

Abordagens problematizadoras para a mobilização de conhecimentos de professores de matemática: contribuições, limitações e desafios

Problematizing approaches for mobilizing mathematics teachers' knowledge: contributions, limitations and challenges

Enfoques problematizadores para movilizar el conocimiento de los profesores de matemáticas: contribuciones, limitaciones y desafíos

Approches problématisantes pour mobiliser les connaissances des enseignants de mathématiques : contributions, limites et défis

Vânia Cristina da Silva Rodrigues¹

Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM)

Doutorado em Educação

<https://orcid.org/0000-0003-3642-9418>

Eliane Matesco Cristovão²

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)

Doutorado em Educação

<https://orcid.org/0000-0002-3070-1030>

Enio Freire de Paula³

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus Presidente Epitácio (IFSP/PEP)

Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0003-0395-4689>

Resumo

Este artigo apresenta desdobramentos da pesquisa intitulada “Matemática específica do professor que ensina matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio”, realizada por pesquisadoras(es) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem). De 2021 a 2023, esse grupo selecionou artigos acadêmicos de sete periódicos considerados representativos do campo da Educação Matemática nacional. Partimos de um *corpus* geral constituído por 89 artigos, obtidos em periódicos representativos do campo da Educação Matemática, com o recorte temporal de 2019-2023. Os pesquisadores, organizados em subgrupos, enveredaram para produções temáticas específicas, com base nesse *corpus*. Para a escrita deste artigo, três pesquisadores buscaram *compreender as contribuições, os limites e os*

¹ vania.rodrigues@uftm.edu.br

² limatesco@unifei.edu.br

³ eniodepaula@ifsp.edu.br

desafios da implementação de abordagens problematizadoras para a mobilização e produção de saberes e conhecimentos do professor de Matemática. Para isso, realizaram uma metassíntese de 24 trabalhos que abordavam a temática da problematização no ensino e na formação de professores. A partir dos quatro agrupamentos construídos, dentre os resultados encontrados, destacamos: (i) o número expressivo de trabalhos baseados em tarefas; (ii) o silenciamento de referenciais teóricos clássicos da área de resolução de problemas; (iii) uma multiplicidade significativa de referenciais teóricos nos estudos integrantes do agrupamento Modelagem Matemática; e (iv) a preocupação com o ensino na educação básica nos trabalhos que abordam a utilização de problemas, mesmo sem um referencial sobre a abordagem.

Palavras-chave: Matemática, Ensino, Conhecimentos, Problemas, Tarefas.

Abstract

This article presents developments of the study titled “Mathematics Specific to Teachers who Teach Mathematics in Later Primary and Secondary Education,” carried out by researchers at the Brazilian Society of Mathematical Education (SBEM). From 2021 to 2023, this group selected academic articles from seven journals considered representative of the field of national mathematics education. We base our study on a general corpus consisting of 89 articles, drawn from journals representative of the field of Mathematics Education, covering the period 2019–2023. Organized into subgroups, the researchers proceeded to examine productions on specific topics, based on this corpus. To write this article, three researchers undertook *to understand the contributions, limits, and challenges of implementing problematizing approaches for mobilizing and producing knowledge for mathematics teachers*. To that end, they conducted a meta-synthesis of 24 works that addressed the issue of problematization in education and teacher training. Among the findings of the four groups formed, it is worth highlighting: (I) the significant number of studies based on tasks; (ii) the silence of classical theoretical references in problem-solving; (iii) a significant multiplicity of theoretical references in the studies forming the Mathematical Modeling group; and (iv) a concern with teaching in basic education in the studies addressing the use of problems, even without a framework on the approach.

Keywords: Mathematics, Teaching, Knowledge, Problems, Tasks.

Resumen

Este artículo presenta desarrollos de la investigación titulada “Matemáticas específicas del profesor que enseña matemáticas en los últimos años de la enseñanza primaria y secundaria”, realizada por investigadores de la Sociedad Brasileña de Educación Matemática (Sbem). De

2021 a 2023, este grupo seleccionó artículos académicos de siete revistas consideradas representativas del campo de la Educación Matemática nacional. Después de constituir el corpus de 89 artículos, los investigadores, organizados en subgrupos, se embarcaron en producciones temáticas específicas. Para escribir este artículo, tres investigadores buscaron comprender las contribuciones, límites y desafíos de implementar enfoques problematizadores para la movilización y producción de conocimientos de los profesores de Matemáticas. Para ello, realizaron una metasíntesis de los trabajos del corpus que abordaron la cuestión de la problematización en la enseñanza y la formación docente. De los cuatro agrupamientos contruidos, entre los resultados encontrados destacamos: (i) el importante número de trabajos por tareas; (ii) el silenciamiento de referentes teóricos clásicos en el área de resolución de problemas y (iii) una importante multiplicidad de referentes teóricos en los estudios que integran el grupo de Modelación Matemática (iv) la preocupación por la enseñanza en educación básica en trabajos que abordar el uso de problemas, incluso sin un marco para su abordaje.

Palabras clave: Matemáticas, Enseñanza, Conocimientos, Problemas, Tareas.

Résumé

Cet article présente les développements de la recherche intitulée « Mathématiques spécifiques de l'enseignant qui enseigne les mathématiques dans les années terminales de l'école primaire et secondaire », réalisée par des chercheurs de la Société brésilienne d'enseignement des mathématiques (Sbem). De 2021 à 2023, ce groupe a sélectionné des articles académiques issus de sept revues considérées comme représentatives du domaine de l'enseignement mathématique national. Après avoir constitué le corpus de 89 articles, les chercheurs, organisés en sous-groupes, se sont lancés dans des productions thématiques spécifiques. Pour rédiger cet article, trois chercheurs ont cherché à comprendre les apports, les limites et les défis de la mise en œuvre d'approches problématisantes pour la mobilisation et la production des savoirs des enseignants de mathématiques. Pour ce faire, ils ont réalisé une méta-synthèse des travaux du corpus abordant la problématique de la problématisation dans l'enseignement et la formation des enseignants. A partir des quatre regroupements construits, parmi les résultats trouvés, nous soulignons : (i) le nombre important de travaux par tâches ; (ii) le silence des références théoriques classiques dans le domaine de la résolution de problèmes et (iii) une multiplicité significative de références théoriques dans les études qui composent le groupe de modélisation mathématique (iv) le souci de l'enseignement de l'éducation de base dans des ouvrages qui aborder l'utilisation des problèmes, même sans cadre d'approche.

Mots-clés : Mathématiques, enseignement, connaissances, problèmes, tâches.

Abordagens problematizadoras para a mobilização de conhecimentos de professores de matemática: contribuições, limitações e desafios

Este artigo é fruto de uma pesquisa mais ampla, intitulada “Matemática específica do professor que ensina matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio”, realizada por pesquisadoras(es) do Grupo de Trabalho Formação de Professores que Ensinam Matemática (GT-07), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Em sua configuração final, 15 pesquisadoras(es)⁴ de diversas instituições e regiões brasileiras buscaram construir um panorama dos principais referenciais teóricos de pesquisa recentes, com foco na Matemática (saberes, conhecimentos) mobilizada e produzida por professoras e professores que ensinam matemática (PEM) nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Durante aproximadamente três anos (2021-2023), esse grupo de pesquisadoras(es) utilizou três critérios de seleção para os artigos que seriam incluídos no *corpus*, a saber: (i) ter foco no ensino (e não exclusivamente na aprendizagem por parte de estudantes da escola básica); (ii) ter como tema de pesquisa ou como sujeitos professoras(es) que lecionam nos Anos Finais do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio; e (iii) abordar, de alguma forma, conhecimentos/saberes de conteúdo matemático para o ensino (com suas diferentes denominações, dependendo do referencial teórico). O *corpus* da pesquisa, foi selecionado a partir de sete periódicos considerados representativos do campo da Educação Matemática nacional: Acta Scientiae (ISSN:2178-7727), Boletim de Educação Matemática (ISSN:1980-4415), Educação Matemática Pesquisa (ISSN:1983-3156), Educação Matemática em Revista (ISSN:2317-904X), Perspectivas da Educação Matemática (ISSN:2359-2842), Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (ISSN:2238-0345) e Zetetiké (ISSN:2176-1744). Devido ao volume de periódicos a serem analisados, a equipe também optou por um recorte temporal, isto é, o período de 2019 a 2023, o que contempla os últimos 5 anos de publicações, considerando-se a data de finalização do projeto (2024). Assim, a equipe construiu

⁴ Profa. Dra. Eliane Matesco Cristovão (Universidade Federal de Itajubá, Unifei), Prof. Dr. Enio Freire de Paula (Instituto Federal de São Paulo, IFSP), Profa. Dra. Flávia Cristina de Macêdo Santana (Universidade Estadual de Feira de Santana, UEFS), Prof. Dr. Henrique Rizek Elias (Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR), Prof. Ms. Lana Thaís Santos Silva (Universidade Federal de Sergipe, UFS, Escola Municipal Dr. Lourival Baptista), Profa. Dra. Lya Raquel Oliveira dos Santos (Universidade Federal do Piauí, UFPI), Profa. Dra. Marlova Estela Caldato (*in memoriam*, UTFPR), Profa. Dra. Marta Élid Amorim Mateus (UFS), Profa. Ms. Mayara de Miranda Santos (Instituto Federal do Piauí, IFPI), Profa. Dra. Roberta D’Angela Menduni Bortoloti (Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, UESB), Profa. Dra. Sabrina Bobsin Salazar (Universidade Federal de Pelotas, UFPel), Profa. Ms. Silvânia da Silva Costa (Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe, Codap/UFS), Profa. Ms. Vânia Batista Flose Jardim (IFSP), Profa. Dra. Vânia Cristina da Silva Rodrigues (Universidade Federal do Triângulo Mineiro, UFTM) e Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo (Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ).

um *corpus* de 89 artigos. A partir daí, as(os) pesquisadoras(es) participantes enveredaram para produções temáticas específicas, e esse é o contexto em que nos inserimos.

Para a escrita deste artigo, três integrantes dessa equipe se debruçaram sobre os trabalhos presentes no *corpus* geral da pesquisa que abordavam a temática da problematização no ensino e na formação de professores. O objetivo disso era *compreender as contribuições, os limites e os desafios da implementação de abordagens problematizadoras para a mobilização e produção de saberes e conhecimentos do professor de Matemática*.

