

**O conceito de números racionais nos ensinos médio e superior: uma revisão sistemática de literatura na américa latina**

**The concept of rational numbers in secondary and higher education: a systematic review of the literatura in latin america**

**El concepto de números racionales en la educación secundaria y superior: una revisión sistemática de la literatura en américa latina**

**Le concept des nombres rationnels dans l'enseignement secondaire et supérieur : une revue systématique de la littérature en Amérique Latine**

Aline Mendes Penteado Farves<sup>1</sup>  
Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)  
Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física  
<https://orcid.org/0000-0003-2428-0679>

Marcia Maria Fusaro Pinto<sup>2</sup>  
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)  
Doutorado em Educação Matemática  
<https://orcid.org/0000-0001-5308-0487>

**Resumo**

Este artigo traz resultados de uma pesquisa de doutorado, sendo que o foco é o ensino e aprendizagem do conceito de números racionais, relevante tanto no contexto escolar quanto em atividades cotidianas. A complexidade do tema tem despertado interesse de diversas pesquisas ao longo dos anos, pois alunos do ensino médio e do ensino superior continuam sem compreender o conceito, embora esse tenha sido introduzido já nas séries iniciais. O objetivo principal da pesquisa é realizar uma Revisão Sistemática de Literatura da produção da América Latina nos últimos dez anos, acerca do conceito de números racionais após seu estudo no ensino fundamental, ou seja, no ensino médio e no ensino superior. Dentre as finalidades da pesquisa, está a busca por identificar quais temáticas estão presentes nas investigações, com a intenção de conhecer a natureza das questões percebidas em sala de aula ao utilizar o conceito, bem como as lacunas deixadas e as tendências recentes no campo da pesquisa em educação matemática. Observando as etapas de uma Revisão Sistemática de Literatura, o corpus analisado constituiu-se de 45 artigos. Com essa análise, foi possível identificar 4 temáticas principais: Razão e Pensamento Proporcional; Operações com Números Racionais;

---

<sup>1</sup> [aline.penteado@ifrj.edu.br](mailto:aline.penteado@ifrj.edu.br)

<sup>2</sup> [marciafusaro@gmail.com](mailto:marciafusaro@gmail.com)

Representações dos Números Racionais; e Conceito de Números Racionais e suas Interpretações.

**Palavras-chave:** Revisão sistemática de literatura, Números racionais, Frações, Ensino médio, Ensino superior.

### **Abstract**

This article brings results from a doctoral research, focusing on teaching and learning of the concept of rational numbers, relevant both in the school context and in everyday living activities. The complexity of the subject has aroused the interest of several researchers over the years, considering that high school and college students still do not understand the concept, although it has been introduced in the early grades. The main objective of this research is to conduct a Systematic Review of the Latin American Literature in the last ten years, on the concept of rational numbers after its study in elementary school, that is, in high school and in higher education. Among the purposes of the research is the pursuit to identify which themes are present in the investigations, with the intention of knowing the nature of the issues perceived in the classroom while using the concept, as well as the gaps left and recent trends in the field of mathematics education research. By observing the stages of a Systematic Review of Literature, the analyzed corpus consists of 45 articles. With this analysis it was possible to identify 4 main themes: Ratio and Proportional Reasoning; Rational Number Operations; Rational Number Representations; and The Concept of Rational Numbers and their Interpretations.

**Key words:** Systematic review of literature, Rational numbers, Fractions, High school, Higher education.

### **Resumen**

Este artículo trae resultados de una investigación doctoral, centrada en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de números racionales, relevante tanto en el contexto escolar como en las actividades de la vida cotidiana. La complejidad del tema ha despertado el interés de varios investigadores a lo largo de los años, ya que los estudiantes de secundaria y universitarios aún no comprenden el concepto, aunque ya ha sido introducido en los grados iniciales. El principal objetivo de esta investigación es realizar una Revisión Sistemática de la Literatura de la producción latinoamericana de los últimos diez años, sobre el concepto de números racionales luego de su estudio en la escuela primaria, es decir, en la secundaria y en la educación superior.

Entre los propósitos de la investigación está la búsqueda de identificar qué temas están presentes en las investigaciones, con la intención de conocer la naturaleza de las problemáticas percibidas en el aula al utilizar el concepto, así como los vacíos dejados y las tendencias recientes en el campo de la investigación en Educación Matemática. Observando las etapas de una Revisión Sistemática de la Literatura, el corpus analizado consta de 45 artículos. Con este análisis fue posible identificar 4 temas principales: Razonamiento Racional y Proporcional; Operaciones con Números Racionales; Representaciones de Números Racionales; y El concepto de números racionales y sus interpretaciones.

**Palabras-chave:** Revisión sistemática de la literatura, Números racionales, Fracciones, Escuela secundaria, Educación superior.

### Résumé

Cet article apporte des résultats d'une recherche doctorale axée sur l'enseignement et l'apprentissage du concept des nombres rationnels, important tant au contexte scolaire que dans des activités quotidiennes. La complexité du thème a suscité l'intérêt de divers enquêteurs au cours des années, car des élèves poursuivent dans l'enseignement secondaire et supérieur sans comprendre la théorie, même si elle a été introduite dans les premières années de l'école. L'objectif principal de l'étude est de réaliser une Revue Systématique de Littérature de la production de la recherche à l'Amérique latine à propos du concept des nombres rationnels après son apprentissage à l'école élémentaire, c'est à dire, à l'enseignement secondaire et supérieur, dans les 10 dernières années. Parmi les propos de l'enquête, on cite l'identification des thématiques présentes dans les récentes investigations. L'intention est de connaître la nature des problèmes aperçus en salle de cours lorsque le concept est utilisé, ainsi que les lacunes laissées et les tendances actuelles au champ de la recherche en éducation mathématique. En observant les étapes d'une Revue Systématique de Littérature, le corpus analysé comprend 45 études. Avec l'analyse des articles, 4 thématiques ont été identifiées: Raisonnement et Pensée Proportionnelle; Opérations avec les Nombres Rationnels; Représentations des Nombres Rationnels; et Le Concept de Nombres Rationnels et leurs Interprétations.

**Mots-Clés :** Revue systématique de littérature, Nombres rationnels, Fractions, Enseignement secondaire, Enseignement supérieur.

## **O conceito de números racionais nos ensinos médio e superior: uma revisão sistemática de literatura na América Latina**

O conceito de números racionais é considerado um dos mais complexos que as crianças encontram em seus anos iniciais da educação básica (Charalambous & Pita-Pantazi, 2005).

Muitos obstáculos no processo de ensino-aprendizagem deste conceito acompanham os alunos ao longo de toda a vida escolar e possuem natureza distinta, relacionada: i) à complexidade do conceito; ii) aos processos do pensamento dedutivo formal da Matemática; iii) aos processos de ensino; e iv) ao desenvolvimento cognitivo e à atitude afetiva e emocional dos alunos com relação à Matemática (Dodera et al, 2014).

A complexidade do conceito faz referência: i) aos múltiplos significados que ele assume, dependendo do contexto em que está inserido: parte-todo, medida, quociente, operador e razão, – denominado por alguns autores como “conceito multifacetado” (Behr et al, 1983); ii) às múltiplas ideias associadas: particionamento, unitização, equivalência e ordem, noção de quantidade, noção multiplicativa e estruturas para somar e subtrair (Martinie, 2007; Ventura, 2013; Wheeldon, 2008); iii) às múltiplas representações (figural – contínuo e discreto, simbólico – frações, decimais e porcentagem, e língua natural) (Paraol & Rodrigues, 2018). Assim, o conceito de número racional só pode ser compreendido de forma ampla, na articulação cognitiva das diversas representações, interpretações e ideias associadas (Martinie, 2007).

O segundo obstáculo refere-se ao fato de os alunos aplicarem propriedades e procedimentos dos números naturais para fazer inferências sobre os números racionais, denominadas de viés de número natural (Van Hoof et al, 2014). Os números racionais compreendem um novo campo numérico e, por isso, “supõem rupturas com as ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, [seu estudo] demanda tempo e uma abordagem adequada” (Brasil, 1997, p. 67).

