

A emergência de obstáculos didáticos na relação contratual professor-aluno-saber no ensino de probabilidade

The emergence of didactic obstacles in the contractual teacher-student- knowledge relationship in the teaching of probabilities

La aparición de obstáculos didáticos em la relación contractual profesor- alumno- conocimiento en la enseñanza de Probabilidad

L'émergence d'obstacles didactiques dans la relation contractuelle enseignant- élève- savoir dans l'enseignement des probabilités

Vitória da Silva Farias¹

Universidade Federal Rural de Pernambuco

Mestrado em Ensino das Ciências

<https://orcid.org/0000-0001-9918-1275>

Anna Paula de Avelar Brito Lima²

Universidade Federal Rural de Pernambuco

Doutorado em Educação

<https://orcid.org/0000-0003-1471-228X>

Resumo

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado que objetivou analisar de que forma a relação contratual pode influenciar o surgimento de obstáculos didáticos no ensino de probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Segundo o teórico francês Guy Brousseau, o contrato didático diz respeito às cláusulas estabelecidas, sobretudo de maneira implícita, a partir da relação entre professor e aluno diante de um saber pertencente à situação didática. A ideia de obstáculo didático, por sua vez, refere-se às escolhas do professor ao conduzir à situação didática, refletidas em suas ações, falas e gestos, que, potencialmente, obstaculizam a apropriação do saber pelo estudante. O saber matemático contemplado na pesquisa foi a Probabilidade, campo caracterizado pelo indeterminismo, que tem por objeto o estudo do acaso. Os dados da pesquisa de mestrado em questão foram produzidos a partir de duas etapas: a entrevista semiestruturada e a observação de aula, nas quais participaram dois professores de Matemática de uma escola pública do município de São Lourenço da Mata - Pernambuco. Os resultados indicam que a emergência de obstáculos didáticos acontece, sobretudo, nos momentos de negociação das cláusulas do contrato didático, mas também

¹ vitoria.farias@ufrpe.br

² apbrito@gmail.com

apontaram que também podem emergir em outros elementos que caracterizam o Contrato Didático, como a expectativa, as regras e a ruptura.

Palavras-chave: Contrato didático, Obstáculo didático, Probabilidade.

Abstract

This paper is an excerpt from a master's research project that aimed to analyze how contractual relationship can influence the emergence of didactic obstacles in the teaching of probability in the final years of elementary school. According to the French theorist Guy Brousseau, the didactic contract concerns the clauses established, especially implicitly, from the relationship between teacher and student in the face of knowledge pertaining to the didactic situation. The idea of a didactic obstacle, in turn, refers to the teacher's choices when conducting the didactic situation, reflected in his/her actions, speeches and gestures, which potentially hinder the student's appropriation of knowledge. The mathematical knowledge contemplated in the research was Probability, a field characterized by indeterminism, which has as its object the study of chance. The data of the master's research in question were produced from two stages: the semi-structured interview and the classroom observation, in which two Mathematics teachers from a public school in the city of São Lourenço da Mata - Pernambuco participated. The results indicate that the emergence of didactic obstacles occurs, above all, at the time of negotiation of the clauses of the didactic contract, but they also pointed out that they can also emerge in other elements that characterize the Didactic Contract, such as expectations, rules and rupture.

Keywords: Didactic contract, Didactic obstacle, Probability.

Resumen

El presente trabajo es un extracto de una investigación de maestría que tuvo como objetivo analizar cómo la relación contractual puede influir en el surgimiento de obstáculos didácticos en la enseñanza de la probabilidad en los últimos años de la Educación Primaria. Según el teórico francés Guy Brousseau, el contrato didáctico se refiere a las cláusulas establecidas, especialmente de forma implícita, a partir de la relación entre profesor y alumno frente a conocimientos pertenecientes a la situación didáctica. La idea de obstáculo didáctico, a su vez, refiere a las elecciones del docente al conducir a la situación didáctica, reflejadas en sus acciones, discursos y gestos, que potencialmente dificultan la apropiación del conocimiento por parte del estudiante. El conocimiento matemático abordado en la investigación fue la Probabilidad, campo caracterizado por el indeterminismo, cuyo objeto es el estudio del azar.

Los datos para la investigación de maestría en cuestión fueron producidos a partir de dos etapas: la entrevista semiestructurada y la observación de clase, en la que participaron dos profesores de Matemáticas de una escuela pública del municipio de São Lourenço da Mata - Pernambuco. Los resultados indican que el surgimiento de obstáculos didácticos se da, sobre todo, en la negociación de las cláusulas del contrato didáctico, pero también señalan que también pueden surgir en otros elementos que caracterizan el Contrato Didáctico, como expectativas, reglas y ruptura.

Palabras clave: Contrato didáctico, Obstáculo didáctico, Probabilidad.

Résumé

Le présent travail est un extrait d'une recherche de maîtrise visant à analyser comment la relation contractuelle peut influencer l'émergence d'obstacles didactiques dans l'enseignement des probabilités dans les dernières années du primaire. Selon le théoricien français Guy Brousseau, le contrat didactique concerne les clauses établies, notamment implicitement, fondées sur la relation entre enseignant et élève face à des savoirs appartenant à la situation didactique. L'idée d'obstacle didactique, quant à elle, fait référence aux choix de l'enseignant lorsqu'il mène à la situation didactique, reflétés dans ses actions, discours et gestes, qui entravent potentiellement l'appropriation des connaissances par l'élève. La connaissance mathématique couverte par la recherche était la probabilité, un domaine caractérisé par l'indéterminisme, dont l'objet est l'étude du hasard. Les données pour la recherche de master en question ont été produites à partir de deux étapes : l'entretien semi-structuré et l'observation en classe, à laquelle ont participé deux professeurs de mathématiques d'une école publique de la municipalité de São Lourenço da Mata - Pernambuco. Les résultats indiquent que l'émergence d'obstacles didactiques se produit surtout lors de la négociation des clauses du contrat didactique, mais ils soulignent également qu'ils peuvent également apparaître dans d'autres éléments qui caractérisent le contrat didactique, comme les attentes, les règles et la rupture.

Mots-clés : Contrat didactique, Obstacle didactique, Probabilité.

A emergência de obstáculos didáticos na relação contratual professor-aluno-saber no ensino de Probabilidade

O cenário didático constituído por professor, aluno e pela gestão de um saber, é propício à emergência de diversos fenômenos que podem ser definidos como fenômenos didáticos. Tais fenômenos, muitas vezes não percebidos pelos parceiros didáticos da relação, podem, ou não, favorecer a apropriação do saber por parte do aluno. O que nos interessou, particularmente, em nossa dissertação de mestrado, foi a gestão das situações didáticas pelo professor, relativas ao ensino de probabilidade, que, no momento de negociação do contrato didático, produziram – ou potencialmente produziram – obstáculos didáticos (Brousseau, 1983).

A ancoragem teórica desse estudo está na Didática da Matemática de influência francesa. As investigações nessa área trouxeram e ainda trazem grandes contribuições, sendo um dos principais marcos da constituição desse campo, a criação, no final dos anos 60, dos IREM - Instituts de Recherche sur L'enseignement des Mathématiques (Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática), localizados na França (Brito Lima, 2006).

Importantes teorias continuam sendo desenvolvidas e contempladas pelas pesquisas até os dias atuais, com ênfase nas pesquisas realizadas na França, na Espanha, bem como, no Brasil, país com produção considerável no campo da Didática da Matemática. O pesquisador francês Guy Brousseau (1998), considerado por muitos como o pai da Didática da Matemática, foi quem teorizou acerca das noções que nos interessam nesse estudo, no âmbito da Teoria das situações Didáticas (TSD): o contrato didático e os obstáculos didáticos.

Quando nos debruçamos sobre as relações que se estabelecem na sala de aula, envolvendo o professor, os alunos e o saber que deverá ser ensinado e aprendido, é possível observar que tais situações intrínsecas são atravessadas por uma série de influências, regras e condições, comumente não previsíveis na idealização de uma situação didática. Esses aspectos se encontram vinculados ao contrato didático, descrito por Brousseau (1996) como o conjunto de regras, expectativas e condições inerentes ao funcionamento da relação didática, em sua maioria implícitas.

Essa relação contratual é, como afirmam Chevallard, Bosch & Gascón (2001, p.49), “a pedra de toque de toda a organização escolar”. Nessa perspectiva, os elementos de um contrato didático apontam aspectos importantes, que podem contribuir para a compreensão do processo de aprendizagem do aluno, assim como para a reflexão sobre possíveis obstáculos que se instituem no processo didático.

De acordo com Pais (2019), é necessário reportar-se à ideia de obstáculos didáticos quando existem ações no plano didático que podem dificultar a evolução da aprendizagem.

Cury (2013), por sua vez, aponta que é necessária uma análise dos erros que ocorrem dentro da sala de aula, a fim de compreender como se expressam os conhecimentos que foram mal generalizados ou erroneamente aplicados a uma nova situação. Essa reflexão está diretamente relacionada ao que Brousseau definiu como obstáculo didático (Brousseau, 1983). Esse pesquisador inspirou-se na ideia de obstáculos epistemológicos, proposta por Gastón Bachelard, que se referia aos obstáculos relacionados à própria evolução dos saberes. No caso específico da sala de aula e da gestão dos saberes didáticos, Brousseau defende que há outra natureza de obstáculos que se revela, que foram por ele nomeados como obstáculos didáticos.

Para Brousseau (2008), esses obstáculos podem ser compreendidos pela manifestação dos erros que podem estar relacionados a uma maneira de conhecer, ou até mesmo, um conhecimento anterior que foi bem-sucedido, mas que em uma nova situação acaba constituindo-se como um obstáculo para a evolução do conhecimento.

