas de Ensino alagoanas, que circularam entre 1924 a 1952. Fernandes (2017) se utiliza dos métodos analítico e sintético para analisar o espaço dado aos problemas nas revistas e programas de ensino. Sendo assim, a autora se apropria e interpreta tais métodos como:

O Método Sintético vem da matemática euclidiana e está vinculado à ideia de elemento, ou elementar, o que vem primeiro. Ensinar nessa perspectiva significa partir do início, do simples para o complexo, do menor para o maior, do mais fácil para o mais difícil, sempre de forma gradual. No Método Analítico a ideia é partir do cotidiano da criança, daquilo que ela vivencia, sem levar em consideração se ela domina todos os conteúdos ou elementos prévios para compreender o que está sendo abordado. Acredita-se que a criança tendo acesso ao todo compreende melhor as partes (Fernandes, 2017, p. 43).

Com fundamentos a tais métodos, foram utilizados seis artigos educacionais, publicados em diferentes edições da Revista de Ensino de Alagoas, os artigos de Escobar (1927), Campos (1927), Laisant (1927), Barreto (1930), e Carneiro (1952a; 1952b)⁸, a fim de compreender o papel dos problemas para o ensino alagoano.

Seguindo a ordem cronológica de publicação dos artigos na revista alagoana, Fernandes (2017) considera que a natureza dos artigos em relação aos problemas é diversificada. Os quatro primeiros indicados acima, ponderaram um ensino de problemas de modo sintético, partindo

⁸1) Escobar (1927), 2) Campos (1927), 3) Laisant (1927), 4) Barreto (1930), 5) Carneiro (1952a), e 6) Carneiro (1952b) foram os artigos utilizados como fonte histórica por Fernandes (2017). Tais documentos estão disponíveis respectivamente em: 1) <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135356>;

2) <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/126738>;

3) <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126742>;

4) <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179874>;

5) <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179872>;

6) <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179873>.

das partes para o todo. A autora complementa ainda que os problemas tinham como finalidade ensinar os conteúdos e/ou reforçar seu aprendizado. Em Escobar (1927), há a orientação de aplicação de problemas simples, problemas dos alunos, problemas sem número e problemas ilustrados e estes integrem a realidade e o interesse dos alunos.

Segundo Fernandes (2017), apenas os dois textos de Carneiro (1952a; 1952b) mostram uma abordagem diferente sobre os problemas que trazia como foco o centro de interesse “A alimentação do homem”. Os problemas não serviriam de suporte, nesse contexto, para ensinar aritmética ou reforçar o aprendizado, mas o ensino de aritmética se daria pelos problemas, com isso, a base vem a ser o método analítico.

Logo, os problemas se caracterizam, nessa produção, como elementos que auxiliam o ensino de conteúdos de aritmética e de reforço dos conteúdos já ensinados, com exceção dos artigos de Carneiro. Infere-se que a distância de temporalidade entre algumas destas publicações, e o movimento escolanovista, possam ter contribuído para essa modificação de postura perante a utilização de problemas aritméticos.

No Sul do Brasil, Rosa, Silva e Búrigo (2017) tratam também de fontes que correspondem a cadernos escolares, para o ensino primário, quarto ano, do Grupo Escolar Ramiz Galvão, na cidade de Rio Pardo - RS, pertencente a Juvenal Rosa Nunes, de 1954. Foi encontrado neste documento, uma gama de problemas para o ensino de aritmética. A partir de entrevista com o proprietário do caderno, como ainda, a consulta ao Programa Mínimo de Matemática de 1939, que estava em vigência na época, os autores concluem a importância dos problemas e o papel central para o ensino de aritmética, como um meio para o ensino das operações.

Outra característica se ratifica, avaliando as demais produções aqui comunicadas, que os problemas traziam componentes comuns à vida dos alunos. Sobre a elaboração dos problemas, Rosa, Silva e Búrigo (2017) inferem suas produções a próprio punho, porém articuladas às ideias seguidas no Programa Mínimo e no livro “Primeira Aritmética Para Meninos”, de Souza Lobo, de 1954, identificam a existência de proximidades existentes entre os problemas do livro e do caderno de classe.

