

Conhecimento especializado no ensino de função exponencial via resolução de problemas no contexto do PIBID

Specialized knowledge in teaching exponential function through problem-solving in the context of PIBID

Conocimiento especializado en la enseñanza de la función exponencial a través de la resolución de problemas en el contexto del PIBID

Connaissance spécialisée dans l'enseignement de la fonction exponentielle par la résolution de problèmes dans le contexte du PIBID

Caleb da Silva Araujo Campelo¹

Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL)

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática

<https://orcid.org/0000-0001-5328-0825>

Marcelo Carlos de Proença²

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática

<https://orcid.org/0000-0002-6496-4912>

Resumo

Este artigo teve o objetivo de identificar e descrever o conhecimento especializado mobilizado no ensino de função exponencial via resolução de problemas de duas pibidianas de matemática. Adotamos uma metodologia de pesquisa qualitativa, seguindo o paradigma interpretativo, que ocorreu no contexto do PIBID, voltado à elaboração e implementação de uma sequência de ensino na abordagem do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), no Ensino Médio. Pautados no Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), os resultados evidenciam o potencial do EAMvRP como uma abordagem de ensino que, tratada no PIBID na relação teoria e prática, proporcionou o desenvolvimento do MTSK. Concluímos que os conhecimentos especializados construídos pelas duas pibidianas sobre o conteúdo, a organização de ensino e sua vivência em sala de aula podem contribuir para uma prática docente futura mais exitosa.

Palavras-chave: Conhecimento matemático, Conhecimento pedagógico, Sequência de ensino, Formação docente.

¹ caleb.campelo@uemasul.edu.br

² mcproenca@uem.br

Abstract

This article aimed to identify and describe the specialized knowledge mobilized in the teaching of exponential function via problem-solving by two mathematics PIBID fellows. We adopted a qualitative research methodology, following the interpretative paradigm, which took place in the context of PIBID, focused on the elaboration and implementation of a teaching sequence in the Teaching-Learning of Mathematics via Problem Solving (EAMvRP) approach, in high school. Based on the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), the results show the potential of EAMvRP as a teaching approach that, addressed in PIBID in the theory-practice relationship, provided the development of MTSK. We conclude that the specialized knowledge built by the two fellows on content, teaching organization, and their classroom experience can contribute to a more successful future teaching practice.

Keywords: Mathematical knowledge, pedagogical knowledge, Teaching sequence, Teacher training.

Resumen

Este artículo tuvo el objetivo de identificar y describir el conocimiento especializado movilizado en la enseñanza de la función exponencial mediante la resolución de problemas por dos participantes del PIBID en matemáticas. Adoptamos una metodología de investigación cualitativa, siguiendo el paradigma interpretativo, que se llevó a cabo en el contexto del PIBID, enfocada en la elaboración e implementación de una secuencia de enseñanza en el enfoque de Enseñanza-Aprendizaje de Matemáticas via la Resolución de Problemas (EAMvRP) en la Educación Secundaria. Basados en el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), los resultados evidencian el potencial del EAMvRP como un enfoque de enseñanza que, tratado en el PIBID en la relación teoría y práctica, proporcionó el desarrollo del MTSK. Concluimos que los conocimientos especializados construidos por las dos participantes del PIBID sobre el contenido, la organización de la enseñanza y su experiencia en el aula pueden contribuir a una práctica docente futura más exitosa.

Palabras clave: Conocimiento matemático, Conocimiento pedagógico, Secuencia de enseñanza, Formación docente.

Résumé

Cet article avait pour objectif d'identifier et de décrire les connaissances spécialisées mobilisées dans l'enseignement de la fonction exponentielle par la résolution de problèmes par deux participantes du PIBID en mathématiques. Nous avons adopté une méthodologie de recherche

qualitative, suivant le paradigme interprétatif, qui s'est déroulée dans le contexte du PIBID, axée sur l'élaboration et la mise en œuvre d'une séquence d'enseignement dans l'approche Enseignement-Apprentissage des Mathématiques par la Résolution de Problèmes (EAMvRP) au lycée. Basés sur les Connaissances Spécialisées de l'Enseignant de Mathématiques (MTSK), les résultats montrent le potentiel de l'EAMvRP comme une approche d'enseignement qui, traitée dans le PIBID dans la relation théorie et pratique, a permis le développement du MTSK. Nous concluons que les connaissances spécialisées acquises par les deux participantes du PIBID sur le contenu, l'organisation de l'enseignement et leur expérience en classe peuvent contribuer à une pratique pédagogique future plus réussie.

Mots-clés : Connaissance mathématique, Connaissance pédagogique, Séquence d'enseignement, Formation des enseignants.

Conhecimento especializado no ensino de função exponencial via resolução de problemas no contexto do PIBID

A formação de professores de matemática é um tema que tem sido investigado por estudos que tem assumido como foco o conhecimento especializado dos professores (Moriel-Junior & Carrillo, 2014; Avila, 2015; Vasco & Climent, 2018; Zakaryan & Ribeiro, 2018; Carreño & Climent, 2019; Advíncula-Clemente et al., 2022; Martín-Díaz & Montes, 2022; Vieira, Ponte & Mata-Pereira, 2022), buscando estabelecer uma compreensão sobre a importância de saber como resolver um problema e saber matemática de maneiras que permitam seu uso nas atividades de ensino (Ponte & Chapman, 2016). Desse modo, os estudos sobre o conhecimento do professor têm evidenciado a necessidade de que o professor conheça o conteúdo de forma especializada em relação ao ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008; Carrillo et al. 2014; Carrillo-Yáñez et al. 2018) e conheça aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem (Shulman, 1986, 1987).

Os autores Bromme e Tillema (1995) associaram o desenvolvimento do conhecimento profissional à reflexão da ação docente. Os autores destacam que para o desenvolvimento de tal conhecimento, o professor não deve apenas acumular conhecimento teórico, precisa desenvolver uma prática profissional. Nesse âmbito, o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) pode favorecer esse conhecimento profissional, uma vez que visa estabelecer a compreensão do processo ensino-aprendizagem pela relação teoria e prática.