Os cursos de Licenciatura em Matemática (LM) no Brasil se iniciam na década de 1930, sob um paradigma transmissivo, centrado no professor, restando ao estudante aceitar que aprender era receber a transmissão sem muitos ruídos (Moreira & Ferreira, 2021). O currículo dessa formação tem sido descrito como ‘Modelo 3+1’, pois simplesmente agrega mais um ano de formação pedagógica à formação do bacharel. Ao longo dos anos, mudanças na sociedade suscitaram transformações na educação e, conseqüentemente, na formação de professores (Nóvoa, 2022). Estas mudanças na escola, fundamentadas nas chamadas Teorias da Reprodução, de Bourdieu e outros estudiosos da dimensão sociológica da educação, contribuem para reflexões sobre o papel social da escola e, conseqüentemente, do professor e sua formação (Moreira & Ferreira, 2021)

Diferentes formas de se pensar o papel social da escola, implicam em diferentes perspectivas de formação. Segundo Moreira e Ferreira (2021), uma contribuição significativa para o debate sobre os cursos de licenciatura, em especial para se discutir o papel das disciplinas de matemática, são as noções de Recontextualização e de Transposição Didática, e o conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, desenvolvido por Lee Shulman, especialmente em dois artigos publicados em 1986 e 1987. Shulman apresenta uma Base de Conhecimentos para o ensino, e a maior contribuição dessa base é a ideia da existência de um *Pedagogical Content Knowledge* (PCK)⁵. Para Shulman (1986, p. 9) “o PCK se refere às formas mais adequadas de representação das ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, explicações e demonstrações [...] o PCK inclui também o entendimento daquilo que torna a aprendizagem de um tópico específico mais fácil ou mais difícil”.

Fernandez (2015), ao aprofundar seus estudos sobre conhecimentos e saberes docentes, identifica duas linhas dominantes: uma se aproxima dos estudos de Shulman; outra segue a linha de Elbaz (1983 *apud* Fernandez, 2015) e Connelly e Clandinin (1985 *apud* Fernandez,

⁵ Comumente traduzido como “conhecimento pedagógico do conteúdo”.

2015), da corrente teórica do “pensamento do professor” desenvolvida sob a forte influência de Schön e sua epistemologia da prática.

A pesquisa mais ampla na qual este artigo se insere apoia-se nas noções de conhecimentos e saberes docentes de professores de matemática, sendo perpassada por essas teorias e pelos modelos delas derivados. Assim, o recorte adotado para este artigo não exclui nenhuma dessas teorias, modelos ou linhas, mas procura compreender como as pesquisas que se preocupam com os conhecimentos e saberes profissionais do professor de matemática articulam essa preocupação com as abordagens de ensino problematizadoras.

Compreendemos como abordagens problematizadoras as ações formativas que assumem estratégias metodológicas para potencializar reflexões e questionamentos em relação aos conhecimentos matemáticos, sejam estes os específicos da formação, aqueles que são objetos da profissão, ou ambos. Essas abordagens têm como elementos característicos a utilização de problemas, tarefas, casos de ensino, situações reais ou a problematização dos conceitos em sua origem epistemológica.

Frente ao objetivo proposto, para além desta introdução em que apresentamos o contexto, organizamos a sua escrita em quatro seções, a saber: (i) *Encaminhamento metodológico*, onde delineamos a pesquisa e apresentamos o processo de identificação dos artigos que integram nosso *corpus* de análise; (ii) *Síntese interpretativa dos agrupamentos identificados no corpus*, onde destacamos os pontos de enfoque dos estudos e as articulações entre as perspectivas de conhecimento e suas abordagens problematizadoras; (iii) *Síntese integrativa do corpus*, onde destacamos contribuições, limites e desafios da implementação de cada abordagem problematizadora para a mobilização e produção de saberes e conhecimentos do professor de Matemática; e nossos (v) *Alinhavos finais*, onde sinalizamos elementos emergentes da pesquisa e destacamos limitações e desafios no campo da pesquisa sobre conhecimentos e saberes docentes do professor de Matemática, em especial aquelas que se articulam com abordagens problematizadoras da Matemática.

Encaminhamento metodológico

O processo de investigação realizado foi de natureza qualitativa (Garnica, 2004) e de cunho exploratório, e pode ser caracterizado como uma metassíntese acerca da temática que consistiu “primeiramente, em obter evidências qualitativas de estudo(s) de primeira ordem que compõem o *corpus* [...] produzindo uma síntese interpretativa [...] para, a seguir, realizar um estudo de segunda ordem [...] produzindo outras interpretações e outros resultados, o que permite atingir outro nível de síntese possível” (Cristovão & Fiorentini, 2021, p.38). Uma

metassíntese tem o objetivo de alcançar “uma síntese que vai além do que foi obtido pelos estudos primários, produzindo novas compreensões e perspectivas” (GEPFPM, 2018, p. 247). Buscando atingir o objetivo delineado, definimos os seguintes objetivos específicos: (i) identificar, em cada pesquisa, as associações entre as abordagens problematizadoras investigadas e os conhecimentos ou saberes mobilizados e/ou produzidos; (ii) analisar as contribuições, os limites e os desafios apontados pelos pesquisadores para a implementação dessas abordagens; (iii) construir uma síntese integrativa dessas associações em articulação com as contribuições, limites e desafios identificados.

Cabe ressaltar que as sínteses interpretativas dos estudos (Fiorentini & Crecci, 2017; GEPFPM, 2018) foram realizadas conforme o previsto nos dois primeiros objetivos específicos. Essas pequenas sínteses, depois de relacionadas entre si, foram reagrupadas, produzindo uma síntese integrativa, a partir dos aspectos identificados nas sínteses interpretativas, evidenciando elementos fundantes provenientes da articulação entre as associações delimitadas e as contribuições, limites e desafios apontados.

Desta forma, a partir do *corpus* geral (89 artigos), para a escrita deste artigo, buscamos identificar quais desses trabalhos relacionam esses conhecimentos e saberes com abordagens problematizadoras da Matemáticas, incluindo as seguintes: Abordagem Problematizada da Matemática, Cenários para Investigação, Ensino exploratório, Investigação baseada em Design, Investigação Matemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas.

Sendo assim, em um primeiro momento, em uma perspectiva indiciária (Ginzburg, 1989), realizamos uma busca (empregando a ferramenta de busca da própria planilha [geral](#)⁶) com a utilização dos termos “*design*”, “*explor*”, “*investig*”, “*problem*”, “*modela*” e “*tarefa*”, os quais guardam relação com as abordagens já citadas, e identificamos 32 estudos potenciais. A partir do fichamento já realizado na pesquisa mais ampla, obtivemos dados mais gerais e, em seguida, realizamos a leitura integral dos trabalhos para confirmar a pertinência ao nosso objetivo de estudo e para aprofundar as análises que constituíram as sínteses interpretativas. Com isso, permaneceram 24 trabalhos que relacionam conhecimentos e saberes com alguma abordagem problematizadora da Matemática, ou, pelo menos, com a proposição de problemas como disparadores de práticas formativas.

⁶ Os dados do *corpus* geral (89 artigos) foram organizados em uma planilha na qual foram registradas informações a respeito da aderência aos critérios para inserção no *corpus*, os títulos, autorias, objetivos, referenciais teóricos a respeito do conhecimento matemático, aspectos do encaminhamento metodológico e do contexto da investigação.

Síntese interpretativa dos agrupamentos identificados no *corpus*

No processo de elaboração da síntese interpretativa inicial, construímos quatro agrupamentos a partir das abordagens problematizadoras identificadas. Nessa perspectiva, julgamos por bem sinalizar os pontos de enfoque de cada artigo, os referenciais teóricos de conhecimento assumidos nesses estudos e os referenciais teóricos diretamente articulados às temáticas dos nossos termos de busca (“*design*”, “*explor*”, “*investig*”, “*problem*”, “*modela*” e “*tarefa*”). Desse movimento, construímos quatro agrupamentos, a saber: (1) *Abordagens baseadas em tarefas exploratórias ou investigativas*; (2) *Tarefas direcionadas à aprendizagem docente*; (3) *Modelagem Matemática*; e (4) *Outras abordagens que utilizam problemas matemáticos*. Ao final da seção, traçamos um panorama das articulações e/ou convergências entre os referenciais sobre conhecimento e sobre as abordagens problematizadoras presentes em cada agrupamento do *corpus*.

O primeiro agrupamento reúne nove estudos que articulam as tarefas exploratórias ou investigativas em contextos nos quais a intencionalidade permeia a construção, o planejamento e a análise de suas utilizações.

Tabela 1.

Agrupamento 1: Abordagens baseadas em tarefas exploratórias ou investigativas(Elaborado pelas(os) autoras(es). As indicações com as iniciais “CO” indicam referenciais de conhecimento apresentados pelas(os) autoras(es) dos artigos. Do mesmo modo, as indicações com as iniciais “AP” indicam referenciais das abordagens problematizadoras. Para otimizar espaço, utilizamos siglas para: Conhecimento Didático (CD); Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), Pedagogical Content Knowledge (PCK), Raciocínio Matemático (RM), Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA).

Teoria	Artigo	Pontos de enfoque	Referenciais
RM	Martins; Henriques e Caetano (2023)	Discutir o conhecimento dos professores para promover o RM dos alunos. O trabalho destaca a importância de conceber e adaptar tarefas que promovam o RM , bem como conduzir a realização dessas tarefas em sala de aula. Também ressalta a necessidade de planejamento e reflexão sobre a prática pedagógica para promover o RM.	CO: Davidson Herbert, Bragg (2019) AP: Ponte (2005) e Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020)
MKT	Marins, Teixeira e Savioli (2021)	Investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados por participantes do PIBID, em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório . Os autores apontam diversas práticas, relacionadas à proposição de tarefas exploratórias, as quais contribuíram para a mobilização ou desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), em especial, os conhecimentos pedagógicos de conteúdo de Ball e colaboradores.	CO: Ball, Thames e Phelps (2008); AP: Oliveira; Carvalho (2014); Oliveira; Menezes; Canavarro (2013) e Ponte e Quaresma (2015)

CD	Rodrigues e Ponte (2020a)	Problematizar os resultados de uma experiência de formação ocorrida em uma disciplina de Estatística integrante de um curso de especialização ofertado a 13 docentes no Rio de Janeiro. O intuito foi compreender como os participantes desenvolvem o CD a respeito das representações e investigações estatísticas .	CO: Batanero (2002) AP: Ponte (2012) e Smith (2001)
CD	Rodrigues e Ponte (2020b)	Compreender de que forma a articulação de um conjunto de princípios de <i>Design Experiments</i> no contexto de uma experiência de formação pode contribuir para promover o CD dos participantes.	CO: Shulman (1986), e Ponte (2012) AP: Cobb <i>et al.</i> (2003) e Ponte <i>et al.</i> (2016)
CD	Molina e Samper (2019)	Estudar a relação entre tipos de problemas de conjectura aberta em geometria, em Ambientes de Geometria Dinâmica, e classes de argumentos produzidos por futuros professores de matemática. Problemas são propostos em um curso de geometria plana para futuros professores de matemática da Colômbia. Foco nos CD sobre argumentação e demonstração em geometria.	CO: Ball; Lubienski e Mewborn (2001) AP: Ponte (2003, 2004) e Ponte, Fonseca e Brunheira (1999)
THA	Vieira, Trevisan e Baldini (2020)	Evidenciar elementos valorizados por sete professores de Matemática (cinco atuantes na rede estadual paranaense, um estudante da pós-graduação e uma professora formadora) integrantes de um grupo de estudos na implementação de tarefas de pensamento algébrico para o 6º ano em suas salas de aula.	CO: Simon e Tzur (2004) e Thompson (2009); AP: Stein e Smith (2009) e Ponte <i>et al.</i> (2013)
PCK	Amorim, Pietrocolo, Galvão e Silva (2020)	Analisar a base de conhecimentos para o ensino de Equações Diofantinas de um grupo de futuros professores de Matemática. No desenvolvimento deste estudo foram adotados alguns pressupostos da metodologia <i>Design Experiments</i> .	CO: Ball, Thames e Phelps (2008) e Shulman (1986) AP: Cobb <i>et al.</i> (2003)
PCK	Teixeira (2020)	Identificar, conhecer e relatar práticas pedagógicas dos professores acerca das experiências vivenciadas durante a resolução de um diversificado leque de problemas de contagem , propostos para serem resolvidos também por alunos dos anos finais do ensino fundamental em turmas regulares de ensino. Aos professores foi sugerido que se colocassem na posição de alunos, para refletir sobre a prática pedagógica .	CO: Shulman (1986) AP: Cobb <i>et al.</i> (2013) e Fischbein (1994)
PCK	Silva e Costa (2019)	Investigar os conhecimentos do professor em uma ação de formação orientada pela abordagem investigativa em aulas de Matemática. A análise dos resultados obtidos com casos de ensino como instrumento pedagógico na formação de professores aponta para o potencial desses casos na compreensão da abordagem investigativa pelos docentes em formação.	CO: Shulman (1986) e Misukami (2004) AP: Ponte <i>et al.</i> (1998); Ponte <i>et al.</i> (2003) e Alro e Skovsmose (2006)

No artigo intitulado “Conhecimento de Professores para Promover o Raciocínio Matemático: uma experiência de formação continuada”, os autores Martins, Henriques e Caetano (2023) realizam uma investigação no contexto da formação continuada de professores, em uma unidade curricular do Mestrado em Ensino, para desenvolver o conhecimento de seis professores em exercício, a fim de promover o RM dos seus alunos. As atividades desenvolvidas resultaram na elaboração de tarefas matemáticas e na sua implementação em sala de aula da Educação Básica, assim como em uma reflexão final sobre as experiências vivenciadas. Os autores consideram que conhecimento docente para promover o RM pode ser associado a quatro dimensões principais: “(i) Aspectos teóricos e metodológicos; (ii) Aspectos curriculares; (iii) Aspectos materiais; e (iv) Aspectos do contexto. O ensino exploratório caracteriza-se, segundo os autores, como uma alternativa ao trabalho pedagógico em sala de aula, com vistas ao desenvolvimento da capacidade de RM pelo estudante (Ponte, 2005). As tarefas matemáticas para os autores são atividades propostas aos alunos com o objetivo de promover o raciocínio matemático, a generalização e a justificação por meio da construção e observação, considerando os conhecimentos prévios.

No artigo “Práticas de Ensino Exploratório de Matemática e a Mobilização/Desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino por Participantes do PIBID”, Marins, Teixeira e Savioli (2021) buscam investigar conhecimentos profissionais que são mobilizados/desenvolvidos por participantes do PIBID, quando inseridos em um processo formativo apoiado na perspectiva de ensino exploratório, e responder à seguinte questão norteadora: que práticas realizadas no processo formativo apoiadas na abordagem de ensino exploratório de Matemática podem contribuir para a mobilização/desenvolvimento de conhecimentos profissionais? Os autores analisam os resultados de uma ação formativa composta por seis encontros presenciais e por ações não presenciais.

Apoiados principalmente em Ball, Thames e Phelps⁷ (2008), concluem que determinadas práticas contribuíram para os seguintes fins: mobilização/desenvolvimento de Conhecimentos Matemáticos para o Ensino (Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK); Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS); e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)). E concluem que as práticas que contribuíram para esses fins foram: escolher uma tarefa desafiante e interessante aos alunos; antecipar suas possíveis resoluções; buscar conhecer o

⁷ As siglas do Modelo MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*) se referem às expressões em inglês: Domínio *Subject Matter Knowledge* (SMK): *Common Content Knowledge* (CCK), *Horizon Content Knowledge* (HCK) and *Specialized Content Knowledge* (SCK). Domínio PCK: *Knowledge of Content and Teaching* (KCT), *Knowledge of Content and Students* (KCS) and *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC).

objeto matemático de forma detalhada; explicar a dinâmica da aula; usar um material manipulável; monitorar a realização da tarefa; selecionar as resoluções a serem discutidas na aula; sequenciá-las a fim de propiciar um encadeamento lógico das ideias; manter um clima harmonioso para a discussão das ideias matemáticas; e conectar as respostas dos alunos.

Em “Desenvolvimento do conhecimento didático de professores em Estatística: uma experiência formativa”, Rodrigues e Ponte (2020a) relacionam os quatro domínios de conhecimento didático de Ponte (2012), a saber: (i) o conhecimento da Matemática para seu ensino; (ii) o conhecimento do currículo; (iii) o conhecimento do aluno e da sua aprendizagem; e (iv) o conhecimento da prática educativa com o conhecimento da Estatística para o seu ensino, de Batanero (2002). As atividades desenvolvidas no âmbito da formação (entre as quais figuraram análises de materiais didáticos, de tarefas exploratórias, de registros de produções de estudantes e de uma investigação estatística) tiveram como foco fomentar a literacia estatística⁸ no ambiente escolar.

Rodrigues e Ponte (2020b), no artigo intitulado “Investigação Baseada em Design⁹: uma experiência de formação de professores em Estatística”, a partir do modelo proposto por Ponte (2012) para o conhecimento didático do professor de Matemática, afirmam que ele é composto por quatro dimensões: Conhecimento da Matemática para o seu ensino; Conhecimento do aluno e da aprendizagem; Conhecimento da prática educativa; e Conhecimento do currículo. Os autores propõem uma experiência de formação. Procuram articular essas dimensões com os seguintes princípios de *Design Experiments*: utilização de tarefas de natureza exploratória; uso de situações autênticas de sala de aula; e uso da tecnologia. Os resultados sugerem que esses princípios contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento dos professores em relação à abordagem exploratória da Estatística.

No artigo “*Tipos de Problemas que Provocan la Generación de Argumentos Inductivos, Abductivos y Deductivos*”, Molina e Samper (2019) analisam as estratégias de resolução dos estudantes, identificando os tipos de argumentos associados a cada tipo de problema, e apontam como a tipologia dos problemas pode contribuir para o conhecimento didático-matemático do professor de matemática. Os autores defendem que conhecer os diferentes tipos de argumentos e reconhecer a diferença entre os empíricos (por exemplo, indutivos e abdutivos) e os formais (dedutivos) deve fazer parte do conhecimento de um professor de matemática, e defendem que

⁸ A partir de Martins e Ponte (2011) e Steen (2001), os autores afirmam que "De um modo geral, entende-se que a literacia se reporta a um conjunto de princípios, ideias, aptidões e capacidades de interpretação e comunicação necessárias para tratar, com eficiência, informação que envolva dados de cariz quantitativo que surgem no dia a dia e em situações profissionais" (Rodríguez; Ponte, 2020a).

⁹ Do inglês: *Design Experiments*.

conhecer diferentes tipos de tarefas relacionadas com a argumentação e como abordá-las, reconhecer a relação entre estas e a atividade matemática que isso implica, também é essencial aos elementos do conhecimento docente.

A inovação descrita pelos autores é pautada em problemas como os propostos em aula por Ponte e colaboradores, ao tratarem das chamadas *investigações matemáticas* (IM). Ao final das análises, os autores apresentam a relação entre três tipos de problemas. Os problemas de busca de consequente estão relacionados com argumento indutivo; os problemas de busca de antecedente estão relacionados com argumento abdutivo; e os problemas de determinação de dependência estão relacionados com os argumentos indutivo e abdutivo. Concluem que os futuros professores estiveram envolvidos no processo de resolver os problemas abertos, e foi a partir de suas suposições e das conversas matemáticas associadas (para aceitar ou rejeitar a ideias matemáticas expostas) que o conteúdo matemático foi organizado nas aulas de geometria. Eles formularam argumentos de diferentes tipos durante o processo de resolução, apresentaram suas conjecturas, verificaram seus resultados e tentaram apoiar a veracidade de suas conjecturas.

O artigo de Vieira, Trevisan e Baldini (2020), intitulado “Elementos valorizados por professores quando implementam tarefas em aulas de matemática”, é fruto do entrelaçamento de atividades que vinculam a universidade e a escola por meio de ações/projetos interessados em investigar as práticas profissionais de docentes já atuantes. O foco central é a problematização de elementos relacionados à elaboração de tarefas não-rotineiras¹⁰ (em comparação com aquelas presentes nos livros didáticos) direcionadas ao ensino de Álgebra. Porém, nesse contexto, os referenciais relacionados à temática (Stein & Smith, 2009; Ponte *et al.* 2013) articulam-se à discussão a respeito da THA (Simon & Tzur, 2004) e a valorização do conhecimento matemático dos estudantes nos processos de socialização e discussão de estratégias de resolução, enquanto uma ação docente (Thompson, 2009).

O trabalho intitulado “Uma Sequência de Atividades para o Ensino de Equações Diofantinas: Possibilidade para Ampliar a Base de Conhecimentos de Futuros Professores de Matemática”, dos autores Amorim, Pietropaolo, Galvão e Silva (2020), tem como objetivo analisar, à luz dos pressupostos estabelecidos por Ball, Thames, and Phelps (2008), a base de conhecimentos para o ensino de Equações Diofantinas de um grupo de futuros professores de Matemática, participantes de uma formação. Para tanto, foram utilizados os princípios da

¹⁰ A tarefa em discussão no artigo tem como base um material manipulativo, inspirado em Vieira (2018), sobre a representação de figuras geométricas e linguagem algébrica.

metodologia *Design Experiments*. O estudo envolveu um grupo de dez estudantes do curso de LM de um *campus* da UFS. Os autores analisaram as reflexões do grupo de licenciandos em registros escritos e gravações de áudio, geradas pela vivência em uma sequência de ensino sobre Equações Diofantinas. A atividade explorou a relação entre um conteúdo da Teoria dos Números e temas que seriam ensinados na Educação Básica. Segundo os autores, a sequência propiciou ao grupo de licenciandos reflexões sobre as dificuldades que estudantes da Educação Básica podem ter em situações envolvendo equações e sobre a forma como poderiam auxiliar seus alunos a superarem-nas.

Teixeira (2020), no trabalho intitulado “Práticas de professores do ensino básico durante a resolução de problemas de contagem”, tem como objetivo responder à seguinte pergunta de pesquisa: que experiências um professor de Matemática deve vivenciar em uma formação continuada, para selecionar e dirigir situações de aprendizagem que visem desenvolver o raciocínio combinatório de seus alunos por meio da proposição de problemas de contagem, de modo a compreender suas dificuldades e ajudá-los a superá-las? A pesquisa também investigou se uma sequência de atividades que explora a resolução de problemas de contagem, sem o uso de fórmulas, pode ajudar os professores a (re)significar seus conhecimentos sobre o tema. A metodologia *Design Experiment* de Cobb *et al.* (2003), foi escolhida para nortear o desenvolvimento das atividades, por permitir flexibilidades para adaptar o desenho inicial proposto, em um movimento cíclico de idas e vindas. A pesquisa envolveu a formação continuada de vinte professores que, à época, ensinavam matemática em turmas do ensino fundamental e/ou ensino médio de uma rede estadual de ensino. A formação foi desenvolvida ao longo de oito encontros com duração média de cinco horas. A pesquisa identificou que os professores têm dificuldades em explorar os quatro significados do conceito de multiplicação e em abordar o raciocínio combinatório.

Silva e Costa (2019), no artigo “Abordagem investigativa em aulas de Matemática: uma investigação com casos de ensino na formação de professores”, apresentam reflexões e análises a partir de um encontro que integra uma ação de formação de professores orientada por e para a abordagem investigativa em aulas de Matemática, organizada por casos de ensino. Os casos de ensino são tomados a partir da perspectiva de Misukami (2000), que, influenciada pelos estudos de Lee Shulman, ressalta o seu potencial enquanto instrumento de reflexão da prática pedagógica. Segundo os autores, as atividades investigativas seriam compostas por situações ou problemas abertos, menos estruturados, que permitem a resolução por diferentes caminhos na busca por uma solução. As análises foram realizadas à luz da investigação sobre as compreensões produzidas pelos professores, e destacaram aspectos que podem ser

sistematizados e categorizados segundo os elementos da abordagem investigativa em aulas de Matemática.

O segundo agrupamento reúne seis trabalhos, dos quais três integram um número especial do periódico *Perspectivas de Educação Matemática*, intitulado “Tarefas Matemáticas e a Aprendizagem Profissional Docente na Formação Inicial e Continuada”.

Tabela 2.

Agrupamento 2: Tarefas direcionadas à aprendizagem docente (Elaborado pelas(os) autoras(es). As indicações com as iniciais “CO”, indicam referenciais de conhecimento apresentados pelas(os) autoras(es) dos artigos. Do mesmo modo, as indicações em com as iniciais “AP”, indicam referenciais das abordagens problematizadoras. Para otimizar espaço, utilizamos siglas para: Conhecimento Didático (CD); Mathematics Teacher Specialised Knowledge (MTSK), School-Related Content Knowledge (SRCK), Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP) e Tarefa de Formação (TF))

Teoria	Artigo	Pontos de enfoque	Referenciais
TAP	Silva, Albrecht e Neves (2023)	Envolver um formador atuante na LM nos processos de estudo teórico, criação/concepção de tarefas matemáticas e tarefas formativas , no planejamento, no desenvolvimento e na reflexão das ações de desenvolvimento de propostas didáticas. Além de referenciais a respeito dessa temática, há problematizações sobre o trabalho colaborativo e a perspectiva do Ensino Exploratório.	CO: Ribeiro e Ponte (2020) AP: Fiorentini (2004) e Canavarro (2011)
TAP/ PLOT	Gross <i>et al.</i> (2023)	Analisar, com base no Modelo PLOT , proposto por Ribeiro e Ponte (2020), uma proposta de TAP utilizada no contexto formativo de uma disciplina em um curso de mestrado.	CO: Ball, Thames, Phelps (2008) e Silver (2007); AP: Ribeiro e Ponte (2020).
TAP/ SRCK	Jardim, Aguiar e Ribeiro (2023)	Compreender, com base no SRCK de Dreher e seus colaboradores, de que maneira os conhecimentos profissionais de estudantes de um curso de LM são modificados a partir de duas TAP relacionadas à discussão de estruturas algébricas de Grupos e às articulações entre esses conhecimentos e o ensino de conteúdos escolares.	CO: McCrory <i>et al.</i> (2012), Dreher <i>et al.</i> (2018) e Ribeiro e Ponte (2020) AP: Canavarro <i>et al.</i> (2012)
TAP/ CD	Aguiar, Ponte e Ribeiro (2021)	Investigar, a partir de algumas TAP , o conhecimento matemático e didático (Ponte, 1999) mobilizado e aprofundado por professores de Matemática ao prepararem, desenvolverem e analisarem coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades em uma turma do Ensino Médio.	CO: Ponte (1999), AP: Ball; Cohen (1999)
TF/ MTSK	Ribeiro, Almeida e Mellone (2021)	Apresentar o conceito de TF , desenvolvido no contexto do Grupo de Pesquisa e Formação Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor que ensina matemática.	CO: Ribeiro (2021) AP: Ribeiro, Almeida e Mellone (2021).

TF/ MTSK	Ribeiro, Gibim e Alves (2021)	Discutir, por meio de uma TF sobre frações, a necessidade e a importância de mudanças de foco na formação inicial e continuada de professores, com base no modelo MTSK .	CO: Carrillo <i>et al.</i> (2018) e Di Martino, Mellone e Ribeiro (2020) AP: Ribeiro, Almeida e Mellone (2021).
-------------	-------------------------------	--	--

Gross *et al.* (2023), no artigo intitulado “Uma Proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional”, ao discutir as Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP), pautaram-se no modelo teórico e metodológico *Professional Learning Opportunities for Teachers* (PLOT), proposto por Ribeiro e Ponte (2020). Os autores delineiam informações que orientam os leitores a respeito da construção e da análise de uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP), bem como discutem exemplos com essa intenção. A análise dos dados do artigo é pautada na perspectiva do *Design Experiments* (Cobb *et al.*, 2016).

Jardim, Aguiar e Ribeiro (2023), no artigo intitulado “Tarefas de aprendizagem profissional e o conhecimento matemático envolvendo a estrutura algébrica de Grupos: uma experiência na licenciatura em Matemática”, valeram-se de ciclos de pesquisa baseada em *Design Experiments*, na perspectiva do Ensino Exploratório (Canavarro, *et al.*, 2012), para uma TAP (Ribeiro & Ponte, 2020) em uma disciplina de Álgebra na graduação. No que tange aos referenciais teóricos a respeito do conhecimento, os autores partem de uma interessante problematização dos conceitos de matemática escolar e matemática acadêmica, no sentido de destacar estudos que buscam demarcar as conexões (e seus benefícios) entre esses dois termos. Ao tratar os participantes da pesquisa como futuros professores atuantes no Ensino Médio, os autores utilizam o *School-Related Content Knowledge* (SRCK) de Dreher e seus colaboradores (2018). Traduzido pelos autores como *Conhecimento do Conteúdo Relacionado à Escola*, é dito que essa perspectiva considera relações não triviais entre a matemática escolar (ME) e a matemática acadêmica (MA), englobando os três aspectos: (i) *Conhecimento sobre a estrutura curricular e sua legitimação no sentido de razões metamatemáticas*; (ii) *Conhecimento da relação entre a ME e a MA*; e (iii) *Conhecimento da relação entre a MA e a ME*. Nesse contexto, o estudo de McCrory *et al.* (2012) também é elencado como importante referencial teórico para a análise dos conhecimentos dos futuros professores direcionados ao ensino de Álgebra¹¹.

¹¹ Os autores demarcam que, de acordo com McCrory *et al.* (2012), “[...] são três as práticas que podem auxiliar na compreensão e avaliação do conhecimento dos professores para o ensino da álgebra: conectar tópicos, representações e domínios da álgebra; aparar a complexidade de um tópico da matemática avançada para obter entendimentos da matemática escolar; e descompactar significados ocultos em fórmulas e procedimentos, bem como direcionar e clarificar possíveis restrições” (Jardim, Aguiar & Ribeiro, 2023, p.5).

A Álgebra enquanto temática surge também no artigo de Silva, Albrecht e Neves (2023), intitulado “A Construção de uma Tarefa Matemática sobre Sistemas Lineares: Trabalho Colaborativo no Contexto da Formação de um Formador de Professores”, no qual outra TAP é alvo de análise. Alinhado a referenciais da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, do trabalho colaborativo (Fiorentini, 2004), e de autores que discutem a perspectiva do Ensino Exploratório (Canavarro, 2011; Cyrino & Teixeira, 2016), o trabalho envolveu, além dos autores, um formador responsável pela disciplina de “Álgebra Linear” em um curso de LM e os graduandos nela matriculados.

No artigo “Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica Acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática”, Aguiar, Ponte e Ribeiro (2021) utilizam TAP de Ball e Cohen (1999) especialmente elaboradas para a formação, para investigar o conhecimento matemático e didático (Ponte, 1999) mobilizado e aprofundado por professores de Matemática, ao preparar, desenvolver e analisar coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades em uma turma do Ensino Médio. O processo formativo foi realizado ao longo de 15 encontros semanais de quatro horas com professores de Matemática da Escola Básica, na região metropolitana de São Paulo. Os registros de prática, mais precisamente o uso de vídeos que constituíram a elaboração das TAP e que pretendiam promover discussões coletivas entre os professores, se mostraram ferramentas poderosas para que os professores saíssem do seu isolamento para pensar, construir e refletir coletivamente. Os professores participantes mobilizaram e ampliaram seus conhecimentos sobre a interpretação de diferentes formas de generalizar um padrão matemático, assim como ampliaram seus próprios conhecimentos matemáticos acerca de um importante tema a ser discutido na Escola Básica, a Álgebra.

No artigo “A necessária mudança de foco na formação de professores de e que ensinam matemática: discussão de tarefas para a formação e o desenvolvimento do conhecimento interpretativo”, Ribeiro, Gibim e Alves (2021) assumem o *Mathematics Teachers’ Specialized Knowledge* (MTSK)¹² (Carrillo *et al.*, 2018) e o Conhecimento Interpretativo de Di Martino, Mellone e Ribeiro (2020) para a construção de Tarefas Formativas (ou Tarefas para a formação profissional). Este último conceito é caracterizado pelos autores em outro artigo, também integrante do nosso *corpus*, intitulado “Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor” de Ribeiro, Almeida e Mellone (2021). Das discussões desses dois artigos, é perceptível que as tarefas para

¹² No Brasil, os pesquisadores têm traduzido como: Conhecimento Especializado de Professores de Matemática.

a formação de professores não devem se restringir à implementação de um determinado conhecimento específico para os estudantes, mas devem intencionalmente considerar “[...] as especificidades do contexto profissional e visam desenvolver as especificidades do conhecimento especializado do professor de e que ensina ou ensinará matemática” (Ribeiro, Gibim e Alves, 2021, p. 9). Ao sinalizarem um exemplo, Ribeiro, Almeida e Mellone (2021) apresentam uma estrutura caracterizada por duas partes: (i) uma proposta de tarefa que possa ser aplicada pelos professores aos seus estudantes, ocasião em que também são incluídas questões aos professores, intencionalmente preocupadas em suscitar o conhecimento especializado docente a respeito da temática em questão; e (ii) um conjunto de produções (reais ou hipotéticas) de estudantes, que podem ser originárias de diversas fontes (como vídeos, episódios de sala de aula ou registros escritos) a respeito da tarefa anteriormente apresentada. A intencionalidade é estabelecer articulações entre o conhecimento interpretativo, com vistas à construção de feedbacks construtivos.

O terceiro agrupamento reúne pesquisas que se apoiaram na utilização de atividades de Modelagem Matemática, as quais apresentam referenciais teóricos bastante diversos.

Tabela 3.

Agrupamento 3: Modelagem Matemática (Elaborado pelas(os) autoras(es). As indicações com as iniciais “CO” indicam referenciais de conhecimento apresentados pelas(os) autoras(es) dos artigos. Do mesmo modo, as indicações em com as iniciais “AP” indicam referenciais das abordagens problematizadoras. Para otimizar espaço, utilizamos siglas para: Jogos de Linguagem (JL), Mathematics Teacher Specialised Knowledge (MTSK), Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) e Teoria da Objetivação (TO).)

Teoria	Artigo	Pontos de enfoque	Referenciais
MTSK	Escorcia, Acevedo-Rincón e Montes (2023)	Discute o conhecimento especializado do professor de matemática que incorpora as tecnologias de informação e comunicação (TIC) no ensino de matemática, utilizando a modelação . O modelo MTSK é apresentado como uma ferramenta analítica para compreender esse conhecimento.	CO: Ball, Thames, Phelps, (2008); Carrillo <i>et al.</i> (2018) e Padilla-Escorcia e Acevedo-Rincón (2020, 2021, 2022) AP: Villa-Ochoa (2007, 2015)
THA	Ferreira e Silva (2019)	Analisa as produções apresentadas pelos participantes em uma atividade de modelagem , especificamente no que diz respeito a cada uma das fases da Modelagem: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação dos Resultados e Validação , e as relaciona a uma THA previamente planejada, observando como cada uma dessas fases foram antecipadas hipoteticamente pelas pesquisadoras.	CO: Simon e Tzur (2004) AP: Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Borromeo Ferri, 2006
TO	Prieto e Buitrago (2019)	Com base na TO de Radford, os autores buscam identificar e descrever os conhecimentos práticos de elaboradores de simuladores para a gestão do trabalho matemático, reconhecidos por um grupo de promotores do Clube GeoGebra.	CO: Radford (2013), AP: Villarreal e Borba (2010) e Gutiérrez, Prieto e Ortiz (2017)
JL	Sousa e Almeida (2019)	Investiga os diferentes JL associados ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática e os significados constituídos por licenciandos em matemática no interior destes jogos de linguagem em relação a equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.	CO: Wittgenstein (1996, 2013) AP: Pollak (2012)

O trabalho intitulado “*Conocimiento especializado del profesor de matemáticas para enseñar a través de la modelación utilizando las TIC*” dos autores Escorcia, Acevedo-Rincón e Montes (2023) discute o conhecimento especializado do professor de matemática que incorpora as TIC no ensino de matemática, utilizando a modelação. O modelo *Mathematics Teachers’ Specialized Knowledge* (MTSK) é apresentado como uma ferramenta analítica para compreender o conhecimento que um professor de matemática usa ao desenvolver tarefas relacionadas à sua profissão. As características do conhecimento especializado do professor que incorpora as TIC no ensino de matemática por meio de modelagem incluem a necessidade de

conhecer a fundo a disciplina de matemática, relacioná-la com o conhecimento didático-pedagógico e desenvolver processos de modelagem matemática utilizando TIC.

O trabalho de Ferreira e Silva (2019) intitulado “Modelagem Matemática e uma Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem” investiga a utilização de uma THA elaborada pelas autoras, no processo de resolução de um problema de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, na formação de professores. O contexto da pesquisa foi um minicurso com professores da educação básica, futuros professores de matemática e formadores de professores, e o problema a ser resolvido pelos professores trata do tema *Velocidade de reação de pastilha de antiácido*. Para as autoras, a proposta de utilizar uma THA como recurso no planejamento de atividades de Modelagem Matemática pode se apresentar como uma estratégia na formação docente, inicial ou continuada, tendo em vista que THA é um instrumento norteador da prática docente. Entretanto, analisam as resoluções dos professores comparando com o previsto na THA elaborada por elas. Em uma nota de rodapé, apontam que “Os pressupostos teóricos da THA foram elementos norteadores do trabalho realizado pelas pesquisadoras. No entanto, os cursistas tiveram uma visão geral sobre o que é uma THA, apresentada teoricamente no minicurso, e a informação de que ela foi utilizada como base para a proposição da tarefa de Modelagem”.

O trabalho de Prieto e Buitrago (2019), intitulado “*Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra*”, embora não esteja diretamente relacionado com o ensino, investiga, no contexto de um projeto de elaboração de simuladores para o *Geogebra*, os conhecimentos para a gestão do trabalho matemático, reconhecidos por um grupo de promotores do *Clube GeoGebra*. Os participantes foram sete professores de Matemática e Física, quatro mulheres e três homens, que atuavam como promotores do *Clube GeoGebra* durante o ano letivo 2016-2017. Os resultados do estudo indicam que esse conhecimento foi mobilizado em resposta a uma necessidade ética da profissão docente, expressa pelos promotores: garantir que os alunos aprendam geometria enquanto resolvem tarefas de construção, comunicar aos outros as técnicas usadas para resolver as tarefas ou antecipar uma técnica para garantir um melhor desempenho no futuro. Para os pesquisadores, esse resultado confirma que o conhecimento da gestão matemática do trabalho está fortemente enraizado nas experiências concretas dos promotores.

O trabalho de Sousa e Almeida (2019), intitulado “Apropriação Linguística e Significado em Atividades de Modelagem Matemática”, está fundamentado na Modelagem Matemática de Pollak (2012) e tem como base filosófica os estudos sobre jogos de linguagem de Wittgenstein (1996, 2013) e de alguns de seus interpretadores. Considerando esses

elementos teórico-filosóficos, atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias de um curso de LM. As autoras consideram as práticas discursivas dos alunos para análise discursiva, possibilitando a construção de árvores de associação de ideias a partir destas. Os resultados indicam que a constituição de significado no interior de atividades de modelagem está associada à apropriação linguística dos alunos relativa às regras e técnicas que estão configuradas em jogos de linguagem específicos identificados nas atividades de Modelagem Matemática.

O quarto agrupamento reúne cinco pesquisas que se apoiaram, de modo geral, na utilização do termo *problema*, as quais, em sua maioria, não apresentam referenciais específicos sobre uma abordagem problematizadora.

Tabela 4.

Agrupamento 4: Outras abordagens que utilizam problemas matemáticos (Elaborado pelas(os) autoras(es)). As indicações com as iniciais “CO”, indicam referenciais de conhecimento apresentados pelas(os) autoras(es) dos artigos. Do mesmo modo, as indicações com as iniciais “AP”, indicam referenciais das abordagens problematizadoras. Para otimizarmos espaço, utilizamos siglas para: Criatividade (CRI), Enfoque Ontossemiótica do Conhecimento (EOC), Knowledge Quartet (KQ), Pedagogical Content Knowledge (PCK), Teoria Antropológica do Didático (TAD).)

Teoria	Artigo	Pontos de enfoque	Referenciais
CRI	Marcatto (2023)	Discutir a implementação de tarefas instrucionais de resolução de problemas na perspectiva do Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP) (Koichu, 2019), na formação de PEM, para a constituição de uma base de conhecimento com foco em fomentar, em especial, a criatividade dos participantes nos processos resolutivos.	CO: Gontijo e Fonseca (2020); Koichu (2019) e Sriraman (2009); AP: Cobb <i>et al.</i> (2003)
KQ	Perez e Piquet (2022)	Neste trabalho, veremos como os professores fazem conexões entre representações para ajudar os alunos a construir a linguagem algébrica. Para isso, os autores analisaram três episódios extraídos de duas aulas de um professor. As intervenções do professor ocorreram no âmbito de uma aula que se desenvolve em um ambiente de resolução de problemas . As análises foram realizadas a partir do referencial teórico fornecido pelo Knowledge Quartet (KQ) , instrumento que, segundo os autores, permite observar como emerge o conhecimento do professor quando ele ajuda seus alunos a aprender matemática.	CO: Shulman (1986) e De La Fuente; Rowland; Deulofe (2016)

PCK	Etcheverria; Almeida e Amorim (2021)	O trabalho teve como objetivo trazer para discussão uma experiência de formação inicial com graduandos da LM da UFS, quanto ao ensino das operações do campo aditivo. O processo formativo esteve organizado a partir da concepção de ação e raciocínio pedagógicos apresentada por Shulman , e foi desenvolvido na disciplina de Tópicos de Ensino de Matemática	CO: Shulman (2014) AP: Vergnaud (1996) e Magina <i>et al.</i> (2008)
EOC	Uribe e Oliva (2021)	Partindo do Enfoque Ontossemiótica do Conhecimento (EOC) de Godino, o objetivo deste trabalho foi investigar os tipos de conhecimentos disciplinares e didáticos que os futuros professores de matemática, ao cursarem a disciplina introdutória de análise em uma universidade do sul do Chile, colocam em jogo quando realizam atividades avaliativas de funções trigonométricas .	CO: Godino (2002, 2009)
TAD	Costa e Del Rio (2019)	O trabalho apresenta a descrição e análise praxeológica (conhecimento e saber-fazer) de um problema geométrico que permite iniciar o estudo da noção de função. A partir da TAD , realizam uma análise prévia do conhecimento e know-how que podem ser colocados em jogo ao estudar esse problema, e o adaptam incorporando a Geometria Dinâmica no processo de resolução, para ser apresentado em inúmeras oficinas e cursos de formação de professores da Argentina.	CO: Brousseau; Chevallard e Otero (2013)

Marcatto (2023) utiliza a perspectiva do Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP) (Koichu, 2019) ao apresentar a discussão de uma implementação em sala de aula, realizada em um contexto de formação de PEM sobre a Resolução de Problemas, a partir do referencial de *Design Experiments*, de Cobb *et al.* (2003). Esse cenário é compreendido pela autora como capaz de potencializar a aprendizagem dos estudantes mediante a valorização de suas interações com os pares. Outro ponto destacado pela autora é, ao mesmo tempo, o alinhamento dessa perspectiva com as exigências da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e as dificuldades de estudantes e professores em compreenderem essa perspectiva no desenvolvimento de habilidades e competências.

No trabalho intitulado “*Uso de las conexiones entre representaciones por parte del profesor en la construcción del lenguaje algebraico*”, Perez e Piquet (2022) apresentam as conexões entre representações utilizadas por professores para ajudar seus alunos a construírem a linguagem algébrica. Para isso, os autores analisam três episódios extraídos de duas aulas de um professor. As intervenções do professor ocorreram no âmbito de uma aula considerada um ambiente de resolução de problemas, que, segundo os autores, seria aquele em que os alunos têm um papel de liderança, têm a oportunidade de conectar o que estão aprendendo com o que já sabem e a capacidade de conectar e fazer com que os alunos se conectem entre diferentes

representações matemáticas. As análises foram realizadas utilizando o referencial teórico fornecido pelo *Knowledge Quartet* (KQ)¹³, instrumento que, segundo os autores, permite observar como emerge o conhecimento do professor quando ele ajuda seus alunos a aprenderem matemática. Além disso, os autores propõem incluir no KQ um novo indicador chamado “conexões entre representações”, referente às conexões que o professor faz para realizar uma tradução entre duas representações.

No artigo “Processo Formativo do Futuro Professor de Matemática: foco nas operações do campo aditivo”, os autores Etcheverria, Almeida e Amorim (2021) apresentam uma experiência de formação inicial com graduandos da LM da UFS. A proposta tem o propósito colocar em prática os passos do raciocínio pedagógico proposto por Shulman (2014), que pode ser categorizado nas seguintes etapas: compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e novas compreensões. Os dados foram coletados por meio do diário de campo e de portfólios. Aos participantes da pesquisa foi solicitado que elaborassem problemas relacionados ao campo aditivo. A partir de discussões sobre diferentes categorias e complexidades das situações-problema, os problemas elaborados pelos licenciandos foram categorizados segundo Vergnaud (1996) e Magina (2008). Segundo os autores, a ação e o raciocínio pedagógicos vivenciados por licenciandos podem ajudar no processo formativo do futuro professor de Matemática, ao promover compreensões das complexidades do processo pedagógico.

No artigo “*Tipos de conocimientos desplegados por futuros profesores de Matemática al resolver problemas sobre funciones trigonométricas*”, Uribe e Oliva (2021) analisam os conhecimentos de futuros professores de matemática que cursaram a disciplina introdutória de Análise em uma universidade do sul do Chile, quando estes realizam atividades avaliativas sobre funções trigonométricas; investigam suas respostas e estabelecem uma tipologia de conhecimentos matemáticos gerais e específicos. Os problemas foram escolhidos após uma análise prévia de seleção de campos e subcampos de problemas relacionados às funções trigonométricas, a partir dos textos bibliográficos utilizados na disciplina, bem como das anotações trabalhadas pelos professores que ministraram a disciplina no primeiro semestre de 2018 e semestres anteriores. Esta investigação foi realizada considerando os elementos primários e a faceta epistêmica da Abordagem Ontossemiótica, por meio da decomposição de unidades e identificação de entidades que os futuros professores de matemática põem em jogo (Godino, 2002). Segundo os autores, as observações indicam que os alunos apresentam

¹³ No Brasil, os autores que utilizam este modelo não o traduzem, apenas esclarecem que *Knowledge Quartet* (KQ) é uma ferramenta teórica oriunda da prática do professor, composta por quatro dimensões.

conhecimentos gerais: conhecimentos algorítmicos, representativos, interpretativos e específicos associados ao campo de problemas abordados nas atividades.

O artigo “*Aportes de la Geometría Dinámica al estudio de la noción de función a partir de un problema geométrico: un análisis praxeológico*”, de Costa e Del Rio (2019), apresenta a descrição e análise praxeológica (conhecimento e saber-fazer) de um problema geométrico que permite iniciar o estudo da noção de função. A pesquisa enquadra-se na TAD, que propõe o abandono da pedagogia tradicional (ou monumental) em favor da adoção da chamada Pedagogia da Pesquisa e do Questionamento do Mundo (Chevallard, 2013; Otero, 2013). Para a implementação da proposta, os autores realizaram uma análise prévia do conhecimento e know-how que podem ser colocados em jogo ao estudar o problema proposto. Após o estudo, o problema foi apresentado em oficinas, para professores de Buenos Aires, Argentina, com a particularidade de incorporar a Geometria Dinâmica no processo de resolução. Nas oficinas, são propostas perguntas sobre o problema e sua resolução, que possibilitam a reflexão dos professores sobre o ensino.

Sínteses integrativas dos agrupamentos construídos

O processo de construção dos agrupamentos nos proporcionou identificar articulações entre as teorias de conhecimento/saberes e as direcionadas à discussão das abordagens problematizadoras utilizadas pelas(os) autoras(es) do *corpus* que constituímos.

No primeiro agrupamento, *Abordagens baseadas em tarefas exploratórias e investigativas*, nota-se uma forte preocupação com o desenvolvimento do Conhecimento Didático e do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo por professores e futuros professores. A maioria dos trabalhos integrantes do *corpus* (9 estudos) está neste agrupamento, que relaciona abordagens problematizadoras e mobilização/produção/aprofundamento de conhecimentos e saberes. Esta parece ser uma tendência emergente das pesquisas sobre conhecimento docente. No trabalho de Martins, Henriques e Caetano (2023), por exemplo, a perspectiva do Conhecimento docente para promover o Raciocínio Matemático (RM) se articula com os conteúdos através da prática pedagógica dos participantes, ao elaborarem ou adaptarem tarefas que promovam a conjectura, a generalização e a justificação, ao prever ações específicas para apoiar a elaboração de justificativas e a partilha de informações em sala de aula, e antecipar possíveis direções que uma lição possa tomar.

Vieira, Trevisan e Baldini (2020), por exemplo, reconhecem os momentos de elaboração, construção e implementação de tarefas como fundamentais à prática docente. Molina e Samper (2019) procuram desenvolver o conhecimento didático-matemático de futuros

professores da Colômbia por meio da resolução de problemas abertos de conjectura (IM) em geometria, relacionados com argumentação (indutiva, dedutiva, abdutiva), com auxílio do GeoGebra. Os trabalhos de Rodrigues e Ponte (2020a) e de Rodrigues e Ponte (2020b), a partir das dimensões do conhecimento didático do professor descritas por Ponte (2012), propõem uma experiência de formação, com base no *Design Experiments* de Cobb, e salientam “a importância de não conceber as experiências de ensino apenas como testes de teorias pré-concebidas, e sim possibilitar a construção de teorias locais. Estas teorias locais distinguem-se das teorias específicas e gerais, por serem adaptadas a um tópico específico”.

Teixeira (2020) também utiliza a abordagem do *Design Experiments* ao propor uma sequência de atividades que exploram a resolução de problemas de contagem do Ensino Fundamental, sem a utilização de fórmulas, visando desenvolver o raciocínio combinatório dos alunos e auxiliar os professores a superarem possíveis dificuldades relacionadas a este tema. Molina e Samper (2019) defendem que os futuros professores “conheçam a matemática de uma forma que seja útil para o ensino – não basta que conheçam a matemática que eles vão ensinar” (Molina & Samper, 2019, p. 111-112) –, e que os futuros professores possam “conceber a resolução de certos tipos de problemas como forma de envolver atividade argumentativa no ensino e ter ferramentas para reconhecer as características desse tipo de atividade no processo de ensino” (Molina & Samper, 2019, p. 112).