Manifestando-se sobre outros contornos, em tempos escolanovistas em Santa Catarina, nas décadas de 1930 e 1940, Faria (2011), apresenta, a partir de um estudo sócio-histórico, a presença de problemas em componentes das provas parciais da Academia de Comércio⁹.

⁹“Academia de Comércio de Santa Catarina era de responsabilidade do Estado que, por intermédio do Decreto n. 782 de 05 de abril de 1935, recebeu por escritura pública o Instituto Politécnico; [...] O nome ‘Academia de Comércio de Santa Catarina’, na verdade, é instituído a partir do dia 23 de maio de 1942” (Faria, 2011, pp. 75-76).

As fontes utilizadas foram pontos de provas, discriminação mensal de conteúdos, livros didáticos, provas, listagem de livros didáticos, de professores, regimento interno e atas da congregação da Academia de Comércio, para o ensino secundário. Nestas fontes foram encontrados uma gama de problemas ligados aos conteúdos de matemática: problemas sobre as quatro operações de frações e de números inteiros; problemas sobre áreas, volumes e pesos; problemas de recapitulação sobre frações ordinárias, decimais e sistema métrico decimal; problemas sobre juros compostos; problemas sobre as progressões por quociente; problemas sobre regra de três simples; problemas algébricos; problemas sobre equações do 1º grau e uma incógnita; e resolução de problemas de utilidade na vida prática (Faria, 2011).

Portanto, Faria (2011) aponta que as discussões sobre a utilização dos problemas no ensino secundário, especificamente, da Academia de Comércio em Santa Catarina, iniciaram na década de 1940, mas sua predominância nos pontos de provas e efetivamente nas provas se intensifica a partir de 1946. Todavia, o autor não evidencia em sua investigação um aprofundamento sobre os objetivos e finalidades da utilização dos problemas nos cursos da Academia Comercial.

Resolução de Problemas em tempos de Matemática Moderna e Educação Matemática

Na mudança de ideário, Waldrigues (2010) expõe que a resolução de problemas em tempos de Matemática Moderna, no Paraná, na década de 1970, utilizando como fontes cadernos de um aluno datados de 1975 a 1977, “[...] deixa de ser um elemento de operacionalização dos conteúdos e passa a ser reconhecida como elemento metodológico fundamental da condução da disciplina” (Waldrigues, 2010, p. 94). Nesse olhar, a resolução de problemas passa a ser uma metodologia com passos para sua produção e solução, onde o rigor matemático estava estritamente ligado a cada etapa de resolução.

Contudo, a autora reforça que os problemas não eram ligados ao interesse dos alunos, como em tempos de Escola Nova, com enredos que se aproximavam a elementos mais rurais do que urbanos. A autora ainda frisa que os problemas encontrados traziam questões e soluções irreais à vida dos alunos, com quantias grandes para solucionar, não condizentes ao ano de escolaridade.

As resoluções tinham um teor tecnicista, pois “As situações-problema analisadas remetem a um modo prescritivo de resolver problemas, com ênfase na resolução de modelos, regras e procedimentos matemáticos, cabendo ao professor papel de instrutor e transmissor de informações” (Waldrigues, 2010, p. 94). Os exercícios de fixação e memorização tinham

destaque nesse recorte paranaense. Os problemas se tornaram um método a ser seguido para o ensino de matemática e os exercícios um modo de fixação dos conteúdos.

No levantamento bibliográfico realizado, poucas pesquisas trataram de discussões sobre o ensino dos problemas para o Movimento da Matemática Moderna. No entanto, Morais (2015), realiza a produção de um inventário da constituição de pesquisas sobre a Resolução de Problemas a partir dos *Proceedings*, de onze edições do *International Congress on Mathematical Education* (ICME), no qual, o delineamento do recorte temporal se molda entre os anos de 1969 e 2008, e, por conseguinte, dois marcos importantes se irradiam: o Movimento da Matemática Moderna e o surgimento e consolidação do campo da Educação Matemática.

