

A hermenêutica e o fazer do professor de matemática: uma possibilidade de trabalho nas aulas de cálculo diferencial e integral

Hermeneutics and the work of the mathematics teacher: a possibility of work in differential and integral calculus classes

La hermenéutica y el trabajo del docente de matemática: una posibilidad de trabajo en las clases de cálculo diferencial e integral

L'herméneutique et le travail du professeur de mathématiques: une possibilité de travail en cours de calcul différentiel et intégral

Elisangela Pavanelo¹
Unesp-Guaratinguetá
Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática
<https://orcid.org/0000-0003-2926-5793>

Maria Aparecida Viggiani Bicudo²
Unesp-Rio Claro
Doutorado em Ciências
<https://orcid.org/0000-0002-3533-169X>

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar um modo de intervenção em sala de aula, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, de um curso de Licenciatura em Matemática, quando trabalhamos com alunos dessa disciplina o Teorema do Valor Intermediário. Tomamos como base os estudos de Bicudo (1991), Garnica (1992), Garnica e Bicudo (1994) a respeito de uma didática baseada no trabalho hermenêutico com textos de matemática em sala de aula. Relatamos a experiência realizada e nossa compreensão sobre a atividade desenvolvida. Trouxemos as perguntas postas pelos alunos e os indícios de suas compreensões sobre as ideias trazidas no teorema estudado.

Palavras-chave: Educação Matemática, Cálculo, Teorema do valor intermediário, Hermenêutica didática.

Abstract

This article aims to present a method of intervention in the classroom, specifically in the Differential and Integral Calculus course of a Mathematics Teaching degree, when working with students on the Intermediate Value Theorem. We base our approach on the studies by

¹ elisangela.pavanelo@unesp.br

² mariabicudo@gmail.com

Bicudo (1991), Garnica (1992), and Garnica and Bicudo (1994) regarding a teaching methodology based on hermeneutic work with mathematical texts in the classroom. We describe the experience conducted and our understanding of the activity carried out. We present the questions posed by the students and the indications of their understanding of the ideas introduced in the studied theorem.

Key-words: Mathematical Education, Calculus, Intermediate value theorem, Didactic hermeneutics.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar un modo de intervención en el aula, en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral, de un curso de Licenciatura en Matemáticas, cuando trabajamos con los estudiantes de esta asignatura el Teorema del Valor Intermedio. Tomamos como base los estudios de Bicudo (1991), Garnica (1992) y Garnica y Bicudo (1994) sobre una didáctica basada en el trabajo hermenéutico con textos de matemáticas en el aula. Relatamos la experiencia realizada y nuestra comprensión sobre la actividad llevada a cabo. Presentamos las preguntas planteadas por los estudiantes y los indicios de sus comprensiones sobre las ideas introducidas en el teorema estudiado.

Palabras clave: Educación Matemática, Cálculo, Teorema del valor intermedio, Hermenéutica didáctica.

Résumé

Cet article a pour objectif de présenter un mode d'intervention en classe, dans la matière de Calcul Différentiel et Intégral, d'un cursus de Licence en Mathématiques, lorsqu'on travaille avec les étudiants de cette matière sur le Théorème de la Valeur Intermédiaire. Nous nous appuyons sur les études de Bicudo (1991), Garnica (1992) et Garnica et Bicudo (1994) concernant une didactique basée sur le travail herméneutique avec des textes mathématiques en classe. Nous décrivons l'expérience réalisée et notre compréhension de l'activité menée. Nous avons inclus les questions posées par les étudiants et les indices de leur compréhension des idées introduites dans le théorème étudié.

Mots-clés: Éducation Mathématique, Calcul, Théorème de la valeur intermédiaire, Herméneutique didactique.

A hermenêutica e o fazer do professor de matemática: uma possibilidade de trabalho nas aulas de cálculo diferencial e integral

Tomamos como base os estudos de Bicudo (1991), Garnica (1992), Garnica e Bicudo (1994) em que apresentam uma didática baseada no modo hermenêutico de trabalhar com textos de matemática em sala de aula na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, em um curso de Licenciatura em Matemática. O nosso objetivo é expor um modo de trabalhar da perspectiva do fazer hermenêutico do professor com os alunos em sala de aula, quando trabalhamos o *Teorema do Valor Intermediário*.

Diversas pesquisas – principalmente no âmbito da Educação Matemática – apresentam dados que revelam os desafios enfrentados nos cursos superiores de exatas que envolvem a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Estudos como os de Wrobel, Zeferino e Carneiro (2013) discutem as dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos estudantes na maior parte das universidades brasileiras, o que causa altos índices de reprovação e evasão nos primeiros períodos dos cursos da área de exatas. Pagani e Avellato (2014) realizaram um mapeamento em teses e dissertações que abordam o ensino de Cálculo identificando que a principal motivação para trabalhos nessa temática são os altos índices de reprovação da disciplina. Há pesquisas que tratam especificamente dos problemas com os conceitos de Cálculo nos cursos de Licenciatura em Matemática, como em Silva, Nascimento e Vieira (2017) e Santos e Matos (2012). Nesses trabalhos, os autores destacam a existência de obstáculos epistemológicos, didáticos, emocionais e materiais interferindo no processo de ensino e de aprendizagem, bem como na metodologia didática do professor. Destacam – também – carência em aprendizagem prévia de conceitos e de conhecimento sobre como operá-los, por parte dos alunos, caracterizada como “carência em pré-requisitos”. Concordando com Rezende, entendemos que um trabalho que vise à possibilidade para a produção de conhecimento matemático deverá ser acompanhado de um olhar voltado para o próprio Cálculo. Esse autor afirma que há que se direcionar o “ensino do Cálculo para o próprio Cálculo, os seus significados, os seus problemas construtores e suas potencialidades” (Rezende, 2003, p.432), pois “tão importante quanto saber usar as regras de derivação e as técnicas de integração, é saber os seus significados” (Rezende, 2003, p. 432).

O presente artigo está organizado em cinco seções, sendo essa uma *introdução* inicial ao tema. Na segunda seção, são apresentados os aspectos teóricos da proposta focando temas importantes para a compreensão do trabalho, como: linguagem, discurso e texto; a hermenêutica; o texto de Matemática. Na terceira seção, é trazida a metodologia da pesquisa escolhida neste trabalho. Na quarta, é relatado o ocorrido em um trabalho desenvolvido com a ação hermenêutica em sala de aula, quando estivemos junto a alunos da disciplina Cálculo

Diferencial e Integral, evidenciando os modos pelos quais se pode dar a compreensão de um texto a respeito do “Teorema do Valor Médio”. Na quinta seção, são articuladas ideias com destaque para aquelas de conceitos, forma, rigor, enunciados, definições, teoremas, expondo uma análise compreensiva do trabalho realizado, tendo em vista a proposta deste artigo.

Aspectos teóricos da proposta

Nesta seção, trazemos o trabalho de Bicudo e de Garnica, destacando os aspectos teóricos que se mostram relevantes para a compreensão da proposta didática que será apresentada. São eles: Linguagem, discurso e texto; hermenêutica; e o texto de Matemática.

Garnica (1992) inicia seu trabalho propondo um pensar³ sobre as seguintes questões: Pode um texto de Matemática, ser lido hermenêuticamente? O trabalho do professor de Matemática pode ser visto como sendo o trabalho de um hermenêuta? Desse modo pretendemos aqui esclarecer – mesmo que brevemente – componentes fundamentais para o trabalho de leitura da proposta. É importante destacar que tais termos são compreendidos – neste trabalho – sob a luz das obras de Heidegger (1989) e Ricoeur (1987).

Em relação à linguagem, discurso e texto, para Ricoeur, a hermenêutica deve priorizar três elementos para estabelecer um projeto hermenêutico: o discurso, o texto e as posturas aparentemente conflitantes assumidas na interpretação (Garnica, 1992). Entendemos, com Ricoeur (1987), linguagem como discurso, fala ou texto, sendo que discurso, enquanto articulação da inteligibilidade, aparece como forma de manifestação da linguagem: de um ‘evento’ da linguagem.

Garnica (1992) destaca que os eventos são transitórios, eles desvanecem, mas seus significados não. Desse modo, essa dialética evento/significação se mostra de modo fecundo na comunicação. Ela é um modo do ser humano ser na sua mundanidade; todavia, o humano, sendo comunicação, sempre expressa sua compreensão, fundada na experiência vivenciada. Segundo Ricoeur (1987) a experiência experienciada, como vivência, permanece privada, mas o sentido de sua significação se torna pública.

O texto é entendido – também – segundo a concepção de Ricoeur, como um discurso fixado pela escrita, onde o escrito é a captação da oralidade por grafismos, que representam as articulações dadas por essa oralidade. No texto escrito, há um distanciamento da fala dita

³ Entendemos ‘pensar’ como um movimento articulador realizado na subjetividade de um sujeito, com ideias explicitadas por outras pessoas, autores, veiculadas em textos que carregam consigo contextos histórico-culturais, junto a situações que desencadeiam perguntas, dúvidas, espanto, desassossego. Portanto, o pensar não se dá em um vazio, em uma situação em que o ser pensante, isolado, cria “verdades”; sempre nutrido pela materialidade possibilitada no estar-junto ao mundo e aos seres viventes.

oralmente, uma vez que ele é posterior à palavra; desse modo, a questão da significação reaparece na possibilidade de ser revivida na leitura de tais marcos materiais. Assim, muito mais do que uma simples decodificação mecânica de sinais, a leitura deve ser vista como uma possibilidade de revelação do mundo para o leitor por meio do dito na linguagem. O discurso (Ricoeur, 1987) é ligado a um suporte material, como sinais, desenhos, gestos, sons, palavras, gramática, esculturas e é articulado por uma mensagem intencionada pelo autor. A expressão veiculada pela linguagem e articulada como texto é libertada do autor que a diz, solicitando daquele que a lê, no sentido de *que a interpreta*, uma análise para reviver o dito, sua mensagem e o contexto em que foi proferido. Quando o texto é escrito em uma linguagem estruturada por uma lógica, ele pode permanecer inativo, como se estivesse morto, pois não vivificado entre pessoas que o retomam, interpretando-o e trazendo mais sentidos e significados ao dito.

Tomamos a leitura como um diálogo entre leitor e a intenção de dizer do autor, onde se possibilita a compreensão do discurso da intenção de dizer no contexto em que foi dito. O excerto abaixo esclarece essa afirmação:

Na compreensão do dito pelo texto, vários fatores interagem, perfazendo a dinâmica da interpretação. Atuam nessa compreensão: os direitos do autor que, no texto, coloca suas percepções e experiências no desejo de torná-los públicas, no afã de comunicar-se; o direito do texto que carrega com si, independente do como e quando foi gerado, as marcas materiais que transportam a mensagem; o direito do leitor que pode apropriar-se do significado do texto, transformá-lo e reinterpretá-lo livremente, redizê-lo, recontextualizá-lo (Garnica, 1992, p. 09).

Ricoeur (1987) destaca que os direitos do autor e do leitor convergem numa luta que constitui a dinâmica da interpretação, de modo que a interpretação/compreensão do texto tem início onde termina a luta, dada no diálogo desses atores. Quando o leitor se abre ao dito na busca, assumindo uma postura de compreender e interpretar texto e contexto do seu evento.

Em relação à hermenêutica. Bicudo (1991) e Garnica (1992), referindo-se a autores estudados, destacam alguns dos significados dados à essa palavra: (1) designando uma teoria da exegese (teoria da análise, explicação de uma obra); (2) teoria da compreensão. São destacadas – também – as seguintes orientações significativas dadas à palavra hermenêutica: dizer, explicar e traduzir. Essas orientações, conforme entendemos no texto de Bicudo (1991), podem ser trazidas para a educação escolar ao caracterizarmos o ensino como uma tarefa hermenêutica, pois a atividade do professor se mostra como sendo a de um hermeneuta, ao interpretar e traduzir o texto que se refere ao assunto que ensina. Conforme o dito por essa autora, na busca de tornar o texto claro, ou seja, tirá-lo da obscuridade, para os seus alunos, o professor

[...] exprime em voz alta, diz por meio de palavras e ações, aquilo que ele próprio compreende sobre o que compreendeu. Para tanto, classifica e torna o seu discurso racional. Ele traduz o que é para ser dito, na tentativa de fazer com que o é estrangeiro, ininteligível para o aluno, se lhe torne familiar. Nesse aspecto, ele opera como um mediador entre o mundo desnudado pelo assunto que ensina, o seu horizonte de compreensão e o do aluno (Bicudo, 1991, p. 92).

Entendemos que, no fazer do professor de matemática, a hermenêutica abre possibilidades para a compreensão do dito, indicando modos de adentrar pelo dito no texto e proporcionando um esclarecimento do seu conteúdo.

Professor e aluno têm horizontes de compreensão diferentes, pois são situados-no-mundo⁴, percebendo os outros e demais e entes e percebendo-se com eles. O fato de pertencerem a um tempo e espaço dá lugar a professor e aluno possuírem um solo comum em que existem e vivenciam suas experiências, possibilitando compreensões do dito no texto. O pertencimento ao mundo-da-vida pode possibilitar a abertura ao texto e à compreensão pelas vias da interpretação; entretanto, a atribuição de significado é elaboração do intérprete. Na fusão dos horizontes de compreensão entre professor e aluno, o texto descortina sua mensagem, de forma a poder ser incorporado a ambos os horizontes, cada qual a seu modo (Garnica, 1992).

Temos – então – que na significação não notamos padrões, pois se dá na subjetividade de cada pessoa no seu estar com o outro.

Sobre o texto de Matemática. O texto de matemática apresenta o discurso da Matemática, veiculando conteúdos dessa ciência (Garnica, 1992). Esse “apresentar”, segundo o autor, está relacionado ao pensamento apresentacional que, de acordo com crítica de Heidegger (1989), é um termo que se refere a proposições e conceitos já formulados, derivados de uma compreensão e interpretação prévia. Garnica também destaca a crítica de Ricoeur (1978) que sugere a forma imediatista de compreensão, dada por uma leitura mecanicista de um texto, como algo tecido pelo pensamento apresentacional e que falha no que se refere à compreensão, pois necessita de reflexão. Ainda, conforme esse autor,

Desse modo apresentacional são dados os textos de Matemática, não existindo vínculo com os elementos históricos e de contexto, o que colabora para a não compreensão desses textos. Isso é fortalecido se a interpretação desses textos for feita de maneira tecnicista, onde o dito pelo texto não é compreendido/interpretado, mas simplesmente associado a um significado que veio se mantendo com o passar do tempo e encontra, principalmente na sala de aula, um meio apropriado para manter-se (Garnica, 1992, p. 25).

⁴ Mundo, lugar onde somos e existimos entendido como mundo-da-vida, Lebenswelt, que traz consigo a historicidade do presente, passado e futuro em uma síntese do agora vivido por cada um de nós no momento em que a vivência se dá, e por todos nós, na dimensão intersubjetiva que é histórico-sociocultural.

Com isso, esse autor destaca que os textos de Matemática podem não se mostrar apropriados, do ponto de vista pedagógico, vezes pela simbologia excessiva, ou por serem tratados, primeira e preponderantemente, em nível apresentacional.

Perguntamos, com Garnica (1992), como ultrapassar esse aspecto apresentacional do texto de Matemática? É aí que se apresenta a importância de um trabalho hermenêutico que integre, em sua leitura, as ansiedades, necessidades, buscas e dificuldades do aluno enquanto leitor, situado no contexto da sala de aula, desvelando o modo como eles percebem a Matemática e percebem-se como alunos de Matemática, sendo no mundo com os outros e com a Matemática.

Por uma proposta fenomenológica hermenêutica

Ao desenvolvermos um trabalho de interpretação de texto, considerando os elementos apresentados na seção anterior e tendo como objetivo principal *a compreensão do contexto, a compreensão do intérprete enquanto intérprete imerso num contexto é feito no que chamamos ‘enfoque hermenêutico’*, colocamos em destaque e tomamos como orientação em uma atividade realizada com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, o apontado por Bicudo (1991), Garnica (1992), Garnica e Bicudo (1994) a respeito de um trabalho hermenêutico em textos de Matemática, ou seja:

- a) a abordagem hermenêutica dos textos de Matemática é possível;
- b) a abordagem hermenêutica, entendida como uma ação *de* retomadas do compreendido *para* o a ser compreendido, carrega a possibilidade de o leitor entender significados de termos da Matemática mais claramente a cada retomada;
- c) a abordagem hermenêutica do texto de Matemática permite, por parte do leitor/intérprete, um exercício de crítica ao contexto.

Tomamos para a experiência didático-hermenêutica um texto, contido no livro *Cálculo – Volume I*, de James Stewart, sobre o *Teorema do Valor Intermediário*, analisando-o e discutindo aspectos considerados importantes nessa disciplina. Este teorema se destaca na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, por descrever uma importante propriedade de funções contínuas: para qualquer função f que seja contínua no intervalo $[a, b]$, a função vai assumir qualquer valor entre $f(a)$ e $f(b)$, no intervalo.

O trabalho realizado – descrito nesse artigo – tomou como base teórica a abordagem hermenêutica, mas em um contexto de sala de aula, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, em um curso de Licenciatura em Matemática. Desse modo, os trabalhos mencionados no item anterior foram estudados, compreendidos e interpretados, tendo em vista a realidade da

sala-de-aula em que a experiência aqui relatada se dá em um movimento hermenêutico, mantendo o foco na compreensão do texto matemático.

O texto de Matemática tomado como objeto de trabalho com os alunos para a leitura e compreensão do Teorema do Valor Intermediário foi apresentado como segue:

“Teorema do Valor Intermediário: suponha que a função f seja contínua em um intervalo fechado $[a, b]$ e seja N um número qualquer entre $f(a)$ e $f(b)$, em que $f(a) \neq f(b)$. Então, existe um número c , no intervalo aberto $]a, b[$ tal que $f(c) = N$ ”.

Inicialmente foi feita uma primeira leitura do professor junto com os alunos; em seguida, foi solicitado que cada um fizesse uma leitura do teorema, destacando (com grifos) todos os termos que considerassem importantes para a compreensão do teorema. Feito esse destaque, os alunos foram convidados a fazer uma lista dos termos selecionados, pesquisando o significado, ou a definição, de cada um desses termos.

Como exemplo, selecionamos um dos textos grifados, na figura 1.

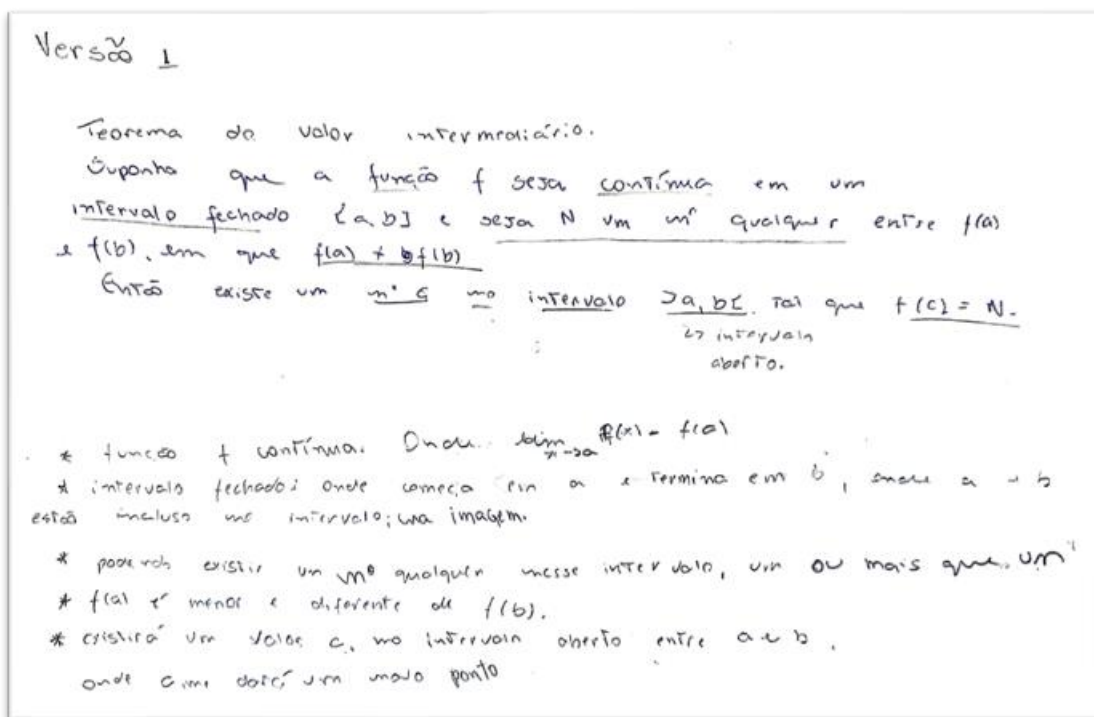


Figura 1.

Primeira parte do trabalho interpretativo 2024 (elaborado pelos autores)

Os termos grifados foram:

- Função f contínua;
- Intervalo fechado $[a, b]$;
- Seja N um número qualquer;

- Intervalo] a, b[;

- $f(c) = N$.

Os alunos foram orientados a pesquisar sobre os termos grifados, tanto no material de aulas anteriores como em páginas na internet que trouxessem o assunto; ainda, em livros didáticos, que estavam à disposição em sala de aula, e registrar suas compreensões sobre cada um desses termos. Na sequência, eles deveriam reler o teorema, agora com a compreensão de todas as palavras destacadas, e reescrevê-lo de acordo com essa compreensão, podendo, também, fazer uso de gráficos que representassem o enunciado, como mostrado na imagem apresentada na figura 2.

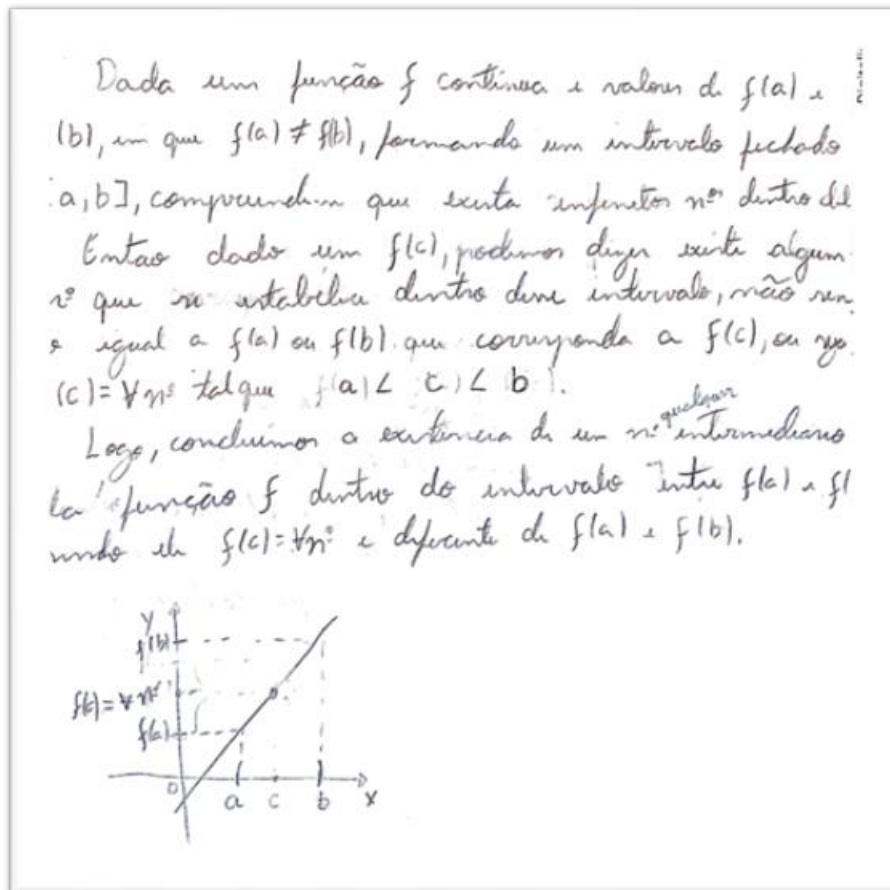


Figura 2.