No segundo agrupamento, *Tarefas direcionadas à aprendizagem docente*, seis trabalhos problematizam as potencialidades de TAP e de TF na formação de professores. Os trabalhos de Ribeiro, Almeida e Mellone (2021) e Ribeiro, Gibim e Alves (2021), por exemplo, ao articularem essa perspectiva problematizadora com o MTSK, sinalizam a importância do contexto colaborativo entre docentes atuantes na Educação Básica, formadores da LM e graduandos nos processos de discussão de tarefas. Os designs do encaminhamento metodológico dessas investigações possuem semelhanças significativas, tendo em vista que todas associam o uso das tarefas direcionadas à aprendizagem docente com diferentes modelos de conhecimento, possibilitando uma análise detalhada desses conhecimentos, e também reflexões sobre a necessidade de mudanças de foco na formação inicial e continuada de professores.

No terceiro agrupamento, *Abordagens que utilizam Modelagem Matemática*, três dos quatro trabalhos parecem ser os que menos se relacionam com processos de mobilização/produção de conhecimentos para o ensino por professores e futuros PEM. Estas pesquisas atentaram ao desenvolvimento da linguagem técnica (Sousa e Almeida, 2019), à validação de uma THA para prever fases da resolução de problemas de Modelagem seguidas

por professores e futuros professores (Ferreira & Silva, 2019), ou aos saberes necessários para gerir o trabalho matemático durante a elaboração de simuladores no *GeoGebra* (Prieto & Buitrago, 2019). O artigo de Escorcía, Acevedo-Rincón e Monte (2023) é o mais atual, e articula o modelo MTSK e a modelação matemática com o *software GeoGebra* para discutir o conhecimento especializado do professor de matemática que incorpora as TIC no ensino de cónicas. Os tipos de conhecimento especializado que um professor de matemática utiliza ao desenvolver as tarefas incluem o conhecimento de tópicos, conhecimento de práticas matemáticas e conhecimento de ensino de matemática. Esta mudança de perspectiva, entre os trabalhos mais antigos e o mais atual, parece indicar uma aproximação da Modelagem aos referenciais teóricos de conhecimento e saberes para a formação de professores.

Os cinco trabalhos que utilizam problemas na formação, presentes no quarto agrupamento, intitulado *Outras abordagens que utilizam problemas matemáticos*, em sua maioria, não fundamentam a opção pelos problemas por meio de uma abordagem. Entretanto, carregam semelhanças no sentido de uma preocupação explícita com uma formação de professores que possibilite uma mudança no paradigma (ainda) vigente nas salas de aulas da Educação Básica, o qual mantém a centralidade na matemática e no professor e não nas práticas sociais, ou seja, que não prioriza o diálogo, a construção ou a problematização. Estes pesquisadores buscam desenvolver a criatividade e preparar o professor para compreender os documentos que regem o ensino (Marcatto, 2023); buscam estabelecer conexões entre representações (Perez & Piquet, 2022), fato que pode facilitar a compreensão dos estudantes. Há pesquisadores ainda que buscam, por meio da articulação entre o modelo de raciocínio pedagógico e a Teoria dos Campos Conceituais (Etcheverría, Almeida & Amorim, 2021), já na formação inicial, possibilitar que futuros professores categorizem e elaborem problemas do campo aditivo, a fim de compreenderem conceitos fundamentais para transformar o ensino das operações de adição e subtração.

Ao explorarem, no contexto de uma disciplina de Análise Matemática, os conhecimentos didáticos que os futuros professores de matemática de uma universidade do sul do Chile colocam em jogo quando realizam atividades avaliativas de funções trigonométricas, Uribe e Oliva (2021), parecem questionar o papel destas disciplinas na formação, advogando por uma aproximação com a profissão. Costa e Del Rio (2019), analisam, a partir da TAD, as praxeologias de um problema geométrico que permite iniciar o estudo da noção de função da forma que julgam mais significativa, incorporando a Geometria Dinâmica no processo de resolução e propondo o abandono da pedagogia tradicional (ou monumental) em favor da

adoção da chamada Pedagogia da Pesquisa e do Questionamento do Mundo (Chevallard, 2013; Otero, 2013).

Para os autores, é importante o trabalho com problemas para potencializar a compreensão do conceito de função, no lugar do ensino tradicional, que prioriza apenas a apresentação ordenada de aspectos do conteúdo, sem problematizá-lo historicamente. Apontam os softwares de Geometria Dinâmica como uma oportunidade para recuperar a noção de função como um modelo que vincula a variação entre as medições de duas magnitudes.

Alinhavos Finais: Contribuições, Limitações e Desafios

No processo de construção do nosso *corpus*, procuramos estabelecer os termos utilizados como critérios de busca de modo intencionalmente amplo (“*design*”, “*explor*”, “*investig*”, “*problem*”, “*modela*” e “*tarefa*”), com o intuito de identificarmos as temáticas vinculadas às abordagens problematizadoras. Na busca por reunir as pesquisas que se preocuparam com os conhecimentos e saberes profissionais do professor de matemática e as abordagens problematizadoras de ensino, uma de nossas surpresas foi o silenciamento de estudos que propusessem essas articulações no campo da Resolução de Problemas (em suas diversas perspectivas teóricas).

Dos quatro agrupamentos construídos, destaca-se o quantitativo de estudos que problematizam as potencialidades do uso de tarefas (15): são nove estudos a respeito de tarefas exploratórias ou investigativas e seis direcionadas à formação docente. No que tange a perspectivas teóricas, a diversidade dos referenciais presentes nos artigos do agrupamento *Modelagem Matemática* foi um ponto de destaque. Ainda nessa linha, no agrupamento *Outras abordagens que utilizam problemas matemáticos*, por exemplo, uma característica expressiva foi a não demarcação explícita de referenciais teóricos a respeito de abordagens alinhadas a perspectivas problematizadoras. Entendemos que embora esse fato possa sinalizar uma certa dispersão, conseguimos notar em todos os trabalhos a preocupação com uma formação focada no ensino significativo para os estudantes. Este agrupamento nos surpreendeu, pois, ao buscar pelo termo “*problem*”, esperávamos encontrar trabalhos com foco na Metodologia de Resolução de Problemas ou na Matemática Problematizada¹⁴, e esses trabalhos não apareceram.

¹⁴ Para definir Matemática Problematizada, Giraldo (2018) discute a ideia de Matemática naturalizada versus Matemática problematizada. Para o autor, a exposição naturalizada (ou não problematizada), considera a matemática como um “corpo de conhecimento que sempre foi e sempre será da forma que é hoje, ou que evolui linearmente de um estado visto como “mais atrasado” para um estado “mais avançado”, por meio da inspiração isolada de “gênios com talento inato” (Giraldo, 2018, p. 41). Já a matemática problematizada “corresponde a uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção” (Giraldo, 2018, p. 41). Desse

Assim, podemos inferir que os pesquisadores que utilizam estas abordagens podem não prescindir de referenciais específicos de conhecimento ou saberes, o que não significa que o uso dessas abordagens não atente a uma formação preocupada com a qualidade do ensino na Educação Básica.

Finalizamos essa tarefa com a compreensão de que nossas contribuições na busca por identificar (possíveis) articulações entre o que denominamos abordagens problematizadoras e a mobilização e produção de saberes e conhecimentos do professor de Matemática sinalizam possibilidades de novas investigações. Entre elas, um estudo mais detalhado das práticas (e seus contextos) desenvolvidas no âmbito dos 24 estudos que integram nosso *corpus* ou, devido às limitações que o texto acadêmico nos impõe, de um olhar mais próximo para um agrupamento específico. Entendemos que respostas nessa direção colaborariam para uma compreensão mais abrangente dos desafios da implementação de abordagens problematizadoras nos processos de formação docente.

Referências

- Aguiar, M. A., Ponte, J. P., & Ribeiro, A. J. (2021). Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática. *Bolema*, Rio Claro, 35(70), 794-814. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a12>
- Alro, H; & Skovsmose, O. (2006) *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Amorim, M. E., Pietropaolo, R. C., Galvão, M. E. E. L., & Silva, A. F. G. (2020). Uma sequência de atividades para o ensino de Equações Diofantinas: possibilidade para ampliar a base de conhecimentos de futuros professores de Matemática. *Acta Scientiae*, 22(5), 207-226. DOI: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6080>
- Ball, D., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In: RICHARDSON, V. *Handbook of research on teaching*. 4. ed. New York, NY: Macmillan, p. 433-456.
- Ball, D., Thames. M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa & J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*. 95-120. Universidad de Alicante.

modo, entende-se que a Matemática Problematizada (MP) oportuniza maiores questionamentos, reflexões e investigações por parte do estudante.

- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, Karlsruhe, 38(2), 86-95.
- Brasil, Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Secretaria de Educação Básica. Brasília.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, P.; Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M.A., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar, A., Ribeiro, M., & Muñoz, M. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. DOI: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>.
- Costa, V. A., & Del Río, L. S. (2019). Aportes de la Geometría Dinámica al estudio de la noción de función a partir de un problema geométrico: un análisis praxeológico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 67-87. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a04>.
- Cristovão, E. M., & Fiorentini, D. (2021) Narrative Research in the Study of the Learning of Mathematics Teachers in Hybrid Collaborative University-School Spaces. *Sisyphus. Journal of Education*. 9(2), 34-60. DOI: <https://doi.org/10.25749/sis.21792>.
- Cyrino, M.C.C.T.; Teixeira, B. R. (2016). O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: Cyrino, M.C.C.T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 81-100.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In L. D. English, & D. Kirshner. *Handbook of international research in Mathematics Education*. Third edition, 481-503.
- De La Fuente, A., Rowland, T., & Deulofeu, J. (2016). Developing algebraic language in a problem solving environment: the role of teacher knowledge. In: *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics Conference*, Manchester: Adams G., 25-30.
- Dreher, A., Lindmeier, A.; Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 2(39), 319-341.
- Escorcia, I. A. P., Acevedo-Rincón, J. P., & Montes, M. A. (2023). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas para enseñar a través de la modelación utilizando las TIC. *Acta Sci.*, 25(1), 160-195. DOI: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7363>.
- Etcheverria, T. C., Almeida, R. N., & Amorim, M. E. (2021). Processo formativo do futuro professor de Matemática: foco nas operações do campo aditivo. *Bolema*, 35(71), 1438-1456. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a10>.