Na pesquisa de Morais (2015), a resolução de problemas foi dividida em quatro fases. A primeira fase (1969), sintetizada a partir do ICME-I, foi denominada como “A Resolução de Problemas não é tema de discussão de palestras e de sessões plenárias”. Segundo a autora, mesmo não havendo aprofundamento nas discussões sobre a Resolução de Problemas, a pesquisa de Henry O. Pollak, “*How Can we Teach Applications of mathematics?*” se destaca pela observação sobre o ensino de problemas da década de 1960, e a apropriação equivocada dos mesmos. Essa percepção, corrobora, em certo ponto, sobre a questão dos problemas referidos por Waldrigues (2010), em sua pesquisa, no estado do Paraná, acerca dos problemas de ensino de matemática alinhados aos “problemas excêntricos” e àqueles que “fingem serem aplicados”.

Na fase 2 (1972), delimitada a partir da análise dos *proceedings* do ICME-II, foram apresentados três trabalhos na temática da Resolução de Problemas: A palestra *As I read them*, de George Polya, tinha um formato diferenciado, pois trazia considerações de matemáticos como Sócrates, Arquimedes, Descartes, entre outros, para tratar da importância da Resolução de Problemas. O trabalho de Edith Biggs apontava para uma resolução de problemas como abordagem metodológica, e o trabalho de Efraim Fischbein indicava para uma modificação e aprimoramento do método de resolução, principalmente em termos de leitura, linguagem e interpretação. Na fase 3 (1976-1984), “foco no ensino e aprendizagem de Matemática com Resolução de Problemas”, Morais (2015) expõe um aumento significativo nas produções científicas que abordavam a Resolução de Problemas presentes nos ICMEs III, IV e V. A autora considera uma consolidação da Resolução de Problemas como uma tendência em Educação Matemática a partir do movimento crescente, ao longo dos anos, do quantitativo das pesquisas e discussões sobre ensino e aprendizagem, nesse tema, em congressos internacionais de Educação Matemática.

A fase 4 (1988-2008), intitulada “A Resolução de Problemas é incorporada ao currículo de Matemática de alguns países”, compreendeu a análise dos *proceedings* dos ICMEs VI, VII, VII, IX, X e XI, onde reafirmam a consolidação da Resolução de Problemas e sua relevância para Educação Matemática. Nessa vertente, surgem mais dois aspectos vistos nas pesquisas analisadas: a relação da Resolução de Problemas e os estudos sobre Currículo; e também, a maturidade da pesquisa em Resolução de Problemas.

As mudanças de conceituações, em diferentes tempos, são percebidas no trabalho de Morais (2015). De início, indica-se uma ausência de discussões sobre a Resolução de Problemas, embora, há pontuações sobre os problemas de matemática próximos ao ideário da Matemática Moderna. Ao longo dos Congressos Internacionais citados, o termo resolução de problemas ganha notoriedade e espaço para pesquisas na área educacional, instituindo uma tendência de pesquisa no campo que se consolidara ao longo dos anos, da Educação Matemática, e também, sua incorporação e institucionalização ao currículo de matemática em diversos países.

No contorno internacional, mais precisamente nos Estados Unidos, Hsia (2013) aponta as contribuições nesse debate, a partir das décadas de 1980 e 1990, dirigidas por George Stanic e Jeremy Kilpatrick. Uma definição sobre problemas é estabelecida por Kilpatrick, em 1985, (que) “um problema é definido comumente como uma situação na qual a meta a ser alcançada tem o caminho bloqueado. Então, sob essa perspectiva, o problema pode ser como uma atividade gerada a partir de um assunto” (Hsia, 2013, p. 26).

Segundo Stanic e Kilpatrick, como citado em Hsia (2013), há indicação de três temas existentes na resolução de problemas: 1) resolução de problemas como contexto; 2) resolução de problemas como capacidades; 3) resolução de problemas como arte. O primeiro tema utiliza a resolução e suas soluções para alcance de determinada finalidade. O segundo, vai a caminho do desenvolvimento das capacidades de percepção, memória, imaginação, compreensão e intuição por meio de elaboração e execução dos problemas. O terceiro está ligado à questão do interesse, da “arte da descoberta” por meio dos problemas, herança deixada pelos trabalhos de Polya.

