ISSN 1983-3156
Qualis A1
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2025v27i2p009-033

Sobre a matemática específica dos professores

On teachers' specific mathematics

Sobre las matemáticas específicas de los maestros

Sur les mathématiques spécifiques aux enseignants

Jonei Cerqueira Barbosa[1]
Universidade Federal da Bahia (UFBA)
Doutorado em Educação Matemática
https://orcid.org/0000-0002-4072-6442

Resumo

Neste ensaio teórico, exploro a especificidade da matemática dos professores, discutindo as limitações dos modelos *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) e *Mathematics for Teaching* (MfT) em capturar a natureza situada e controlada do fazer docente. Proponho a distinção entre Matemática no Ensino (MnE), que se manifesta na interação pedagógica com os estudantes, e Matemática para Ensinar (MpE), que abrange as representações da MnE. Argumento que ambas se articulam de forma recursiva. Também sustento o argumento que tanto a MpE quanto a MnE são relacionais à prática da matemática escolar, considerada como evocativa, e ao contexto pedagógico onde se realiza. Com base nessa elaboração teórica, sugiro que estudos futuros investiguem como políticas públicas, prescrições curriculares e outras dimensões sócio-institucionais dão forma à especificidade da matemática dos professores e aprofundem o entendimento sobre como a MpE e a MnE se deslocam mutuamente.

Palavras-chave: Formação de professores, Matemática, Matemática escolar, Matemática para ensinar, Matemática no ensino.

Abstract

In this theoretical essay, I explore the specificity of teachers' mathematics, discussing the limitations of the models *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK), and *Mathematics for Teaching* (MfT) in capturing the situated and regulated nature of teaching doing. I propose a distinction between Mathematics in Teaching (whose acronym in Portuguese is MnE), which manifests through

---

[1] E-mail: jonei.cerqueira@ufba.br

pedagogical interaction with students, and Mathematics for Teaching (whose acronym in Portuguese is MpE), which encompasses MnE representations. I argue that these two dimensions are articulated recursively. The essay further supports the argument that both MpE and MnE are relational to the practice of school mathematics, considered evocative, and to the pedagogical context in which they are enacted. Based on this theoretical framework, I suggest that future studies investigate how public policies, curricular guidelines, and other socio-institutional dimensions shape the specificity of teachers' mathematics and deepen the understanding of how MpE and MnE interact and influence each other.

Keywords: Teacher education, Mathematics, School mathematics, Mathematics for teaching, Mathematics in teaching.

Resumen

En este ensayo teórico, exploro la especificidad de la matemática de los profesores, discutiendo las limitaciones de los modelos *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) y *Mathematics for Teaching* (MfT) para captar la naturaleza situada y regulada de la práctica docente. Propongo una distinción entre la Matemática en la Enseñanza (cuyo acrónimo en portugués es MnE), que se manifiesta a través de la interacción pedagógica, y la Matemática para la Enseñanza (cuyo acrónimo en portugués es MpE), que abarca las representaciones de la MnE. Sostengo que estas dos dimensiones se articulan de manera recursiva. El ensayo también apoya el argumento de que tanto la MpE como la MnE son relacionales a la práctica de la matemática escolar, considerada evocativa, y al contexto pedagógico en el que se llevan a cabo. Basado en este marco teórico, sugiero que futuros estudios investiguen cómo las políticas públicas, las directrices curriculares y otras dimensiones socio-institucionales moldean la especificidad de la matemática de los profesores y profundicen en la comprensión de cómo la MpE y la MnE interactúan e influyen mutuamente.

Palabras clave: Formación de profesores, Matemáticas, Matemática escolar, Matemática para la enseñanza, Matemática en la enseñanza.

Résumé

Dans cet essai théorique, j'explore la spécificité des mathématiques des enseignants, en discutant les limites des modèles *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) et *Mathematics for Teaching* (MfT) pour saisir la nature située et régulée de la pratique enseignante. Je propose une distinction entre les Mathématiques dans l'Enseignement (dont l'acronyme en portugais est MnE), qui se manifestent à travers l’interaction pédagogique, et les Mathématiques pour l’Enseignement (dont l’acronyme en portugais est MpE), qui englobent les représentations de la MnE. Je soutiens que ces deux dimensions s’articulent de manière récursive. Cet essai appuie également l’argument selon lequel les MpE et MnE sont relationnelles à la pratique des mathématiques scolaires, considérées comme évocatrices, et au contexte pédagogique dans lequel elles se réalisent. Sur la base de ce cadre théorique, je suggère que les recherches futures explorent comment les politiques publiques, les prescriptions curriculaires et d'autres dimensions socio-institutionnelles façonnent la spécificité des mathématiques des enseignants et approfondissent la compréhension de l’interaction et de l’influence réciproque entre les MpE et les MnE.

Mots-clés : Formation des enseignants, Mathématiques, Mathématiques scolaires, Mathématiques pour l’enseignement, Mathématiques dans l’enseignement.

Sobre a matemática específica do professor

Consideremos dois episódios de sala de aula, os quais foram adaptados para o presente ensaio. Utilizá-los-ei para ilustrar e articular os argumentos que serão delineados no presente ensaio teórico.

No primeiro episódio (Episódio I), o professor apresenta a tarefa da Figura 1 aos seus estudantes do 1º ano do ensino médio. Trata-se de uma tarefa apropriada para explorar as noções de função par e ímpar.

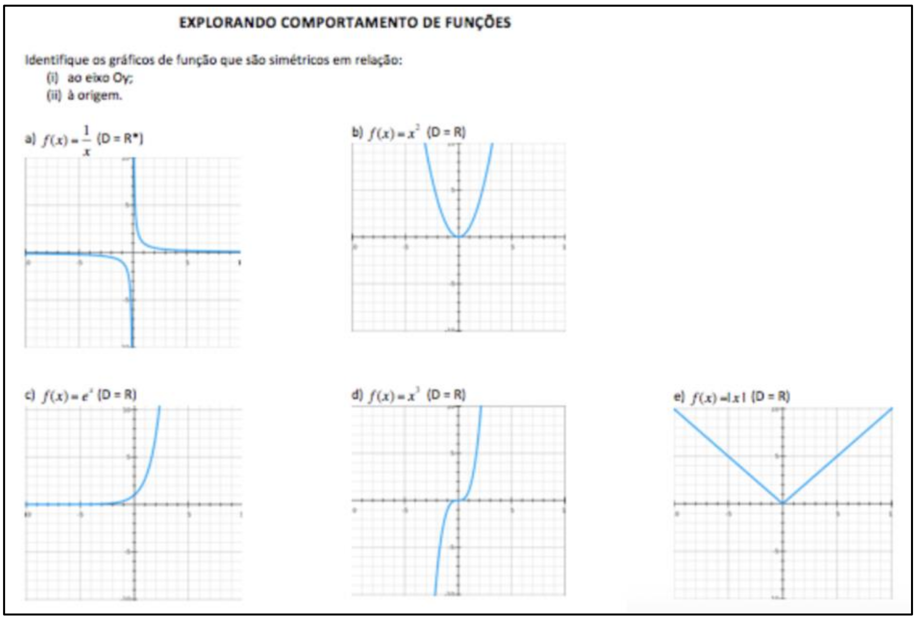

Figura 1.

Tarefa utilizada pelo professor

Espera-se que os estudantes, organizados em grupos, observem que há funções cujos gráficos são simétricos em relação ao eixo Oy e funções cujos gráficos são simétricos em relação à origem para todo valor do domínio da função, bem como o gráfico de uma função que não se enquadra em nenhuma dessas regularidades. A partir dessas observações, o professor tem subsídios para definir função par e função ímpar.

Observemos um trecho do diálogo entre o professor e um grupo de estudantes:

Professor: Por que vocês escolheram o gráfico (b) como simétrico ao eixo Oy?
Aluno 1: Aqui, olha, se você pega 2, dá 4, e se pega -2, também dá 4.
Professor: Somente o 2 e o -2?
Aluno 1: Não…
Aluno 2: O mesmo para 1 e -1, 3 e -3…
Professor: Ou seja, números opostos… Mas isso vai acontecer para todos os números reais opostos?
[*Silêncio... os alunos observam o gráfico.*]
Aluno 1: Sim, todo número elevado ao quadrado não é positivo?

Professor: Sim, mas somente por isso?
Aluno 2: Sim, qualquer um que você pegar e, depois, pegar o oposto, o valor aqui de y será o mesmo.
Professor: Sim, exatamente, estamos falando das abcissas opostas.

Já no segundo episódio (Episódio II), o professor se posiciona em frente à turma e anuncia o tópico do dia: paridade de uma função. Inicia apresentando as definições de função par e função ímpar e esboça na lousa os registros que estão transcritos na Figura 2.

FUNÇÃO PAR	FUNÇÃO ÍMPAR
$f(-x) = f(x)$	$f(-x) = -f(x)$
Exemplo: $f(x) = x^2 - 3$	Exemplo: $f(x) = x^3$

Figura 2.

Ilustração reproduzindo o registro do professor na lousa

Em seguida, o professor exemplifica uma função par e uma função ímpar, tal como registrado na lousa (Figura 2). Os estudantes permanecem atentos, fazendo anotações no caderno.