Portanto, a busca pela compreensão dos elementos que permeiam a relação contratual e a produção de obstáculos didáticos, nessa pesquisa, contemplará o saber Probabilidade, conforme já havíamos anunciado, visto que algumas pesquisas (Brum & Silva (2015), Almeida & Farias (2018) e Cavalcante, Lima & Andrade (2021)) revelam o cenário problematizador do ensino e da aprendizagem dos conceitos probabilísticos. Um dos argumentos que sustentam essa escolha e que é discutido nas pesquisas a que nos referimos, diz respeito à cultura de enxergar a Matemática unicamente pelo viés do determinismo e da exatidão, contrapondo-se às ideias da incerteza e do acaso, objetos de estudo do campo matemático por nós escolhido.

Ademais, outras questões problemáticas envolvem esse campo, como a estrutura dos problemas utilizados nas aulas e a limitação dos estudos a espaços amostrais equiprováveis. Chamamos a atenção também para o fato de que não há uma adequada ênfase, relativa a esse saber, nos cursos de formação inicial e continuada de professores de matemática, que contribuem para uma lacuna no “modo probabilístico de pensar” de muitos professores. (Rufino & Silva, 2015) e desenvolvimento do pensamento probabilístico (Figueiredo, Lima & Bianchini, 2023).

A partir dos pressupostos apresentados, esse artigo trata de um recorte de uma dissertação de Mestrado que objetivou analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Especificamente, buscou-se identificar as cláusulas contratuais que regem as relações entre os três elementos das situações didáticas (professor-aluno-saber) e apontar os obstáculos didáticos mais comumente identificados no campo da Probabilidade.

A relação contratual no cenário didático

Guy Brousseau propôs uma teoria que podemos considerar como aquela que inaugura a Didática da Matemática: a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 2008). Nela, faz uma importante reflexão acerca da tríade didática, formada pelo professor, o aluno (ou grupo de alunos) e o saber. Para Brousseau, a relação didática configurar-se-ia, então, como uma relação triangular, uma vez que o jogo didático que se estabelece entre professor e aluno(s) é intermediado por um saber. Essa ideia foi, em certo sentido, revolucionária, pois a pedagogia já se debruçava, há bastante tempo, sobre a relação dual – professor/aluno – mas não havia, ainda, colocado o saber como um elemento importante e estruturante nessa relação, como o fez Brousseau.

Segundo esse autor a relação didática se estabelece quando a relação entre dois se transforma em uma relação entre três: o professor, o aluno e o saber que se deseja que o aluno aprenda. O saber, por sua vez, adentra a sala de aula no momento em que o professor organiza o meio (*milieu*), criando um cenário didático permeado por situações que façam o saber funcionar e promovam sua evolução no contexto didático. (Brousseau, 1986)

A situação didática é marcada pela intenção didática, que caracteriza a relação entre os elementos humanos (professor e aluno), a partir da gestão de um saber, constituída por um tripé que Brousseau denominou “triângulos das situações didáticas”. (Brito Lima, 2006)

A entrada do saber, como um dos polos dessa tríade, significou um avanço nos estudos da Psicologia e da Pedagogia na segunda metade do século XX. A configuração triangular permite analisar a relação em pares – professor/aluno, professor/saber, aluno/saber – bem como, olhar para o triângulo como um todo, tendo, no coração dessa relação, o contrato didático. Almeida (2016) propõe um esquema do triângulo das situações didáticas que consideramos bastante completo, uma vez que traz a configuração do milieu, além de outros elementos que o atravessam.

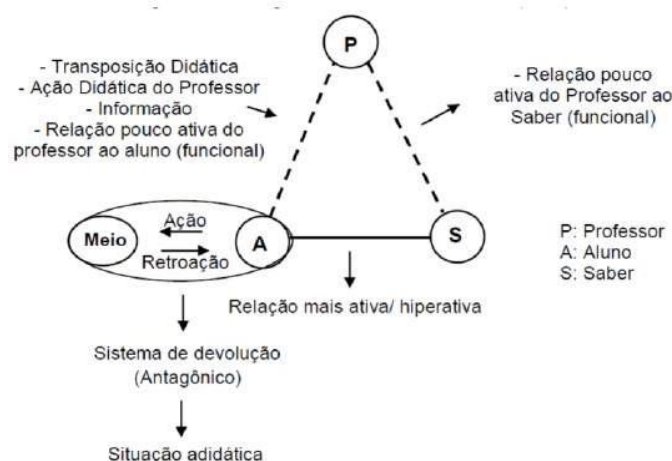


Figura 1.

O triângulo das situações didáticas e o milieu (meio)

Segundo esse mesmo autor, o estado de conhecimento do aluno é modificado de forma intencional, mas não controlada, em sua totalidade, a partir dessa estruturação. Reflete, ainda, que, do mesmo modo que os contextos histórico, cultural e social interferem na singularidade do professor e do aluno, como sujeitos atravessados pelas construções individuais e coletivas da sociedade de que participam, esses também influenciam diretamente o saber, da sua base de pesquisa científica até chegar nas escolas.

Direcionando um olhar mais particular para cada um dos polos do triângulo das situações didáticas, vamos focar inicialmente no aluno. Segundo Pais (2019), é necessário que a situação proporcione condições para o aluno assumir o papel de protagonista. Isso se dá sobretudo no que Brousseau (1986) denominou de situações adidáticas, ou seja, aquelas organizadas pelo professor, como um espaço para a autonomia intelectual do aluno e, consequentemente, para a sua participação ativa na situação. O momento em que o aluno aceita a tarefa como sua, quando o professor propõe determinada situação, caracteriza o que Brousseau chamou de devolução didática. Aceitar a realização da tarefa como sendo sua responsabilidade faz com que o aluno se implique em sua aprendizagem. A aprendizagem não estaria mais – como antes se supunha – sob controle do professor. Caberia a ele organizar a cena, a partir da constituição do *milieu* e das escolhas didáticas por ele estabelecidas.

Diante desse cenário, corroboramos com Almeida (2016) e retornamos novamente para as reflexões a partir da figura 1. Existe uma dependência, no ato de aprender, que estabelece o envolvimento do aluno com o meio didático estruturado, com vistas à construção do conhecimento. Portanto, professor é o responsável por criar as situações e proporcionar um cenário de protagonismo discente, a partir da criação de estratégias, valorização de tentativas e compreensão de erros. É nesse sentido que devemos também lançar o olhar sobre o ser professor. Segundo Brousseau:

o trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor. (Brousseau, 1996, p. 55)

Portanto, a missão do professor vai além de executor da ação de ensinar no seu sentido mais comum (passar o conhecimento). Seu papel envolve gesto de doação e partilha. É saber dividir o protagonismo da cena e compreender que esse compartilhamento deve ser um dos

momentos mais importantes dentro do cenário do educar. Isso nos remete à ideia de que os saberes (matemáticos, no caso de nosso interesse específico) precisam ser negociados com os alunos, que cada um – professor e aluno – desempenhará certos papéis didáticos, que professor e aluno saberão o que podem esperar um do outro, e que haverá uma divisão de responsabilidades e cláusulas a serem cumpridas por ambos os parceiros da relação. A esse conjunto de elementos e características, ora elencados, Brousseau nomeou de contrato didático.

Dito de maneira resumida, o contrato didático é caracterizado pelas cláusulas/regras, em sua maioria implícitas, que serão negociadas pelo professor com os seus alunos, e que determinará quais os papéis que serão assumidos e quais as obrigações que deverão ser cumpridas pelos parceiros da relação, um frente ao outro e ambos frente ao saber, e que serão constantemente negociados, rompidos e renegociados.

Assim, para Brousseau (1996), o contrato didático é “a regra do jogo e a estratégia da situação didática”. Todavia, esse pesquisador ressalta que não se trata de algo fechado e imutável, ou seja, o contrato se modifica conforme os caminhos percorridos no jogo didático.

Jonnaert (1994) propõe uma síntese e acrescenta outros elementos à compreensão do que vem a ser o contrato didático: além da ideia de divisão de responsabilidades e a consideração do implícito; há que se considerar a dimensão da relação com o saber. A esse respeito, preconiza que o contrato deve ter em conta a assimetria das relações com o saber em jogo. À medida que a situação avança, tal assimetria tenderá a ser diminuída, até o ponto em que o aluno esteja tão próximo do saber quanto o próprio professor (Brito Lima, 2006).

A esse respeito, Eloi & Andrade (2020) discutem que ora o professor se encontra em uma relação mais direta com o saber, ora ele se afasta, de forma que o aluno assuma esse papel, como é ilustrado na Figura 2.

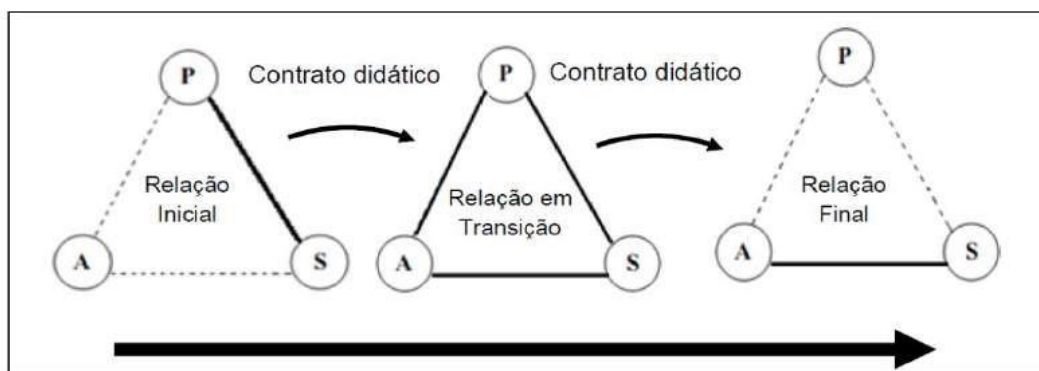


Figura 2.

Representação da assimetria em relação a saber

Assim, inicialmente, o aluno não tem uma relação tão adequada com o saber, enquanto o professor possui uma relação mais adequada. À medida que ocorrem negociações, rupturas e renegociações, essas relações se modificam e a distância e inadequações entre aluno e saber, tendem a diminuir. Jonnart & Borghet (2002) afirmam que essa função de modificação está relacionada ao tipo de Contrato Didático estabelecido.