Aproximando a historiografia estadunidense à contemporaneidade, os estudos sobre a resolução de problemas se institucionalizam como tema de pesquisa para a Educação Matemática, ganhando uma grande base científica de estudos sobre o currículo e o ensino de resolução de problemas.

Segundo Van De Walle (2010), o ensino via resolução de problemas exige do professor uma troca de paradigma, isto é, ele não deve mudar somente alguns aspectos do seu ensino: precisará, sim, mudar sua filosofia, o modo como pensa o aluno, o modo como esse aprende e como pode melhorar sua aprendizagem (Hsia, 2013, p. 67).

É reforçada a ideia de aprendizagem de resolução de problemas matemáticos para desenvolver competências como construção do raciocínio, construção de significados, tomada de decisões por meio de levantamento de dados, desenvolvimento emocional e de confiança.

Além disso, os estudos de Schoenfeld (2007), citado em Hsia (2013), da mesma época de Walle, mostram que o currículo estadunidense permeava duas vertentes para a resolução de problemas. Uma delas, como visto anteriormente, no desenvolvimento do raciocínio e da compreensão, mas também, nos métodos técnicos de como resolver. Vale frisar que toda contextualização sobre os problemas, sobretudo, as referências supracitadas inicialmente anunciada como *problemas*, e mais tarde, apresentadas como *Resolução de Problemas* permite que se compreenda as mudanças ocorridas em um contexto internacional.

No contexto brasileiro, Hsia (2013) limita sua abordagem à formação de professores sobre a Resolução de Problemas em meio ao campo da Educação Matemática, através dos Seminários do Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), em particular, o I e II Seminários em Resolução de Problemas (SERPs), promovidos, ambos, pela Unesp – Rio Claro, e outras três publicações encontradas pela autora. Não há uma discussão aprofundada sobre as mudanças de paradigma no contexto brasileiro, sobre a formação e a resolução de problemas, como também os objetivos e finalidades específicas deparados nesses trabalhos, sendo apenas uma exposição dos resultados de cada pesquisa divulgada.

Por fim, as contribuições de Bertini e Valente (2021) agregam uma vertente diversificada do que foi visto até aqui. Os autores trazem considerações sobre a mobilização dos problemas como categoria de análise ligada ao diálogo entre: a matemática do ensino¹⁰ e a formação de professores. Com a articulação oriunda da *cultura escolar* e as produções de saberes profissionais, os autores ostentam duas pesquisas sobre problemas, a fim de compreender as matemáticas *para ensinar* e *a ensinar* presentes na formação docente.

Em conclusão, as demais produções: de Pavarin (2022); Fernandes e Carvalho (2019; 2021); Rocha e Bertini (2019) e Bertini e Rocha (2018); Souza (2017b), aproximam-se de produções discutidas anteriormente em: Pavarin (2020); Fernandes (2017); Rocha (2019); Souza (2017a), respectivamente, no que tange aos problemas aritméticos, pois se verificam

¹⁰ Os conceitos de cultura escolar, saberes a ensinar e saberes para ensinar e, matemática do ensino são discutidos em Bertini e Valente (2021), disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/234157>>.

como desdobramentos de pesquisas de mestrado e doutorado, e apresentam resultados próximos, evidenciados nesta revisão literária.

Considerações Finais

Retomando ao objetivo deste artigo que possui o propósito de escrutinar permanências e transformações, em diferentes momentos históricos, dos sentidos e finalidades dos “problemas” para o ensino de matemática, a partir de uma revisão de literatura, embasado na metodologia do Estado do Conhecimento, foi possível observar, a partir da gama de trabalhos encontrados e analisados em diferentes plataformas de divulgação científica, diferentes significações para os problemas voltados ao ensino de matemática.