O presente estudo segue o contexto do PIBID, de modo que o conteúdo de função exponencial foi proposto, o qual deve ser trabalhado na escola (Brasil, 2018). Porém, alguns estudos mostraram dificuldades no ensino que geraram dificuldades na aprendizagem dos alunos de tal conteúdo (Silva, 2012; Keeling, 2015; Oliveira, 2015; Mendonça & Pires, 2016). Tais dificuldades estão relacionadas com fatores como a má compreensão do conteúdo, a forma como o conteúdo é ensinado, exigindo apenas a reprodução das ideias ou mesmo como os livros didáticos apresentam o trabalho com função exponencial.

Nesse sentido, é importante que na formação de professores ocorra o desenvolvimento de conhecimentos profissionais docentes como os apontados no modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) de Carrillo-Yáñez et al. (2018), tendo como referência o conteúdo de função exponencial. Com isso, o objetivo do nosso estudo é identificar e descrever o conhecimento especializado mobilizado no ensino de função exponencial via resolução de problemas de duas pibidianas de matemática. Buscando alcançar tal objetivo, nos aproximamos das compreensões de Carrillo-Yáñez et al. (2018), analisando momentos de planejamento e implementação de uma sequência de ensino. Este artigo está organizado em

seções que apresentam o ensino via resolução de problemas, abordam o conhecimento especializado do professor de matemática, descrevem os procedimentos metodológicos, discutem os resultados obtidos e, por fim, apresentam as conclusões.

O ensino via resolução de problemas

A abordagem da Resolução de Problemas é amplamente reconhecida, tanto em documentos normativos quanto em pesquisas, como uma das formas privilegiadas para promover a atividade matemática (Brasil, 2018; Proença, Campelo & Santos, 2022). No cenário internacional, estudos como os de Lester e Cai (2016), Schoenfeld (2020), Liljedahl e Cai (2021), e Olivares, Lupiáñez e Segovia (2021) destacam a importância dessa abordagem no ensino de Matemática, evidenciando como ela contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático e a aprendizagem dos alunos. De maneira similar, no contexto nacional, pesquisas de Proença (2018, 2021), Marcatto (2022), Travassos (2023) e Mendes (2023) também ressaltam a relevância da Resolução de Problemas, defendendo que seu uso favorece não apenas a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também o fortalecimento das habilidades cognitivas dos estudantes. Sobre a Resolução de Problemas como uma abordagem de ensino, os autores Schroeder e Lester Junior (1989) destacam três compreensões sobre como a Resolução de Problemas era abordada na década de 80. Segundo os autores, eram três as vertentes: ensinar *sobre* Resolução de Problemas, ensinar *para* a Resolução de Problemas e ensinar *via* Resolução de Problemas.

O ensino *sobre* Resolução de Problemas se refere ao que aluno aprende sobre as etapas de como resolver um problema, a exemplo das quatro etapas definidas por Polya (1994) - compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. O ensino *para* a Resolução de Problemas consiste em pensar caminhos de resolução, o que consiste em uma abordagem utilitária da matemática, pois o que se aprende deve ser aplicado em problemas e exercícios apenas com o propósito de obter uma resposta. O ensino *via* Resolução de Problemas compreende a utilização de um problema como ponto de partida da atividade matemática, o que proporciona um momento privilegiado para a aprendizagem de conteúdo matemático.

Nas compreensões de Schroeder e Lester Junior (1989), o ensino *via* Resolução de Problemas é apontado como o mais indicado para o trabalho do professor, pois permite que os alunos, além de mobilizarem conhecimentos prévios, possam compreender conceitos, processos e técnicas matemáticas. Sobre o ensino *via* Resolução de Problemas, Proença (2018) propôs uma sequência de ensino organizada em cinco ações, conforme ilustrado na Figura 1, a

qual denominou de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP).

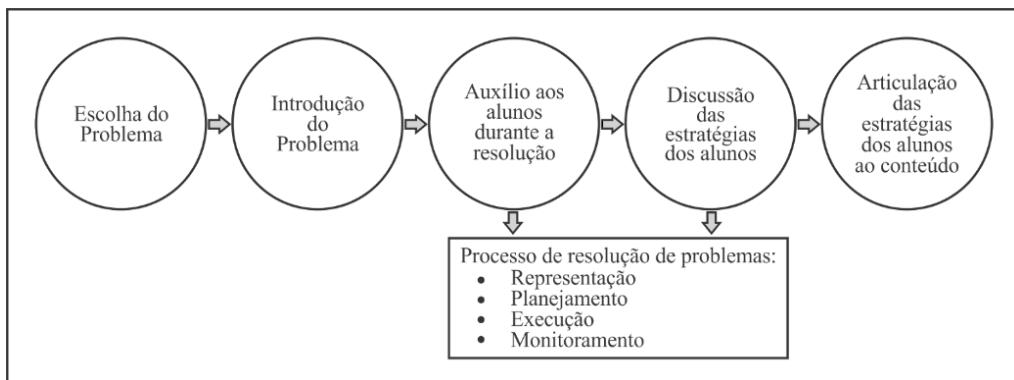


Figura 1.

Esquema do trabalho por meio da sequência de ações (Proença, 2018, p.46)

Na ação de *escolha do problema*, o professor deve elaborar, reelaborar ou escolher na íntegra uma situação de matemática. Proença (2018) destaca que a situação de matemática escolhida pelo professor deve favorecer a mobilização de conhecimentos prévios, o uso de diferentes estratégias para obter uma resposta, de modo a contribuir para a construção de um conhecimento novo. A ação de *introdução do problema* é considerada pelo autor como um momento de contato professor-aluno, onde será apresentada a situação de matemática, o professor definirá uma organização da sala de aula em grupos, favorecendo o trabalho colaborativo e facilitando o trabalho do professor no acompanhamento dos alunos.

No *auxílio aos alunos durante a resolução*, o professor assume um papel de observador, direcionador e incentivador da aprendizagem. A ação de *discussão das estratégias dos alunos* é o que Proença (2018) chama de socialização, momento em que os alunos irão apresentar suas estratégias para todos e o professor deve explorar as possíveis dificuldades ou equívocos cometidos no processo de resolução. Na *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, o professor deve utilizar as estratégias, caminhos e raciocínios pensados pelos alunos de modo a articular as formas utilizadas de pensar ao conteúdo que se quer ensinar.

Proença (2018) destaca alguns conhecimentos necessários as etapas de *representação*, *planejamento*, *execução* e *monitoramento* no processo de resolução de problemas. A etapa de *representação* envolve a compreensão do problema e, tal compreensão, depende da mobilização de três conhecimentos: *linguístico*, que corresponde as palavras ou expressões próprias da língua materna da situação de matemática escolhida que remetem às ações envolvidas; *semântico*, que corresponde aos termos matemáticos ou palavras/expressões presentes na situação de matemática e que demandam um conhecimento matemático;

esquemático, que corresponde a natureza da situação de matemática, ou seja, ao conteúdo envolvido.

A etapa do *planejamento* envolve propor uma estratégia e inclui o conhecimento *estratégico*, ou seja, os caminhos de resolução (como o uso de tabelas, quadros, desenhos, tentativa e erro, entre outros). A etapa de *execução* é o momento em que se coloca em prática a(s) estratégia(s) escolhida(s), tal ação envolve o conhecimento *procedimental*, que implica na execução dos cálculos/representações. A etapa de *monitoramento*, apesar de não envolver um conhecimento específico, do ponto de vista cognitivo, exige uma avaliação da(s) resposta(s) obtida(s) de acordo com o contexto do problema.

O conhecimento especializado do professor de matemática

O Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* - MTSK) é um modelo teórico que descreve o conhecimento profissional específico e especializado que o professor de matemática deve possuir (Carrillo et al., 2014; Carrillo-Yañez et al., 2018) e surge a partir dos estudos de Shulman (1986, 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008). O MTSK é organizado em dois domínios, Conhecimento Matemático (*Mathematical Knowledge* - MK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge* - PCK) e, seis subdomínios, conforme ilustrado na Figura 2. No centro do hexágono temos as crenças de professores sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem. A seguir, descrevemos cada um dos seis subdomínios.

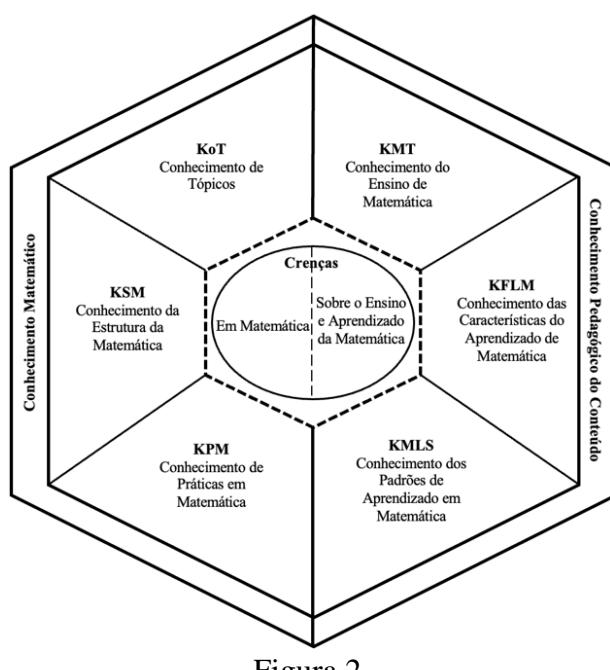


Figura 2.

Elaborado a partir de Carrillo-Yañez et al. (2018, p. 241), tradução própria

O Conhecimento Matemático (MK) inclui três subdomínios: Conhecimento de Tópicos (*Knowledge of Topics* - KoT), Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics* - KSM) e o Conhecimento de Práticas em Matemática (*Knowledge of the Practices in Mathematics* - KPM).

O KoT descreve o conhecimento aprofundado do professor dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, o que envolve conhecer procedimentos, definições e propriedades, representações e modelos, bem como contextos, problemas e significados, e, nesse sentido, reconhece a complexidade dos objetos matemáticos que podem surgir na sala de aula. O KSM envolve os conhecimentos matemáticos sobre conceitos avançados e elementares, prévios e futuros, o que permite ao professor compreender a matemática escolar sob uma perspectiva mais ampla, do ponto de vista dos muitos conteúdos e de sua organização (Carrillo-Yañez et al., 2018). O KPM inclui os modos de fazer e proceder em Matemática, o que envolve as formas de criar ou produzir, selecionar representações, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e entender o papel dos contraexemplos, saber como explorar e gerar um conhecimento novo, gerenciar o raciocínio matemático mobilizado pelos alunos, conhecer diferentes estratégias de resolução de um problema (Carrillo-Yañez et al., 2018).

O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) inclui três subdomínios: Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* - KMT), Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics* - KFLM) e Conhecimento dos Padrões de Aprendizado em Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards* - KMLS).

O KMT inclui o conhecimento teórico (formal ou pessoal) do professor sobre o ensino de Matemática, o que envolve conhecer abordagens (resolução de problemas, ensino exploratório, modelagem entre outras), ter conhecimento de recursos e materiais de ensino (potencialidades e limitações), a exemplo de livros, materiais manipulativos, softwares entre outros (Carrillo-Yañez et al., 2018). O KFLM envolve os conhecimentos do professor em interpretar os procedimentos e raciocínios dos alunos (possíveis erros, dificuldades ou pontos fortes), articular contextos que possam motivar e influenciar o interesse e a aprendizagem, identificar os modos (interesse e expectativa) como os alunos lidam com o conteúdo (Carrillo-Yañez et al., 2018). O KMLS, de acordo com Carrillo-Yañez et al. (2018, p. 13), envolve o “conhecimento do professor sobretudo o que o aluno deve ou é capaz de alcançar em um nível específico, em combinação com o que o aluno estudou anteriormente e as especificações para níveis subsequentes”.

Procedimentos metodológicos

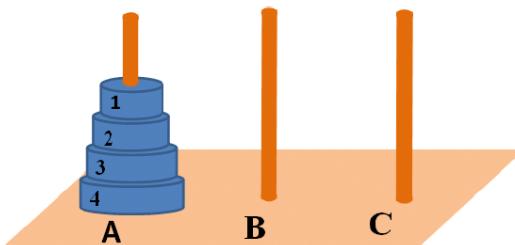
A pesquisa foi desenvolvida a partir de uma perspectiva qualitativa, pois valoriza os processos em seu ambiente natural, assumindo-se um paradigma de cunho descritivo e interpretativo (Bogdan & Biklen, 2010). Neste estudo, a universidade e a escola foram o ambiente natural, pois as atividades formativas foram de cunho teórico-prático no contexto do PIBID. Para realizar nosso estudo, houve a aprovação do Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (COPEP) sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) nº71695523.0.0000.0104.

Participaram do estudo duas licenciandas de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual pública do Paraná, que eram bolsistas no PIBID, subprojeto de Matemática, no período de outubro de 2022 a março de 2024. As duas pibidianas vivenciaram atividades formativas, referente à aprendizagem profissional docente para abordarem o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), em que o segundo autor deste artigo era o coordenador do subprojeto e o primeiro autor era o pesquisador.

As atividades formativas foram organizadas em dois grandes momentos, em um movimento teórico-prático. No primeiro momento, foi realizada uma abordagem teórica sobre a Resolução de Problemas e as etapas envolvidas nesse processo. As pibidianas também resolveram e discutiram estratégias de resolução de problemas como parte desse momento formativo. Com base nesse estudo e discussões, elaboraram uma situação de matemática que foi aplicada a alunos do Ensino Médio de uma escola parceira. As resoluções dos alunos foram tabuladas e analisadas na universidade, e o material resultante foi compartilhado com os professores e a equipe gestora da escola. No segundo momento, houve o trabalho sobre as cinco ações do EAMvRP em que as pibidianas produziram uma sequência de ensino, que foi debatida coletivamente e depois foi implementada em turmas do Ensino Médio. Em seguida, houve a socialização com professores de Matemática e a direção da escola.

Nesse contexto, o foco do nosso estudo é sobre esse segundo momento, em que as duas participantes eram uma equipe que escolheram o conteúdo de função exponencial para a sequência de ensino que elaboraram na perspectiva do EAMvRP. As pibidianas implementaram a sequência de ensino em três turmas do terceiro ano do Ensino Médio da escola parceira, o que compreendeu três horas-aula em cada turma, período ocorrido em outubro de 2023. A Figura 3 a seguir mostra o problema que foi proposto pelas pibidianas como ponto de partida, baseado no material didático conhecido como Torre de Hanói, para introduzir o conteúdo de função exponencial.

A Torre de Hanói é um jogo matemático baseado em uma antiga lenda indiana segundo a qual, Brahma, o deus criador, criou três hastes de diamante em uma bandeja de bronze no templo em Benares, sobre o qual estaria a cúpula que marca o centro do mundo. Em uma das hastes, Brahma colocou sessenta e quatro discos de ouro maciço, de tamanhos decrescentes, estando o maior logo acima da bandeja e o menor no topo da torre, e encarregou seus sacerdotes de transferi-los para outra haste, seguindo duas regras: poderiam mover apenas um disco por vez e jamais deveriam colocar um disco maior sobre um menor. Quando a tarefa fosse completada, o mundo teria seu fim, e tudo desapareceria com um trovão. Desde então, os sacerdotes trabalham incansavelmente, dia e noite movendo os discos.



- A. Seguindo as regras da lenda, qual o mínimo de movimentos necessários para montar uma torre com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 discos?
- B. (Oralmente / No quadro) E se quiséssemos saber o mínimo de movimentos para uma torre de 10 discos? E de 100 discos? Ou para qualquer quantidade de discos? Conseguimos chegar em alguma fórmula/expressão para isso?

Figura 3.

Situação de Matemática elaborada (Dados da pesquisa, 2023)

Para compor os dados da pesquisa, tivemos como fontes iniciais a sequência de ensino e os registros no diário de campo para ajudar na coleta (Roeser et al., 2006), em que o pesquisador registrou dados, diretamente em sala de aula, da implementação pelas pibidianas nas três turmas de Ensino Médio. Assim, realizamos uma entrevista que se utilizou dessas fontes iniciais para poder apoiar nossos questionamentos às duas pibidianas, visando entender suas explicações sobre a elaboração e implementação do EAMvRP ao conteúdo função exponencial. Elaboramos uma entrevista semiestruturada, realizada uma semana após a implementação da sequência de ensino, tendo em vista que “[...] se caracteriza pela flexibilidade e por explorar o máximo de determinado tema, exigindo da fonte subordinação dinâmica ao entrevistado” (Duarte, 2005, p. 3).

Para analisar os dados, realizamos uma organização em tabelas que corresponderam às cinco ações do EAMvRP para situá-los e revelar no contexto formativo as dimensões do MTSK que foram mobilizadas. De forma específica, a análise dos dados ocorreu por meio da Análise de Conteúdo (Bardin, 2011), organizada em três momentos: 1) Pré-análise, onde os dados transcritos foram organizados de modo a constituir o *corpus* da pesquisa; 2) Exploração do material, que consistiu em uma leitura criteriosa visando estabelecer as categorias (aspectos das cinco ações do EAMvRP) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado), que foram obtidas *a posteriori*, com base nas unidades de registro; e 3) Tratamento dos resultados, que

focou na discussão e na interpretação dos dados, a partir de estudos sobre o MTSK e estudos sobre o ensino via Resolução de Problemas.

Resultados e discussões

As tabelas a seguir mostram os resultados e discussões sobre o processo de elaboração e implementação da sequência de ensino para introduzir função exponencial e revelar o conhecimento especializado mobilizado do MTSK. A Tabela 1 a seguir mostra categorias (aspectos da escolha do problema) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado) com base nas explicações das duas participantes (unidades de registro) quando da ação de *escolha do problema*, ocorrida em sala de aula.

Tabela 1.
Escolha do Problema

Aspectos da escolha do problema	Conhecimento especializado mobilizado	Unidades de Registro
<i>Critérios de escolha do conteúdo</i>	KMLS	Recebemos os conteúdos [da escola] e (...) mais ou menos a data que seria implementado cada um, então a gente tentou escolher um que tivesse um tempo bom para a gente preparar [a sequência de ensino], (...) e aí a gente escolheu o conteúdo de Função Exponencial da Unidade Temática de Álgebra.
	KMT	Pensamos (...) uma situação de matemática em que poderíamos utilizar material manipulável, a fim de tornar [o conteúdo] mais palpável para os alunos.
	KMT	Como a gente já tinha trabalhado com a Torre de Hanói, que pode envolver o conteúdo de função exponencial, acabou que (...) daí a gente resolveu usar a Torre de Hanói.
	KFLM	A gente já sabia que a sala tinha dificuldades em prestar atenção no conteúdo matemático, então a gente quis levar algo mais palpável, mais atrativo para eles, para chamar a atenção.
	KPM	(...) a gente buscou algo (...) que também trouxesse um conhecimento extra de repente, né.
<i>Tipo de problema (elaborado, reelaborado, escolhido na íntegra)</i>	KMT	(...) pesquisamos em sites e artigos, onde encontramos a Torre de Hanói. Reescrivemos (...) a fim de apresentar apenas os pontos chaves e resumi-la. (...) a situação de matemática elaborada se encaixa em um contexto histórico, de forma adaptada.
	KoT	A gente começou pensando [estratégias] na coisa mais óbvia e que era o que a gente queria chegar e depois a gente foi pensando em outras formas

<i>Estratégias/Caminhos para resolver o problema</i>		matemáticas que davam para chegar naquilo [na resposta], mas que os alunos poderiam pensar, então não com o nosso olhar, mas sim como o deles.
	KPM	(...) a gente já sabia que eles gostavam bastante de, por exemplo, tabela, a gente pode também colocar alguma coisa como um diagrama, desenho, (...) que eles poderiam pensar por ser algo mais palpável, mais visual, também tentativa/erro e fórmula, e a gente foi pensando em algo assim para chegar nas nossas estratégias.

Na ação de *Escolha do Problema*, foram identificadas três categorias principais: Critérios de escolha do conteúdo, Tipo de problema (elaborado, reelaborado, escolhido na íntegra) e Estratégias/Caminhos para resolver o problema. Essas categorias evidenciam a mobilização de diferentes subdomínios do conhecimento especializado, incluindo dois subdomínios do Conhecimento Matemático (KoT, KPM) e três do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (KMT, KFLM, KMLS). O Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) foi mobilizado de forma predominante pelas pibidianas, como demonstrado pela escolha da Torre de Hanói, um recurso pedagógico reconhecido por sua capacidade de explorar o conceito de função exponencial. Essa escolha reflete um planejamento consciente que articula conteúdos matemáticos e estratégias didáticas, alinhando-se aos achados de Martín-Díaz e Montes (2022), que destacam o papel central do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo na formulação de problemas. Além disso, o Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM) das pibidianas emerge ao priorizarem a introdução de novos conhecimentos e o gerenciamento das possibilidades de raciocínio matemático dos alunos. Essa abordagem evidencia um esforço em diversificar representações e promover a aprendizagem por meio de estratégias que dialoguem com os interesses e necessidades dos estudantes.

O Conhecimento de Tópicos (KoT) foi identificado na habilidade das pibidianas em dominar o conteúdo matemático e suas representações, demonstrando segurança no planejamento e aplicação da situação de matemática. No entanto, cabe ressaltar que a literatura, como o estudo de Vieira, Ponte e Mata-Pereira (2022), aponta que a mobilização do KoT pode ser desafiadora na formação inicial, especialmente em tarefas complexas que envolvem a identificação de padrões matemáticos, como sequências figurais. Os outros dois conhecimentos mobilizados foram o Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (KFLM), ao pensarem em um contexto (situação) com potencial para motivar e influenciar o interesse dos alunos e o Conhecimento dos Padrões de Aprendizado em Matemática (KMLS)

que envolve o conhecimento das pibidianas sobre o que o aluno deve aprender em um nível específico da educação escolar.

A Tabela 2 a seguir mostra categorias (aspectos da introdução do problema) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado) com base nas explicações das duas participantes (unidades de registro) quando da ação de introdução do problema, ocorrida em sala de aula.

Tabela 2.
Introdução do Problema

Aspectos da introdução do problema	Conhecimento especializado mobilizado	Unidades de Registro
<i>Organização/Contato da/com turma para o trabalho colaborativo</i>	KMT	(...) pensamos em dividir a sala em grupos de 3 ou 4 pessoas, não mais do que isso (...) porque que a gente achou importante ter a discussão com outra pessoa (...) um observa de um jeito, outro observa de outro, e a gente não queria grupos muito grandes.
	KMT	(...) a gente já tinha feito essa previsão dos grupos e a previsão também de fazer uma leitura com eles e fazer a entrega das Torres de Hanói para eles começarem a se situar.
	KMT	(...) a gente entregou a folha com o problema e as Torres e fizemos a leitura do problema com eles e daí a gente perguntou se todos entenderam e todos disseram sim.
<i>Estímulo a busca por resposta(s)</i>	KMT	(...) depois da apresentação da situação aos grupos, pedimos para usarem os conhecimentos que tinham e tentassem resolver a situação de diferentes maneiras.
	KMT	(...) a gente passou reexplicando as regras e perguntando como eles usariam os 4 discos que foram disponibilizados (...) para ver se eles iriam pensar em estratégias ou ver algum padrão.
	KFLM	Uma aluna perguntou se podia pegar mais discos pois a situação pedia o movimento com 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 discos, e aí a gente pediu para ela e o grupo pensarem o que ocorria quando eles usavam os 4 discos disponibilizados e para eles buscarem formas de representar o que eles estavam fazendo.

Na ação de *Introdução do Problema* identificamos duas categorias: Organização/Contato da/com turma para o trabalho colaborativo e Estímulo a busca por resposta(s). Nesta ação, as pibidianas mobilizaram dois subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (KMT, KFLM). O Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) foi o mais frequente. No estudo de Advíncula-Clemente et al. (2022) que envolveu o

conhecimento especializado sobre polígonos de professores de matemática em formação, o KMT foi o segundo subdomínio mais frequente, o que os autores destacam como um dado importante para entender os modos de ensinar da professora participante. Nesta ação, a mobilização do KMT se mostra quando as pibidianas utilizam alguns encaminhamentos do EAMvRP, a exemplo da divisão dos alunos em pequenos grupos, visando o compartilhamento de conhecimentos, a apresentação da situação de matemática aos alunos e o estímulo a busca por diferentes caminhos de obterem uma resposta.

O Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (KFLM) é evidenciando quando as pibidianas buscam identificar possíveis dificuldades ou o bom desempenho dos alunos ao lidarem com o problema proposto.

A Tabela 3 a seguir mostra categorias (auxílio em sala de aula) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado) com base nas explicações das duas participantes (unidades de registro) quando da ação de *auxílio aos alunos durante a resolução*, ocorrida em sala de aula.

Tabela 3.

Auxílio aos alunos durante a resolução

Auxílio em sala de aula	Conhecimento especializado mobilizado	Unidades de Registro
<i>Professor observador</i>	KFLM	A gente passou em primeiro momento e viu os grupos com bastante dificuldade em saber como achar um padrão, porque eles realmente usaram só para 4 [discos].
	KMLS	(...) estava observando se eles iriam conseguir chegar na fórmula da função exponencial, fomos olhando e assim, se teve um grupo foi muito que não chegou, tipo, todos chegaram, todos chegaram na fórmula e eles têm muito potencial.
	KFLM	(...) eles têm muito potencial mesmo com a matemática, vi que eles gostam disso de estar calculando algo sem saber direito como está descobrindo, eles têm medo da matemática assim dura, né. Mas eu achei muito legal observar tudo isso.
	KFLM	(...) quando a gente estava olhando, foi tipo assim, muito interessante ver os pensamentos deles (...) um pensamento assim, muito rápido, muito bom.
<i>Professor incentivador</i>	KPM	(...) a gente foi dando uma sugestão de, por que vocês não mostram os números para 1, para 2, para 3, para 4 discos para você ver se vê alguma coisa.
	KoT	E nisso foi onde a gente se deparou (...) com as potências de dois menos um. E foi onde a letra b se encaixou. Aí a gente (...) perguntou: como você pode fazer sem precisar fazer os 99 discos?

	KFLM	(...) a gente não estava tão preparada para eles chegarem na fórmula tão cedo (...) e aí a gente também deu uma improvisada em pedir para eles escreverem um roteiro de como que chegaram na resposta.
<i>Professor direcionador</i>	KPM	uma aluna (...) falou, como que vocês querem ficar falando em 5 discos se vocês me deram só 4, aí a gente foi explicar né, qual que era a intenção.
	KoT	(...) num segundo momento, depois de eles terem esse resultado, a gente foi tentando levar eles para ver qual o padrão existia nesse resultado. Como que esse resultado estava crescendo.
	KPM	(...) um grupo olhou para mim e falou, não, a gente vai fazer os 99 resultados. Foi isso, a gente foi tentando mais direcionar eles ao pensamento.

Na ação de *Auxílio aos alunos durante a resolução* foram identificadas três categorias de atuação docente: Professor observador, Professor incentivador e Professor direcionador. Nessas interações, as pibidianas mobilizaram conhecimentos especializados pertencentes a dois subdomínios do Conhecimento Matemático (KoT, KPM) e dois subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (KFLM, KMLS). Entre os subdomínios mobilizados, destaca-se o Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (KFLM), evidenciado na identificação das dificuldades enfrentadas por alguns grupos ao buscar padrões, e no reconhecimento do interesse e êxito de outros alunos na resolução do problema. Um exemplo notável desse subdomínio é a observação de que alguns alunos demonstraram “medo da matemática dura”, mas se engajaram positivamente ao explorar cálculos sem pleno domínio do que estavam descobrindo. Essa habilidade de perceber e interpretar o comportamento dos alunos está alinhada ao que Meléndez e Grueso (2021) destacam como essencial para o professor, permitindo a oferta de feedback direcionado e a antecipação de erros. Estudos de Carreño e Climent (2019) reforçam a relevância do KFLM, ao mostrar que professores em formação mobilizam esse conhecimento ao compreender como os alunos aprendem e progridem.

O Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM) foi mobilizado pelas pibidianas ao explorar e gerenciar o raciocínio matemático dos alunos. Essa competência se manifestou, por exemplo, na sugestão de representar os números para diferentes quantidades de discos (1, 2, 3, 4) como uma estratégia inicial para detectar padrões, além de encorajar os alunos a explicarem suas descobertas. Essas ações evidenciam a habilidade das pibidianas em orientar os alunos na construção de novos conhecimentos matemáticos. O Conhecimento de Tópicos (KoT) emergiu especialmente ao conectar as estratégias dos alunos com o conceito de função exponencial e ao

introduzir questões que levassem à descoberta de um padrão matemático, como no item (b). O reconhecimento de momentos apropriados para aprofundar o conteúdo e guiar os alunos em direção à generalização reflete o domínio sobre o conteúdo matemático necessário para a prática docente. Esse domínio, conforme Carreño e Climent (2019), foi observado em professores em formação, embora também tenham sido relatadas dificuldades no uso do KoT em situações de ensino.

O Conhecimento dos Padrões de Aprendizado em Matemática (KMLS) foi evidenciado na capacidade das pibidianas de identificar o potencial dos alunos em combinar conhecimentos prévios de potenciação e avançar para a generalização da expressão que representava o número de movimentos. Essa identificação é crucial para fomentar o aprendizado e é compatível com o que estudos anteriores indicam sobre a importância de compreender como os alunos progridem em seus raciocínios matemáticos.

A Tabela 4 a seguir mostra categorias (socialização) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado) com base nas explicações das duas participantes (unidades de registro) quanto da ação de *discussão das estratégias dos alunos*, ocorrida em sala de aula.

Tabela 4.

Discussão das estratégias dos alunos

Socialização	Conhecimento especializado mobilizado	Unidades de Registro
<i>Socialização das estratégias dos grupos na lousa</i>	KPM	Ordenamos os grupos por estratégias que se complementavam (...) para os alunos observarem como uma estratégia está diretamente ligada a outra.
	KFLM	(...) a gente pensou (...) chamar primeiro os alunos que fizeram estratégias diferentes da nossa articulação (...) a gente foi vendo que a maioria, fez tabela, a gente planejou a articulação pensando nisso. Mas teve quem fez um disco de papel, pensou na tampinha, fez o gráfico, que fez por desenho. A gente tentou levar eles, um de cada pelo menos.
<i>Avaliação do processo de resolução do problema</i>	KFLM	Após fazermos uma análise das estratégias escolhidas pelos alunos, convidamos ao quadro os grupos que tiveram algum equívoco, para incentivar os alunos a auxiliarem este grupo e identificarem o que ocorreu (...) caso necessário, com nossa intervenção, evitando qualquer constrangimento.
	KPM	(...) chamamos os grupos que obtiveram resoluções significativas e que iriam engajar na nossa articulação.
	KPM	(...) lá na frente explicando, muitos ficaram nervosos, gaguejando, não conseguiram explicar direito, mas a gente ajudou.

Na ação de *Discussão das estratégias dos alunos*, foram identificadas duas categorias: Socialização das estratégias dos grupos na lousa e Avaliação do processo de resolução do problema. Durante essa ação, as pibidianas mobilizaram um subdomínio do Conhecimento Matemático (KPM) e um subdomínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (KFLM). O Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM) foi evidenciado quando as pibidianas selecionaram representações e estratégias dos grupos para gerenciar o raciocínio matemático desenvolvido por diferentes grupos. Esse processo incluiu uma escolha deliberada das estratégias a serem socializadas na lousa, com o objetivo de permitir que os alunos percebessem como uma abordagem se conecta diretamente a outra. A mobilização do KPM reflete a competência das pibidianas em facilitar a articulação entre as diferentes formas de resolução, estimulando a reflexão sobre as abordagens matemáticas adotadas pelos grupos. O cuidado na escolha das estratégias a serem apresentadas visou não apenas mostrar a diversidade de soluções, mas também evidenciar as conexões entre elas, promovendo uma aprendizagem mais integrada e contextualizada. O Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (KFLM) se manifestou principalmente quando as pibidianas interpretaram as estratégias de resolução dos diferentes grupos, identificando equívocos e dificuldades. A partir dessa análise, elas foram capazes de atuar de forma estratégica, convidando os grupos com erros a explicarem suas soluções para que os outros alunos pudessem contribuir com correções, se necessário, mediadas pela intervenção das pibidianas. Essa postura docente está alinhada com a visão de Vasco e Climent (2018) e Advíncula-Clemente et al. (2022), que destacam a importância de o professor compreender as dificuldades comuns dos alunos ao interagirem com conteúdos matemáticos. Ao lidar com esses equívocos, as pibidianas não apenas ofereceram correções, mas também promoveram um ambiente de colaboração e reflexão mútua, o que favorece a aprendizagem coletiva.

A Tabela 5 a seguir mostra categorias (articulação ao conteúdo) e subcategorias (conhecimento especializado mobilizado) com base nas explicações das duas participantes (unidades de registro) quando da ação de *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, ocorrida em sala de aula.

Tabela 5.
Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

Articulação ao conteúdo	Conhecimento especializado mobilizado	Unidades de Registro
	KMT	(...) a gente retomou com eles as estratégias para ver se eles lembravam, eles lembraram tranquilamente.

<i>Retomada da estratégia de uso da tabela</i>	KPM	(...) como todos eles utilizaram tabela, a gente não estava com medo de articular usando tabela e algum grupo ficar chateado (...) começamos falando sobre a possibilidade de montar uma tabela com os dados de número de discos e número de movimentos. Então a gente foi tranquilamente pela tabela, a gente construiu com eles.
<i>Uso de pontos centrais da estratégia da tabela</i>	KPM	A gente foi questionando como dava para escrever os números. E foi legal ver eles participando e daí a gente foi desenvolvendo até chegar na nossa fórmula, que era 2 elevado a n , tudo isso menos um.
	KFLM	(...) a gente construiu a nossa tabela no quadro com eles participando. Perguntamos se lembravam o que fizeram, como escreveram e eles foram respondendo, assim, foi muito legal a participação deles. Perguntamos se lembravam outras formas de escrever os números, se lembravam o que eles tinham observado ali.
	KoT	Aí depois a gente utilizou tudo para fazer um gráfico com eles e daí a gente também utilizou uma estratégia da turma, né. De um grupo que tinha feito, por gráfico.

Na ação de *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, foram identificadas duas categorias principais: Retomada da estratégia de uso da tabela e Uso de pontos centrais da estratégia da tabela. Durante essa ação, as pibidianas mobilizaram dois subdomínios do Conhecimento Matemático (KoT, KPM) e dois subdomínios do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (KMT, KFLM). O Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM) foi o subdomínio mais frequentemente mobilizado. O KPM se evidenciou quando as pibidianas demonstraram domínio sobre diferentes estratégias de resolução, especialmente na construção e gestão da tabela com os alunos. Ao propor a construção colaborativa da tabela, as pibidianas não apenas garantiram a articulação de diferentes formas de representação, mas também facilitaram a compreensão das relações matemáticas envolvidas, permitindo que os alunos se apropriando dessa ferramenta para desenvolver o raciocínio necessário para resolver o problema. A mobilização do KPM reflete a competência das pibidianas em guiar o processo de construção de representações matemáticas que facilitam o entendimento e a solução de problemas. Estudos como o de Avila (2015) e Vieira, Ponte e Mata-Pereira (2022) ressaltam a importância do conhecimento e uso de diferentes registros de representação, que permitem aos professores em formação propor estratégias didáticas diversificadas e adaptadas às necessidades dos alunos.

O Conhecimento de Tópicos (KoT) é mobilizado pelas pibidianas ao demonstrarem conhecimento matemático acerca de procedimentos, definições, propriedades e representações que envolvia o conteúdo a ser ensinado, a Função Exponencial. Os autores Vasco e Climent

(2018) também identificaram na mobilização do KoT procedimentos e registros de representações. Zakaryan e Ribeiro (2018) em um estudo específico sobre as categorias do subdomínio KoT, identificam e diferenciam categorias específicas do conhecimento dos professores. O Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) foi mobilizado quando as pibidianas incentivavam a retomada de ideias dos alunos, resgatando o que foi produzido por todos eles. Por fim, o Conhecimento das Características do Aprendizado de Matemática (KFLM) se mostrou quando as pibidianas articularam contextos visando motivar e influenciar o interesse dos alunos e buscaram entender os modos como os alunos lidaram com o conteúdo durante a resolução do problema.

Conclusão

O objetivo deste artigo foi identificar e descrever o conhecimento especializado mobilizado no ensino de função exponencial via resolução de problemas de duas pibidianas de matemática. Para isso, analisamos o planejamento e a implementação de uma sequência de ensino, elaboradas nas cinco ações do EAMvRP, de duas pibidianas de matemática em três turmas de terceiro ano de uma escola de ensino médio.

Os resultados mostram que o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) nos permitiu aprofundar a compreensão do conhecimento mobilizado pelas pibidianas de matemática ao ensinarem o conteúdo de função exponencial na abordagem do EAMvRP. As categorias e subcategorias de análise ajudaram a revelar a mobilização de conhecimentos dos subdomínios do *Conhecimento Matemático (Mathematical Knowledge – MK)* e do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge – PCK)*, na elaboração da sequência de ensino e no trabalho em sala de aula quando implementaram, com exceção do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics - KSM*). O estudo revela a mobilização de conhecimentos esperados em cada uma das ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP).

Acreditamos que nosso estudo contribui para a formação de futuros professores de matemática no campo da resolução de problemas e do conhecimento especializado do professor, ao tratar sobre formas de organização do ensino de matemática e dos conhecimentos que o professor deve ter para planejar e implementar uma aula sobre função exponencial (e demais conteúdos do currículo escolar), além de ajudar os professores em formação inicial a refletirem sobre a necessidade de possuir conhecimento matemático e didático sobre o conteúdo a ser ensinado.

Do ponto de vista da pesquisa científica, nosso estudo também contribui para o desenvolvimento de pesquisas futuras, em uma diversidade de contextos e aspectos, que avancem na identificação e compreensão da mobilização do conhecimento especializado do professor, a exemplo do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics* – KSM), que acreditamos necessitar de um tempo maior de observação do trabalho do professor. Portanto, pesquisas futuras podem ser feitas para conduzir a elaboração de novas propostas que contribuam para a formação de professores e em reflexões sobre conhecimentos e práticas de ensino.

Referências

- Advíncula-Clemente, E., Beteta-Salas, M., León-Ríos, J., Torres-Céspedes, I. & Montes, M. (2022). Conocimiento especializado del profesorado de matemática em formación incial acerca de los polígonos. *Uniciencia*, 36(1), pp. 1-17.
- Avila, D. I. E. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundarias. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva, España].
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bardin, L. (2011). *L'analyse de contenu*. Presses Universitaires de France - Le Psychologue, Paris.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2010). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio*. Brasília: MEC.
- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. MEC/SEF, Brasília.
- Bromme, R., & Tillema, H. (1995). Fusing experience and theory: The structure of professional knowledge. *Learning and Instruction*, 5, 261-267.
- Carrillo-Yáñez, J.; Climent, N.; Montes, M.; Contreras, L.; Flores-Medrano, E.; Escudero-Ávila, D.; Vasco, D.; Rojas, N.; Flores, P.; Aguilar- González, A.; Ribeiro, M.; & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Carrillo, J.; Contreras, L.C.; Climent, N.; Escudero-Ávila, D.; Flores-Medrano, E.; & Montes, M.A. (Eds.) (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carreño, E., & Climent, N. (2019). Conocimiento especializado de futuros professores de matemáticas de secundaria: um estudo em torno a definições de quadriláteros. *PNA*, 14(1), pp. 23-53.
- Duarte, J. (2005). Entrevista em profundidade. *Métodos e técnicas de pesquisa em comunicação*. São Paulo: Atlas.

- Keeling, M. (2015). The Mathematical knowledge for teaching of first year mathematics graduate teaching assistants: the case of exponential functions [Master of Science in Mathematics, Oregon State University, EUA].
- Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (pp. 117-135). Springer.
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 53(4), 723-735.
- Marcatto, F. S. F. (2022). Modelo exploratório de resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. *Revista De Ensino De Ciências E Matemática*, 13(5), 1-23.
- Martín-Díaz, J. P., & Montes, M. (2022). Conocimiento especializado para la enseñanza a través de la formulación de problemas en educación infantil. *Uniciencia*, 36(1), pp. 1-19.
- Meléndez, J., & Grueso, R. (2021). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas en torno a la función exponencial. En V CIMTSK - Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas [V CIMTSK - Ibero-American Congress on Specialized Knowledge of Mathematics Teachers], (pp. 1-8).
- Mendes, L. O. R. (2023). *O processo formativo para o ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas: Análise da compreensão de futuros professores* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá.
- Mendonça, M., & Pires, R. F. (2016). Registro de Representação Semiótica e Tecnologias Digitais na Aprendizagem de Função Exponencial. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, Brasil.
- Moriel-Junior, J.G., & Carrillo, J. (2014). Explorando indícios de conhecimento especializado para ensinar matemática com o modelo MTSK. En M.T. González, M. Codes, D. Arnau, & T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 465-474). Salamanca: SEIEM.
- Olivares, D., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2021). Roles and characteristics of problem solving in the mathematics curriculum: A review. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 1079-1096.
- Oliveira, R. H. de. (2015). *Um estudo sobre função exponencial* [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"].
- Polya, G. (1994). *A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático* (Tradução de H. L. Araújo). Rio de Janeiro, RJ: Interciência.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (275-296). New York, NY: Routledge.
- Proença, M. C. (2018). *Resolução de Problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula*. Maringá: EdUEM.

- Proença, M. C. (2021). Resolução de problemas: Uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, 18, e021008.
- Proença, M. C., Campelo, C. S. A., & Santos, R. R. (2022). Problem Solving in BNCC: reflections for its insertion in the curriculum and in Mathematics teaching at Elementary School. *Rev. Ens. Ciênc. Mat.*, 13(6), pp. 1-20.
- Roese, A; Gerhardt, T. E; Souza, A. C. D., & Lopes, M. J. M. (2006). Diário de campo: construção e utilização em pesquisas científicas. *Online Brazilian Journal of Nursing*, 5(3), 2006.
- Schoenfeld, A. H. (2020). Mathematical practices, in theory and practice. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 52(2), 1-13.
- Schroeder, T. L., & Lester Jr, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In: Trafton, P. R.; & Shulte, A. P. (Eds). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, pp. 31-42.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Silva, R. S. da. (2012). *O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na escola básica* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul].
- Travassos, W. B. (2023). *A aprendizagem de inequação polinomial de 1º grau de uma turma de 7º ano do ensino fundamental: Análise do contexto formativo de uma sequência didática via resolução de problemas* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá.
- Vasco, D., & Climent, N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de Álgebra Lineal. *PNA*, 12(3), 129-146.
- Vieira, R.; Ponte, J. P. da & Mata-Pereira, J. (2022). Conhecimento matemático de futuros professores: aprendizados realizados num estudo de aula. *Bolema*, 36(73), p. 822-843.
- Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2018). Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, 21(1), 25-42.