O terceiro obstáculo refere-se ao processo de ensino e de aprendizagem, que normalmente acontece de maneira mecanizada e procedimental nos anos iniciais. O ensino de Matemática não tem conseguido que os alunos construam “um conceito de número racional que permita sua utilização mais tarde. As operações com racionais são, quando muito, mecanizadas em torno de algumas regrinhas básicas geralmente confundidas umas com as outras” (Brolezzi, 1996, p. 1).

Por fim, o quarto obstáculo retoma um âmbito particular dos alunos em contextos institucionais, relacionado a sentimentos de tensão, ansiedade e medo do fracasso que geram bloqueios de origem afetiva e repercutem no desempenho acadêmico da Matemática (Dodera et al., 2014).

Apesar das dificuldades apresentadas ao longo do processo de ensino-aprendizagem deste conceito, sua importância também pode ser notada sob diferentes aspectos: educacional, matemático, prático e psicológico (Behr et al., 1983; Damico, 2007).

Em referência ao aspecto educacional, a importância do tema números racionais é notória em currículos propostos para a educação básica. Em nosso currículo atual, é um dos tópicos transversais a quase todos os anos da escola básica (Brasil, 2017).

Quanto ao aspecto matemático, sua importância é evidenciada por: i) sustentar o desenvolvimento do raciocínio proporcional e, mais tarde, tópicos da Matemática avançada, incluindo Álgebra, Geometria e Probabilidade (Behr et al., 1983; Clarke & Roche, 2009); ii) permitir aos alunos uma compreensão mais profunda e madura sobre o conhecimento conceitual do sistema numérico (Stelzer et al., 2016); iii) manter seu caráter essencial na resolução de problemas; ou seja, muitos problemas da Matemática e de outras áreas do conhecimento (como Engenharia, Física, Química e Biologia) estão intrinsecamente relacionados a ideias sobre números racionais e podem proporcionar um contexto ideal para a aquisição de novos conceitos (Behr et al., 1983; Cabello & Mercado, 2015; Muller et al., 2020).

No aspecto prático, a compreensão e a manipulação dos números racionais são relevantes, por surgirem nas mais variadas situações cotidianas, como as que demandam medidas. Inúmeros profissionais utilizam este tipo de número em suas atividades, tais como mestres de obras, cozinheiros, enfermeiros, comerciantes, entre outros. Conceitos científicos como velocidade, temperatura, densidade são representados por números racionais.

Por fim, quanto ao aspecto psicológico, “os números racionais proporcionam uma rica arena na qual as crianças podem desenvolver e ampliar as estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual continuado” (Behr et al., 1983).

Diante de tal complexidade e importância, o conceito de números racionais é objeto de estudo de diversas pesquisas na área de ensino de Matemática, pois as dificuldades com este tipo de número se prolongam ao longo de toda a vida escolar. O objetivo principal deste artigo é trazer resultados de uma revisão sistemática de literatura nos últimos dez anos acerca do conceito de números racionais, focando seu estudo no ensino médio e no ensino superior.

Analisar a produção de artigos indexados reflete o desenvolvimento teórico do campo de pesquisa sobre o conceito de números racionais. No caso desta pesquisa, com o enfoque no ensino médio e no ensino superior. Desta maneira, é possível reconhecer, dentre os principais temas abordados nas pesquisas, a natureza das dificuldades presentes na utilização do conceito na escola, respondendo a seguinte questão: Que tendências temáticas acerca do conceito de números racionais, no ensino médio e no ensino superior, estão presentes nas pesquisas

publicadas de 2011 a 2021? A coleta dos dados foi realizada no primeiro semestre de 2021, então são consideradas apenas as publicações do primeiro semestre de 2021, conforme descrito em Autor (2022).

Consideramos relevante uma sistematização como esta, em razão de implicações potenciais que ela pode gerar no próprio processo de ensino-aprendizagem do conceito de números racionais nos anos iniciais.

A seguir, descreveremos brevemente o que é uma revisão sistemática de literatura e os procedimentos para executá-la.

### **Um modelo de revisão sistemática de literatura**

Uma revisão sistemática de literatura é caracterizada por procedimentos e regras específicas, configurando-se como “uma modalidade de pesquisa, que segue protocolos e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental” (Galvão & Ricarte, 2019, p. 2). Assim,

a revisão sistemática é um tipo de investigação científica que tem por objetivo reunir, avaliar criticamente e conduzir uma síntese dos resultados de múltiplos estudos primários. Ela também objetiva responder a uma pergunta claramente formulada, utilizando métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar as pesquisas relevantes, coletar e analisar dados de estudos incluídos na revisão. (Cordeiro et al., 2007, p. 429)

Fink (2014) destaca como características desse tipo de revisão: sistemática, um aspecto-chave, por seguir uma abordagem metodológica bem definida; explícita, uma vez que os procedimentos utilizados devem ser bem claros; abrangente, por pretender a inclusão de todo o material relevante já publicado; e reproduzível, para que outros que desejem seguir esta mesma abordagem possam reproduzi-la.

Desta maneira, entendemos que a Revisão Sistemática de Literatura cumpre dois papéis principais: um papel retrospectivo, no sentido de apontar e mapear o que já foi pesquisado acerca de determinado tema; e um papel sistemático, no sentido de ter passos predefinidos bem estabelecidos.

Neste tipo de revisão, os objetos da investigação são os estudos primários selecionados de maneira sistemática e definidos previamente. Apontaremos aqui os procedimentos adotados para a busca e a organização dos estudos primários nesta pesquisa.

Os procedimentos necessários para a busca e a organização dos estudos sobre determinado tópico, utilizados nesta pesquisa, a partir da leitura de alguns autores (Cordeiro et

al., 2007; Creswell, 2010; Donato & Donato, 2019; Okoli, 2019; Sampaio & Mancini, 2007), estão sintetizados na Tabela 1.

Tabela 1.

*Procedimentos para uma revisão sistemática de literatura*

<b>Planejamento</b>	<b>I) Delimitação do tema</b>	Identificar o tópico, definir a questão de pesquisa e o objetivo.
		Identificar as palavras-chave; escolher os descritores que serão utilizados nas buscas e os bancos de dados que serão utilizados.
<b>Seleção</b>	<b>II) Coleta dos Dados</b>	Selecionar os bancos de dados computadorizados que serão utilizados nas buscas.
		Estabelecer critérios de inclusão e exclusão, com a finalidade de selecionar apenas os textos mais apropriados.
		Realizar as buscas em bibliotecas e banco de dados computadorizados.
	<b>III) Seleção dos Dados</b>	Ler os títulos e os resumos inicialmente e fazer uma seleção prévia.
Selecionar os textos mais relevantes para responder à questão de pesquisa, aplicando os critérios de inclusão e exclusão.		
<b>Extração</b>	<b>IV) Análise descritiva</b>	Resumir os textos selecionados.
		Organizar um mapa da literatura.
<b>Execução</b>	<b>V) Apresentação da Revisão Sistemática de Literatura</b>	Reunir de forma estruturada e organizada por conceitos mais relevantes ou de maneira temática as ideias presentes nos textos selecionados. Colocar os autores em diálogo.
		Sugerir como este estudo pode constituir um acréscimo à literatura.

Mesmo havendo distinções entre as propostas dos autores para as etapas aqui indicadas, destacamos a importância de documentar os procedimentos adotados como um aspecto extremamente relevante para manter o rigor (Okoli, 2019).

A delimitação do tema inclui definir o tópico, a questão de pesquisa e o objetivo, que são etapas essenciais para o bom desenvolvimento de qualquer investigação e primordiais para se chegar ao objetivo principal (Okoli, 2019). Quando elaborados no início, têm influência no desenvolvimento da pesquisa.

Para a etapa de coleta dos dados torna-se necessário que tanto a busca quanto a seleção dos artigos sejam bem executadas, para ser possível identificar e analisar as pesquisas mais relevantes sobre o assunto em questão. Nesta etapa é necessário definir como e em que bases de dados as buscas serão realizadas. A criação de um protocolo prévio é crucial e um passo

importante para garantir a qualidade da pesquisa (Donato & Donato, 2019; Okoli, 2019). Neste protocolo incluem-se os descritores, as bases de dados, os critérios de inclusão e exclusão e as etapas a serem seguidas. Os critérios de inclusão e exclusão abrangem “tempo de busca apropriado, população-alvo, intervenções, mensuração dos desfechos de interesse, critério metodológico, idioma, tipo de estudo, entre outros” (Sampaio & Mancini, 2007, p. 86).

A etapa de seleção dos dados, compreende decidir quais estudos serão considerados para a revisão sistemática de literatura e “deve ser ampla o bastante para incluir um número suficiente de estudos que possam responder satisfatoriamente à questão de pesquisa” (Okoli, 2019, p. 19). A finalidade desta etapa é reduzir a um número tangível de se trabalhar a quantidade de estudos a serem analisados, pois normalmente a coleta de dados gera um volume de referências potencialmente elegíveis (Donato & Donato, 2019; Okoli, 2019). Nesta etapa, os critérios de inclusão e exclusão são colocados em prática para a seleção dos textos, que pode ser realizada inicialmente pelos títulos, pelos resumos e pelas palavras-chave. Em seguida é necessária uma leitura mais criteriosa dos textos selecionados.

Por fim, é necessário verificar quais tipos de dados serão extraídos em cada uma das pesquisas selecionadas, de tal forma que sejam pertinentes ao objetivo da pesquisa. Tal etapa consiste na análise descritiva e envolve a leitura completa dos artigos, seguida da organização e análise dos dados selecionados. Este processo inclui ainda uma etapa descritiva das pesquisas em geral e é importante a criação de tabelas com os dados mais relevantes (Conforto et al., 2011; Donato & Donato, 2019). Em seguida, é necessário sintetizar os dados e a partir disto responder à questão inicial de pesquisa. Ou seja, busca-se interpretar os dados coletados dos diversos textos, por meio de conclusões válidas e lógicas. Denominamos esta etapa de análise dos temas, ou seja, etapa em que os temas são definidos a partir de um mapa da literatura, que consiste em “um resumo visual da pesquisa que já foi conduzida por outros e é tipicamente representado por uma figura” (Creswell, 2010, p. 61). Retomaremos agora o percurso percorrido.

### **Procedimentos de uma revisão sistemática de literatura adotados nesta pesquisa**

Os procedimentos adotados nesta pesquisa têm início com a delimitação do tema e a identificação das seguintes palavras-chave: números racionais; frações; números decimais; ensino médio; ensino superior e suas respectivas traduções para o espanhol. Escolhemos as expressões “ensino médio” e “ensino superior”, porque estamos interessados em investigações

que tenham estes públicos-alvo, pois grande parte das dificuldades com este conteúdo persiste ao longo de toda a escolaridade.

Os descritores utilizados nas buscas nas bases de dados foram: “números racionais” ou “fracciones” ou “números decimales”; palavras sinônimas de “ensino médio” e “ensino superior”; “números racionais” ou frações ou “números decimais”; e “ensino médio” ou “ensino superior” ou “licenciandos” ou “formação inicial” ou “universitários”. Os resultados obtidos foram: “ensino médio” (421), “ensino superior” (213), “licenciandos” (53), “formação inicial” (181), “universitários” (75).

Para a coleta dos dados, restringimo-nos ao Google Scholar, por ser uma base de dados, no campo da pesquisa em educação matemática, que abarca as outras a serem consideradas. Apoiamo-nos em Silva (2020) e sua análise comparativa da pesquisa em educação estatística na América Latina entre dez bases de dados e o google scholar, concluindo que este “tem uma capacidade de localizar os textos maior do que as 10 fontes juntas” (Silva, 2020, p. 55).

Como estratégia de coleta e seleção dos dados elaboramos os seguintes critérios de inclusão e exclusão: 1) tempo de busca: de 2010 a 2020; 2) idiomas: português e espanhol; 3) população alvo: ensino médio e ensino superior; 4) tipo de texto: artigos de periódico; 5) disponibilidade: textos disponíveis em formato completo em suporte eletrônico e gratuito; 6) conteúdo matemático: conceito de números racionais ou fração ou números decimais; 7) metodologia empregada: intervenções didático-pedagógicas ou testes de habilidade individual; 8) tipo de estudo: qualitativo, quantitativo ou misto. E os seguintes critérios de exclusão: 1) artigos duplicados; 2) artigos com foco em análise de livro didático ou de questões do ENEM; 3) artigos com público-alvo na educação de jovens e adultos; 4) artigos realizados com professores; 5) artigos em espanhol de revistas espanholas.

Tabela 2.

*Descrição das etapas realizadas para a seleção dos dados*

<b>Etapas</b>	<b>Descrição</b>	<b>Português</b>	<b>Espanhol</b>	<b>Total</b>
1 <sup>a</sup>	Realizar a leitura do título e das palavras-chave, aplicando os critérios de inclusão e exclusão elencados.	136	147	283
2 <sup>a</sup>	Realizar a leitura dos resumos, aplicando os critérios de inclusão e exclusão elencados.	67	120	187
3 <sup>a</sup> e 4 <sup>a</sup>	Categorizar os textos. Excluir os textos que não era de revistas da América Latina, ou seja, de revistas da Espanha.	67	87	154

5 <sup>a</sup>	Excluir as teses, dissertações e textos de congressos e similares, pois ao final destas etapas ainda tínhamos um total de 154 textos	28	29	57
6 <sup>a</sup>	Realizar a leitura integral dos textos. Excluir 11 textos teóricos.	22	23	45

Para proceder às buscas no google scholar, foram realizadas as combinações de todos os descritores mencionados, obtendo um total de 943 registros em português e 1326 registros em espanhol.

Na Tabela 2 estão descritas as etapas para a seleção dos dados, conforme a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, a partir dos 2269 textos em português e espanhol.

Após a execução de todas as etapas, chegamos a um total de 45 artigos.

### Resultados: análise descritiva

Nesta seção apresentamos a análise descritiva, que consiste em expor as principais características dos estudos incluídos nesta revisão sistemática de literatura, para, ao final, identificarmos os temas de maior interesse na pesquisa em educação matemática no ensino médio e superior.

Com relação aos anos de publicação dos artigos, percebemos um maior volume de publicações entre os anos de 2015 a 2020, conforme a Figura 1. Como as buscas foram realizadas no primeiro semestre de 2021, não podemos considerar que tenha havido decréscimo no número de artigos neste ano, porque a pesquisa não contemplou o ano todo.

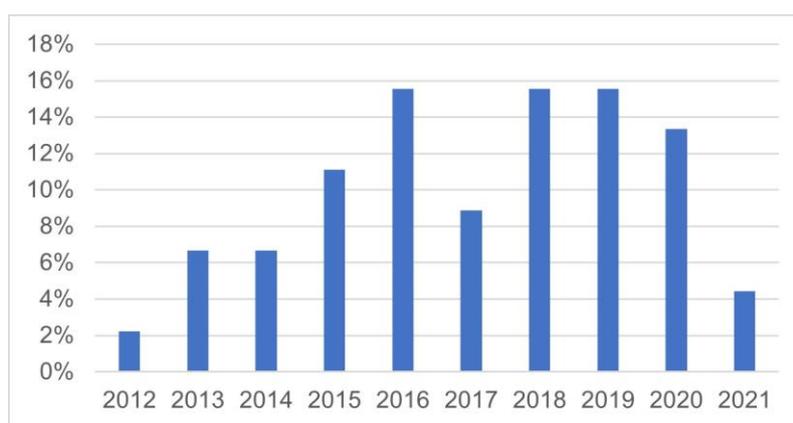


Figura 1.

*Distribuição de frequência relativa conforme o ano de publicação dos artigos*

Com relação às revistas em que os artigos foram publicados, o total de 32 veículos de divulgação aponta uma variedade considerável. Apenas uma revista teve um número maior de artigos, que foi a *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Alme), com 9 artigos (20%), seguida da *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, com 3 artigos (7%). Todas as outras tiveram 1 ou 2 publicações.

Quanto aos países em que as revistas são editadas, metade, ou seja, 16 revistas são brasileiras, seguidas por 5 mexicanas, 3 argentinas, 3 colombianas, 1 peruana, 1 chilena e 1 nicaraguense.

Em referência a critérios de qualidade das revistas, todas são indexadas e os artigos publicados são submetidos à avaliação por pareceristas. Para esta classificação utilizamos a plataforma Sucupira, do quadriênio 2013-2016, área de avaliação “ensino”. Algumas revistas não tinham qualis na área de “ensino”, mas tinham na área de Educação ou interdisciplinar e foram incluídas na tabela também.

Tabela 3.

*Distribuição de frequência por qualis*

<b>Qualis</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
A1	2	4
A2	5	11
B1	8	18
B2	11	24
B3	2	4
B4	1	2
B1 (Educação)	1	2
B4 (Interdisciplinar)	1	2
B5 (Interdisciplinar)	1	2
C (Educação)	1	2
N (revistas da América Latina que não possuem qualis)	12	27
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100</b>

Percebe-se um número considerável de pesquisas (27%) que não possui avaliação aqui no Brasil e, por isso, não estão catalogadas no Qualis CAPES. São revistas editadas e publicadas em outros países da América Latina.

Nossa escolha, restrita ao google scholar como base de dados para a busca dos textos, resultou em uma ampla representação de todos os tipos de qualis, com predominância das qualis B1 (8) e B2 (11). O maior número de pesquisas com qualis B2 ocorreu devido à Revista Alme ser o periódico com maior número de artigos.

Com relação ao nível de escolaridade dos participantes das pesquisas, incluímos aquelas cujos participantes são alunos dos ensinos médio e superior, satisfazendo aos critérios de inclusão. Dentre as selecionadas, algumas também incluíram o ensino fundamental. A distribuição de frequência por escolaridade dos participantes está registrada na Tabela 4:

Tabela 4.

*Distribuição de frequências por escolaridade dos participantes*

<b>Nível de escolaridade</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
ensino superior	25	56
ensino médio	9	20
ensinos fundamental e médio	3	7
ensinos fundamental, médio e superior	3	7
ensinos fundamental e superior	3	7
ensinos médio e superior	1	2
curso preparatório	1	2
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100</b>

A maior frequência corresponde ao ensino superior, com a seguinte distribuição dos cursos: Pedagogia (52%), Licenciatura em Matemática (26%), Engenharia (6%), Logística (3%), Medicina (3%), Licenciatura em Física (3%), Contabilidade (3%) e outros (3%).

Não causa estranheza o fato de um maior número de pesquisas ter como participantes os alunos do Curso de Pedagogia (16), pois esses futuros professores serão responsáveis por introduzir o conceito de números racionais no ensino fundamental. Isto justifica o interesse dos educadores matemáticos em investigar questões referentes ao tema “números racionais” nesses espaços de formação profissional. Em seguida, e com uma justificativa semelhante à anterior, destaca-se o curso de Licenciatura em Matemática, com 8 artigos trazendo resultados de investigação sobre números. Entendemos essa frequência também como evidência do interesse da educação matemática em investigar a formação de professores que ensinarão o conceito de números racionais.

Com relação às características teórico-metodológicas, exploramos os tipos de estudos que têm sido produzidos, os enfoques metodológicos, os procedimentos de obtenção dos dados e os referenciais teóricos.

A metodologia de pesquisa (qualitativa, quantitativa ou mista) revelou predominância de pesquisas qualitativas (40), seguida por 5 pesquisas mistas e nenhuma com abordagem puramente quantitativa.

As quatro categorias definidas para descrever o enfoque metodológico das pesquisas são: análise de instrumento e/ou ferramenta; análise de documentos; análise histórica; ou ensino-aprendizagem (Silva et al., 2015). Devido aos critérios de inclusão e exclusão dessa revisão da literatura, todas as pesquisas selecionadas e analisadas têm por foco o “ensino-aprendizagem”.

Neste foco, identificamos quatro categorias nas abordagens de pesquisa adotadas pelos pesquisadores para investigar os processos de ensino e aprendizagem dos números racionais: intervenção pedagógica; diagnóstico; proposta e análise de atividades didáticas; e processo didático-pedagógico (Silva et al., 2015). A Tabela 5 sintetiza a frequência de artigos em cada uma dessas categorias:

Tabela 5.

*Distribuição de frequências da produção científica conforme as categorias do enfoque metodológico “ensino-aprendizagem”*

<b>Categorias do enfoque metodológico ensino-aprendizagem</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
Diagnóstico	27	60
Processo Didático-Pedagógico	8	18
Intervenção pedagógica	4	9
Propostas e Análise de atividades didáticas	4	9
Diagnóstico e Proposta e Análise da Atividade Didática	2	4
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100%</b>

Mais da metade das pesquisas têm como finalidade traçar um perfil diagnóstico dos alunos do ensino médio e do ensino superior acerca de tópicos do conceito de números racionais.

É interessante observar que a maior parte das pesquisas envolvendo futuros professores (alunos dos cursos de Pedagogia e da Licenciatura em Matemática) – 24 pesquisas – não tinha como foco o processo de ensino, mas sim as concepções desses futuros professores a respeito

do conceito de números racionais. A importância dessas investigações com o foco em concepções se justifica por contribuir com resultados sobre conhecimentos que devem ser reconstruídos pelos futuros professores, que irão ensinar os conceitos. Esse entendimento evidencia-se ao percebermos que apenas 8 pesquisas têm como foco o processo didático-pedagógico, ou seja, tomam a atuação profissional do futuro professor em primeiro plano.

Com relação a procedimentos metodológicos para a obtenção de dados (entrevista, estudo de caso, questionário, pesquisa bibliográfica etc.), tivemos a seguinte distribuição, conforme a Tabela 6:

Tabela 6.

*Distribuição de frequências da produção científica conforme a classificação pela forma de obtenção dos dados*

<b>Procedimentos de obtenção dos dados</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
questionário ou teste diagnóstico ou prova em fases	18	40
sequência de atividades (resolução de problemas, sequência de ensino etc.)	9	20
encontros de formação, discussões guiadas e grupos colaborativos	8	18
uso de recursos (jogo ou tecnologia)	5	11
questionário + entrevista	3	7
Entrevista	1	2
entrevista + sequência de atividades	1	2
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100%</b>

Como era de esperar, uma vez que a maior parte das pesquisas tem um enfoque diagnóstico, o procedimento de obtenção dos dados predominante foi o uso de questionários, testes diagnósticos ou prova em fases (40%).

Quanto aos referenciais teóricos utilizados, destacamos a diversidade de perspectivas adotadas, bem como de seus autores. Dentre os quadros teóricos específicos sobre números racionais mais citados, destacam-se o desenvolvido em Kieren (1976, 1980) e em Behr et al. (1983), como descrito na Tabela 7:

Tabela 7.

*Distribuição de frequências da produção científica conforme a classificação do referencial teórico principal*

<b>Referencial Teórico Principal</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
Números Racionais - diversos autores	11	24
Conhecimento Especializado do Professor de Matemática – Shulman, Ball et al	10	22
Enfoque Ontossemiótico – Godino, Batanero e Font	4	9
Resolução de Problemas – diversos autores	3	9
Tecnologias – diversos autores	3	7
Nenhum	3	7
Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) – Duval	2	4
Uso de Jogos – diversos autores	1	2
Aspectos Intuitivos Algorítmicos – Fischbein	1	2
Teoria Antropológica do Didático (TAD) – Chevalard	1	2
Atividade Matemática – Vigotsky	1	2
Pensamento Matemático Avançado (PMA) – Dreyfus e Tall	1	2
Teoria dos Campos Conceituais (TCC) – Vergnaud	1	2
Comunidades de Prática – Wenger	1	2
Matemática Realista – Puig	1	2
Conhecimento Especializado do Professor de Matemática e Resolução de Problemas	1	2
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100%</b>

Da análise das correntes teóricas predominantes, destaca-se o “Conhecimento especializado do professor de Matemática”, seguida do enfoque ontossemiótico, da resolução de problemas e das tecnologias.

Uma observação a ser feita é que, seis dentre os dez artigos que trazem o “Conhecimento especializado do professor de Matemática” abordam a temática sobre razão e pensamento proporcional, o que pode apontar para uma dificuldade de futuros professores no processo de ensino (ou aprendizagem) deste conteúdo.

Uma categorização dos principais conteúdos investigados está organizada na Tabela 8, a partir da distribuição de sua frequência como conteúdo temático em cada artigo no corpus de pesquisa selecionado:

Tabela 8.

*Distribuição de frequências conforme conteúdo principal dos artigos*

<b>Conteúdo</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
Conceito de fração, números racionais, números decimais e porcentagem	17	38
Subconstructos do conceito	8	18
Pensamento proporcional	7	16
Representações	6	13
Operações e equivalência	6	13
Densidade e ordem dos números racionais	1	2
<b>Total</b>	<b>45</b>	<b>100</b>

Dezessete artigos, o que corresponde a uma parte considerável das pesquisas, não deixam claro em seu objetivo que aspectos de números racionais estão em foco na investigação. Declaram, de modo vago, uma intenção de investigar o “conceito de fração” ou de “números racionais”, etc. Interpretamos como possibilidade haver uma expectativa dos autores, ao adotar uma abordagem metodológica naturalística e qualitativa, de que especificidades do conceito devam emergir ao longo da pesquisa. Estas pesquisas foram incluídas na Tabela 8 na categoria denominada “conceito de fração, números racionais e números decimais”.

Os demais estudos declaram, já de início, quais aspectos específicos do conceito de número têm a intenção de investigar. A especificação dos subconstructos desenvolvidos em Kieren (1976) e em Behr et al. (1983) orientou um número representativo dessas pesquisas, evidenciando o alcance e a importância desses estudos na pesquisa em educação matemática. A essas pesquisas seguem, em volume de publicações, os estudos sobre pensamento proporcional.

Com relação às palavras-chave, fizemos a tradução do espanhol para o português, para calcular as frequências. Obtivemos um total de 166 palavras-chave, que estão organizadas na Tabela VII, agrupadas por palavras que consideramos ser sinônimos:

Tabela 9.

*Palavras-chave separadas por grupos*

<b>Grupo de Palavras-Chave</b>	<b>Artigos (n° absoluto)</b>	<b>Artigos (%)</b>
Números racionais, frações e números decimais	36	22
Público-alvo	28	17
Diversos	11	7
Ensino-aprendizagem	10	6
Conhecimento do Professor	9	5
Subconstructos	9	5
Matemática e Educação Matemática	9	5
Desempenho, erros e dificuldades	7	4
Tecnologia	7	4
Recursos	7	4
Resolução de Problemas	6	4
Raciocínio Proporcional	6	4
Semiótica	5	3
Operações	4	2
Atitudes	4	2
Outros tópicos da Matemática	4	2
Metodologia	2	1
Porcentagem	2	1
<b>Total</b>	<b>166</b>	<b>100</b>

Percebemos que, em grande parte, as palavras-chave se relacionam com o contexto escolar dos participantes das pesquisas. Outros tópicos que apareceram com frequência estão relacionados ao objetivo da pesquisa e ao foco principal (subconstructos, números racionais, raciocínio proporcional etc.), ao tipo de metodologia adotada (tecnologia, resolução de problemas, etc.), ao referencial teórico (conhecimento do professor, semiótica, etc.), ao tipo de metodologia para realização da pesquisa (enfoque de grupo, provas em fase) e à grande área da Matemática, como ensino de Matemática ou Educação Matemática.

O papel das palavras-chave em um artigo é a representatividade do conteúdo e, por este motivo, sua escolha deve ser feita de maneira cautelosa. Elas têm sua importância por serem termos de busca nas bases de dados, ou seja, quando bem escolhidas facilitam a procura de artigos com temas específicos. Entretanto, o que notamos é que muitos artigos trazem palavras-

chave muito genéricas e abrangentes - por exemplo, palavras como “Matemática”, “Educação Matemática” e “ensino de Matemática”, que têm significado muito amplo, ou outras palavras que não especificam o foco de fato, tais como “recursos”, “didática”, etc.

Reiteramos a importância da escolha de palavras-chave representativas para a realização de uma revisão sistemática de literatura, pois, neste caso, podem fornecer temas centrais para compor o mapa da literatura.

### **Tendências temáticas: mapa da literatura**

Ao contrastar e comparar as diferentes pesquisas selecionadas nesta revisão sistemática de literatura, com as características elencadas na seção anterior, organizamos os artigos que possuíam características em comum, levando em consideração suas temáticas principais. Desta maneira, foi possível dividi-los em quatro temas e responder à questão central desta pesquisa, que descrevemos nesta seção. Em seguida, em cada tema, analisamos suas especificidades, distinguindo-os e aproximando-os, e identificando subtemas. O mapa da literatura é resultado da análise.

Respondendo à questão central desta pesquisa: “Que temáticas sobre o conceito de números racionais no ensino médio e no ensino superior estão presentes nas pesquisas?”, identificamos:

- i) Razão e Pensamento Proporcional
- ii) Operações com Números Racionais
- iii) Representações dos Números Racionais
- iv) Conceito de números racionais e suas interpretações

Dando prosseguimento à análise e contrastando as pesquisas incluídas em cada uma das temáticas, foram colocados em evidência os subtemas a elas relacionados, descritos na Tabela 10.

Tabela 10.

*Mapa da Literatura*

<b>Foco Temático</b> (Algumas pesquisas foram alocadas em mais de um subtema, por isso a soma das porcentagens obtidas é um número maior que 100%)	<b>Subtemas</b>
<b>TEMA 1: Razão e pensamento proporcional (18%)</b>	<b>Pensamento proporcional e conhecimento especializado para o ensino</b> (Astudillo et al., 2018; Buforn & Fernández, 2014; Camacho & Guerrero, 2017; Riquelme & Vergara, 2019; Silva, Cândido et al., 2018; Soto, 2017)
	<b>Estratégia e uso do pensamento proporcional</b> (Silva et al., 2018; Trevisan & Domingues, 2017)
	<b>Pensamento proporcional e seu uso em situações da vida real</b> (González et al., 2019)
<b>TEMA 2: Operações com números racionais (26,5%)</b>	<b>Jogos e apoios virtuais como alternativa para a revisão das quatro operações com números racionais</b> (Barbosa et al., 2018; Braga & Lima, 2020; Pérez, 2012)
	<b>Desempenho e dificuldades dos alunos dos ensinos médio e superior nas 4 operações com números racionais</b> (Carvalho et al., 2021; Etcheverria et al., 2019; Justulin, 2017; Oliveira et al., 2020; Paraol & Rodriguês, 2018; Retana & Muñoz, 2018; Sanchez-Luján & Moreno, 2018; Nardoni et al., 2015)
	<b>Operações com números racionais e conhecimento especializado de futuros professores de Matemática</b> (Proença, 2015; Retana & Muñoz, 2018; Silva, Carvalho et al., 2018)
<b>TEMA 3: Representações dos números racionais (13%)</b>	(Abrahão, 2016; Silva & Dias, 2015; Flôres et al., 2020; Moura & Mattos, 2014; Paraol & Rodriguês, 2018; Santana et al., 2015; Parra-Zapata et al., 2021)
<b>TEMA 4: O conceito de números racionais e as suas interpretações (53%)</b>	<b>Números racionais como parte-todo</b> (Carpes & Carpes, 2020; Etcheverria & Amorim, 2020; García & Cabañas-Sánchez, 2013; Justulin, 2017; Menegazzi & Dalcin, 2016; Paraol & Rodriguês, 2018; Salazar et al., 2016)
	<b>Números racionais como quociente</b> (Cabello & Mercado, 2015; Carpes & Bisognin, 2019; García, 2019; García & Cabañas-Sánchez, 2013; Konic, 2019; Menegazzi, 2013; Mercado et al., 2016; Muller et al., 2020)
	<b>Números racionais como medidas</b> (Abrahão, 2016; Amaya et al., 2018; Medina, 2013; Menegazzi, 2013; Oliveira & Araman, 2017; Retana & Muñoz, 2018)
	<b>Números racionais como operadores</b> (Carpes & Bisognin, 2019; Godoy & Barreto, 2016; Reyes & Prieto, 2015; Vecino et al., 2015)

Para os três primeiros temas, a identificação dos subtemas considerou o referencial teórico adotados, as metodologias e as abordagens empregadas. Seguem características dos subtemas.

O tema *Razão e Pensamento Proporcional* está em foco em 8 pesquisas do nosso corpus (que corresponde a 18% do total). Participantes e contexto de desenvolvimento das pesquisas nesse tema são majoritariamente alunos do ensino superior, sendo que 6 pesquisas envolvem alunos de cursos de Pedagogia e 1 inclui alunos de um curso de Medicina. Apenas 1 pesquisa tem como participantes os alunos do ensino médio (Trevisan e Domingues, 2017). Com relação aos referenciais teóricos, os quadros teóricos sobre o conhecimento especializado do professor, elaborados por Deborah Ball e Lee Shulman, são os mais utilizados.

Um objetivo comum às seis pesquisas envolvendo futuros pedagogos foi identificar o conhecimento do professor sobre razão e pensamento proporcional. Mesmo reconhecendo suas particularidades, essas pesquisas caracterizam nosso primeiro subtema: Pensamento Proporcional e Conhecimento Especializado para o Ensino. Cinco dentre os seis artigos foram escritos em espanhol, envolvem participantes de outros países, e são publicados em revistas estrangeiras. Apenas a pesquisa de Silva, Cândido et al. (2018) foi realizada no Brasil e está escrita em português.

Os resultados dessas pesquisas indicam que parte considerável dos futuros professores tem conhecimento de conteúdo comum a respeito do tema “razão e pensamento proporcional”, mas eles não possuem um conhecimento especializado de conteúdo, nem um conhecimento pedagógico de conteúdo (Astudillo et al., 2018; Buforn & Fernández, 2014; Riquelme & Vergara, 2019; Silva, Cândido et al., 2018). Ou seja, os futuros professores conseguem resolver problemas que envolvem razão e pensamento proporcional; entretanto, não sabem explicar os procedimentos utilizados para ensiná-los. Muitas resoluções são realizadas mecanicamente ou com uso de algoritmos - sem uma compreensão clara das justificativas dos procedimentos utilizados - sem saber diversificar as estratégias de resolução, restrita a um conhecimento puramente procedimental e sem saber explicar os processos envolvidos.

Duas pesquisas focam nas estratégias utilizadas pelos alunos ao usar o pensamento proporcional na resolução de tarefas e caracterizam o segundo subtema: Estratégias para o Uso do Pensamento Proporcional (Silva et al., 2018; Trevisan & Domingues, 2017). Os autores concluem que as estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver problemas com razões e proporções revelam uma maior ocorrência da taxa unitária e não da regra de três.

Uma única pesquisa envolveu alunos de um curso de Medicina e está incluída no subtema: O Pensamento Proporcional e seu Uso em Situações da Vida Real.

O tema *Operações com Números Racionais* foi abordado em 13 publicações, o que corresponde a 29% do total do corpus de pesquisa selecionado, e caracterizam 3 subtemas.

Três pesquisas realizadas com alunos do ensino médio investigaram o uso de jogos ou apoios virtuais para revisar o conteúdo das operações com números racionais e caracterizam o primeiro subtema: Jogos e Apoios Virtuais como Alternativa para a Revisão das 4 Operações com Números Racionais (Barbosa et al., 2018; Braga & Lima, 2020; Pérez, 2012). Todas apontam para o uso de jogos ou de apoios virtuais como alternativas potenciais para revisar alguns conhecimentos básicos de números racionais, essenciais para a aquisição de novos conceitos.

Oito pesquisas analisam o desempenho e as principais dificuldades que os alunos apresentam em problemas com as quatro operações com números racionais e caracterizam o segundo subtema: Desempenho e Dificuldades dos Alunos do Ensino Médio e Ensino Superior nas quatro Operações com Números Racionais (Carvalho et al., 2021; Etcheverria et al., 2019; Justulin, 2017; Oliveira et al., 2020; Paraol & Rodriguês, 2018; Retana & Muñoz, 2018; Sanchez-Luján & Moreno, 2018; Nardoni et al., 2015). Um destaque nesse subtema é que todas as pesquisas têm o diagnóstico como enfoque metodológico e buscam analisar o desempenho e as principais dificuldades dos alunos com relação às quatro operações com números racionais, em sua forma fracionária e decimal. Resultados dessas pesquisas evidenciam uma concepção procedimental caracterizada pelo uso de algoritmos sem significado pelos alunos, sendo por vezes facilmente distorcidos, o que normalmente decorre de memorização mecânica de procedimentos.

Por fim, o terceiro subtema é caracterizado por três pesquisas com o objetivo de identificar e analisar o conhecimento de conteúdo dos futuros professores sobre as operações com números racionais: Operações e Conhecimento Especializado para o Ensino (Proença, 2015; Retana & Muñoz, 2018; Silva, Carvalho et al., 2018). Os resultados das pesquisas compartilham um entendimento de que o conhecimento comum de conteúdo é familiar à maioria dos futuros professores, embora o conhecimento especializado de conteúdo e o conhecimento pedagógico de conteúdo estejam em desenvolvimento. Isto decorre da análise das respostas dos futuros professores, que tiveram dificuldades ao justificar os cálculos realizados e ao propor diferentes estratégias de resolução para determinados problemas.

O tema *Representações dos Números Racionais* foi abordado em sete artigos, equivalentes a 15,53% do total (Abrahão, 2016; Silva & Dias, 2015; Flôres et al., 2020; Moura & Mattos, 2014; Paraol & Rodriguês, 2018; Santana et al., 2015; Parra-Zapata et al., 2021). Devido ao pequeno número de pesquisas que o compõem, escolhemos não os organizar em subtemas sem estudar suas especificidades e concentrar-nos no que os identifica. Os resultados das pesquisas evidenciam que as dificuldades de alunos do ensino médio e superior para

perceber um mesmo número racional em seus diferentes registros são persistentes durante toda a vida escolar. Além disso, as concepções dos alunos acerca das representações de um número racional parecem restritas a um monorregistro. Ou seja, permanecem, até mesmo durante o ensino médio e a universidade, as dificuldades em inter-relacionar as representações, e é evidente uma predominância do registro numérico (Abrahão, 2016; Santana et al., 2015). Isto se confirma, ao constatarmos as inúmeras dificuldades com as conversões, das quais a que representou maior obstáculo foi a conversão do registro figural ou fracionário para o registro decimal (Paraol & Rodriguês; 2018; Santana et al., 2015).

O tema *O Conceito de Números Racionais e as suas Interpretações* foi abordado em 22 publicações (que corresponde a 49% do total).

A maior parte das pesquisas está incluída neste tema, e o interesse geral está centrado nos conhecimentos, nas concepções e nas dificuldades que alunos do ensino médio e do ensino superior – principalmente futuros professores – possuem acerca do conceito de números racionais.

Diversas dessas pesquisas tiveram como referencial teórico e embasamento os subconstructos do conceito de número racional. Por este motivo, os subtemas se confundem com os subconstructos: parte-todo, medida, quociente e operador.

Os diferentes níveis de aprendizagem do conceito de números racionais que foram identificados são devidos às diferentes interpretações que os alunos têm sobre cada um deles (Muller et al., 2020). Em particular, os alunos apresentam um maior domínio da noção e do uso dos subconstructos parte-todo e operador, e evidenciam limitações com os subconstructos medida e quociente (Menegazzi & Dalcin, 2016; Muller et al., 2020).

Além disso, as concepções a respeito do conceito de números racionais são, muitas vezes parciais e limitadas, não sendo redirecionadas ao longo da escolarização.

### **Considerações finais**

Ao término desta Revisão Sistemática de Literatura, foi possível observar o que tem preocupado os educadores matemáticos no sentido de quais obstáculos com números racionais perduram até o ensino superior. Nas quatro temáticas – Razão e pensamento proporcional; Operações com números racionais; Representações dos números racionais; e Conceito de números racionais e suas interpretações – foi possível identificar diversas concepções dos alunos dos ensinos médio e superior, de naturezas distintas. Para concluir, consideramos relevante mencionar qual a natureza de tais concepções apontadas pelas pesquisas.

Os resultados do tema *Razão e Pensamento Proporcional* indicam que o conhecimento de parte dos futuros professores e dos alunos do ensino médio é caracterizado por uma concepção pré-proporcional, por incorporar uma noção do conceito restrita a execução de procedimentos. Ou seja, uma concepção centrada nas relações qualitativas. A natureza de tal concepção pode estar relacionada à ênfase nas habilidades processuais e não nos entendimentos conceituais no processo de ensino-aprendizagem ao longo da escola básica.

As pesquisas que compõem o tema *Operações com Números Racionais*, de maneira geral, concluem que os índices de acertos em questões envolvendo este tópico, em todos os níveis de ensino, foram insatisfatórios (Etcheverria & Amorim, 2020; Paraol & Rodriguês, 2018; Retana & Muñoz, 2018; Sanchez-Luján & Moreno, 2018). Dentre as pesquisas analisadas, quatro tinham como público-alvo o ensino superior, o que aponta que muitas dificuldades neste conteúdo ainda persistem até esta etapa de ensino. A natureza das dificuldades com as operações dos números racionais elencada nas pesquisas também foi a ênfase nos procedimentos. Ou seja, normalmente ocorrem em decorrência de memorização mecânica de procedimentos; pelo uso de algoritmos generalizados a partir de casos especiais ou inferidos a partir de procedimentos válidos em outros contextos; ou pelo uso não relacional do conceito de número racional e das operações.

O tema *Representações dos Números Racionais* aponta que as concepções dos alunos acerca das representações de um número racional estão restritas a um monorregistro. Ou seja, as dificuldades em inter-relacionar as representações permanecem até a universidade e é evidente uma predominância do registro numérico (Abrahão, 2016; Santana et al., 2015).

Por fim, o tema *Conceito de Números Racionais e suas Interpretações* englobou um total de 22 pesquisas que buscaram analisar o conhecimento, a compreensão, o desempenho e dificuldades acerca do conceito de números racionais. As concepções identificadas neste subtema têm sua origem em: i) um processo de ensino aprendizagem do conceito restrito ao subconstructo parte-todo. O cerne da questão não é a introdução por meio deste subconstructo, mas sim a ênfase a ela atribuída, em detrimento da experiência com outros subconstructos igualmente importantes; ii) um conhecimento prévio dos números naturais (viés de número natural), que pode originar algumas concepções não consistentes. Conjecturamos que o processo de ensino aprendizagem como está sendo desenvolvido não tem permitido a transição do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais; iii) uma centralidade nos procedimentos, algoritmos e regras pode levar à concepções limitadas do conceito de número racional;

Concluimos ser necessário entender que a compreensão do conceito de números racionais e de todas as relações presentes entre suas principais ideias envolve um longo processo de aprendizagem, pois necessita de experiências com noções envolvidas em rede. Ou seja, abrange a compreensão: das múltiplas interpretações (subconstructos); das múltiplas ideias associadas; das múltiplas representações; dos símbolos e da linguagem formal dos números racionais; das propriedades envolvidas e das operações utilizando diferentes modelos de representação.

Da elaboração do mapa da literatura e da identificação dos temas de pesquisa emerge a natureza das questões que têm interessado pesquisadores, percebidas pelos educadores como obstáculos no processo de ensino e aprendizagem do conceito de número racional, que perduram ao longo da vida acadêmica dos estudantes até a universidade.

### Referências

- Abrahão, A. M. C. (2016). Frações e Decimais: compreender para ensinar números racionais. *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(21), 680-701.
- Amaya, M. P., Bianchi, V., & Montoro, V. (2018). Estudiantes de escuela secundaria pensando los números racionales. *Revista de Educación Matemática*, 33(3), 5-26.
- Astudillo, J. T., Huerta, P. S., & Leo, M. Del V. (2018). Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemática en el desarrollo del pensamiento proporcional: un estudio de casos de la subdimensión conocimiento de los temas. *Revista chilena de educación matemática*, 11(1), 116-119.
- Barbosa, C. B., Fagundes, D. da S., D'Ávila, J.A., & Menegais, D. A. F. N. (2018). Jogo bombardeio Matemático: revisando operações básicas com números decimais. *Revista Educacional Interdisciplinar*, 7(1), 1-12.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational Number Concepts. In: R. Lesh, M. Landau, & H. Bellin (Eds.) *Acquisition of Mathematics concepts and processes*. Academic Press.
- Braga, E. dos S. de O., & Lima, V. da S. (2020). O bingo das frações sob a ótica da resolução de problemas. *Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar*, 6(16), 244-256.
- Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*.
- Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*.
- Brolezzi, A. C. (1996). *Frações e decimais: história e significado*. CAEM; USP.
- Buform, Á., & Fernández, C. (2014). Conocimiento de matemáticas especializado de los estudiantes para maestro de primaria en relación al razonamiento proporcional. *Bolema*, 28(48), 21-41.
- Cabello, A. G., & Mercado, G. A. S. (2015). Acercamiento a la negatividad en números racionales por estudiantes de secundaria y profesores en formación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 261-267.

- Camacho, A. M. R., & Guerrero, L. S. (2017). Caracterización del conocimiento didáctico de la razón como un significado de la fracción. El caso de un profesor en formación inicial de primaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 1218-1226.
- Carpes, P. P. G., & Bisognin, E. (2019). Conhecimentos didático-matemáticos para o ensino dos números racionais. *Educação Matemática sem Fronteiras*, 1(1), 23-39.
- Carpes, P. P. G., & Carpes, C. Q. (2020). Criar e resolver problemas: habilidades para serem mobilizadas com licenciandos em Matemática. *Revista Eletrônica da Matemática*, 6(2), 1-16.
- Carvalho, A. B. de, Guimarães, R. de C. da C., Vieira, W., Pereira, E. F., M., & Imafuku, R. S. (2021). Sobre dificuldades de ingressantes no ensino médio na compreensão de números racionais. *ForScience*, 9(1), 1-12.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: implications for teaching and research. *Proceedings of the 29th Conference of the international group for the psychology of Mathematics Education*.
- Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 127-138.
- Cordeiro, A. M., Oliveira, G. M. de, Rentería, J. M., & Guimarães, C. A. (2007). Revisão sistemática: Uma revisão narrativa. *Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões*, 34(6), 428-431.
- Conforto, E. C., Amaral, D. C., & Silva, S. L. da. (2011). Roteiro para revisão bibliográfica sistemática: aplicação no desenvolvimento de produtos e gerenciamento de projetos. 8º Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolvimento de Produto. Porto Alegre.
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Artmed, 2010.
- Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental* [Tese de Doutorado]. Pontificia Universidade Católica de São Paulo - PUC São Paulo.
- Dodera, G. M., Bender, G., Burroni, E. A., & Lázaro, M. del P. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, 69-84.
- Donato, H., & Donato, M. (2019). Etapas na condução de uma revisão sistemática. *Revista Científica da Ordem dos Médicos*, 32(3), 227-235.
- Etcheverria, T. C., & Amorim, M. É. (2020). Conhecimentos de licenciandos em matemática para o ensino de frações. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 13(1), 46-52.
- Etcheverria, T. C., Aquino, V. de J. L., Oliveira, J. dos S., & Lisboa, C. de C. (2019). Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 4(2), 71-88.
- Fink, A. (2014). *Conducting research literature reviews*. Sage.
- Farves, A. M. P. (2022). *Compreensão conceitual dos números racionais no ensino médio e ensino superior em países da América Latina: uma revisão sistemática* [Tese de doutorado]. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