O que se constata inicialmente é a mudança da compreensão dos problemas em diferentes tempos. Na passagem do ensino tradicional para o Método Intuitivo, a separação de problemas e exercícios não era observada. Tais discussões sobre essa diferenciação entre exercícios e problemas era inexistente. Definições e as primeiras ponderações sobre o uso de problemas para o ensino foram constatadas em 1888, na obra *Arithmetica Pratica*, de Felipe Nery Collaço. Tal definição serviria como um aprimoramento do que tinha sido aprendido, um reforço da aprendizagem, a partir de números e quantidades dadas se encontraria os elementos desconhecidos. Esse entendimento não separa problemas e exercícios, uma vez que os problemas tinham como finalidade exercitar.

É a partir do Movimento da Escola Nova que as discussões sobre a utilização dos problemas se afluam. Os problemas, tanto no Brasil, quanto em esfera internacional ganham popularidade, com o apoio das primeiras concepções de Dewey e os problemas respaldados no interesse do aluno, como os esforços e estudos de George Polya, nos Estados Unidos. Na esfera nacional, constatam-se diferentes apropriações e utilizações dos problemas em alguns estados brasileiros, como São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais, Alagoas e Pará.

Em certas produções, compreendem-se os problemas como um elemento para finalização de um conteúdo estudado. Em outras, o problema era visto como um meio de introduzir o conteúdo. Em ambos os casos, viam-se os problemas como suporte do aprendizado, como também, tinham estreita relação à vida prática dos alunos. A relação dos enunciados e elementos do cotidiano dos alunos era privilegiada. Outra observação que emergiu, na revisão bibliográfica, trata-se da relação e utilização dos problemas e os Centros de Interesse. Nesse ponto, percebe-se uma pluralidade das apreensões dos problemas e o ensino escolanovista. Por fim, começa-se a instituir um método específico para o ensino de problemas, logo, os mesmos

passavam de ser suporte de ensino para um método de ensino que propiciaria o desenvolvimento da capacidade de análise dos alunos, observação e raciocínio.

A partir da década de 1960, em tempos de Matemática Moderna, os problemas se instituem como um método de ensino, embora os problemas “fingiam”, de certo modo, estarem ligados à vida dos alunos, pois, apresentavam situações-problema que aparentemente estariam conectados ao cotidiano, porém, os problemas traziam questões e soluções irreais à realidade, com quantias grandes para se solucionar, não condizentes, muitas vezes, ao ano de escolaridade dos estudantes. As resoluções tinham um teor tecnicista com ênfase na resolução de modelos, regras e procedimentos matemáticos. Já a diferenciação entre problemas e exercícios era explicitada: os problemas se tornaram um método a ser seguido para o ensino; e os exercícios, um meio para fixação dos conteúdos.

Finalmente, algumas considerações são tecidas para os problemas tanto para o ensino de matemática contemporaneamente, quanto como uma tendência de pesquisa em Educação Matemática. Ressalta-se que a nomenclatura vista nas produções que abordam os problemas, em um recorte temporal mais recente, abrange, não o termo “problemas”, mas sim, a expressão “Resolução de Problemas”. Com a instituição de um método específico no decorrer das décadas, constata-se essa mudança de terminologia.

Sobre a associação direta entre a Educação Matemática e a resolução de problemas, percebe-se que suas discussões nos ICMEs possibilitaram um aumento de interesse e disposição nos estudos nessa área, estabelecendo-se como uma tendência de pesquisa, ganhando uma grande base científica de estudos sobre o Currículo e o Ensino. A ideia de aprendizagem de resolução de problemas matemáticos desenvolvia competências como: construção do raciocínio, construção de significados, tomada de decisões por meio de levantamento de dados, desenvolvimento emocional e confiança.

Tais pesquisas tiveram ressonâncias na implementação da resolução de problemas nos próprios currículos. Os livros didáticos mais atuais, mencionados nessa produção, indicam um método capaz de formular hipóteses, planejar meios de resoluções, levantar hipóteses e validar as próprias resoluções. A resolução dos problemas contribui, dessa maneira, ao desenvolvimento do raciocínio lógico, dedutivo, propiciando uma aprendizagem mais significativa, abrangente e crítica da matemática.