As ideias defendidas por esses autores nos revelam uma espécie de dialética do contrato didático, qual seja: o contrato didático não é estático; ele está sempre em movimento, configurando-se e reconfigurando-se. Ele não é, igualmente, perene; ao contrário, ele envelhece e torna-se obsoleto, necessitando de que outros contratos sejam estabelecidos. O contrato didático não pretende ser rígido; ele se rompe, quando já não faz mais sentido na situação ou quando uma das partes (sobretudo o aluno) não o aceita. Brousseau (1983) avança ainda mais e revela que é na negação do contrato e na sua ruptura que se dão os grandes saltos de aprendizagem. Assim, o bom contrato não é aquele que não se rompe, mas o que intencionalmente pode ser rompido.

Podemos refletir, na linha do que propôs Brousseau, e buscando avançar com nossas próprias especulações, que quanto mais frágil é a posição de um professor, frente ao saber, mas ele se sente seguro estabelecendo um contrato rígido e que ele acredita ser imutável. Permitir que o contrato didático seja dialético, flexível, fluído, requer do professor um domínio e manejo do saber e da sala de aula, que lhe permitam organizar e reorganizar situações, aceitar e incentivar rupturas contratuais, colocar em xeque expectativas anteriormente estabelecidas.

Entendemos que quando Brousseau (1983) afirma que existem efeitos de contrato (efeitos que ele discutiu em alguns de seus importantes escritos, mas que não nos debruçaremos em detalhe nesse artigo), tais efeitos aparecem, muitas vezes, em função da tentativa do professor de que a situação didática não fracasse. Para ele, muitas vezes, a ruptura de contrato – contrariando o que propôs Brousseau – indicaria o fracasso da relação. Para sustentar o insustentável o professor produz efeitos e cria situações que podem obstaculizar a aprendizagem dos alunos.

Essa é a questão que fundamentalmente nos interessa: não queremos nos debruçar sobre o contrato didático que funciona tal qual se deseja, queremos entender o que acontece com o contrato cujas cláusulas negociadas podem conduzir o aluno ao erro, podem criar um obstáculo à sua aprendizagem. Isto posto, a pergunta que conduziu esse estudo foi: é possível que em função das negociações e estabelecimento do contrato didático, em sala de aula, sejam produzidos obstáculos à aprendizagem?

Para isso, buscamos na literatura um campo matemático cujos erros e obstáculos didáticos parecem mais evidentes, e escolhemos o da Probabilidade, que, por trabalhar com o acaso e a

incerteza, rompe com uma das representações mais comuns que se têm entre professores e alunos: a de que a matemática é precisa, exata, que não há lugar nesse campo para o incerto.

O tópico a seguir se ocupará da discussão acerca dos obstáculos didáticos, o outro arcabouço teórico central para nosso estudo.

Os obstáculos didáticos no ensino de Matemática

Como já discutido, o aluno traz consigo toda uma representação do conjunto de experiências e concepções pertencentes a uma história e cultura. Dessa forma, o jogo didático será atravessado por essas experiências, mesmo que esse fator seja uma fonte para possíveis dificuldades na aprendizagem. O que pode ocorrer, como uma das consequências dessas relações, é o surgimento de obstáculos durante esse processo. Para entender as causas e efeitos desses erros em uma situação didática, devemos compreender, em primeiro lugar, a conceptualização de aprendizagem. Portanto, corroboramos com Brousseau (1998, p.119, tradução nossa), quando este afirma que “a aprendizagem é feita por tentativas de conceitos sucessivos, temporária e relativamente bons, que ele (o aluno) ia rejeitar ou transformar em uma verdadeira nova gênese de cada vez”.

Nessa mesma direção, Bachelard (1996) afirma que o processo de aprendizagem pode ser compreendido como a desconstrução de um conhecimento anterior mal estabelecido, mesmo que esse tenha tido sucesso em contextos passados. Brousseau (1983) esclarece que os erros dos saberes antigos não desaparecem instantaneamente e nem totalmente, uma vez que é um processo complexo e, mesmo com a crença de sua superação, tende a reaparecer, a depender das circunstâncias.

No entanto, não é coerente imaginar que esses erros e dificuldades intrínsecos ao processo de aprendizagem se instituem apenas a partir da ignorância ou da incerteza, mas, deve-se pensar em conhecimentos que antes apresentavam algum sentido, mas que em outras situações são inadaptáveis, obstaculizando a evolução no processo de construção do conhecimento, que Brousseau (1983) denominou obstáculo.

Brousseau (1983) foi o responsável por introduzir a noção de obstáculos no ensino de Matemática. Embora inspirando-se em Bachelard, contradisse alguns de seus apontamentos, a respeito dessa temática na Matemática e destacou, particularmente, a ideia de obstáculo didático. Podemos destacar três diferentes origens para o surgimento de um obstáculo (Brito Lima, 2006): ontogenética, epistemológica e didática, sendo esse último do interesse para a nossa pesquisa.

Os obstáculos de origem ontogenética são aqueles que surgem a partir das limitações do sujeito no seu desenvolvimento cognitivo (neurofisiológicas, entre outras). Os obstáculos de

origem epistemológica, por sua vez, são inerentes à epistemológica do saber e podem ser identificados na história de evolução de um conceito, a partir de alguma ruptura ou mudança radical. Já os obstáculos de origem didática surgem da necessidade de observar com mais atenção as consequências, dentro dos processos de ensino e de aprendizagem, das escolhas do professor. Cada professor escolhe estratégias, mecanismos, métodos e recursos que julga serem os mais adequados à sua classe. Ao refletir sobre essas questões, Gomes (2002) pontua:

Este obstáculo torna-se evidente na medida em que o professor transmite os conhecimentos como sendo dogmático, impossibilitando o questionamento, a discussão de ideias, a elaboração de hipóteses, uma vez que, sendo dogmático, passa a ser encarado como verdade única e absoluta. Mesmo inconscientemente, o professor (que também teve a mesma formação) reproduz esse ensino, uma vez que para ele aquele é o conhecimento necessário e verdadeiro, apresentando-se de maneira muito tranquila e facilmente aceitável, sendo desnecessária, portanto, argumentações, indagações ou questionamentos. (Gomes, 2002, p. 7)

Nessa direção, compreendemos que a identificação dos obstáculos é um dos maiores desafios para a sua superação. Pensando nisso, Brousseau (1988), apoiando-se na ideia de que os obstáculos epistemológicos podem ser estudados no plano histórico e nas práticas educacionais (Bachelard, 1996), desenvolve um método de pesquisa baseado em três etapas: I) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam; II) encontrar obstáculos na história da matemática; III) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem.

No estudo que propomos, procuramos considerar os elementos acima, ponderados por Brousseau. Buscamos, por fim, considerar dois importantes elementos sobre os quais Brousseau teorizou: o contrato didático e os obstáculos didáticos, mas que não encontramos, na literatura desse autor ou de quem desenvolve pesquisas ancoradas em seu referencial, qualquer estudo que estabelecesse uma relação entre eles. O resultado desse nosso empenho apresentamos nesse artigo, mas antes de avançarmos para os resultados, discutiremos, ainda que brevemente, o campo de saber por nós escolhido, pelos motivos que já referenciamos.

A Probabilidade e suas perspectivas histórica, curricular e didática

O saber probabilístico, que tem como objeto de estudo o acaso, apresenta diversas visões e aplicações importantes de serem investigadas do ponto de vista epistemológico e didático. Compreender o acaso é o primeiro passo para mergulhar no mundo da incerteza. Viali (2008, p. 144) define o acaso como “um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas,

que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno”.

Segundo Laplace (2010), é um paradoxo questionar “o que é a Probabilidade?”, pois existem poucas coisas de nosso conhecimento que podemos saber com certeza, a maioria delas são apenas prováveis, mesmo nas ciências matemáticas. Não faz pouco tempo que a sociedade pesquisa sobre a incerteza, pois é muita antiga a ideia de acaso, sendo antes compreendida a partir da dimensão mística e divina.

Esses estudos e revoluções na história da probabilidade conduziram à identificação de quatro enfoques: clássico (laplaciano), geométrico, frequentista e baysiano (subjutivo). Todavia, foi o matemático francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827) que fundou a definição mais utilizada atualmente ao ensinar Probabilidade na Educação Básica, fundamentado no enfoque clássico.

A teoria dos acasos consiste em reduzir todos os eventos do mesmo gênero a um certo número de casos igualmente possíveis, de forma tal que estejamos igualmente indecisos sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao evento cuja probabilidade é desejada. A relação entre esse número e aquele de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, que corresponde assim a uma fração cujo numerador é o número dos casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis. (Laplace, 2010, p. 46)

Compreendendo o acaso como o objeto de estudo da Probabilidade, consideramos aqui a ideia de ruptura epistemológica, abordada por Vergnaud & Cortes (1986). Considera-se uma ruptura dessa natureza a passagem de uma dimensão do pensamento matemático para outra, em que é preciso reformular concepções e se apropriar de novos objetos matemáticos. Apesar desse conceito ser muito estudado na transição entre a Aritmética e a Álgebra, apropriarmo-nos deste, no sentido de considerar a ruptura que há na imersão no saber probabilístico, visto que, enquanto somos condicionados desde os primeiros anos da Educação Básica a tratar a Matemática como campo da exatidão, a Probabilidade, que é um dos campos matemáticos, encontra-se no avesso: a incerteza.

A Probabilidade foi inserida no currículo da Educação Básica no bloco denominado Tratamento da Informação, a partir da promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997, 1998). As orientações didáticas abordadas neste documento permitem ao aluno a compreensão de que grande parte dos acontecimentos que ocorrem no dia a dia é de natureza aleatória, e que há possibilidade de identificar possíveis resultados e fazer estimativa sobre esses.

Em complemento a essa ideia, os PCN+ afirmam que a Probabilidade “deve ser vista como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, quantificar e interpretar conjunto de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente” (Brasil, 2002, p. 126).

Já na Base Nacional Comum Curricular, a incerteza e o tratamento de dados são objetos de estudo da unidade temática Probabilidade e Estatística. A BNCC (Brasil, 2018) sugere o desenvolvimento de habilidade nas instâncias da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. No tocante à Probabilidade, o referido documento, nas orientações para o Ensino Fundamental (EF) - Anos Iniciais (1º ao 5º ano) - propõe o entendimento da existência de eventos não determinísticos, com o desenvolvimento da noção de aleatoriedade e do início da construção de um espaço amostral. Nos Anos Finais (6º ao 9º ano), por seu turno, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, de maneira a fazer experimentos e simulações que confrontam resultados, e apropriem a capacidade de enumeração do espaço amostral.

Para o Ensino Médio, a BNCC (Brasil, 2018) elenca cinco competência específicas (CE) da Matemática e suas tecnologias, a saber: utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para a interpretação nos mais variados contextos (CE1); articular conhecimentos matemáticos para a investigação e tomada de decisões (CE2); interpretar, construir modelos e resolver problemas nos campos específicos da Matemática (CE3); desenvolver o raciocínio matemática a partir da compreensão e utilização da flexibilidade e fluidez (CE4); investigar e conjecturar diferentes conceitos e propriedades matemáticas (CE5). Para cada competência específica, a BNCC (Brasil, 2018) estabelece algumas habilidades, e entre elas, destacam-se três, nas quais é citada a Probabilidade.

Contudo, para compreender como está inserida a Probabilidade nas aulas de Matemática, é necessário transcender a leitura dos documentos oficiais, precisa-se ir para a realidade dos processos de ensino e de aprendizagem desse saber no chão da sala de aula. Apesar da relevância do saber probabilístico para o processo de construção educacional, social e crítico, Rufino e Silva (2018) pontuam dois aspectos que devem ser refletidos quanto a possíveis dificuldades para o ensino de Probabilidade: para a maioria dos professores a Probabilidade não foi apresentada como objeto a ser ensinado; pode-se identificar uma falta do “modo probabilístico de pensar”, pois, a Matemática ainda está relacionada diretamente a um tradicionalismo fundamentado no determinismo e na exatidão, o que limita a visão sobre Probabilidade. Figueiredo, Lima e Bianchini (2023), na mesma direção, propõem que é preciso refletir sobre as competências cognitivas e situações de ensino que favoreçam o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Sobre o primeiro ponto, podemos recorrer ao estudo de Pietropaolo, Silva & Campos (2015). Essa pesquisa, realizada com 23 professores que atuavam nos Anos Finais do Ensino Fundamental, constatou que há uma inadvertência no ensino de Probabilidade, quando comparado a outros temas. Na tentativa de justificar, os professores afirmaram que há uma dificuldade em lidar com o tempo didático. Em entrevistas realizadas com esses professores, esses autores identificaram que a maioria dos professores participantes desse estudo conceituam a probabilidade diretamente a partir da representação fracionária.

Isso aponta, no nosso entendimento, diretamente para o contrato didático. Do ponto de vista das regras contratuais para o ensino de matemática, existe uma cultura da matemática como um campo “exato”, sejam quais forem os conteúdos matemáticos contemplados. Além disso, outra regra que é comum nas aulas, é a que resposta a um problema deverá sempre ser um número preciso (Brito Lima, 2006), como se na matemática não houvesse lugar para a incerteza.

Esses são alguns elementos que nos convidam a investigar os elementos contratuais e sua relação com a produção de obstáculos didáticos.

Construção e registro de dados

Apresentamos nessa seção os caminhos metodológicos traçados na pesquisa de Mestrado. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública no município de São Lourenço da Mata, localizada no estado de Pernambuco, que denominamos Instituição Alfa (IA), que atende aos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), também com a modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). A escola funciona nos três turnos diários e possui 14 (quatorze) turmas, totalizando 376 (trezentos e setenta e seis) estudantes, distribuídos em quatro turmas do 6º ano ao 8º ano, turmas A e B no turno matutino e C e D no turno vespertino; duas turmas do 9º ano, com a turma A funcionando no período da manhã e a turma B no período da tarde.

A escolha pela realização da pesquisa na etapa do Ensino Fundamental deu-se pela necessidade de acompanhar a ampliação e o aprofundamento de conceitos do campo da Probabilidade, conforme sinaliza a organização proposta pela BNCC (Brasil, 2018). Ademais, essa série foi escolhida pelo fato de que os alunos já cursaram todos os anos do Ensino Fundamental, e de que é um ano decisivo, uma vez que marca a saída de uma longa etapa escolar, assim como a preparação para a imersão em uma nova etapa, o Ensino Médio.

Participaram do estudo dois professores licenciados em Matemática que lecionam a disciplina de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental da Instituição Alfa. Um deles leciona no turno matutino e outro no turno vespertino.

Como instrumento para a construção de dados optamos por uma entrevista semiestruturada, a partir de um roteiro, mas que permitia uma abordagem mais livre do tema proposto, e a observação de aulas. Para o registro dos dados construídos foram utilizados gravador de áudio e vídeo.

Foram contempladas três etapas na pesquisa. A primeira etapa, de natureza teórica, foi caracterizada pelo mapeamento dos possíveis obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade, com base na revisão de literatura realizada com estudos nesse campo. Foram mapeados dissertações, teses, artigos e trabalhos em eventos, no período compreendido entre 2005 e 2024. A partir dos estudos identificados, foram estabelecidas categorias a priori acerca dos obstáculos possíveis de serem identificados, relativos à aprendizagem de Probabilidade. Essa revisão teve como aporte os repositórios digitais de teses e dissertações de Universidades brasileiras, as produções científicas de Programas de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e os trabalhos publicados em eventos e revistas reconhecidos nacionalmente.

A segunda etapa consistiu na realização da entrevista com os professores participantes. As perguntas da entrevista foram divididas em três partes: perfil profissional e acadêmico; conhecimento matemático sobre a Probabilidade; concepções sobre o ensino de Probabilidade. Portanto, três perguntas nortearam essa entrevista: para você, o que é Probabilidade? quais são os principais conceitos de Probabilidade? como você organiza e trabalha Probabilidade em sala de aula?

O primeiro professor participante, que nomeamos de Lucca, tem 30 anos de atuação como docente de Matemática na Educação Básica, no Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Ao ser questionado sobre o que significa probabilidade para ele, respondeu: “é a tentativa de alguma coisa”. Complementou citando o lançamento de um dado de seis faces como exemplo. Em relação a segunda pergunta, afirmou que o mais importante em Probabilidade é a “pergunta”, justificando ao afirmar que “Então o aluno vai ter que saber interpretar a pergunta para responder”.

Em relação à sua metodologia de ensino (terceira pergunta), respondeu “Primeiramente a gente pesquisa, está certo? Essas pesquisas são através da internet, vou no YouTube e procuro ver a melhor possibilidade de passar isso para os alunos. A gente tem que ver o nível do aluno para chegar aonde a gente quer”.

A segunda professora participante, que nomeamos como Maria, tem 1 ano de experiência, exclusivamente como docente atuante no Ensino Fundamental. A partir da entrevista, a professora nos afirma que a probabilidade pode ser definida como a chance que algo tem de acontecer e o conceito mais relevante desse campo é o espaço amostral. Para a terceira pergunta, a professora respondeu que aplica o conceito e leva um jogo para a sua aula, complementou afirmando:

“sempre tento trazer algo visual pra eles de primeira, pra que eles consigam visualizar primeiramente antes de eu aplicar o conceito. E vamos supor um exemplo, eu trago uma caixa de bola que tenha dez bolas e nela tenha diversas cores, e aí a gente vai trabalhando, né? Essa questão do quanto as bolas têm, como seria, né? De quantas se eu tenho três bolas amarelas, por exemplo, dentro de dez, qual é a probabilidade de sair?”.

A terceira etapa foi a observação das aulas dos professores participantes nas suas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental (turma A e turma B). Cabe destacar que os resultados apresentados nesse artigo irão se reportar exclusivamente à terceira etapa da pesquisa, uma vez que foi nessa etapa que os elementos da relação contratual e a produção de obstáculos didáticos puderam ser evidenciados.

Ademais, além de ser realizada a análise de todas as aulas observadas, aprofundamos a investigação de dois episódios os quais denominamos de “o lançamento do dado de papel” e o “o jogo do “chute”, ocorridos nas aulas do professor Lucca e da professora Maria, respectivamente. A análise dos episódios apontará com mais detalhes os elementos contratuais e os obstáculos didáticos nas situações didáticas destacadas, sendo possível estabelecer as relações no sentido o objetivo traçado para esse estudo.

Ao nos referirmos à situação didática, concordamos com Brousseau (2008), que a define como um contexto intencionalmente planejado pelo professor, envolvendo a interação entre aluno, professor e sistema educacional.

Critérios para a análise e discussão dos dados construídos

Com base nos pressupostos teóricos compreendidos na presente pesquisa acerca da noção de contrato didático descrita por Brousseau (1983), definimos as seguintes categorias, que denominamos elementos contratuais (EC), para a análise da relação contratual, que ocorrerá durante a etapa de observação:

Tabela 1.

Categorias para análise do contrato didático

Categorias I- Elementos Contratuais (EC)	EC1- Expectativas	A espera entre os elementos humanos da relação contratual de determinados comportamentos do professor ou do aluno quando o saber está em jogo.
	EC2- Negociações	A construção das funções e do conjunto de regras destinadas aos papéis de professor ou de aluno em relação ao saber em jogo. As negociações podem ser realizadas por uma (unilateral) ou mais pessoas (em conjunto), bem como, podem ser realizadas explícita ou, sobretudo, implicitamente.

	<i>EC3- Regras</i>	Acordos explícitos ou implícitos entre o professor e o aluno diante de uma situação didática a partir das relações ao saber.
	<i>EC4- Rupturas</i>	Quebra das regras pelos elementos humanos da relação contratual, rompendo as expectativas e abrindo espaço para uma nova negociação.
	<i>EC5- Renegociações</i>	Construção de novas regras a partir das rupturas. A nova negociação deve ser realizada a partir de uma nova perspectiva criada sob os acontecimentos ocorridos.
	<i>EC6- Efeitos</i>	Decorências dos acontecimentos da relação contratual estabelecida entre o professor, o aluno e o saber, com o objetivo de fazer a situação não fracassar.

A realização da primeira etapa da pesquisa possibilitou, conforme já mencionado, a criação das categorias para análises dos possíveis obstáculos didáticos que poderiam emergir na aula de Probabilidade observada. Com base nesse mapeamento, considerando uma pesquisa aprofundada na literatura, estabelecemos as seguintes categorias a priori, denominadas de fatores obstaculizadores (FO), apresentadas na tabela abaixo.

Cabe destacar que, embora estejamos falando de obstáculos didáticos, o polo do saber está intrinsecamente vinculado a dimensão didática, inclusive de acordo com a Didática da Matemática, campo teórico em que nos ancoramos. Assim, alguns fatores aqui denominados como obstaculizadores estão muito próximos da dimensão do saber (por exemplo, o FO1), estabelecendo um limite tênue, no nosso entendimento, entre o epistemológico e o didático.

Tabela 2.

Categorias para análise dos obstáculos didáticos

Categorias II- Fatores Obstaculizadores (FO)	<i>FO1- Determinismo</i>	Relacionado à crença da exatidão e do determinismo na Matemática e em todos seus campos.
	<i>FO2- Reduccionismo</i>	Aplicação de recursos didáticos e contextos que não exploram, em sua totalidade, as aplicações probabilísticas reais.
	<i>FO3- Unicidade de abordagem</i>	Exploração de apenas uma abordagem probabilística para a conceitualização e resolução de problemas.
	<i>FO4- Isolamento curricular</i>	Abordagem da Probabilidade descontextualizada e dissociada das outras áreas de conhecimento.
	<i>FO5- Ilusão da equiprobabilidade</i>	Perspectiva que enxerga todo e qualquer problema probabilístico à igualdade da Probabilidade de todos seus pontos amostrais.

Análise da relação contratual e dos obstáculos didáticos na gestão do saber probabilidade

Essa seção abordará as análises realizadas a partir da observação da aula dos professores participantes I e IV, que foram nomeados Lucca e Maria, respectivamente. As primeiras aulas que foram observadas foram regidas pelo professor Lucca, que destinou duas aulas para contemplar o conteúdo de Probabilidade para a turma do 9º ano A.

- Professor Lucca

Ao chegar na sala de aula, Lucca escreveu a data e o seu nome no quadro e lembrou aos alunos o assunto da aula (Probabilidade), como se já tivesse havido a combinação do novo conteúdo na aula anterior. Prontamente, ele afirmou que o conteúdo seria fácil e exemplificou a probabilidade com a previsão do tempo, como pode ser observado no recorte abaixo.

Professor Lucca: Hoje nós vamos ver a probabilidade. É um assunto fácil. Estou dizendo a vocês que é fácil porque é fácil. Às vezes, quando vocês estão escutando o repórter, aí tem alguém que fala assim “a probabilidade de...” não é verdade? O pessoal do interior diz assim: “rapaz, a turma quer saber mais do que Deus!! Não sabe, não!!” Mas, vou explicar. Mas a menina (referindo-se à repórter) não que diz que vai chover não, ela diz assim: “A probabilidade de chuva amanhã é muito grande” porque ela... Ela usa as máquinas. Então, vamos lá. Se quiserem, podem copiar, por favor.

Figura 3.

Recorte 1 da aula do professor Lucca

A partir dessa fala de Lucca, podemos verificar proposições que consideramos relevantes. Primeiramente, o professor Lucca acredita na “facilidade” do conteúdo Probabilidade e, considerando sua fala: “estou dizendo a vocês que é fácil porque é fácil”, o professor parece necessitar de que os alunos também acreditem nessa premissa, o que pode gerar uma expectativa em ambos, no que diz respeito à dimensão (vale lembrar que a expectativa é um dos elementos que compõe o contrato didático). Após esse momento, um curto diálogo nos conduz a uma reflexão que consideramos igualmente relevante:

Aluno A: professor, esse conteúdo tem muito cálculo?
Prof. Lucca: não.
Aluno A: então vai ser de boa.

Figura 4.

Recorte 2 da aula do professor Lucca

Desse trecho, cabe a análise sobre algumas vertentes e suas influências: 1. O professor afirma que Probabilidade não tem muito cálculo; 2. O aluno acredita que será melhor pelo fato de não ter muito cálculo (o cálculo dificultaria a aprendizagem?); 3. A expectativa em relação à Matemática. Ou seja, temos aqui uma regra do contrato didático estabelecido entre o professor Lucca e sua turma: não haver “muito cálculo” no conteúdo a ser ensinado é algo *bom*. Para além

dessa regra contratual, a partir da resposta atribuída ao aluno, parece evidente certo alívio, pois já existe uma expectativa relacionada à própria Matemática: matemática significa calcular.

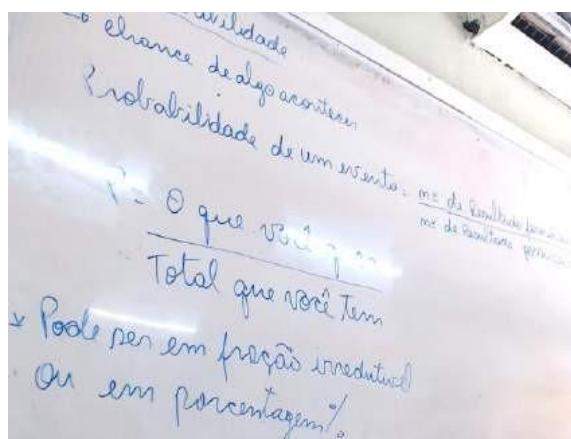


Figura 5.

Registro 1 da aula do professor Lucca

Ao iniciar sua explicação a partir do que tinha registrado na lousa, Lucca propõe à turma duas alternativas para apresentar a resposta de um problema que envolva Probabilidade (fração irreduzível e porcentagem). Durante sua explicação, ele conduz os alunos a seguirem uma regra contratual, que é a de apresentar a resposta conforme ele deseja que seja feito, como pode ser observado no trecho abaixo.

Professor Lucca: se eu pedir, se eu pedir (*ênfatisa em tom mais alto*), no exercício que eu queira em porcentagem, aí vai ter que achar a porcentagem.

Figura 6.

Recorte 3 da aula do professor Lucca

Lucca estabelece uma negociação com os alunos, colocando a resposta em porcentagem de uma possível questão de Probabilidade em segundo plano, sendo aceitável apenas quando for solicitado por ele que assim seja feito (apresentar a resposta em termos percentuais). Essa **regra** explícita do contrato influenciará diretamente a compreensão dos conceitos probabilísticos.

Após sua explicação verbal, Lucca abordou algumas questões que envolveram lançamento de moedas, lançamento de um dado de seis faces, sorteio de um número de uma roleta (número pares e ímpares, múltiplos e primos). Uma das questões solicitava a probabilidade de cair a face 2 ao lançar um dado. Então Lucca joga o dado para cima, na expectativa de o objeto cair com a face que representa o algarismo 2 (dois) voltada para cima. Ele realiza três tentativas e em nenhuma delas ocorre o que ele esperava. Prontamente, ele

argumenta “esse dado está viciado”, complementando que não é fácil acontecer a situação desejada. Percebe-se que a **expectativa** de Lucca é rompida, então, ele dá uma resposta que foge à dimensão matemática, mas que atenua a sua frustração, por conta da ruptura de sua expectativa. O professor recorre, então, novamente à fórmula clássica e chega em $\frac{1}{6}$ (um sexto) como resultado, afirmando para os alunos a facilidade daquele caminho.

A ênfase na facilidade da fórmula e a preferência por conduzir toda a aula pela aplicação matemática da fórmula de Probabilidade, a partir da abordagem clássica, demarcam indícios que representam a categoria **determinismo (FO1)**, visto que suas ações, suas falas, dos exemplos e das questões abordadas, podem levar o aluno unicamente ao caminho da exatidão, dificultando, por exemplo, a determinação do grau de previsibilidade dos experimentos aleatórios.

Além disso, as situações contextualizadas por Lucca nas questões apresentadas apontam na direção do **Reduccionismo (FO2)**, visto que as atividades propostas e trabalhadas são acontecimentos eletivos que, apesar de serem as mais abordadas nos livros didáticos, podem dificultar aplicações probabilísticas aos contextos reais da vida. Ademais, os contextos utilizados não contemplaram uma abordagem interdisciplinar, o que direciona à situação para a categorização no **Isolamento curricular (FO4)**, pois tende a não possibilitar sua compreensão a partir das aplicações em outras áreas como Genética, Economia e Meteorologia e isola-se apenas nos campos/conteúdos matemáticos.

Queremos destacar um ponto que nos remete fundamentalmente à ideia de contrato didático. Ao utilizar, reiteradamente, as palavras “fácil”, “facilidade”, o professor parece ter a expectativa de que os alunos se engajarão mais na atividade se elas forem “fáceis”, o que parece não ser muito comum em matemática, por ter muitos cálculos (como evidenciado no diálogo com o aluno).

Outra questão proposta solicitava a probabilidade de sair um número par ao girar uma roleta numerada de 1 a 20. Ao fazer a correção dessa questão coletivamente, Lucca escreve todos os numerais naturais de 1 a 20 no quadro, e ao resolver a questão pela aplicação da fórmula clássica, realiza uma simplificação da fração encontrada e argumenta que a questão “mostra de cara” a possibilidade de “cortar os zeros”.

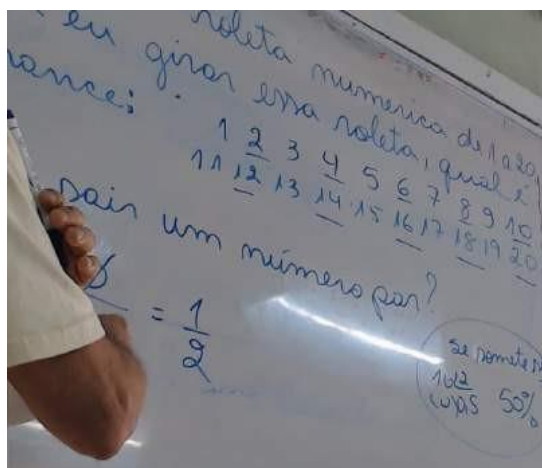


Figura 7.

Registro 3 da aula do professor Lucca

Essa prática de Lucca corresponde à **expectativa** de que os alunos já saibam “cortar os zeros” da fração e, conseqüentemente, também compreendam o significado dessa ação. Novamente, realiza a divisão para chegar nos termos percentuais e enfatiza o acordo: “escrever como se fosse porcentagem”. Ainda desse momento, considera-se que a escolha didática de Lucca, sobre a não explicação e exploração do espaço amostral, uma vez que ele escreve todas as possibilidades (numerais naturais de 1 a 20) e não fala sobre o que vem a ser aquele conjunto, é uma situação que aponta na direção de possíveis erros associados aos sentidos atribuídos às previsões.

A **não descrição do espaço amostral** pode ser considerada um fator que possa se constituir como um obstáculo didático (*F06*), fator que não se encontra no mapeamento realizado, mas que acreditamos que pode interferir na compreensão dos conceitos probabilísticos, visto que a solução de um problema probabilístico se inicia pela análise das possibilidades, ou seja, é a partir desse reconhecimento que é possível quantificar e estimar valores (Cavalcante, 2021).

Outro fato recorrente na aula de Lucca é a exploração de experimento probabilísticos apenas equiprováveis. Esse fato remete à categoria **ilusão da equiprobabilidade** (*F05*), que pode ser desenvolvida, além da abordagem única de contextos equiprováveis, pela falta de análise do espaço amostral, pelo equívoco na compreensão do conceito de aleatoriedade e no trabalho sobre a dependência de eventos.

Durante a correção dos exercícios, Lucca optou por utilizar exclusivamente a Probabilidade clássica. Identificamos que essa situação representa a categoria **unicidade de abordagem** (*F03*) e, assim como afirma Corrêa (2010), essa ideia não favorece superação da

lógica dicotômica do sim/não, e pode se constituir como um elemento dificultador da compreensão do que vem a ser a incerteza, campo onde atua a Probabilidade.

Professora Maria

A professora Maria chegou para dar início à sua aula, todavia, alguns alunos ainda estavam do lado de fora da sala. Ela os convidou, então, para entrar na sala e os cumprimentou. Ao entrar na sala, pediu para que os alunos organizassem as carteiras em filas e explicou-lhes que o conteúdo a ser trabalhado naquela aula seria Probabilidade.

Olhando para suas anotações no celular, a professora começou a escrever na lousa e pediu para que seus alunos copiassem nos seus respectivos cadernos. Ao perceber que a sala continuava fazendo barulho e que alguns alunos ainda não tinham aberto o caderno para copiar, Maria ressaltou que estava cansada, promovendo o seguinte diálogo:

<p>Professora Maria: tô cansada hoje, viu? CANSADA! (<i>ênfatisando em tom mais alto</i>). Bora lá, aluno B, bora lá!</p> <p>Aluno B: tia, nem a matéria estou achando, quem dirá fazer.</p> <p>Professora Maria: triste fim</p> <p>Aluno B: achei agora porque a senhora falou.</p> <p>Professora Maria: e foi?</p>

Figura 8.

Recorte 1 da aula da professora Maria

O diálogo acima expressa uma expectativa da professora quanto à empatia de seus alunos pelo seu cansaço. Essa expectativa não diz, necessariamente, do contrato didático (uma vez que não tem a ver com o saber matemático), mas aponta para o engajamento da turma na aula, ao respeitarem seu cansaço. Para ela, dizer que estar cansada e enfatizar esse adjetivo, faria com que seus alunos apresentassem um comportamento de quietude na aula. Mesmo assim, o aluno B disse que não encontrou onde deveria escrever no caderno e então Maria retrucou dizendo: “triste fim”, tentando encerrar o diálogo e se voltando novamente para a lousa.

Alguns minutos depois, a professora iniciou a sua explicação verbal. Maria lembrou novamente que o conteúdo a ser visto naquela aula era Probabilidade e antes de ter atribuído diretamente alguma definição, ela argumentou que esse conteúdo é visto no cotidiano, dando como exemplo a loteria.

<p>Professora Maria: Óh, o conteúdo que a gente vai ver hoje é o conteúdo de Probabilidade. Probabilidade é um conteúdo que vocês vêm no cotidiano de vocês, vou dá um exemplo. A loteria, quem aqui gostaria de acertar o número da loteria? Quem não quer? Quantos milhões! Mas, a loteria envolve probabilidade, por quê? É a chance de algo acontecer por exemplo, você escolhe seis números dentro de sessenta, então existe uma probabilidade daqueles seis numeruzinhos saírem, certo? Cada número daquele tem uma probabilidade bem pequeninha, então o conteúdo de Probabilidade está envolvido na loteria.</p>

Figura 9.

Recorte 4 da aula da professora Maria

Ao ter citado o exemplo da loteria e de seus alunos comentarem em tom baixo ou fazendo expressões que demonstraram lembrar desse contexto, ela argumentou que a loteria, aquilo que os alunos lembraram naturalmente, envolve Probabilidade. Em uma pergunta retórica (fez a pergunta e ela mesma respondeu), afirmou que a Probabilidade é a chance de algo acontecer, e, voltando ao exemplo, disse que cada número daquele tem uma probabilidade “bem pequeninha” de sair, utilizando o diminutivo para enfatizar as baixas chances de acertar os números em sorteios da loteria, “como na mega da virada”, conforme lembrou um aluno.

Os alunos estavam focados na aula e pareciam empolgados com a discussão. A professora Maria, então, atribuiu outro exemplo, dessa vez relacionado às apostas de jogos de futebol, que estavam corriqueiramente sendo realizadas, a partir da criação e divulgação de novas plataformas digitais de apostas de jogos.

Professora Maria: outro exemplo, quem aqui já apostou na vida? Aposta de jogo, por exemplo.
Aluno C: eu já!
Professora Maria: Por exemplo, os jogos do Brasileirão. As plataformas, tem o Beta, num sei o que... que você vai lá e aposta no time. Por exemplo, Corintinhans versus Palmeiras, aí você olha a tabela do brasileirão, **você enxerga probabilidade**. Dentro do que? Dentro dos saldos de gols. Veja só, se o Corinthians é líder do brasileirão e o Palmeiras tá em sexto lugar, quem aí tem a probabilidade maior de ganhar?
Alunos: Corinthians! *(a maioria dos alunos responde)*
Aluno C: Palmeiras *(todos ficam rindo)*
Professora Maria: a probabilidade maior é do Corinthians.
Aluno B: ele está na frente.
Professora Maria: isso, ele tá na frente. Mas pode acontecer do Palmeiras ganhar?
Alunos: pode! *(a maioria dos alunos responde)*

Figura 10.

Recorte 5 da aula da professora Maria

Durante o diálogo, a professora Maria afirma, a partir de seu exemplo, que é possível olhar a tabela formada pelo saldo dos gols dos times em algum campeonato e “enxergar a probabilidade”. Complementou sua fala exemplificando um jogo Corinthians versus Palmeiras, afirmando que o primeiro time é líder do Brasileirão (campeonato brasileiro de futebol) e o outro time se encontra em sexto lugar. Então, só a partir dessa informação perguntou em qual time os alunos apostariam.

A maioria dos alunos responderam “Corinthians”, baseados na informação dada pela professora. Um aluno, entretanto, ao querer demonstrar sua torcida pelo outro time, respondeu: “Palmeiras”. Ao ter notado que seus alunos compreenderam a ideia de Probabilidade como a

medida da chance, Maria concordou com a resposta dos seus alunos, questionando “pode acontecer do Palmeiras ganhar?”, e a maioria novamente respondeu que sim.

Embora a afirmação de Maria fizesse referência aos saldos dos gols, a escolha didática da professora, por afirmar que é possível enxergar Probabilidade na ação de olhar a tabela, pode levar o aluno à interpretação de que não há necessidade de uma análise mais aprofundada para realizar previsões e tomar decisões baseadas nos conceitos probabilísticos em outros contextos. Por isso, essa situação pode direcionar a um *F02- Reduccionismo*.

Os diálogos estabelecidos entre a professora Maria e seus alunos pareceram ser fluídos e constantes em suas aulas, ou seja, os alunos aceitaram a responsabilidade de responder as perguntas feitas pela professora Maria, numa espécie de negociação. Além disso, Maria conduziu a aula a partir de seus questionamentos, construindo ideias e partindo de seus exemplos para, junto com seus alunos, apresentar definições, o que gerou grande expectativa nas respostas atribuídas pelos alunos, sendo, a partir delas, reorganizadas ou não o planejamento da aula.

Em outros momentos, a professora repetiu o mesmo hábito: sempre reproduzindo as falas dos alunos e as suas, para concluir o que estava sendo dito. Essa validação da professora parecia já ser esperada pelos alunos e aconteceu a todo momento. Se ela repetia, então a resposta atribuída estava correta, como mais uma regra implícita do contrato.

Para definir a ideia de equiprobabilidade em um espaço amostral, a professora Maria retornou ao exemplo dos jogos de futebol. Para tanto, ela afirmou que alguns aspectos dispostos para ambos os times eram iguais e, portanto, eles possuíam as mesmas chances em uma partida. Enfatizou a igualdade da quantidade de jogadores em ambos os times e a unicidade do instrumento do jogo (a bola).

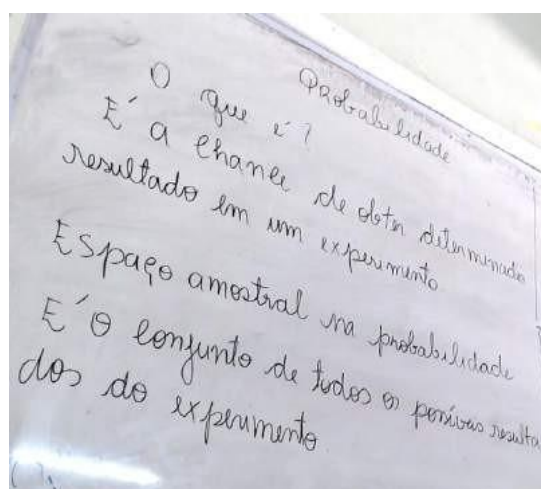


Figura 11.

Registro 1 da aula da professora Maria

Após ter feito a discussão na sala, sobre os conceitos probabilísticos, Maria prosseguiu para o próximo passo da aula: a realização de um jogo de apostas, envolvendo o lançamento de dois dados. Segundo ela, o objetivo do jogo era o de “fixar melhor” as explicações dadas por ela durante a aula. Com o intuito de saber se os alunos já haviam jogado algum jogo semelhante, a professora perguntou à turma se todos já teriam jogaram Adedonha ou Stop. Então, um aluno pergunta se trata-se daquele que envolve nomes, ou seja, um jogo que envolve um sorteio de uma letra do alfabeto e todos os participantes devem escrever, no menor tempo possível, palavras que relacionem às categorias já estabelecidas no começo do jogo (por exemplo: nome, lugar, objeto etc.), que se inicie pela letra sorteada. Após todos escreverem suas palavras ou algum participante que já completou o jogo falar “stop”, em voz alta, e a rodada encerrar, a pontuação é feita da seguinte forma: se o participante não escreveu nenhuma palavra naquela categoria, ganha zero ponto; se o participante escreveu uma palavra também escrita por outro(s) participante(s), ele ganha cinco pontos; caso o participante tenha escrito uma palavra que nenhum adversário utilizou, ele ganha dez pontos. A professora diz que é outro jogo, mas tem esse nome também. Nesse caso, trata-se não de palavras, mas de palpites numéricos, a partir da soma obtida das faces do dado, após o lançamento simultâneo de dois dados de seis faces, em que cada palpite tem uma pontuação, variando de zero à três.

O convite para a realização do jogo foi feito como pode ser observado no diálogo acima apresentado: “o que é que a gente vai fazer?”. O destaque dado no termo “a gente” remete à ideia da participação de todos, inclusive da professora. Maria, ao convidar seus alunos para o jogo, talvez se inclua na ação, criando a expectativa de um jogo dinâmico e participativo.

A professora conduziu os alunos, informando onde e como deveria ser escrita a tabela do jogo; pediu que todos escrevessem individualmente em seus respectivos cadernos e usassem caneta, sendo essa a condição para a realização do jogo. Quanto às regras escritas na lousa, afirmou que não era necessário escrever no caderno, uma vez que escrevera na lousa apenas para a visualização das regras. As regras do jogo, moldadas pelos termos estabelecidos pela professora, constituem uma negociação entre Maria e seus alunos, ou seja, só seria possível jogar se cada aluno se compromettesse em: escrever a tabela no caderno, utilizar canetas, seguir as regras do jogo.

Para a premiação, Maria retirou quatro chocolates da bolsa, deixando essa decisão (a distribuição da quantidade de chocolates para o(s) vencedor(es)) com a turma. Então, ela questionou a turma se todos os chocolates iriam para quem obtivesse mais pontos ou se fariam outro tipo de distribuição, como, por exemplo, dois chocolates para quem ficasse em primeiro

lugar e dois chocolates para quem ficasse em segundo lugar. Essa atitude da professora, a partir das ideias sugeridas por ela e por alguns alunos da turma, demonstrou uma negociação feita na aula em relação à premiação do jogo. Portanto, a maioria dos alunos escolheu ser da seguinte forma: dois chocolates para o primeiro lugar, um chocolate para o segundo lugar e um chocolate para o terceiro lugar.

Os alunos foram dando os palpites e realizando as jogadas. Maria optou, em virtude da gestão do tempo da aula, por realizar cinco rodadas. Após o encerramento do jogo, copiou uma tabela no quadro que expressava todas possíveis somas ao lançar dois dados. Em seguida, perguntou aos alunos quais os números que mais apareciam e foi circulando, para realizar a contagem em conjunto.

Análise de episódios: “o lançamento de um dado de papel”

O primeiro episódio versa sobre um acontecimento da aula do professor Lucca: o lançamento de um dado de papel e a expectativa da saída da face dois cair virada para cima. Esse acontecimento se iniciou com a discussão de uma questão proposta em sua aula (se eu jogar um dado, qual a probabilidade de sair a face 2?). Em uma tentativa de demonstrar o experimento, Lucca pegou um dado de papel e começou a realizar lançamentos, fazendo algumas ponderações em cada um deles, como pode ser observado no recorte abaixo.

<p>Professor Lucca: Nós temos o número 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Mas ele quer que dê só o número 2. Ele gostaria de uma probabilidade de ser o número 2. Se você pegar esse aqui e jogar ele assim...</p> <ul style="list-style-type: none">- Deu 5, não deu 2 (<i>primeiro lançamento</i>);- Vamos ver agora, 6 (<i>segundo lançamento</i>);- 6 de novo, rapaz, esse dado tá viciado (<i>terceiro lançamento</i>).

Figura 12.

Recorte 1 do episódio 1

A conclusão estabelecida por Lucca após realizar três lançamentos (o dado está viciado) pode apontar na direção de alguns equívocos na compreensão dos conceitos probabilísticos. O primeiro ponto diz respeito a um fator obstaculizador já observado na aula do professor Lucca: ele opta por utilizar uma abordagem probabilística, não perpassando pelo viés frequentista. Contudo, os caminhos metodológicos de sua aula levam diretamente à aplicação da abordagem clássica (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis). Esse fato é reforçado quando Lucca se dirige ao quadro para aplicar a fórmula, após não ocorrer o esperado nos lançamentos realizados, como observado no recorte abaixo.

Professor Lucca: então observe que não é fácil não, aí acontece... vê como é fácil (*se volta ao quadro e começa a escrever a fração correspondente a probabilidade clássica*) as possibilidades, a probabilidade é o seguinte. Ele quer só o número 2, só tem 1. O número 2 só tem 1, e a quantidade são 6. Então, vai terminar aqui, óh, um sexto (*conclui a escrita da fração no quadro*).

Figura 13.

Recorte 2 do episódio 1

A partir dessa situação e partindo da expectativa que os alunos têm em relação ao professor, ou seja, confiar que as conclusões e as falas dele são verdadeiras, percebemos que as compreensões geradas a partir da atitude de Lucca são: só é necessário lançar o dado três vezes, mas se não obtiver o resultado desejado, o dado está viciado; não há ligação entre a realização do experimento e a resposta numérica que pode ser encontrada ao aplicar na fórmula clássica; não é fácil realizar o experimento e esperar o evento desejado, é mais fácil recorrer diretamente à aplicação na fórmula clássica.

Além disso, infere-se que, a partir dos argumentos utilizados pelo professor, para não ser considerado difícil, o evento desejado deveria ocorrer nos primeiros lançamentos, trazendo à tona uma aleatoriedade explicada muito mais a partir da ideia de sorte e/ou azar. Portanto, a escolha didática de Lucca dificulta à compreensão dos fenômenos probabilísticos, bem como sua interpretação.

Um dos elementos contratuais que nos chama particular atenção nesse episódio trata da negociação. Quando Lucca cria a expectativa da saída da face 2 (dois), realiza três lançamentos, infere conclusões (por exemplo, o dado está viciado), volta-se ao quadro para recorrer à fórmula clássica e enfatiza, assim como em outros momentos da aula, a facilidade dessa aplicação, ele negocia cláusulas da relação contratual.

Essas atitudes do professor apontam na direção dos obstáculos didáticos e podem funcionar como um empecilho à evolução do pensamento probabilístico, já que houve a ênfase no determinismo matemático e a exclusão de outras formas de abordagem da probabilidade. Nesse sentido, observa-se que nesse episódio há um direcionamento para emergência de obstáculos didáticos, desde sua idealização. Dessa maneira, a situação planejada não era potencialmente boa, desde seu planejamento.

Análise de episódios: “o jogo do “chute”

O segundo episódio versa sobre a utilização do termo “chutar”, na realização do jogo que a professora Maria levou para sua aula. Ao iniciar o jogo, ela afirmou para os alunos que essa etapa da aula tinha o propósito de “fixar melhor”, referindo-se à explicação do conteúdo dada nos minutos anteriores. Prontamente, ela começou a copiar na lousa as regras do jogo e estabeleceu um quadro com três colunas (rodada, palpite e pontos) e onze linhas (referindo-se às nove rodadas do jogo, aos títulos e a pontuação total), conforme pode ser observado na imagem a seguir.

RODADA	Palpite	Pontos
1º		
2º		
3º		
4º		
5º		
6º		
7º		
8º		
9º		
Total		

Figura 14.

Registro 1 do episódio 2

Quando a professora foi explicar as regras do jogo, utilizou o termo “chutar”, na sua explicação, para designar a ação que os alunos deveriam executar em cada rodada. Em seguida, ela completou dizendo que eles deveriam “dar um palpite”, realizando, em seguida, uma rodada teste, conforme o recorte abaixo.

Professora Maria: óh, ver só, qual é a ideia do jogo? é vocês tentarem... eu vou jogar o dado, os dois dados, óh, presta atenção, eu vou lançar esse dado duas vezes, certo? Aí aqui você vai chutar, você vai dar um palpite. Você vai dizer assim “ah, eu acho que a soma dos dois dados vai ser 6”. Ah, eu joguei os dados... chuta aí um palpite, diga aí.

Aluno C: 6.

Aluno B: 10.

Aluno D: 9.

Aluna A: 2.

Professora Maria: Calma! Óh, 9, ele chutou 9, aí eu vou rodar aqui (*executa os lançamentos dos dois dados*). Rodei, aí caiu 2 e 1, deu quanto?

Alunos: 3. (*alguns alunos respondem*)

Professora Maria: 3! Dois e um dá 3!

Figura 15.

Recorte 1 do episódio 1

A utilização da expressão “chutar”, como podemos ser observados nos trechos “aqui você vai chutar” ou “chuta aí um palpite”, não potencializa a criação de ideias que proporcionem a reflexão sobre estratégias do jogo, na dimensão do pensamento probabilístico. Esse fato se dá porque o termo “chute”, no sentido coloquial, refere-se à tentativa de atribuição de uma resposta, sem haver conhecimento do assunto, apontando para a estratégia de tentativa-e-erro.

Esse fato pode direcionar à emergência de obstáculos didáticos, que podem estar relacionados com a forma como a professora conduziu a aula. É importante compreendermos a existência de uma regra contratual já sedimentada no contexto educacional, que diz respeito à relevância de atender aos comandos do professor. Os alunos, geralmente, ao acreditarem na veracidade das informações trazidas pelo seu professor, seguem na direção determinada por ele. Logo, se o professor falou que ele deve chutar um palpite, é o que ele irá fazer, associando ao que ele conhece comumente ser um chute.

Portanto, o fato de, durante toda a realização do jogo, os alunos chutarem os números referentes à soma dos pontos dos dados, demonstra que a forma como Maria negociou a situação não induz a uma reflexão com base no pensamento probabilístico. Além disso, ao terminar as rodadas, Maria desenhou um quadro que indicava todas as possíveis somas nos lançamentos simultâneos de dois dados (ver figura 16). A partir desse momento, Maria perguntou aos seus alunos qual número mais se repetia dentro do quadro, realizando círculos em volta daqueles que eram indicados pela turma.

1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11

Figura 16.

Registro 2 do episódio 2

Para além do que mencionamos, utilizar a expressão “aleatório”, como forma de sorte ou azar, não contribui para o desenvolvimento do pensamento probabilístico e fere a dimensão do acaso. A expressão “chute” segue os mesmos caminhos, visto que, quando o aluno chuta uma resposta, sendo essa a regra explicitada pela professora para a execução do jogo, ele não está sendo instigado a refletir sobre, nem a associar os conceitos contemplados em aula, com o que está sendo trabalhado no jogo.

Nesse caso, diferentemente do episódio 1, a situação didática planejada e vivenciada por Maria era potencialmente boa, em relação ao desenvolvimento do pensamento probabilístico, mas as escolhas realizadas pela professora durante sua execução apontam para a possibilidade de emergência de obstáculos didáticos. Isso ocorre quando a situação, apesar de apresentar um bom planejamento e ter a potencialidade de contribuir para a compreensão de Probabilidade, não o faz, em função das escolhas docentes, ao conduzir a situação.

Considerações finais

As relações estabelecidas entre os fenômenos que emergem em uma situação didática são capazes de explicar, em larga medida, a origem de dificuldades que se perpetuam por um longo tempo, sejam essas relacionadas ao processo de ensino ou de aprendizagem. Os caminhos teóricos e metodológicos traçados nessa pesquisa tiveram a intenção de se aprofundar nessas reflexões, não apenas com o intuito de apresentar as dificuldades, mas com a intenção de apontar para as raízes dos problemas e, conseqüentemente, ser capaz de pensar sobre suas possíveis soluções.

A ideia de contrato didático e de obstáculo didático, apesar de serem idealizadas pelo mesmo pesquisador, Guy Brousseau, não foram propostas de forma conjunta, em pesquisas dessa natureza. Dessa forma, os resultados encontrados no presente estudo, além de apresentarem uma nova proposta da compreensão dos fenômenos, na inter-relação desses dois conceitos, estende os olhares para futuras investigações.

As análises realizadas a partir dos dados construídos nessa pesquisa revelam que há uma relação estreita entre os elementos contratuais didáticos e os fatores que podem favorecer a emergência de obstáculos didáticos, particularmente no contexto do saber probabilidade. Portanto, é possível pensar que alguns obstáculos (sobretudo quando tratamos de obstáculos epistemológicos) podem influenciar a negociação do contrato didático, mas, sobretudo, destaca-se que as negociações podem possibilitar, ou não, o surgimento de obstáculos, o que se revelou de forma mais evidente em nosso estudo.

As observações das aulas nos permitiram compreender que o fenômeno que denominamos emergência de obstáculos didáticos ocorre, sobretudo, na forma como o professor negocia a situação. Ou seja, podemos afirmar que foram nas nuances do elemento contratual “negociação” que encontramos aspectos mais relevantes à emergência dos obstáculos didáticos, pelo menos, nas aulas que foram observadas.

Para além do que propusemos, cabe refletir que outros fatores relacionados à proposição de uma situação didática também podem explicar o ponto de partida da emergência desses obstáculos. Nessa pesquisa, por exemplo, pudemos identificar uma situação que favorecia a emergência de obstáculos desde sua idealização (professor Lucca); e uma situação que não favorecia a emergência de obstáculos, mas que, em virtude da forma como a professora negociou a realização da atividade, foram identificados fatores que poderiam favorecer os obstáculos didáticos.

Ainda em relação aos obstáculos didáticos, enfatiza-se que os resultados dessa pesquisa revelaram um novo fator que não apareceu no mapeamento inicial. A não descrição do espaço amostral, na aula do professor Lucca. Essa hipótese que levantamos, de considerar como um dos fatores, constitui, no nosso entendimento, uma das contribuições mais importantes desse trabalho, uma vez que aponta para novos desdobramentos, em relação ao processo de ensino e de aprendizagem da probabilidade.

Apesar de nossa pesquisa ser direcionada ao contexto da Educação Básica, especificadamente ao último ano do Ensino Fundamental, as discussões feitas apontam que é preciso que nos debruçemos sobre o currículo da formação inicial e sobre as formações continuadas, que precisam ser espaços que conduzam os professores a refletirem sobre os saberes que serão ensinados e sobre suas escolhas didáticas.

Ainda sobre as particularidades desse saber, nossas discussões trazem uma reafirmação do que foi descoberto por outras pesquisas, no sentido de compreender a forma de pensar em probabilidade como um dos desafios no ensino de matemática. Esse aspecto se dá, uma vez que o pensamento matemático geral e o pensamento probabilístico, pertencente a esse campo maior, apresentam especificidades que precisam ser compreendidas e concepções que precisam ser ressignificadas para a aprendizagem do saber Probabilidade: o determinismo e o acaso.

Referências

Almeia, C., & Farias L. (2016) *Uma análise do conceito de probabilidade nos livros didáticos no ensino médio a luz da teoria antropológica do didático*. I Simpósio Latino-americano de Didática da Matemática.

- Almeida, F. (2016) *O Contrato Didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita*. [Tese de doutorado em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco].
- Bachelard, G. (1996). *A Formação do Espírito Científico*. Contraponto.
- Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas* (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). SEF/MEC.
- Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas* (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). SEF/MEC.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>.
- Brasil. Ministério de Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica (2002). *PCN+Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*.
- Brito Lima, A. (2006). *Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino Fundamental*. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco].
- Brousseau, G. (1983) Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 4, n. 2, p. 165- 198.
- Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherche en didactiques des mathématiques*, v. 7, n. 2, p. 33-115.
- Brousseau, G. (1988). *Les obstacles épistemologiques en la didactique des mathématiques*, in: Coloque international: Construction des savoirs- Obstacles et conflits. Montreal: Ed. Agence d'ARC inc.
- Brousseau, G. (1996). *Fundamentos e Métodos da didáctica da Matemática*. In: Jean Brun. *Didáctica das Matemáticas*. Instituto Piaget.
- Brousseau, G. (1998). *Le contrat didactique: l'enseignant, l'élève et le milieu*. In. *Théorie des situations didactiques*. Editions La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2008). *Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino* / Guy Brousseau; Apresentação de Benedito Antonio da Silva; Consultoria Técnica de José Carlos Miguel; [Tradução Camila Boga]. Ática.
- Brum, W. & Silva, S. (2015) *Obstáculos no Ensino de Matemática: o posicionamento de professores de matemática sobre a fonte de obstáculos durante a apresentação do tema probabilidade*. *Itinerarius Reflectionis*, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 1-23.
- Cavalcante, J., Lima, A. & Andrade, V. (2021). *O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência*. *Educação Matemática em Pesquisa*, v.23, n.1, p. 58-78.
- Chevallard, Y., Bosch, M & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Artes Médicas.
- Cury, H. (2013). *Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 2. Autêntica Editora.

- Eloi, Q., & Andrade, V. (2020) *Relações entre o Livro Didático e o Contrato Didático: a proposição do Contrato Didático Potencial*. Educação Matemática Pesquisa, v. 22, n. 1, p. 231- 252.
- Figueiredo, A.; Lima, G. & Bianchini, B. Pensamento Probabilístico. In: Bianchini, B.; Lima, G. (org.). *O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem*. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2023. Cap. 11. p. 399-426.
- Gomes, M. (2002). *Obstáculos Epistemológicos, Obstáculos Didáticos e o Conhecimento Matemático nos Cursos de Formação das séries iniciais do Ensino Fundamental*. Contrapontos, n. 6, p. 423- 437.
- Jonnaert, P. (1994). *À propos du contrat didactique!* In: Cahiers de Recherche en Éducation. Vol. 1, n 2, p. 195-234. Éditions du CRP.
- Jonnaert, P. & Borght, C. (2002). *Criar Condições Para Aprender: O Sócio Construtivismo na Formação de Professores*. Artmed Editora.
- Laplace, P. (2010). *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Editora Contraponto.
- Pais, L. (2019). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 3. ed. Autêntica.
- Pietropaolo, R., Silva, A. & Campos, T. (2015). Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 1269-1276.
- Rufino, M., & Silva, J. (2019). Aprendizagem Significativa de Probabilidade: Um olhar sobre a compreensão dos professores do Ensino Fundamental. *REVISTA DYNAMIS*, v. 25, n. 3, p. 115- 137.
- Vergnaud, G., & Cortes, A. (1986). *Introducing Algebra to "Low-level" Eighth and Ninth graders*. Proceedings of the Xth International Conference of Psychology of Mathematics Education, p. 319-324.
- Viali, L. (2008). Algumas Considerações sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 8, n. 16, p. 143-153.