- Flôres, M. V., Fonseca, J. A. da, & Bisognin, E. (2020). Processos do pensamento matemático avançado revelados nas resoluções de tarefas envolvendo números racionais. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(1), 217-238.
- Galvão, M. C. B.; Ricarte, I. L. M. (2019). Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. *Logeion: Filosofia da Informação*, 6(1), 57-73.
- García, I. & Cabanãs-Sánchez, G. (2013). El concepto de fracción en situaciones de medición, división y la relación parte-todo con estudiantes de nivel medio superior. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 213-221.
- García, Y. J. G. (2019). Diversas interpretaciones de las fracciones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 141–150.
- Godoy, J. P., & Barreto, M. DE F. T. (2016). O número racional nas questões do Exame Nacional do Ensino Médio: um convite à exploração dos subconstrutos na escola. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*, 9(19), 98–123.
- González, M. J. A., Alejo, V. V., Monroy, A. A., & Escalante, C. C. (2019). Ciclos de entendimiento de estudiantes universitarios al resolver una actividad de proporcionalidad. *CPU-e Revista de Investigación Educativa*, 29, 58–86.
- Justulin, A. M. (2017). Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero, série e desempenho em exercícios e problemas envolvendo frações. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11(2), 343–362.
- Kieren, T. E. (1976). On the Mathematical, cognitive and instructional foundations. In R. A. Lesh, & D. A. Bradbard, (Eds.). *Number and measurement*. Columbus: ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct – its elements and mechanisms. In T. E. Kieren. *Recent Research on Number Learning* (pp. 125-150). National Institute of Education, 1980.
- Konic, P. (2019). El conflicto semiotico como recurso para la formación del profesor. *Contextos de Educación*, 26, 83–96.
- Martinie, S. L. (2007). *Middle school rational number knowledge*. [Tese de Doutorado em Filosofia]. Kansas State University.
- Medina, J. A. T. (2013). Fracción, razón y número racional en procesos de aproximación para la introducción del cálculo con estudiantes de grado once. *Revista Científica*, Edição especial.
- Menegazzi, M. (2013). O estudo de frações: uma experiência no curso de pedagogia. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1), 248–265.
- Menegazzi, M., & Dalcin, A. (2016). Potencialidades e limitações de um trabalho colaborativo sobre frações com estudantes de Pedagogia. *Perspectiva*, 34(2), 486–509.
- Mercado, G. A. S., Cabello, A. G., & Martínez, E. I. E. (2016). Números racionales negativos. Interpretaciones formuladas por docentes en formación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 29, 1039–1045.
- Moura, G. R. S., & Mattos, A. C. de (2014). Conhecimento Matemático dos estudantes dos ensinos fundamental e médio: análise do contexto de ensino e aprendizagem em frações, decimais e porcentagem. *Educere - Revista da Educação*, 14(2), 167–200.

- Muller, E. W., Melo, L. V., Carrasco, A. C., & Soto-Ardilla, L. M. (2020). Dominio y concepciones sobre las fracciones de estudiantes para maestro de Educación Primaria: Un estudio comparativo entre España y Nicaragua. *Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas*, 3(1), 28–48.
- Nardoni, M., Camara, V., & Pochulu, M. (2015). Evaluando la comprensión de los números racionales en estudiantes que culminan la escuela secundaria. *Yupana*, 14(8), 67–81.
- Okoli, C. (2019). Guia para realizar uma revisão sistemática de literatura. *EaD em Foco*, 9(1), 1–40.
- Oliveira, J. N., & Araman, E. M. de O. (2017). Dificuldades na aprendizagem dos números racionais manifestadas por estudantes em dois níveis de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(10), 175-203.
- Oliveira, L. D., Ramos, T. C., Carneiro, J. A. S. A. O., & Landi Junior, S. (2020). Conhecimentos de matemática básica de graduandos nos anos iniciais de Engenharia: desafios, fragilidades e enfrentamentos possíveis. *Boletim Online de Educação Matemática*, 8(16), 134-152.
- Paraol, C. M., & Rodrigues, J. S. (2018). Os registros de representação semiótica de frações em atividades envolvendo tratamento e conversão. *Revista Eletrônica de Matemática*, 4(2), 21-37.
- Parra-Zapata, M. M., Castro, J. D. R., Restrepo-Puerta, M., & Arenas, S. C. (2021). Movilización de prácticas matemáticas de estudiantes de educación media, a partir de un ambiente de aprendizaje con números racionales. *Revista Ciencias y Humanidades*, 12(12), 202-225.
- Pérez, M. E. N. (2012). Uso de un Web Quest en la nivelación de conocimientos sobre conocimientos matemáticos básicos de fracciones en preparatoria. *Revista Digital Sociedad de la Información*, 33, 1-12.
- Proença, M. C. (2015). O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. *Bolema*, 29(52), 729-755.
- Retana, J. F. G., & Muñoz, D. E. (2018). Conocimiento común del contenido del estudiante para profesor sobre fracciones y decimales. *Educacion Matematica*, 30(2), 106-139.
- Reyes, J. J., & Prieto, J. L. (2015). Interpretaciones de la fracción en una experiencia de simulación con Geogebra. *Educación y Humanismo*, 18(30), 42-56.
- Riquelme, P. D., & Vergara, N. R. (2019). Proupesta metodológica para enseñar el concepto de razón de manera gradual. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 336-343.
- Salazar, O. C., Lagarda, E. M. V., Sanchez, M. O., & Luque, E. T. (2016). Secuencia didáctica para el autoaprendizaje de la simplificación de fracciones con uso de tecnología en estudiantes universitarios. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 45, 162-183.
- Sampaio, R. F., & Mancini, M. C. (2007). Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. *Revista Brasileira de Fisioterapia*, 11(1), 83-89.
- Sanchez-Luján, B., Moreno, R. A. (2018). Competencias Matemáticas en fracciones en alumnos de nuevo ingreso a nivel universitario. *In Crescendo*, 9(3), 525-539.

- Santana, L. E. de L., Oliveira, B. P. de, & Barreto, M. C. (2015). Reflexões sobre o uso de registros de representação semiótica no ensino de frações. *Revista Eletrônica Formação*, 4(5), 1-22.
- Silva, A. da F. G., Cândido, A. S., & Souza, V. H. G. (2018). Raciocínio proporcional: um estudo sobre as estratégias de estudantes de Pedagogia ao resolverem diferentes situações. *Acta Scientiae*, 20(1), 20-35.
- Silva, A. F. G., Carvalho, V. C. de, & Campos, T. M. M. (2018). Divisão entre frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de licenciatura em Matemática. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 13(1), 202-218.
- Silva, C. B. da, Cazorla, I. M., & Kataoka, V. Y. (2015). Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do GT-12. *Educação Matemática Pesquisa*, 17(3), 578-596.
- Silva, F. G. S. (2020). *Ensino de Estatística na Educação Básica em países da América Latina: uma revisão sistemática*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ.
- Silva, J. V. G., & Dias, M. A. (2015). Relações pessoais de estudantes de São Paulo dos ensinos fundamental, médio e superior sobre as representações dos números racionais. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 119-127.
- Soto, G. V. (2017). Desarrollo de la competencia matemática de futuros docentes de educación primaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 30, 1199-1207.
- Stelzer, F. et al. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 7(1), 13-27.
- Trevisan, A. L., & Domingues, N. D. (2017). Dificuldades no raciocínio proporcional evidenciadas por meio de uma prova em fases. *Revista Primus Vitam*, 9, 1-9.
- Van Hoof, J., Vandewalle, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2014). In search for the natural number bias in secondary school students' interpretation of the effect of arithmetical operations. *Learning and Instruction*, 37, 30-38.
- Vecino, S. et al. (2015). Problemas con porcentajes... ? O porcentajes con problemas? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 28, 377-385.
- Ventura, H. M. G. L. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico* [Tese de Doutorado]. Universidade de Lisboa.
- Wheeldon, D. (2008). *Developing mathematical practices in a social context: An instructional sequence to support prospective elementary teachers'* [Tese de Doutorado]. University of Central Florida.