Portanto, a partir deste trabalho, respaldado na metodologia de Estado de Conhecimento, foi possível identificar modificações na concepção dos problemas. Em síntese, em tempos de transição de ensino tradicional para o Método Intuitivo, não havia menção específica aos problemas. Posteriormente, a relação “problemas e exercícios” era evidenciada,

carecendo de diferenciação. Por conseguinte, os problemas foram se dissociando dos exercícios ganhando um caráter de suporte para o ensino e, mais adiante, de método a ser seguido. A constituição de um método modifica o termo – a utilização dos “problemas” – para a expressão – “resolução de problemas”. Por fim, a resolução de problemas ganha espaço nas pesquisas em Educação Matemática e suas reverberações começam a alcançar os currículos educacionais, com finalidade de promoção do raciocínio e de uma aprendizagem crítica e significativa.

Referências Bibliográficas

- Bertini, L. de F. (2019). Os problemas na “matemática para ensinar ensinada” em cursos de formação de professores para o ensino primário (décadas de 1920 e 1930). *HISTEMAT*, 5(1), 5–19. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/197216>
- Bertini, L. de F., & Rocha, I. L. da (2018). “Resolução De Problemas Pelas Equações Algébricas”: a proposta de Tito Cardoso de oliveira para o ensino das operações. *Revista de História da Educação Matemática*, 4(3). <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/234>
- Bertini, L. de F., & Souza, A. F. (2021). Mas afinal o que são problemas? Uma análise histórica sobre mudanças em definições, finalidades e tipologias. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(5), 1–19. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n5a08>
- Bertini, L. de F., & Valente, W. R. (2021). Problemas Aritméticos como elementos da Matemática do Ensino. *Cadernos CEDES*, 41(115), 230–238. <https://doi.org/10.1590/cc245623>
- Bianchini, E. (2022). *Matemática Bianchini: Manual do Professor - 6º ano*. 10ª ed. FTD.
- Costa, D. A. da., & Valente, W. R. (2015). O Repositório de Conteúdo Digital nas pesquisas de história da educação matemática. *RIDPHE_R Revista Iberoamericana do Patrimônio Histórico-Educativo*, 1(1), 96–110. https://doi.org/10.20888/ridphe_r.v1i1.9231
- Faria, J. E. S. (2011). *O Ensino de Matemática da Academia de Comércio de Santa Catarina na década de 1930 e 1940*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação].
- Fernandes, E., & Carvalho, M. (2021). As orientações propostas nos documentos alagoanos para o ensino de problemas aritméticos a partir da década de 50. *Tangram*, 4(3), 25–42. <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i3.13609>
- Fernandes, E. P. (2017). *Os problemas aritméticos e os métodos pedagógicos: pontos para um diálogo sobre a história da educação matemática no ensino primário alagoano (1924 - 1952)*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Alagoas].
- Fernandes, E. P., & Carvalho, M. (2019). Resolução de problemas aritméticos: método analítico ou sintético? O que revelam as revistas e documentos oficiais alagoanos (1924-1930). *Revista Cocar*, 6, 73–94. <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2476>
- Ferreira, N. S. de A. (2002). As pesquisas denominadas “estado da arte”. *Educacao & sociedade*, 23(79), 257–272. <https://doi.org/10.1590/s0101-73302002000300013>
- Giovanni, J. R., Jr., & Castrucci, B. (2018). *A Conquista da Matemática: Manual do professor - 6º ano* (4ª ed). Editora FTD.