- Fernandez, C. (2015). Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de professores de ciências. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências*. Belo Horizonte. 17(2), 500-528.
- Ferreira, P. E. A., & Silva, K. A. P. D. (2019). Modelagem matemática e uma proposta de trajetória hipotética de aprendizagem. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 1233-1254. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a13>
- Fiorentini, D. (2004). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In.: Borba, M.; Araújo, J.L. (org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Fiorentini, D., & Crecci, V.M. (2017). Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. *Zetetiké*, 25(1), 164–185. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647773>
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity. In: *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Garnica, A. V. M. (2004). História oral e educação matemática. In: Borba, M. C.; Araújo, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 77-98.
- GEPFPM (2018). Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática e as Revisões Sistemáticas. In: Oliveira, A. M. P.; Ortigão, M. I. (Org.). *Abordagens Teóricas e Metodológicas nas Pesquisas em Educação Matemática*. Brasília: SBEM, 234-254. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ebook_pdf.
- Ginzburg, C. (1989). *Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história*. São Paulo: Companhia das Letras.
- Giraldo, V. A. (2018). Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. *Cienc. Cult.*, São Paulo, v. 70, n. 1, p. 37-42.
- Gross, G. F. S. et al (2023). Uma Proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 16, n. 42, p.1-21
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, Lyon, 22 (2/3), 237 - 284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Andujar, 20, 13-31.
- Gontijo, C. H., & Fonseca, M. G. (2020). O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, 3(3). <https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i3.11834>
- Gutiérrez, R., Prieto, J. L., & Ortiz, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Educación Matemática*, México D. F., 29(2), 37-68.
- Jardim, V. B. F., Aguiar, M., & Ribeiro, A. J. (2023). Tarefas de aprendizagem profissional e o conhecimento matemático envolvendo a estrutura algébrica de Grupos: uma experiência na licenciatura em Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(4), 1-21. DOI:10.37001/ripecm.v13i4.3621.
- Koichu, B. (2019). A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In Felmer, P, Liljedahl, P., & Koichu, B. (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction*

- and Teacher Professional Development. *Research in Mathematics Education*, 43-66. Springer, DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_21
- Magina, S., Campos, T. M. M., Nunes, T., & Citirana, V. (2008). *Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. 3. ed. São Paulo: PROEM.
- Marins, A. S., Teixeira, B. R., & Savioli, A. M. P. D. D. (2021). Práticas de ensino exploratório de matemática e a mobilização/desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino por participantes do PIBID. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 314-342. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a15>.
- Martins, M.E.G., & Ponte, J.P. (2007). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.
- Martins, M. A., Henriques, A. C. B., Caetano, J. J. (2023) Conhecimento de professores para promover o Raciocínio Matemático: uma experiência de formação continuada. *Bolema*, 37(77), 1126-1146. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n77a10>.
- Marcatto, F. S. F. (2023). Criatividade na formação de professores que ensinam matemática: um estudo de caso. *Zetetike*, 31(00), e023010. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v31i00.8672194>
- Molina, O., & Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. *Bolema*, 33, 109-134. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a06>.
- McCrory, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D., & Senk, S. L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584-615.
- Mizukami, M.G.N. Aprendizagem da Docência: algumas contribuições de L.S. Shulman. *Revista do Centro de Educação da UFSM*, v. 29, n.02, 2004.
- Moreira, P. C., & Ferreira, A. C. (2021). A Formação Matemática do Professor da Educação Básica: das Concepções Historicamente Dominantes às Possibilidades Alternativas Atuais. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(35), 1-30.
- Nóvoa, A. (2022). *Escolas e professores: proteger, transformar, valorizar*. Salvador: SEC/IAT. 116p. Colaboração de Yara Alvim.
- Oliveira, H., & Carvalho, R. (2008). Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: Ponte, J. P. *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 465-487.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29-54.
- Padilla-Escorcía, I., & Acevedo-Rincón, J. (2022). Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en la Enseñanza de la Modelación de la Elipse a Través de Recursos Tecnológicos. *Revista Lasallista de Investigación*, 19(1), 67-83. DOI: <https://doi.org/10.22507/rli.v19n1a4>.
- Padilla-Escorcía, I., & Acevedo-Rincón, J. (2021). Conocimiento especializado del profesor que enseña la reflexión de la función trigonométrica seno: Mediaciones con TIC. *Eco Matemático*, 12(1), 93-106. <https://doi.org/10.22463/17948231.3072>.
- Pérez, A de la F., Piquet, J. D. (2022). Uso de las conexiones entre representaciones por parte del profesor en la construcción del lenguaje algebraico. *Bolema*, 36(72), 389-410. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a17>.

- Prieto, J. L., & Buitrago, J. O. (2019). Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 1276-1304. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a15>.
- Pollak, H. O. (2012). What is mathematical modeling? In: Gould, H., Murray, C. D. R., & Sanfratello, A. *Mathematical Modeling Handbook*. Bedford: COMAP. Disponível em: <https://www.comap.com>.
- Ponte, J. P., Ferreira, C., Varandas, J. M.; Brunheira, L., & Oliveira, H. (1998). *A relação professor - aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: Projecto MPT e APM.
- Ponte, J. P.; Brocardo, J.; & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat*. Lisboa: APM, 2003, 25-39.
- Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In: Giménez, J.; Santos, L.; Ponte, J. P. *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: Graó, 25-34.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In: GTI (ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 11 - 34.
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Educación matemática: Teoría, crítica y práctica*, 83-98. Barcelona: Graó.
- Ponte, J. P., Branco, N., Quaresma, M., & Azevedo, A. (2013). Investigações e explorações como parte do trabalho quotidiano na sala de aula. *Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática*, 9(18), 05-22.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2016) Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*. 25(2), 77-98.
- Ponte, J. P., Fonseca, H., & Brunheira, L. (1999). As atividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat*. Lisboa, Portugal: APM, 91-101.
- Ponte, J. P. M., & Quaresma, M. A. F. (2015). As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. *Revista da Faculdade de Educação*, 23(1), 131-150.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. M. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, Lisboa, [s.v.], 156, 7-11.
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, Reston, 2(1), 7-44.
- Ribeiro, M. (2020). Discutindo o conhecimento especializado do formador de professores de e que ensinam Matemática – um exemplo focando Tarefas para a Formação. In: *Formação de professores que ensinam matemática: processos, desafios e articulações com a educação básica*. 1 ed. São Paulo: SBEM 1, 241-261.
- Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetiké*, 28, 1-20.

- Ribeiro, M., Almeida, A., & Mellone, M. (2021). Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas Da Educação Matemática*, 14(35), 1-32. DOI: <https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13263>.
- Ribeiro, M., Gibim, G., & Alves, C. (2021). A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: Discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(34), 1-24. DOI: <https://doi.org/10.46312/pem.v14i34.12686>.
- Rodrigues, B. M. B., & Ponte, J. P. M. D. (2020a). Desenvolvimento do conhecimento didático de professores em Estatística: uma experiência formativa. *Zetetiké*, 28, 1-20. DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656882
- Rodrigues, B. M. B., & Ponte, J. P. M. D. (2020b). Investigação Baseada em Design: uma experiência de formação de professores em Estatística. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, 22(3), 138-167. DOI: [dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p138-167](https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p138-167).
- Silva, D. K., & Costa, D. A. (2019). Abordagem investigativa em aulas de Matemática: uma investigação com casos de ensino na formação de professores. *Educ. Matem. Pesq.*, 21(1), 160-179. DOI: [http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p160-179](https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p160-179).
- Silva, J. M. P., Albrecht, E., & Neves, R. S. P. (2023). A Construção de uma Tarefa Matemática sobre Sistemas Lineares: Trabalho Colaborativo no Contexto da Formação de um Formador de Professores. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16(42), 1-34. DOI:
- Silver, E. et al (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 261-277.
- Shulman, L. S. (1986). Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, Washington, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (2014). Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. *Cadernos CENPEC*, 4(2), 196-229.
- Simon, M. A.; & Tzur, R. (2004) Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (2), 91-104.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Sousa, B. N. P. A., & Almeida, L. M. W. D. (2019). Apropriação linguística e significado em atividades de modelagem matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 1195-1214
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education* 41(13), 131-147. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0114-z>.
- Steen, L. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Princeton, NJ: NCTM.
- Stein, M.H.; & Smith, M. S. (2009) Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. *Educação e Matemática*, 105, 22-28.
- Teixeira, P. J. M. (2020). Práticas de professores do ensino básico durante a resolução de problemas de contagem. *Educ. Matem. Pesq.* 22(2), 81-113. DOI: [http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i2p081-113](https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i2p081-113)

- Thompson, I. (2009). Mental Calculation. *Mathematics Teaching*. 213, 40-42.
- Vergnaud, G. A (1996). Teoria dos Campos Conceituais. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 155 -191.
- Uribe, M., & Oliva, P. R. (2021). Tipos de conocimientos desplegados por futuros profesores de Matemática al resolver problemas sobre funciones trigonométricas. *Bolema*, 35(71), 1478-1505. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a12>.
- Vieira, A. F. M., Trevisan, A. L., & Baldini, L. A. F. (2020). Elementos valorizados por professores quando implementam tarefas em aulas de matemática. *Educação Matemática em Revista*, 25(69), 14-32.
- Vieira, A. F. M. (2018). *Elementos valorizados por professores de Matemática na elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra*. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.
- Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno-Lógicas*, 19, 63-85. DOI: <https://doi.org/10.22430/22565337.505>.
- Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis*, 8(16), 133-148. DOI: <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>.
- Villarreal, M., & Borba, M. (2010). Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and notebooks throughout 100 years of ICMI. *ZDM - International Journal of Mathematics Education*, Berlin, 42(1-2), 49-62.
- Wittgenstein, L. (1996). *Remarks on the foundations of mathematics*. London: The MIT Press.
- Wittgenstein, L. (2013). *Investigações Filosóficas*. 8. ed. Petrópolis/Bragança Paulista: Vozes/Editora Universitária São Francisco.