Segunda parte do trabalho interpretativo 2024 (elaborado pelos autores)

No decorrer da atividade, um terceiro momento do trabalho foi iniciado. Com o teorema explicitado na lousa, os alunos foram incentivados a falar sobre sua compreensão do trabalho interpretativo realizado, bem como sobre dúvidas que porventura esse movimento tivesse gerado em relação ao tema proposto. Buscamos criar uma atmosfera em que eles se sentissem

livres para apresentar dúvidas e elaborar algumas questões sobre o tema. Assim eles procederam, apresentando as seguintes questões:

- (1) No enunciado do teorema $f(a)$ e $f(b)$ tem que ser um intervalo?
- (2) $f(a)$ sempre é maior que $f(b)$?
- (3) Existe mais de um valor c ou esse c é único?
- (4) Como então seria se $f(a)$ fosse menor que $f(b)$?

As respostas a essas questões – muitas vezes – foram respondidas por outros alunos, sendo que o professor permaneceu na posição de interlocutor. Nossa intenção é entrar no movimento dialógico quando solicitados ou quando nos damos conta serem necessários esclarecimentos. Assumindo essa postura, expomos algumas interferências nossas: Na questão (1), solicitamos que a turma relesse com atenção o enunciado do *teorema*, que analisasse o que ele diz sobre $f(a)$ e $f(b)$ e que buscasse encaminhar o pensar para obter conclusões. Na questão (2), sugerimos que os alunos observassem a posição de $f(a)$ e $f(b)$ no gráfico. Atentos ao movimento do pensar que estava se pondo em marcha na discussão, outro aluno põe a questão (4), “Como seria se $f(a)$ fosse menor que $f(b)$ ”? Mantendo a postura de conduzir o movimento do pensar, não demos a resposta, porém apresentamos uma pergunta, no tom de dúvida, tendo em vista manter em movimento a busca. Indicamos: *desenhar graficamente essa situação?* Fazemos a mesma sugestão para a questão (3), “será que o valor de c é único?”. Enfatizamos a solicitação de retomar o enunciado do *teorema*, analisando o que ele diz sobre c e indagamos: o que podemos observar nos gráficos elaborados?

Atentos ao ocorrido em sala de aula, junto aos alunos, trabalhando o texto e o tema já apontados, demo-nos conta de que as questões formuladas pelos alunos diferiam daquelas que – em geral – eram postas nas aulas em que ensinávamos esse tema. Entendemos que o trabalho do professor que assume uma postura hermenêutica, trabalhando a interpretação do texto matemático, abre possibilidades de se dar um pensar entre os alunos e com o professor, tendo em vista a compreensão do dito no texto, a qual se abre para além do texto, podendo, nesse movimento, também se abrir para a compreensão de si, focando o próprio modo de proceder. Realiza-se o movimento de compreender (o texto), compreendendo-se (tomando ciência de próprias dúvidas e compreensões).

O texto tomado e estudado em seu contexto mostra-se aberto, gerando questionamentos e nunca é tomado como uma verdade posta. A abertura que se deu em sala de aula para que os alunos elaborassem e falassem sobre suas dúvidas e expusessem suas questões se deu em um diálogo entre e com alunos e professor, no sentido de ser uma abertura ao outro, caracterizando-

se como colocações de perguntas e buscas por respostas inteligíveis, no âmbito do que está sendo tratado e que se expande para outras situações.

Atentos à abertura do pensar que está se dando na sala de aula, propusemos as seguintes questões: Como poderíamos representar graficamente a ideia desse teorema fixando $N = 0$? Onde estaria N no plano cartesiano? Nesse caso, o que representaria o número c ? Convidamos os alunos a pensarem sobre essas questões, aventando possibilidades de representar graficamente a situação. Surgiram imagens como a representada na figura 3, que mostra a localização do valor de $N = 0$, com indicação de dúvidas do que representaria, nesse caso, o número c .

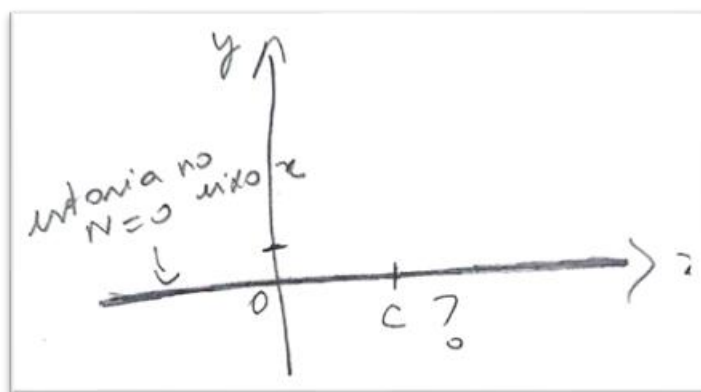


Figura 3.

Terceira parte do trabalho interpretativo 2024 (elaborado pelos autores)

Entendemos a interrogação posta na Figura 3 como um silêncio que evidencia inquietação frente ao novo desafio. Com o objetivo de indicar caminhos possíveis para a compreensão, perguntamos: como poderia ser compreendida a situação de $N = 0$, para que se pudesse compreender o que ocorre com o número c , nessa situação. Tendo em vista dar pistas, apresentamos como exemplo: *Mostre que existe uma raiz da equação $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$ entre os valores 1 e 2.*

A figura 4, nos mostra o pensado por um dos alunos ao analisar o exemplo proposto.

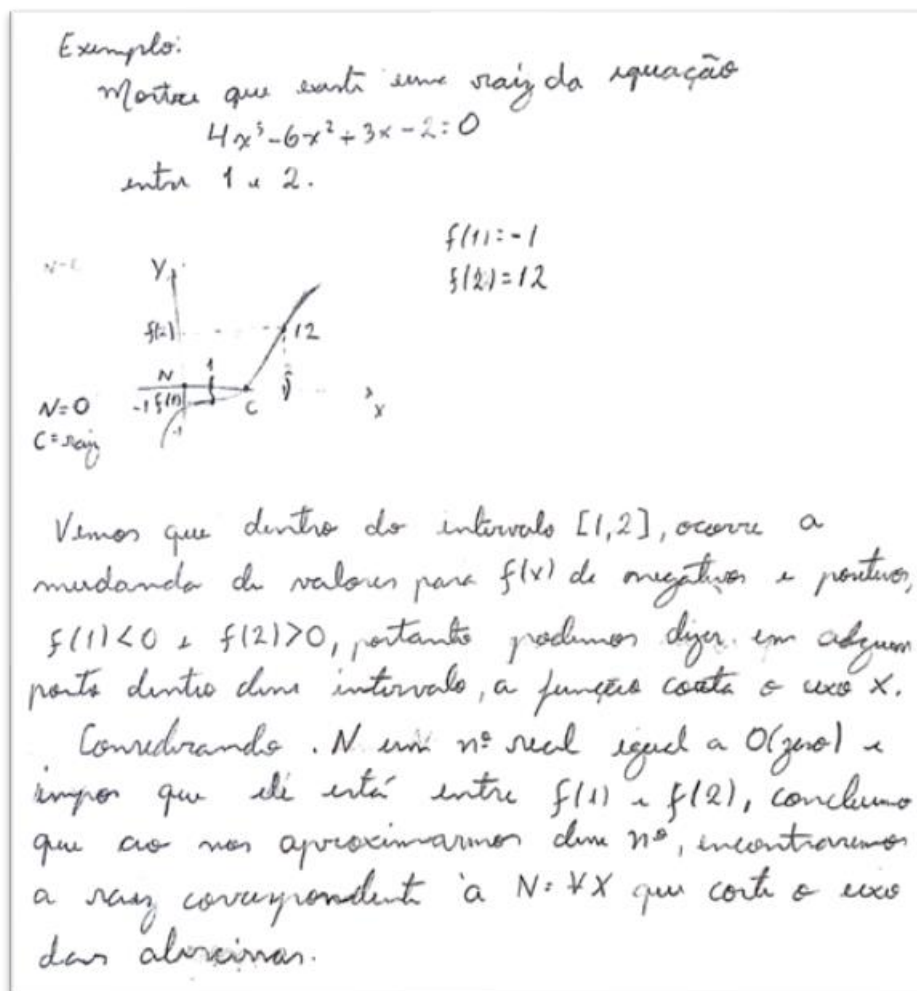


Figura 4.

Quarta parte do trabalho interpretativo 2024 (elaborado pelos autores)

Quando os alunos expressam essa compreensão, avançamos em direção a engendrar mais compreensões, trabalhando com a própria Matemática para esclarecer as ideias presentes no teorema proposto. Lançamos desafios tendo em vista que os alunos pensem sobre o pensado e sobre a questão a ser pensada, evitando formas mecanicistas de expor das informações. Com isso, lançamos mão de um artifício da aplicação de um elemento matemático, contextualizado no âmbito da própria Matemática, que pode auxiliar na clareza pretendida. Na experiência aqui apresentada, podemos destacar a elaboração do gráfico referente ao teorema proposto como um desses artifícios. Os alunos, depois de interpretarem hermeneuticamente o texto, esboçaram um

gráfico, de modo pensar sobre o pensado e sobre a questão pensada, o significado do enunciado do teorema.

A discussão realizada no exemplo ilustrado pela figura 4, nos mostra o movimento hermenêutico, no estudo do texto, permitindo idas e vindas, pois para falar sobre esse exemplo, o aluno volta à definição do *teorema* apresentado inicialmente, vale-se da ideia do intervalo fechado, trazendo-a para o exemplo (“vemos que dentro do intervalo $[1,2]$...”, quando escreve $f(1)=-1$ e $f(2)=12$).

O texto matemático carrega uma intenção de dizer, trazendo uma questão, explícita ou não. As respostas relacionadas às questões propostas pelo texto e o colocar da questão estabelecem o desejo de pensar do leitor com o autor, ao focar a intenção de dizer do autor. O texto apresentado nessa atividade proposta e realizada em sala de aula evidencia que o trabalho hermenêutico abre horizontes para o encontro entre alunos, alunos e professor, com e junto ao texto e respectivo contexto. Esse trabalho enlaça um pensar com o outro e com o texto, começando com uma leitura atenta do leitor (professor-alunos), abrindo espaço para que dúvidas e perguntas sejam postas, discutidas, retomadas, possibilitando que outras perguntas sejam enlaçadas, suscitando investigação, análises e discussões sobre o texto, abrindo horizonte para a compreensão e interpretação em um movimento que se evidencia como contínuo.

Ao pensar a respeito da atividade realizada e das perguntas postas pelos alunos, entendemos que trabalhar assumindo o “fazer do professor de matemática como uma fazer hermenêutico” se revela como forte do ponto de vista de uma didática hermenêutico/fenomenológica.

A título de conclusão: algumas compreensões do trabalho hermenêutico do texto de Matemática

A proposta principal desta chamada, tendo como pressuposto que o ensino de Cálculo é foco de investigação no campo da Educação Matemática, é reunir diferentes estruturas teóricas, promovendo diferentes discussões sobre como poderia se dar o ensino de Cálculo. Atentos a essa proposta, apresentamos, neste artigo, uma intervenção em sala de aula, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, tendo sob foco de interpretação o *Teorema do Valor Intermediário*, do curso de Licenciatura em Matemática da Unesp – Guaratinguetá, com base em procedimentos hermenêuticos enxertados em ações didáticas.

Para tanto, foram trazidos os principais aportes teóricos que sustentam a proposta e, em seguida o exemplo de um trabalho desenvolvido em sala de aula.

Entendemos que, para conduzir um trabalho de compreensão e interpretação de um texto de matemática, é necessário que o professor organize previamente ações como propostas de realização de aula, tendo por alvo tematizar o texto a ser estudado com os alunos, traduzindo-o, explicando-o, dizendo as ideias matemáticas veiculadas pelo texto, auxiliando o aluno a interrogar o texto, evocando suas experiências primárias, fazendo críticas sobre o texto. Este é um trabalho de tornar inteligível a Matemática que se ensina (Bicudo, 1991), bem como de abrir horizontes para um fazer matemático.

No que se refere ao ensino de Cálculo, esse movimento se revela importante e desafiador, dada a natureza do conhecimento dessa área da Matemática que lida com conceitos pouco vistos na Educação Básica. Assim, tornando pleno de sentido sentenças matemáticas, promovendo a compreensão e a interpretação do dito no texto e a autocompreensão de quem o compreende e interpreta fazem do trabalho do professor de Matemática, um trabalho de hermenêutica (Bicudo, 1991). Retomadas as ideias esboçadas neste texto, no presente vivo do pensar com o texto e com os alunos, elas se vivificam, iluminando uma possibilidade de trabalho.

Referências

- Barufi, M. C. B. (1999) *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática - Faculdade de Educação, USP, São Paulo].
- Bicudo, M. A. V. (1991). A hermenêutica e o trabalho do professor de matemática. *A Sociedade Cadernos da Sociedade de Estudo E Pesquisa Qualitativos*, São Paulo, v. 3, n.3, p. 63-95.
- Cometti, M. A. (2016). Discutindo o Ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: Contribuições do GeoGebra 3D para a Aprendizagem. In: *EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática)*. Curitiba. Anais XX EBRAPEM. p. 1-12.
- Garnica, A. V. M.; Bicudo, M. A. V. Um estudo hermenêutico do texto de matemática. In: Bicudo, M.A.V.; Esposito, V.H.C. (org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação: um enfoque fenomenológico*. (pp. 95-102) - Piracicaba: Unimep.
- Garnica, A. V. M. (1992). *A Interpretação e o fazer do professor: a possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista].
- Heidegger, M. (1989). *A origem da obra de arte*. Tradução: Maria da Conceição Costa. Lisboa: Edições 70. 73 p. Tradução de: Ursprung des Kunstweks.

- Nasser, L.; Sousa, G. A.; Torraca, M. A. A. (2015). Aprendizagem de Cálculo: Dificuldades e Sugestões para a superação. In: XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática. *Anais XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática*, [S.l.]: International Commission on Mathematical Instruction, p. 1–12.
- Pagani, E. M. L.; Allevato, N. S. G. (2014). Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: Um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. *VIDYA*, v. 34, n. 1, Santa Maria.
- Rezende, W. M. (2003). *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. [Tese de Doutorado – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo - São Paulo]
- Ribeiro Jr, M. L.; Mondini, F.; Mocrosky, L. F. (2019). O Cálculo Diferencial e Integral e Formação de Engenheiros. *Cadernos de Pós-graduação*, São Paulo, v. 18.
- Ricoeur, P. (1987). *Teoria da Interpretação*. Lisboa, Portugal: Edições 70.
- Santos, S. P.; Matos, M. G. O. (2012). O ensino de Cálculo I no curso de licenciatura em matemática: obstáculos na aprendizagem. *Eventos Pedagógicos*, v. 3, n. 3.
- Silva, A. P. C.; Nascimento, E. F.; Vieira, A. R. L. (2017). Cálculo Diferencial e Integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)*, v. 7, n. 2. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/137. Acesso em: 15 fev. 2020.
- Wrobel, J. S.; Zeferino, M. V. C.; Carneiro, T. C. J. (2013). Um mapa do ensino de cálculo nos últimos 10 anos do COBENGE. *XLI COBENGE*: Gramado.