- Giusti, B. L. R., & Souza, A. F. de. (2022). Escritos de Thereza Pereira Rocha: de Pestalozzi à Thorndike, saberes para ensinar problemas aritméticos. *Ensino em re-vista*, 29, e017. <https://doi.org/10.14393/er-v29a2022-17>
- Hsia, Y. W. (2013). *Resolução de problemas: um estudo sobre seu processo evolutivo nos Estados Unidos, na China e no Brasil*. [Tese de Doutorado em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].
- Morais, R. dos S. M. (2015). *O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática: um inventário a partir de documentos dos ICMEs*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. <https://repositorio.unesp.br/items/695e90f6-ea9a-4110-9be3-afbed34c4548>
- Pavarin, K. C. dos S. (2022). Os Problemas de Aritmética nos livros didáticos: finalidades de uso (1890-1920). *Revista de História da Educação Matemática*, 8, 1–15. <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/502>.
- Pavarin, K. C. dos S. (2020). *Problemas de aritmética em tempos de Aritmética Intuitiva: uma análise em livros didáticos (1890-1930)*. [Dissertação de Mestrado em Ciências, Universidade Federal de São Paulo]. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/222267>.
- Pinheiro, N. V. L. (2021). Do cálculo ao problema: um caminho a trilhar a partir de resultados científicos. *Ciência & Educação* (Bauru), 27. <https://doi.org/10.1590/1516-731320210038>.
- Ramos, R. A. (2011). *Dicionário Didático de Língua Portuguesa* (2ª ed). Edições SM.
- Rocha, A. C. S. M. (2021). Os Problemas Matemáticos como um Elemento da Graduação dos conteúdos no Ensino Primário: Minas Gerais, Alda Lodi, 1941. *Revista de História da Educação Matemática*, 7, 1–18. <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/402>.
- Rocha, A. C. S. M., & Valente, W. R. (2020). Inteligência, Raciocínio e Problemas Matemáticos: notas sobre um debate a partir das anotações de Alda Lodi. *REMATEC*, 15(34), 173–194. <https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2020.n34.p173-194.id269>
- Rocha, I. L. (2019). *Álgebra para resolver problemas: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910* [Dissertação de Mestrado em Ciências, Universidade Federal de São Paulo]. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/201746>
- Rocha, I. L., & Bertini, L. de F. (2019). Álgebra no Ensino Primário Brasileiro: sua relação com os problemas de aritmética no início do século XX. *Revista de História da Educação Matemática*, 5(3). <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/289>.
- Romanowski, J. P., & Ens, R. T. (2006). As Pesquisas Denominadas do tipo “Estado da Arte” em Educação. *Revista diálogo educacional*, 6(19), 37–50. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116275004>.
- Rosa, N. G., Silva, M. B. O., & Búrigo, E. Z. (2017). Cadernos Escolares: problemas aritméticos no ensino de matemática em um diário escolar dos anos 1950. *Revista de História da Educação Matemática*, 3(1). <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/140>

- Souza, A. F. (2017a). *Discursos para ensinar problemas aritméticos (São Paulo, 1890-1930)*. Dissertação de Mestrado em Ciências, Universidade Federal de São Paulo]. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/178612>.
- Souza, A. F. (2017b). Sintético ou analítico: como ensinar problemas de aritmética? (São Paulo, 1920). *HISTEMAT*, 3(1), 196–211. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189564>
- Souza, A. F. (2021). *Uma história dos problemas aritméticos: mudanças no saber profissional do professor que ensina matemática (1870-1960)* [Tese de Doutorado em Ciências, Universidade Federal de São Paulo]. <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/230713>
- Souza, A. F. (2020). Um tango que virou samba: Victor Mercante e as apropriações para ensinar problemas aritméticos (São Paulo, 1929-1952). *Revista de História da Educação Matemática*, 6(3), 73–85. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/218972>
- Virgens, W. P. (2014). *A Resolução de Problemas de Aritmética no Ensino Primário: um estudo das mudanças no ideário pedagógico (1920-1940)*. [Dissertação de Mestrado em Ciências, Universidade Federal de São Paulo].
- Vosgerau, D. S. R., & Romanowski, J. P. (2014). Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. *Revista diálogo educacional*, 14(41), 165. <https://doi.org/10.7213/dialogo.educ.14.041.ds08>
- Waldrigues, R. C. G. (2010). *A resolução de Problemas de Matemática nas séries iniciais do ensino de primeiro grau na rede estadual de ensino do Estado do Paraná na década de 1970: um estudo histórico cultural*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná].