EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
Qualis A1
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2026.v28.e69209

Análise tipológica das situações de função afim em dissertações e teses brasileiras

Typological analysis of situations involving linear functions in brazilian dissertations and theses

Análisis tipológico de las situaciones de función lineal en tesis y disertaciones brasileñas

Analyse typologique des situations de fonction affine dans les thèses et dissertations brésiliennes

Sandra Maria Tieppo[1]
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Doutora em Ensino em Ciências e Educação Matemática
https://orcid.org/0000-0001-7628-4538

Clélia Maria Ignatius Nogueira[2]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)
Doutora em Educação
https://orcid.org/0000-0003-0200-2061

Marli Schmitt Zanella[3]
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática
https://orcid.org/0000-0002-1621-9934

Resumo

Este estudo analisou situações relacionadas à função afim em dissertações e teses brasileiras, fundamentando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, com o objetivo de categorizar as situações de função afim descritas em produções acadêmicas nacionais. A pesquisa, de caráter teórico e bibliográfico, examinou documentos disponíveis na Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações e no Catálogo de Teses e Dissertações, dos quais 66 (63 dissertações e 3 teses) atenderam aos critérios da pesquisa, contemplando sequências didáticas em contextos para além da Matemática. Em documentos defendidos entre 2007 e 2022, foram identificadas

[1] sandra.tieppo@ufpr.br
[2] cminogueira@uem.br
[3] mszanella@uem.br

Submetido em:23/11/2024 Aceite em: 24/10/2025 Publicado em: 23/03/2026

1.140 situações, categorizadas em doze classes, prevalecendo as classes de proporção simples e composição de medidas (estrutura mista) e proporção simples (estrutura multiplicativa). A análise também identificou situações com estruturas duplicadas, como dupla proporção simples e dupla composição de medidas. Além disso, concluiu que determinadas classes, como produto de medidas, função bilinear e proporção múltipla, são incompatíveis com as funções afim e linear. O processo de categorização das situações mostrou a necessidade de inclusão de um novo símbolo para representar variáveis nos esquemas relacionais, ampliando a simbologia de Vergnaud. Esses resultados contribuem para educadores e pesquisadores, ao evidenciar a diversidade de estruturas de cálculos relacionais que podem apoiar a prática docente na construção e consolidação do conceito de função afim entre estudantes.

Palavras-chave: Função Afim, Teoria dos campos conceituais, Estrutura multiplicativa, Estrutura aditiva, Problemas mistos, Didática da matemática.

Abstract

This study analyzed situations related to the affine function in Brazilian master's theses and doctoral dissertations, based on Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields, aiming to categorize the affine function situations described in national academic productions. This theoretical and bibliographic research examined documents available in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations and the Theses and Dissertations Catalog, from which 66 works (63 master's theses and 3 doctoral dissertations) met the research criteria, encompassing didactic sequences in contexts beyond Mathematics. In documents defended between 2007 and 2022, 1,140 situations were identified and categorized into twelve classes, with the classes of simple proportion and composition of measures (mixed structure) and simple proportion (multiplicative structure) being the most prevalent. The analysis also identified situations with duplicated structures, such as double simple proportion and double composition of measures. Moreover, it was concluded that specific classes, such as the product of measures, bilinear functions, and multiple proportion, are incompatible with affine and linear functions. The process of categorizing the situations highlighted the need to include a new symbol to represent variables in relational schemas, expanding Vergnaud’s symbolic system. These findings contribute to educators and researchers by demonstrating the diversity of relational calculation structures that can support teaching practices in building and consolidating the concept of affine function among students.

Keywords: Affine function, Theory of conceptual fields, Multiplicative structure, Additive structure, Mixed problems, Didactics of mathematics.

Resumen

Este estudio analizó situaciones relacionadas con la función afín en tesis y disertaciones brasileñas, basándose en la Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud, con el objetivo de categorizar las situaciones de función afín descritas en producciones académicas nacionales. La investigación, de carácter teórico y bibliográfico, examinó documentos disponibles en la Biblioteca Digital Brasileña de Tesis y Disertaciones y en el Catálogo de Tesis y Disertaciones, de los cuales 66 (63 disertaciones y 3 tesis) cumplieron con los criterios de la investigación, abarcando secuencias didácticas en contextos más allá de las Matemáticas. En documentos defendidos entre 2007 y 2022, se identificaron 1.140 situaciones, categorizadas en doce clases, predominando las clases de proporción simple y composición de medidas (estructura mixta) y proporción simple (estructura multiplicativa). El análisis también identificó situaciones con estructuras duplicadas, como doble proporción simple y doble composición de medidas. Además, se concluyó que clases específicas, como el producto de medidas, la función bilineal y la proporción múltiple, son incompatibles con las funciones afín y lineal. El proceso de categorización de las situaciones mostró la necesidad de incluir un nuevo símbolo para representar variables en los esquemas relacionales, ampliando la simbología de Vergnaud. Estos resultados contribuyen a educadores e investigadores, evidenciando la diversidad de estructuras de cálculo relacionales que pueden apoyar la práctica docente en la construcción y consolidación del concepto de función afín entre los estudiantes.

Palabras clave: Función afín, Teoría de los campos conceptuales, Estructura multiplicativa, Estructura aditiva, Problemas mixtos, Didáctica de la matemática.

Résumé

Cette étude a analysé des situations liées à la fonction affine dans des mémoires et thèses brésiliens, en s'appuyant sur la Théorie des Champs Conceptuels de Gérard Vergnaud, avec pour objectif de catégoriser les situations de fonction affine décrites dans les productions académiques nationales. La recherche, de nature théorique et bibliographique, a examiné des documents disponibles dans la Bibliothèque Numérique Brésilienne de Thèses et Mémoires et dans le Catalogue des Thèses et Mémoires, dont 66 (63 mémoires de master et 3 thèses de doctorat) ont satisfait aux critères de

recherche, couvrant des séquences didactiques dans des contextes au-delà des Mathématiques. Dans des documents soutenus entre 2007 et 2022, 1 140 situations ont été identifiées et classées en douze catégories, avec une prédominance des catégories de proportion simple et composition de mesures (structure mixte) et proportion simple (structure multiplicative). L'analyse a également identifié des situations avec des structures dupliquées, telles que double proportion simple et double composition de mesures. De plus, il a été conclu que des classes spécifiques, telles que le produit de mesures, la fonction bilinéaire et la proportion multiple, sont incompatibles avec les fonctions affine et linéaire. Le processus de catégorisation des situations a montré la nécessité d'ajouter un nouveau symbole pour représenter des variables dans les schémas relationnels, élargissant ainsi la symbolique de Vergnaud. Ces résultats contribuent aux éducateurs et aux chercheurs, en mettant en évidence la diversité des structures de calcul relationnel qui peuvent soutenir les pratiques d'enseignement dans la construction et la consolidation du concept de fonction affine chez les étudiants.

Mots-clés : Fonction affine, Théorie des champs conceptuels, Structure multiplicative, Structure additive, Problèmes mixtes, Didactique des mathématiques.

Análise tipológica das situações de função afim em dissertações e teses brasileiras

Introdução

O conceito de função já foi considerado como uma linguagem para compreender fenômenos naturais, ao possibilitar sua modelagem (Caraça, 1951), mas sua aplicabilidade se estendeu para outras áreas, como Estatística, Economia, Biologia, Computação e Química. Na Matemática, por exemplo, este conceito é a base do cálculo infinitesimal (Ponte, 1990, 1992), possibilitando outras aplicações.

Vechia & Lorenz (1998) investigaram os currículos da Escola Secundária brasileira, equivalente ao atual Ensino Médio, no período de 1850 a 1951. Os resultados mostraram que o ensino de funções já estava previsto desde 1931, incluindo tópicos como funções linear e hiperbólica. Entretanto, foi entre 1955 e 1970 que esse conteúdo passou a ser ensinado para estudantes a partir dos 10 anos de idade (Tinoco, 2002). Atualmente, a abordagem ao ensino de funções é estruturada de forma progressiva desde os primeiros anos do Ensino Fundamental.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as primeiras noções de função, como regularidades de padrões, devem ser introduzidas já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esses estudos são ampliados nos Anos Finais, com a exploração de conceitos como variável, dependência e generalização. No Ensino Médio, a BNCC orienta a formalização do conceito de função, abrangendo funções específicas, como afim, quadrática, logarítmica e exponencial, além das diferentes formas de representação, como a linguagem natural, algébrica, tabular e gráfica. Esse processo de construção do conceito de função aproxima o estudante da linguagem algébrica e possibilita a criação de modelos matemáticos que relacionam variáveis, conectando a Matemática a contextos cotidianos (Brasil, 2018).

Por outro lado, diversas pesquisas destacam a complexidade envolvida nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de função. Sierpinska (1992) e Santos & Barbosa (2016) identificaram, por exemplo, o uso de diferentes símbolos para o mesmo propósito, o que pode gerar dificuldades na compreensão. Além disso, Tabach & Natchieli (2015) apontam que o uso exclusivo de definições formais e a utilização de múltiplas representações de função – como a linguagem natural, gráfica, algébrica e tabular –, também tornam mais difícil a construção desse conceito.

Ao analisar os métodos de ensino e aprendizagem, surgem questões essenciais para compreender o processo de aprendizado do estudante, como a construção do

conhecimento, o papel do professor em facilitar esse processo e se há situações que abrangem completamente um conceito. Essas reflexões nos levam às teorias cognitivistas, que buscam entender os processos mentais envolvidos na aprendizagem e na estruturação do conhecimento, com foco na "[...] atribuição de significados, da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição" (Moreira, 1999, pp. 15).

Um exemplo é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida na década de 1990 pelo psicólogo e pesquisador francês Gérard Vergnaud. Para esta teoria, um conceito não pode ser definido isoladamente, uma vez que está indelevelmente atrelado às situações que lhes atribuem sentido, aos conceitos prévios, nos quais sua construção se apoia (invariantes), às suas propriedades e às suas diferentes representações, de maneira que, um conceito, segundo a TCC é estabelecido a partir de uma terna de conjuntos, a saber, S, o das situações, I, o dos Invariantes e R, o das representações, constituindo uma rede, denominada por Vergnaud, de campo conceitual. Isto é mais bem detalhado na fundamentação teórica deste artigo.

Desde 2018, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa) tem se dedicado a estabelecer o Campo Conceitual da Função Afim como seu principal foco de pesquisa. Para isso, realiza estudos teóricos, buscando definir a tipologia das situações envolvendo função afim (Miranda, 2019; Fuzzo, 2022; Zanatta & Rezende, 2024); assim como estabelecer a existência desse campo conceitual e de seus conceitos organizadores (Merli, 2022). No âmbito empírico, o grupo se concentra na identificação de invariantes operatórios e na mobilização das ideias-base de função (Krug & Nogueira, 2022; Calado & Rezende, 2023; Zanella & Rezende, 2024).

Neste texto, consideramos função afim como a relação de dependência entre duas variáveis, x e y, expressa pela forma algébrica $y = ax + b$, em que a e b são números reais. Assim, a função linear é considerada um caso particular da função afim, obtido quando $b = 0$.

De acordo com Vergnaud (1996), como é abordado mais adiante, as situações são a "porta de entrada" de um Campo Conceitual. Por isso, o GEPeDiMa tem concentrado esforços em estabelecer uma tipologia para as situações que envolvem função afim, mediante a análise de livros didáticos de diferentes níveis de ensino (Miranda et al., 2021; Zanella & Rezende, 2022), de avaliações de larga escala como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) (Tieppo, Nogueira & Zanella, 2023) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) (Tieppo, Cappelin, Zanatta &

Nogueira, 2023). Além disso, a pesquisa que deu origem à tese de doutorado da primeira autora deste texto, identificou e classificou situações em dissertações e teses brasileiras, destacando aquelas que pertencem ao Campo Conceitual da Função Afim.

A pesquisa relatada neste manuscrito surgiu no contexto do GEPeDiMa e integra a tese de doutorado da primeira autora, orientada pelas outras duas. Como mencionado anteriormente, esse grupo de pesquisa tem como um de seus objetivos mapear o campo conceitual da função afim, com base na Teoria dos Campos Conceituais. A existência desse campo conceitual foi estabelecida por Merli (2022), que identificou conceitos organizadores da função afim distintos dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Neste artigo, apresentamos resultados parciais da referida tese, cujo objetivo foi analisar situações relacionadas à função afim em dissertações de mestrado e teses de doutorado brasileiras.

Na próxima seção, apresentamos os elementos essenciais da teoria que fundamentam a construção dos resultados aqui apresentados.

Elementos da teoria dos campos conceituais

O desenvolvimento e divulgação da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud se deu a partir da década de 1990, tendo como ponto central a compreensão das filiações e as rupturas decorrentes do processo de formação do conhecimento (Vergnaud, 1990). Os principais fundamentos da TCC vêm da epistemologia genética de Jean Piaget e da teoria sócio-crítica de Lev Vygotsky (Vergnaud, 2017). Destas teorias, a TCC se valeu de determinados conceitos que foram incorporados e aprimorados de modo a permitir explorar o progresso e a assimilação de competências complexas dos estudantes, particularmente, aquelas relacionadas às ciências (Vergnaud, 1996). Para tanto, se propõe analisar as operações mentais mobilizadas pelo indivíduo quando é desafiado por uma situação que exige resolução, seja tal situação educacional, cotidiana ou profissional, moldando o caráter pragmático desta teoria.

Segundo Vergnaud (1996), a aquisição e o aprimoramento do conhecimento, assim como o desenvolvimento cognitivo, ocorrem em uma relação dialética com as situações que conferem significado aos conceitos, os quais, por sua vez, ganham sentido por meio dessas situações. Portanto, quanto mais o indivíduo é desafiado por essas situações, mais ele desenvolve e aprimora sua compreensão e utilização dos conceitos. As situações vivenciadas no cotidiano ou na escola são tão importantes para

a Teoria dos Campos Conceituais que Vergnaud (1996) as coloca como "porta de entrada" para o campo conceitual.

Nesse contexto, Vergnaud (1982, 1996) argumenta que o conhecimento está estruturado em campos conceituais, que consistem em um conjunto interconectado de situações, conceitos, operações de pensamento e representações. Esses elementos, atuando em conjunto, favorecem a aquisição do conhecimento. O pesquisador afirma ainda que um conceito é formado por elementos de naturezas distintas que colaboram de maneira coordenada no desenvolvimento da situação. Com base nisso, Vergnaud (2009) define o conceito (C) como uma terna de conjuntos, a saber C = (S, I, R), em que:

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito;

I: conjunto dos invariantes operatórios, composto pelos teoremas em ação e conceitos em ação, que são mobilizados pelo aprendiz na atuação em situação;

R: conjunto das representações simbólicas (linguagem natural, gráfico, tabelas, diagramas, dentre outras) usadas pelo estudante para resolver determinada situação. Essas representações ajudam a identificar os processos mentais envolvidos, mesmo que alguns sejam implícitos, e estabelecem a ligação entre o sujeito e a atividade cognitiva.

Para a TCC, um conceito só existe associado às diferentes situações a ele relacionadas (Vergnaud, 1983, 1996), bem como, cada situação pode envolver vários conceitos necessários para sua resolução, como, por exemplo, no caso da função afim, os conceitos de proporção, de dependência entre variáveis, o ângulo formado por duas retas e a taxa de variação. Nesta pesquisa, buscamos delimitar um conjunto de situações que deem sentido ao conceito de função afim. Para isso, examinamos situações elaboradas com o intuito de construir o conceito de função afim e que contempla o cotidiano dos estudantes, presentes em protocolos de dissertações e teses brasileiras, com o objetivo de identificar/estabelecer classes de situações de função afim descritas neste *corpus* de investigação.

Inicialmente, Vergnaud (1983, 1996, 2014) caracterizou e divulgou dois campos conceituais na Matemática, o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas, para os quais foram identificadas e classificadas situações relativas a esses conceitos. As situações de estruturas aditivas foram organizadas em seis classes: composição de medidas; transformação de medidas; comparação entre medidas; composição de transformações; transformação

de uma relação; e, composição de duas relações. Em relação às situações de estruturas multiplicativas, foram estabelecidas cinco categorias: proporção simples (isomorfismo de medidas), proporção dupla ou função bilinear, proporção múltipla, comparação multiplicativa e produto cartesiano (Magina et al., 2008; Vergnaud, 2014). Além das estruturas aditivas e multiplicativas, a TCC descreve os problemas mistos como aqueles que envolvem duas dessas estruturas conjuntamente na mesma situação. Para estes ainda não foi estabelecida uma classificação.

Subjacente aos problemas mistos, Tieppo (2024) identificou em sua pesquisa novas classificações, a partir de situações que requerem mais do que uma subclasse da estrutura multiplicativa e/ou aditiva, nomeadas por proporção simples e dupla transformação de medidas, dupla proporção simples, e, dupla proporção simples e dupla composição de medidas, como veremos detalhadamente nos exemplos da seção "resultados e discussões" deste artigo.

No processo de categorização das situações, Vergnaud (2014) utilizou símbolos e esquemas relacionais capazes de representar as estruturas aditivas e multiplicativas. Esses símbolos, descritos na Figura 1, incluem a chave (vertical ou horizontal), que representa a composição de elementos de mesma natureza, e a seta (vertical ou horizontal), usada para representar transformações ou relações que compreendem elementos de naturezas distintas.

Figura 1

Simbologia para representar números e operações de pensamento (Vergnaud, 2014, p. 201)

Símbolo	Designação	O que ele representa
	Retângulo	Um número natural (sem sinal)
	Círculo	Um número relativo (com sinal)
	Chave (horizontal ou vertical)	A composição de elementos de mesma natureza
	Flecha (horizontal ou vertical)	Uma transformação ou uma relação de comparação, isto

	é, a composição de elementos de natureza distinta

A categorização de situações de função afim no âmbito do GEPeDiMa foi iniciada por Miranda (2019), que estabeleceu um paralelo entre essas situações e os problemas mistos de Vergnaud (2014). Miranda (2019) conjecturou a existência de 30 classes de situações de função afim, formadas pela combinação de classes de situações de estrutura aditiva e multiplicativa. No entanto, Tieppo (2024) demonstrou que as classes de situações multiplicativas denominadas **proporção múltipla, função bilinear** e **produto cartesiano** são incompatíveis com a função afim, pois cada uma destas classes requer ao menos duas medidas, correspondentes a duas variáveis independentes, enquanto a função afim utiliza apenas uma variável independente.

Além disso, Tieppo (2024) identificou a necessidade de diferenciar as situações de função afim, daquelas decorrentes de problemas mistos que podem ser modelados por uma função afim. Essa distinção entre situações associadas à função afim, mas que se referem a problemas mistos, e aquelas que remetem necessariamente à uma função afim levou a autora a ampliar os símbolos usados nos esquemas relacionais da Teoria dos Campos Conceituais para representar essas situações. Como resultado Tieppo (2024) propôs dois novos símbolos: um triângulo inserido em um retângulo e um triângulo inserido em um círculo, para designar as variáveis das funções, conforme detalhado nas análises das situações.

Miranda (2019), analisou situações associadas a função afim, comparando-as com os problemas mistos. No entanto, existem diferenças essenciais entre os problemas mistos e a função afim, foco da pesquisa relatada. Os problemas mistos estão relacionados aos campos conceituais aditivos e multiplicativos, estando nas imbricações entre eles, enquanto a função afim pertence ao campo conceitual das funções, como demonstrado por Merli (2022). O pesquisador demonstrou que o campo conceitual da função contém elementos (variáveis, conjuntos e pares ordenados) que não são inerentes às estruturas aditivas e multiplicativas.

Neste texto, denominamos "situação envolvendo (ou relacionada à) função afim" aquelas que podem ser descritas na forma $y = ax + b$, mas que a pergunta a ser respondida requer apenas uma resposta numérica, correspondente a um valor do domínio ou imagem da função, como em um problema misto. E denominamos por "situação de função afim" as situações que demandam a expressão algébrica da função.

Decorre desta distinção, entre situações associadas a função afim e aquelas situações que requerem a explicitação da sua forma algébrica, a criação do novo símbolo, explicitado anteriormente, para representar a variável nos esquemas sagitais de Vergnaud (2014).

Na próxima sessão apresentamos o caminho percorrido desde a obtenção das teses e dissertações nos bancos de dados à identificação e classificação das situações de função afim.

Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida sob uma abordagem qualitativa (Gil, 2002), bibliográfica e interpretativa, conforme aponta Stake (2011). Segundo o autor, a pesquisa qualitativa evidencia um caráter interpretativo, na medida em que se volta à compreensão dos significados construídos nas interações humanas e às múltiplas formas de perceber a realidade.

Os dados analisados foram obtidos a partir da análise de teses e dissertações, o que lhe confere um caráter bibliográfico, por se tratar de produções disponíveis na literatura científica que permitem mapear e compreender como determinado objeto tem sido investigado. Assim, a investigação aproxima-se de uma pesquisa bibliográfica, uma vez que se fundamenta na sistematização e discussão de estudos já realizados e registrados em produções acadêmicas (Gil, 2002).

Nesse sentido, a metodologia adotada segue as características de uma revisão da literatura, conforme discutido por Mendes e Pereira (2020), na medida em que busca identificar, selecionar, analisar e interpretar estudos que abordam o ensino das funções em programas de pós-graduação. A adoção dessa perspectiva permite uma organização mais clara do percurso investigativo, bem como a delimitação de critérios para inclusão e análise das produções examinadas. Dessa forma, a pesquisa adquire maior consistência teórico-metodológica, atendendo a alguns aspectos da revisão sistemática de trabalhos acadêmicos na área de Educação Matemática.

A seleção dos componentes do *corpus* ocorreu nas plataformas digitais Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Estes locais concentram teses e dissertações provenientes de programas de pós-graduação brasileiros. Ambas as bases de dados são iniciativas brasileiras que oferecem acesso online a uma vasta quantidade de teses e dissertações provenientes de programas de pós-graduação brasileiros. Elas facilitam a busca e disponibilizam

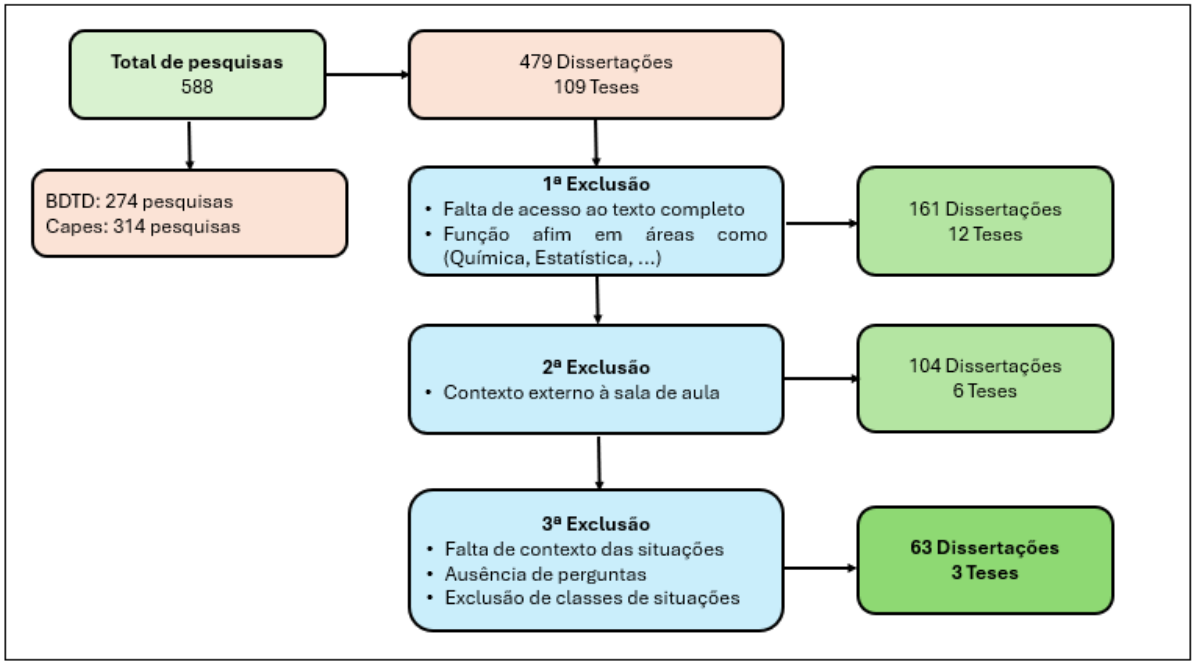
documentos integralmente, contribuindo significativamente para estudantes, pesquisadores e interessados na obtenção e disseminação de conhecimento científico.

A exploração inicial dos repositórios foi guiada pelos descritores: "função afim"; "função polinomial do 1º grau"; "função do 1º grau"; e, "função linear", sem a utilização de qualquer outro filtro, mesmo em relação a datas, com isso utilizando todo o banco de dados dos dois repositórios. Essa exploração ocorreu em três momentos distintos, nos meses de fevereiro e março/2021, julho/2022 e junho/2023. Nas duas últimas datas ocorreu a revisão das bases de dados para atualizar a pesquisa e incluir documentos que foram disponibilizados após março/2021. Após a exclusão de documentos duplicados, presentes na BDTD e Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, contabilizamos 588 pesquisas, sendo 479 dissertações e 109 teses, que ainda não é a delimitação final do *corpus*, que se fez necessária em virtude de fatores de interesse da pesquisa e de características das teses e dissertações.

Razões técnicas e metodológicas influenciaram a redução no *corpus* da pesquisa, como mostramos na Figura 2, dentre elas: a não disponibilidade dos documentos na íntegra; a duplicidade de pesquisas nas duas plataformas; a utilização de função afim fora do escopo da Educação Básica; o desenvolvimento das pesquisas com professores; situações não desenvolvidas por estudantes; e a ausência de situações com contexto, apenas algoritmizadas. Outra razão que causou a redução no número de teses e dissertações analisadas, foi a incompatibilidade de algumas classes de estrutura multiplicativa com o conceito de função afim. Com isso, a composição final do *corpus* conta com 66 pesquisas, sendo 63 dissertações de mestrado e 3 teses de doutorado.

Figura 2

Fluxograma da seleção das pesquisas do corpus (Dados da pesquisa, 2024)



Neste texto, utilizamos o termo **situação** para designar qualquer pergunta ou problema cuja resolução seja solicitada ao estudante, podendo cada enunciado conter uma ou mais situações a serem resolvidas. No *corpus* delimitado, foram identificadas 1.140 situações de função afim, provenientes de pesquisas desenvolvidas em programas acadêmicos e profissionais de 19 estados brasileiros, sendo que o estado do Rio Grande do Sul contribuiu com 15 pesquisas, configurando-se como o estado com maior representatividade nesse âmbito.

Constata-se, ainda, que a maior parte das pesquisas (42) teve origem em instituições localizadas nas regiões Sul (27) e Sudeste (15) do país, o que possivelmente se relaciona à maior concentração de programas de pós-graduação nessas regiões. Segundo dados da Plataforma Sucupira[4], essas duas regiões abrigam 4.942 programas de pós-graduação, sendo 3.333 na região Sudeste e 1.609 na região Sul. O quantitativo de programas existentes amplia o número de pós-graduandos atendidos, e com isso, contribui para o número de pesquisas mais expressivos no conjunto de dados analisados.

Com o objetivo de categorizar as situações de função afim, analisamos sua estrutura a partir do enunciado e as resolvemos elaborando os esquemas relacionais

[44] Informações disponíveis em: https://sucupira.capes.gov.br/#busca_avaliados_reconhecidos Acesso: 23 out. 25.

adequados. A partir dessa análise, estabelecemos a classificação das situações identificadas no conjunto de dados, considerando a expressão algébrica da função afim, $y = ax + by$, em que a, b e x são números reais e $a \neq 0$. A classificação foi realizada separadamente para as operações associadas ao termo ax, que envolvem uma ou mais multiplicações, e para o termo b, que compreende uma ou mais adições. Assim, a categorização das situações baseou-se nas estruturas multiplicativas e aditivas, adotando-se a denominação das classes conforme essa ordem de ocorrência na forma algébrica da função afim.

A categorização das situações de função afim parte do pressuposto da existência do Campo Conceitual da Função Afim, conforme delineado por Merli (2022), nos moldes da Teoria dos Campos Conceituais. Essa teoria estabelece que o conhecimento está organizado em campos conceituais, e que identificar o conjunto de situações que atribuem significado a um conceito específico é essencial para a construção do conceito (Vergnaud, 1996). Desta forma, a categorização se sustenta em Vergnaud (1993; 1996; 2014), Gitirana et al. (2014) e Miranda (2019).

As situações extraídas dos protocolos das teses e dissertações foram resolvidas algebricamente e analisadas por meio dos esquemas de Vergnaud (2014), os quais auxiliaram na classificação das situações. A abordagem qualitativa e bibliográfica permitiu uma análise detalhada de situações de funções, a partir da diversidade de dados obtida. Os resultados e as discussões geradas são descritos na próxima sessão.

Resultados e discussões

Com o objetivo de categorizar as situações associadas à função afim (aqui consideradas tanto como aqueles referentes aos problemas mistos, quanto aquelas que demandam a explicitação da forma algébrica) descritas em teses e dissertações brasileiras, foi realizada uma análise detalhada das situações presentes no *corpus* da investigação. Essa análise incluiu a identificação, resolução algébrica e classificação das situações que relacionam variáveis por meio de uma função afim, excluindo aquelas desprovidas de contexto. Buscamos identificar no *corpus* as situações que retratam contextos do cotidiano, enfatizando relações práticas entre as variáveis.

A classificação das situações identificadas seguiu os critérios da Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas aditivas (Vergnaud, 1996; 2014), estruturas multiplicativas (Gitirana et al., 2014) e problemas mistos (Vergnaud, 2014), bem como na relação entre a função afim e os problemas mistos descrita por Miranda (2019). Cada situação foi classificada com base na classe da **situação principal**,

definida como aquela que responde diretamente à pergunta solicitada. Quando outras resoluções foram necessárias para chegar à resposta final, estas foram consideradas **situações intermediárias**, que também foram classificadas.

A análise dos dados mostra que a maioria das situações (668) apresenta estrutura mista, representando as funções da forma $y = ax + b$, com coeficientes a e b não nulos. As situações multiplicativas, associadas à função linear $(y = ax + b, a \neq 0, b = 0)$, correspondem a 426 situações e as situações aditivas somam 40 situações. As situações aditivas só foram analisadas por comporem itens de situações de função afim. A Tabela 1 mostra que as situações de proporção simples e composição de medidas e proporção simples prevalecem no conjunto de dados, refletindo os achados de Miranda (2019) ao analisar situações semelhantes em livros didáticos.

Tabela 1

Classes das situações de função afim identificadas no corpus (Dados da pesquisa, 2024)

Classes	**Estrutura**	**Situações**
Proporção simples e composição de medidas	Mista	559
Proporção simples e transformação de medidas	Mista	81
Comparação multiplicativa e composição de medidas	Mista	25
Dupla proporção simples e dupla composição de medidas	Mista	1
Proporção simples e dupla composição de medidas	Mista	1
Proporção simples e dupla transformação de medidas	Mista	1
Total de situações de estrutura mista		**668**
Proporção simples	Multiplicativa	426
Comparação multiplicativa	Multiplicativa	4
Dupla proporção simples	Multiplicativa	1
Proporção simples e comparação multiplicativa	Multiplicativa	1
Total de situações de estrutura multiplicativa		**432**
Composição de medidas	Aditiva	25
Transformação de medidas	Aditiva	15
Total de situações de estrutura aditiva		**40**
Total Geral		**1.140**

A análise das subclasses das situações ajuda a explicar parte da dificuldade dos estudantes com o conteúdo de funções, revelando um ensino que enfatiza o contato com situações consideradas prototípicas, geralmente mais fáceis de resolver. Tieppo (2024) evidencia isso ao mostrar que, entre as 426 situações de proporção simples, 254 (aproximadamente 60%) pertencem à subclasse multiplicação um para muitos, considerada como prototípica e reconhecida como a mais acessível aos estudantes.

A constatação de que os estudantes se deparam menos frequentemente com outras situações envolvendo relações quaternárias, como a proporção simples nas subclasses quarta proporcional e as divisões por cota e partição, aponta para a possibilidade de lacunas tanto na elaboração do conceito de função afim quanto da própria multiplicação. Isso ocorre porque é o contato com a diversidade de situações dentro de um campo conceitual que enriquece o repertório dos estudantes e consolida o conceito. Algo semelhante ocorre com a maior classe observada, proporção simples e composição de medidas, que contém 559 situações, sendo que 462 pertencem a mesma subclasse, **multiplicação um para muitos e todo desconhecido.**

Os dados analisados mostram a existência de situações envolvendo função, semelhantes aos problemas mistos, sendo caracterizadas por situações que se utilizam da forma algébrica da função para determinar valores específicos, correspondentes a variável dependente ou independente. No entanto, observamos um conjunto de situações que demandam a generalização da relação descrita, as quais chamamos de **situação de função afim**. Para estas, propomos uma nova simbologia, utilizada nos esquemas relacionais para descrever variáveis. Com isso, ampliamos os símbolos descritos na Teoria dos Campos Conceituais.

A seguir, apresentamos três situações características que descrevem e diferenciam os dois tipos mencionados: situação envolvendo função afim e situação de função afim. A primeira, relacionada ao custo de aluguel de automóveis (Figura 3), representa um conjunto de situações **envolvendo** função afim, enquanto as duas seguintes, uma relacionada à deformação de molas e outra ao bombeamento de água, exemplificam situações **de** função afim.

Figura 3

Situação envolvendo função afim – custo de aluguel de automóveis (Barros, 2008, p. 238)

Uma locadora de automóveis adota o seguinte critério para calcular o valor a ser cobrado pelo aluguel de seus carros: Uma taxa fixa de R$ 30,00, independente de quantos quilômetros foram rodados. Uma taxa variável de R$ 1,20 por quilômetro rodado. a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel? b) Quantos quilômetros um cliente pode rodar no máximo, se ele dispõe de R$ 120,00 para pagar o aluguel?

A situação apresentada pode ser analisada como uma função afim, segundo os pressupostos de Lima et al. (2016), em que o custo de locação de um automóvel é composto por um valor fixo de R$ 30,00, mesmo sem uso, mais uma taxa de R$ 1,20 por quilômetro rodado. A taxa de variação é o valor cobrado por quilômetro, e o termo independente é o valor fixo de R$ 30,00. No entanto, há limitações nesse modelo, pois não é realista considerar trajetos com distância ou custo infinitos ou negativos, como ocorrem com as variáveis no caso da função. Portanto, os dados se aproximam de uma função afim, considerando as restrições mencionadas.

O item a) solicita o cálculo do custo da locação para uma viagem de $135\,\mathrm{km}$. O custo do aluguel do veículo (C) depende de uma taxa fixa de $R\$\,30{,}00$ e um valor variável (d), dependente da distância percorrida. As grandezas distância e custo por km são diretamente proporcionais, pois, a cada quilômetro percorrido, o custo da locação aumenta $\mathrm{R\$}\,1{,}20$. Por isso, a situação pertence ao campo multiplicativo. O esquema relacional e o cálculo numérico são mostrados na Figura 4, a partir do qual se conclui que o custo variável (d) é de $\mathrm{R\$}\,162{,}00$. A situação pertence à categoria proporção simples (multiplicação um para muitos).

Figura 4

Esquema relacional e cálculo numérico de situação de proporção simples (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional	Cálculo numérico
Distância (km) / Custo por km (R$): 1 / 1,20; 135 / d	$d = 1{,}20 \times 135$ $d = 162$

Para obter o custo total da locação (C), ao valor d deve ser somado ao valor fixo (Figura 5). Com isso, a situação tem estrutura aditiva, pertencente à classe composição de medidas. A soma da taxa fixa com o valor dos quilômetros rodados resulta no custo total da locação do veículo de $\mathrm{R\$}\,192{,}00$.

Figura 5

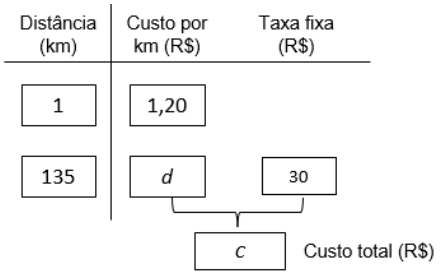
Esquema relacional e cálculo numérico de uma situação de composição de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional	Cálculo numérico
30 ⊔ $d = 162$ → C	$C = 30 + d$ $C = 30 + 162$ $C = 192$

Na próxima figura, apresentamos um resumo da situação denominado **esquema relacional principal**, detalhando o desenvolvimento e a classificação final da situação pertencente à classe *proporção simples (multiplicação um para muitos) e composição de medidas (todo desconhecido)*.

Figura 6

Esquema relacional principal e classificação de situação de multiplicação um para muitos e composição de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

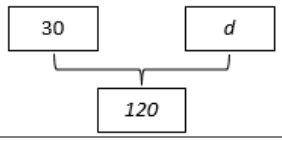
Esquema relacional principal	Classificação
	Multiplicação um para muitos e composição de medidas (todo desconhecido)

A situação apresentada no item b) informa o valor disponível para o pagamento do aluguel do veículo e requer o número de quilômetros percorridos. Segundo o enunciado, o cliente dispõe de $R\$\,120{,}00$ para pagar o aluguel do carro, e esse valor deve ser suficiente para pagar tanto a taxa fixa ($R\$\,30{,}00$) quanto o custo da quilometragem rodada. Assim, inicialmente, devemos determinar qual a parte desse valor será destinada ao custo variável (d), referente aos quilômetros percorridos (Figura 7).

Dessa forma, estamos diante de uma relação ternária de transformação de medidas (negativa), pois o valor inicial sofre uma diminuição dado o valor fixo. Esta situação pertence à classe composição de medidas (parte desconhecida). Concluímos, a partir disso, que o valor a ser gasto com a quilometragem percorrida é de $\mathrm{R}\$\,90{,}00$.

Figura 7

Esquema relacional e cálculo numérico de situação de composição de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional	Cálculo numérico
	$30 + d = 120$ $d = 90$

Em seguida, calculamos o número de quilômetros que podem ser percorridos, com os $\text{R\$ } 90{,}00$ restantes, após deduzir o custo fixo. Como o custo total dos quilômetros percorridos é diretamente proporcional ao preço por quilômetro, temos uma situação de proporção simples (divisão por cota), conforme mostrado na Figura 8.

Figura 8

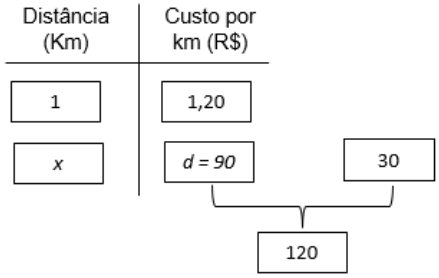
Esquema relacional e cálculo numérico de situação de proporção simples (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional		**Cálculo numérico**
Distância (Km)	Custo por km (R$)	$1{,}20x = d$
1	1,20	$1{,}20x = 90$
x	90	$x = \frac{90}{1{,}2}$
		$x = 75$

Para resolver esta situação, o cálculo deve seguir a ordem apresentada: primeiro, resolvemos uma situação de estrutura aditiva da classe composição de medidas (parte desconhecida), determinando o valor disponível para o pagamento dos quilômetros rodados ($d = 90$). Em seguida, calculamos a quilometragem percorrida com este valor ($x = 75$), utilizando uma operação de estrutura multiplicativa da classe proporção simples (divisão por cota). A Figura 9 mostra o esquema relacional principal que resume a resolução do item b).

Figura 9

Esquema relacional principal e classificação de situação de cota e composição de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional principal	Classificação
	Cota e composição de medidas (parte desconhecida)

Nesse esquema, apresentamos a resolução na ordem da nomenclatura das classes, com a estrutura mista seguida da estrutura aditiva. No entanto, a resolução exigiu que a situação aditiva fosse resolvida primeiro, como descrito nas figuras anteriores. Assim, podemos categorizar essa situação como pertencente à classe de proporção simples (divisão por cota) e composição de medidas (parte desconhecida).

O segundo exemplo (Figura 10) representa a segunda classe mais numerosa no conjunto de dados. Trata-se de situações de proporção simples e transformação de medidas, responsáveis por 81 das 1140 situações analisadas. A seguir, apresentamos o enunciado, a resolução com esquemas relacionais e os detalhes que levam a classificação da situação.

Figura 10

Situação de função afim – deformação de uma mola (Boff, 2017, p. 156)

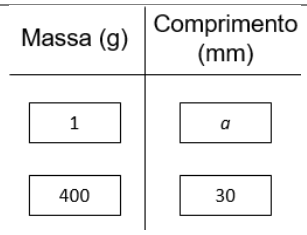
Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**?

A situação acima descreve uma mola que apresenta um estiramento inicial de 50 mm, e que aumenta essa deformação proporcionalmente à medida que a massa do objeto acoplado a ela também aumenta. Denominando c o comprimento da mola e m a massa do objeto, tem-se que o valor de a representa a taxa de variação da função afim, ou seja, a constante que indica como o comprimento da mola varia em função da massa. Na Figura 11, calculamos a taxa de variação $a = 0{,}075 = \frac{3}{40}$, supondo que uma

massa de 400 g, provoca uma deformidade de 30 mm. A situação descrita pertence à classe proporção simples (partição).

Figura 11

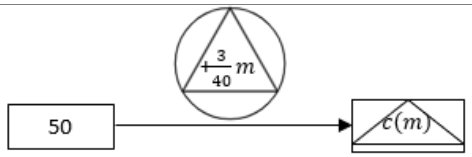
Esquema relacional e cálculo numérico de situação de proporção simples (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional	Cálculo numérico
	$400 \times a = 30$ $a = \frac{30}{400} = \frac{3}{40}$ $a = 0{,}075$

O estiramento final da mola resulta da soma do estiramento inicial de 50 mm adicionado do estiramento provocado pela massa adicionada, que representamos na Figura 12. Para este esquema relacional fez-se necessário a elaboração de novos símbolos para designar as variáveis descritas na situação. Conforme explicitado anteriormente, utilizamos um triângulo inscrito no círculo e um triângulo inscrito no retângulo para descrever a classe de transformação de medidas em que os dados são variáveis, ampliando a simbologia adotada por Vergnaud (2014) para representar grandezas e medidas. Esses símbolos foram aplicados nos esquemas relacionais seguintes para representar grandezas variáveis.

Figura 12

Esquema relacional e cálculo numérico de situação de transformação de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

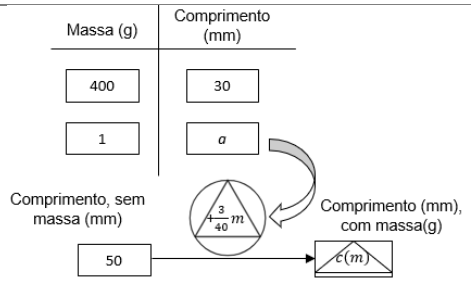
Esquema relacional	Cálculo numérico
	$50 + \frac{3}{40}m = c(m)$

Na figura anterior, determinamos a relação entre o comprimento da mola (c) e o objeto de massa m, da forma $c(m) = 50 + \frac{3}{40}m$. Assim, para cada grama unida à mola, seu comprimento fica acrescido de $\frac{3}{40}$ ou 0,075 mm. Este acréscimo no comprimento da

mola é uma transformação causada pelo peso do objeto, por isso a situação pertence a classe transformação de medida (estado final desconhecido). A formalização da expressão da função envolve a ideia base de generalização, na qual obtemos uma expressão algébrica que representa os dados da situação. Um resumo dos esquemas relacionais é apresentado na próxima Figura 13.

Figura 13

Esquema relacional principal de situação da classe proporção simples (partição) e transformação de medidas (Dados da pesquisa, 2024)

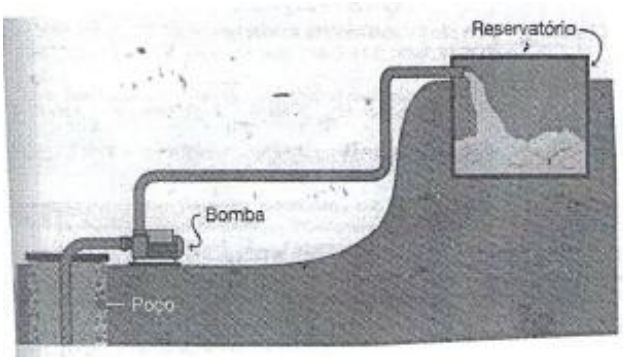
Esquema relacional principal	Classificação
	Proporção simples (partição) e transformação de medidas (estado final desconhecido)

O terceiro exemplo (Figura 14) que apresentamos é uma situação multiplicativa na qual é necessário expressar, algebricamente, a função afim descrita nos dados.

Figura 14

*Situação **de** função linear – bombeamento de água (Souza, 2013 apud Dias, 2019, p. 111-112)*

Em uma propriedade rural, a água potável, é retirada de um poço artesiano com o auxílio de uma bomba-d'água elétrica. Considerando que a potência da bomba-d'água utilizada é de 450 watts, então ela consome 0,45 kwh (quilowatt-hora) de energia elétrica.



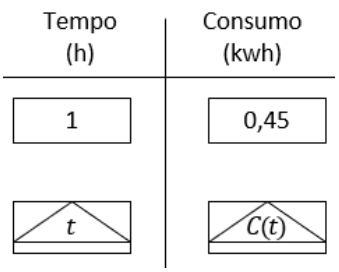
a) Escrever a função linear que determina o consumo da bomba-d'água.
b) Calcular o consumo da bomba se ela permanecer ligada por 2h e por 6h.

A situação trata do bombeamento de água de um poço artesiano, em que o consumo de energia (C) é determinado em função do número de horas (t) em que a bomba permanece ligada. Assim, o consumo de energia depende diretamente do tempo de utilização da bomba. Para cada hora de uso da bomba, o consumo é de $0{,}45\ \mathrm{kWh}$. Supondo que o consumo de energia seja constante, então, para 2 horas de uso, o consumo será de 0,90 kWh; para 6 horas, será 2,70 kWh; e, de modo análogo, para t horas, o consumo será de $C(t) = t \times 0{,}45$, caracterizando uma proporção direta entre as variáveis C e t. Isso ocorre porque, à medida que o tempo de uso da bomba aumenta, o consumo também aumenta, caracterizando uma função linear, conforme Lima et al. (2016). No entanto, é importante observar as limitações das variáveis envolvidas, pois no contexto descrito há restrições no domínio e contradomínio da função, sendo $t \geq 0$ e $C(t) \geq 0$, respectivamente. Em seguida apresentamos os esquemas relacionais.

O item a) solicita a expressão algébrica da função linear que descreve os dados fornecidos. Como vimos, a relação entre as duas variáveis é diretamente proporcional e pode ser escrita da forma $(t) = t \times 0{,}45$, conforme esquema relacional da Figura 15.

Figura 15

Esquema relacional e cálculo numérico de situação de proporção simples (Dados da pesquisa, 2024)

Esquema relacional	**Cálculo numérico**
	$C(t) = t \times 0{,}45$

O enunciado da situação assim como o esquema relacional, nos leva a concluir que ele pertence à classe proporção simples - multiplicação um para muito. A simbologia utilizada nas variáveis t e $C(t)$, por meio da inserção de um triângulo no retângulo, indica que estamos nos referindo a variáveis reais. Omitiremos o estudo do item b) dessa situação, pois se assemelha ao esquema relacional apresentado na Figura 4.

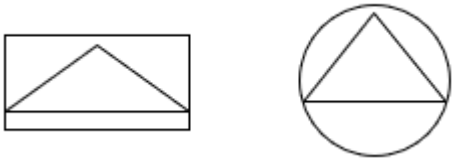
No decorrer da pesquisa, constatamos que a classificação atribuída a cada situação está condicionada ao percurso adotado para a sua resolução, especialmente em situações que envolvem diversas etapas intermediárias. A pluralidade de abordagens para a solução de situações mais elaboradas foi prevista por Vergnaud

(2014, p. 18) ao afirmar que "[...] no caso onde o objetivo não pode ser alcançado a não ser depois de várias etapas intermediárias, existem, muitas vezes, vários caminhos possíveis que pedem, em decorrência, uma análise". Essa diversidade de abordagens conduz a diferentes classificações destas situações, como pudemos ver nos exemplos descritos nesta pesquisa. Nesse contexto, o esquema relacional apresentado para cada exemplo de situações relacionadas à função afim, delineia um dos possíveis caminhos para a resolução dessas situações, sem excluir a possibilidade de novos caminhos, dependendo da escolha do estudante.

Assim, na Figura 16, apresentamos as principais contribuições da pesquisa, seguidas pelo detalhamento de cada uma.

Figura 16

Principais contribuições da pesquisa (Dados da pesquisa, 2024)

Aspectos da teoria	Contribuições
Simbologia	Proposição de dois novos símbolos para representar as variáveis num esquema  relacional
Incompatibilidade de classes	As classes **produto de medida**s, **proporção múltipla** e **função bilinear** são incompatíveis com a função afim
Diferença entre situações de problemas mistos e de função afim	Situações que requerem apenas valores numéricos podendo ser tratadas como problemas mistos, enquanto aquelas que envolvem variáveis e solicitam a expressão algébrica são funções afim
Situações com estrutura duplicada	Em algumas situações, a estrutura aditiva, a multiplicativa ou ambas aparecem duplicadas

A primeira delas refere-se à utilização de uma nova simbologia para os esquemas relacionais, expandindo a simbologia da Teoria dos Campos Conceituais. Inicialmente, utilizamos o retângulo e o círculo para descrever números reais. Em seguida, introduzimos dois novos símbolos: o triângulo inserido no círculo e o triângulo inserido no retângulo, para identificar as variáveis associadas às funções afins. Optamos por preservar a utilização do retângulo e do círculo, para representar medidas, conforme estabelecido na TCC.

A segunda contribuição da pesquisa está relacionada a incompatibilidade de algumas classes de estrutura multiplicativa com a estrutura das funções afim, tornando-as inadequadas para a classificação dessas situações. As classes **produto de**

medidas, proporção múltipla e **função bilinear**, por sua própria definição dada pela Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 2014; Gitirana et al., 2014), dependem de ao menos duas variáveis (grandezas), podendo ser analisada como uma função de duas ou mais variáveis, mas não como uma função afim, como demonstrado por Tieppo (2024). Este resultado contraria a suposição inicial de Miranda (2019), que acreditava ser possível obter 30 classes de situações de função afim, combinando as cinco classes de estrutura multiplicativa com as seis classes de estrutura aditiva. No entanto, com a exclusão das três classes mencionadas, esse número é reduzido para 12 classes. Notadamente, novas classes podem ser observadas em outros dados, dependendo da estrutura da situação, como aconteceu nos resultados mostrados na Tabela 1, no qual identificamos as classes: **dupla proporção simples e dupla composição de medidas; proporção simples e dupla composição de medidas; proporção simples e dupla transformação de medidas.**

A terceira contribuição da pesquisa está em mostrar a diferença entre problemas mistos, que podem ser modelados como função afim (situações **envolvendo** função afim) e as funções afim (situação **de** função afim). Na primeira delas, os dados representam pontos da reta que representa graficamente uma função afim, ou dito de outra forma, são números que satisfazem a forma algébrica da função afim e que respondem à pergunta requerida na situação já que solicita apenas um valor de uma ou de outra variável envolvida, como no exemplo da Figura 3. As situações **de** função afim, também apresentam dados da mesma forma, mas requerem a obtenção da forma algébrica da situação, uma forma generalizada de descrição dos dados, abrangendo valores não citados no enunciado, como nos exemplos da Figura 10 e Figura 14. São esses casos que necessitam utilizar as variáveis envolvidas na situação, diferenciando-os daquelas situações que podem ser tratadas como problemas mistos.

A quarta contribuição se relaciona a identificação das estruturas envolvidas nas situações, influenciando diretamente na nomenclatura das classes. Nessas situações, observamos que uma das estruturas ou ambas, aditiva e multiplicativa, aparecem duas vezes em uma mesma situação, como nas classes de **proporção simples e dupla transformação de medidas; dupla proporção simples;** e, **dupla proporção simples e dupla composição de medidas** (Tabela 1). Esses achados evidenciam a possibilidade de ampliação das categorias de situações.

Dessa forma, encerramos a análise dos resultados da pesquisa e, na seção a seguir, apresentamos nossas conclusões.

Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo categorizar as situações de função afim descritas em teses e dissertações brasileiras, apoiadas na Teoria dos Campos Conceituais.

No conjunto de dados, observamos que as classes mais numerosas foram as de proporção simples e composição de medidas (559 situações) e de proporção simples (426 situações), representando juntas 86% dos casos, enquanto as demais classes estão sub-representadas, com cinco classes contendo apenas uma situação cada. Quatro novas combinações de classes foram identificadas, além das conjecturadas por Miranda (2019), como dupla proporção simples e dupla composição de medidas, além de uma repetição de estruturas (aditiva ou multiplicativa) em algumas situações. Esses achados ampliam a compreensão das nuances nas situações relacionadas à função afim, oferecendo uma visão mais detalhada das classes existentes.

Verificamos ainda a necessidade de ampliação da simbologia utilizada nos esquemas relacionais, expandindo essas representações, como consequência, primeiro, da consideração de outros conjuntos numéricos, possibilitando a utilização de medidas contínuas e (supostamente) infinitas e da ampliação das situações de estruturas aditivas, multiplicativas e mistos, que são as situações de função afim. Para isso foram introduzidos dois novos símbolos: o triângulo inserido no círculo e o triângulo inserido no retângulo, enquanto o círculo e o retângulo foram mantidos para representar medidas, com a finalidade de identificar variáveis associadas à função afim.

Mostramos ainda que as classes produto de medidas, proporção múltipla e função bilinear, de estrutura multiplicativa, são incompatíveis com a estrutura das funções afins, por dependerem de duas ou mais variáveis. Desta forma, configuram-se como funções de múltiplas variáveis, e, portanto, não se adequam à função afim, que é univariada.

Entre as contribuições acadêmicas da investigação está uma delimitação de situações associadas à função afim, na qual mostramos a diferença essencial entre problemas mistos, situados na junção entre as estruturas aditivas e multiplicativas e as situações de função afim, nas quais são necessárias obter a forma algébrica, generalizada, da função. Os resultados obtidos trazem elementos para a tipologia da função afim, que avança para além dos conceitos advindos das estruturas aditivas e multiplicativas, amplamente abordados por Vergnaud (1983, 1996, 2014). Tudo isso

coopera tanto para o mapeamento do campo conceitual, quanto para a elaboração de uma proposta didática para o ensino de função afim.

A pesquisa apresentou algumas limitações decorrentes dos objetivos estabelecidos e das fontes de dados disponíveis. Primeiramente, houve falta de acesso ao texto completo de algumas pesquisas das bases BDTD e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES devido a restrições de propriedade intelectual e à data anterior à criação da plataforma Sucupira, o que limitou a possibilidade de identificar classes adicionais de situações e aprofundar o estudo das variáveis didáticas. A opção por teses e dissertações podem ter influenciado a identificação de classes específicas, embora o levantamento tenha incluído todas as pesquisas disponíveis nas bases mencionadas.

Outra sugestão de pesquisa, relacionada à tipologia da função afim, é o estudo e construção de situações contextualizadas, pertencentes às classes ainda não observadas, como por exemplo: proporção simples e composição de transformações; proporção simples e transformação de relações; comparação multiplicativa e transformação de medidas, centre outras. Pesquisas neste sentido podem responder a uma questão particular, na qual se pergunta se é possível observar em situações de função afim todas as classes de estruturas aditivas.

Esperamos que esta pesquisa, além de contribuir academicamente para o mapeamento do campo conceitual da função afim, tenha implicações pedagógicas ao motivar professores a aprimorarem suas práticas, selecionando situações mais diversas em termos de classe, representação, contexto e propriedades da função, promovendo um ambiente favorável à construção e consolidação desse conceito.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Brasília, DF.

Calado, T. V. & Rezende, V. (2023). Aspectos Históricos e Epistemológicos do Conceito de Função: um estudo sobre as ideias base. *Revista Eletrônica De Educação* (São Carlos), 17, 1-22.

Caraça, B. J. (1951). *Conceitos fundamentais da Matemática.* Editora Livraria Sá da Costa.

CAPES. (n.d.). Catálogo de Teses e Dissertações. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Dias, C. C. F. (2019). *Introdução do conceito de função a partir do contexto da produção do fumo com vistas à aprendizagem significativa crítica*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Santa Maria].

Fuzzo, R. A. (2022). *Uma tipologia de situações de juros simples com base na teoria dos campos conceituais*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. Editora Atlas.

Gitirana, V., Campos, T. M. M., Magina, S. & Spinillo, A. (2014). *Repensando Multiplicação e Divisão*: Contribuição da Teoria dos Campos Conceituais. Editora Proem.

IBICT. (n.d.). Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia.

Krug, C. B. S. & Nogueira, C. M. I. (2022). Ideias base de função e função afim: analisando o livro didático do Ensino Médio. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 13, 1-18.

Lima, E. L., Carvalho, P. C. P., Wagner, E. & Morgado, A. C. A. (2016). *Matemática do Ensino Médio*. v. 1. Editora SBM.

Magina, S., Campos, T. M. M., Nunes, T. & Gitirana, V. (2008). *Repensando adição e subtração*: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed., Editora Proem.

Mendes, L. O. R., & Pereira, A. L. (2021). Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 22(3), 196–228.

Merli, R. F. (2022). *Do pensamento funcional ao campo conceitual de função: o desenvolvimento de um conceito.* [Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Miranda, C. A. (2019). *Situações que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Miranda, C. A., Rezende, V. & Nogueira, C. M. I. (2021). Uma análise de problemas de função afim fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 14, 485-495.

Moreira, M. A. (1999). *Teorias de aprendizagem.* Editora Pedagógica e Universitária.

Ponte, J. P. (1990). O conceito de função no currículo de Matemática. *Educação e Matemática*, 15, 3-9.

Ponte, J. P. (1990). The history of the concept of function and some educational implications. *The Mathematics Educator*, 3(2), 3-8.

Santos, G. L. D. & Barbosa, J. C. (2016). Um modelo teórico de matemática para o ensino do conceito de função a partir de um estudo com professores. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12 (48), 315-338.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *In:* Dubinsky; Harel, G. (eds.).s *The concept of function*: *aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-58). Mathematical Association of America.

Stake, R. E. (2011). *Pesquisa qualitativa:* como as coisas funcionam. Editora Penso.

Tabach, M. & Nachlieli, T. (2015). Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. *Educational Studies in Mathematics*, 90, 163-187.

Tieppo, S. M., Cappelin, A., Zanatta, L. F., Nogueira, C. M. I. & Rezende, V. (2023). Um panorama de problemas do tipo misto em provas do exame nacional do ensino médio de 2020. *Ciência e Educação (Unesp)*, 29, 1-17.

Tieppo, S. M., Nogueira, C. M. I. & Zanella, M. S. (2023). Questões do PISA envolvendo função afim: uma análise na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, 7, 455-478.

Tieppo, S. M. (2024). Panorama das situações relacionadas à função afim em teses e dissertações brasileiras. [Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Tinoco, L. A. A. (2002). *Construindo o conceito de Função.* Editora Projeto Fundão.

Vechia, A. & Lorenz, K. M. (1998). *Programa de ensino da escola secundária brasileira*: 1850-1951. Editora do Autor.

Vergnaud, G. (2017). *Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud:* Teoria dos Campos Conceituais. Editora Geempa.

Vergnaud, G. (2014). *A criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Editora da UFPR.

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender. *In*: Bittar, M., Muniz, C. A. (Org). *A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais* (pp 13-26). Editora CRV.

Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. *In:* Brun, J. *Didáctica das matemáticas* (pp. 155-191). Instituto Piaget.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-170.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. *In:* R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of math concepts and processes* (pp. 127-174). Academic Press.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *In:* Carpenter, T. P., Moser, J. M., Romberg, T. *A. Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp. 39-59). Lawrence Erbaun.

Zanatta, L. F. & Rezende, V. (2024). As formas operatória e predicativa do conhecimento relativas à função afim. *Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino*, 8, 1180-1207.

Zanella, M. S.& Rezende, V. (2022). Ideias-base de função a partir de situações multiplicativas em livros didáticos dos anos iniciais. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 11, 152-177.

Zanella, M. S.& Rezende, V. (2024). Ideias-base de função mobilizadas por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em situações de proporção simples. *Boletim de Educação Matemática*, 38, 1-21.