Neste momento, o professor abre espaço para questionamentos dos alunos:

Aluno 1: Professor, toda função é uma ou outra?
Professor: Ótima pergunta! Nem toda função será par ou ímpar. Isso é algo que exploraremos mais à frente.
O professor, então, continua:
Professor: Agora, há uma propriedade importante que vocês precisam saber. [*Esboça os gráficos das funções reais definidas por $f(x) = x^2$* e $f(x) = x^3$ na lousa] A função par é simétrica em relação ao eixo Oy, ou seja, ela é espelhada nesse eixo. Já a função ímpar é simétrica, mas em relação à origem. Imaginem que tudo se reflete ao redor deste ponto [*aponta para a origem*].

Conforme discutirei adiante, esses dois episódios podem ser interpretados à luz de perspectivas teóricas como: **Conhecimento Matemático para Ensinar**, tradução livre de *Mathematical Knowledge for Teaching*, cuja sigla manterei no inglês MKT (Ball et al., 2008); **Conhecimento Especializado do Professor de Matemática**, tradução livre de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*, cuja sigla manterei no inglês MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018); e **Matemática para Ensinar**, tradução livre de *Mathematics for Teaching*, cuja sigla manterei no inglês MfT (Davis & Renert, 2014). Tais perspectivas são parte do que, em Grilo et al. (2021), chamamos de **discurso da especificidade da matemática dos professores**, o qual argumenta que esses profissionais possuem um conhecimento ou prática inerente à profissão docente.

Neste artigo, problematizarei a literatura sobre a especificidade da matemática dos professores. Argumentarei que modelos teóricos como MKT, MTSK e MfT não conseguem abranger plenamente a natureza situada e controlada da matemática dos professores e, portanto, falham em capturar a variabilidade nas formas em que se realizam. À luz dessas preocupações, este estudo parte da problematização desses modelos teóricos com o intuito de ampliar as teorizações sobre a matemática específica dos professores, integrando sua dimensão situada e controlada. Reconheço que há outros modelos teóricos na literatura, como o **Quartet Knowledge** (Rowland, 2014), que também oferecem contribuições relevantes, mas, devido à limitação de espaço, concentrarei nos modelos supracitados.

Portanto, esse artigo configura-se como um ensaio teórico. Conforme definido em Barbosa (2018), trata-se de um estudo que se fundamenta na reflexão crítica e aprofundada sobre um tema específico, promovendo o diálogo entre diferentes perspectivas teóricas com o objetivo de formular novas interpretações. Nesse formato, não há coleta de dados empíricos, embora possam ser feitas alusões a eventos empíricos para enriquecer a argumentação, tal como estou fazendo o presente estudo. A construção dos resultados, portanto, é baseada em uma análise reflexiva e aprofundada, orientada pelos quadros teóricos mobilizados a partir da literatura pertinente.

Realizo inicialmente uma discussão crítica sobre os modelos teóricos baseados no MKT, MTSK e MfT. A seguir, conceituo a natureza da matemática escolar, levando-me a distinguir **Matemática no Ensino (MnE)** e **Matemática para Ensinar (MpE)** como formas situadas da matemática específica dos professores. A seguir, exploro como ambas estão relacionadas e, por fim, delineio implicações para a pesquisa em Educação Matemática. Os episódios I e II serão retomados no decorrer do ensaio para ilustrações dos argumentos que serão desenvolvidos.

Que matemática é essa?

Em ambos os episódios, o professor está ensinando paridade de funções, o que implica que foram organizadas determinadas tarefas para que os estudantes sejam capazes de reconhecer a paridade de uma função. Não pretendo aprofundar a discussão sobre tarefas matemáticas (que, por vezes, chamo apenas de tarefas), mas, para fins de clareza, adoto a definição de Smith e Stein (1998): uma proposta de trabalho para os estudantes, composta por uma ou mais situações voltadas ao desenvolvimento de uma ideia matemática específica.

No caso do Episódio I, o professor propôs uma tarefa exploratória aos estudantes, esperando que eles reconhecessem a simetria dos gráficos, de modo que, a partir daí, pudesse definir função par e função ímpar. No Episódio II, o professor apresenta a definição de ambos os tipos de funções, dá dois exemplos respectivos e sublinha as implicações de ambos para a simetria do gráfico dessas funções. Em ambos os casos, a forma como a matemática se manifesta atende a diferentes propósitos pedagógicos, o que significa que a comunicação com os estudantes foi organizada de tal modo que, na perspectiva do professor, eles sejam capazes de reconhecer uma função par ou ímpar. Essa caracterização converge para o que Grilo et al. (2021) genericamente chamaram de especificidade da matemática do professor.

No entanto, não se trata apenas de uma especificidade sobre como organizar a comunicação pedagógica com os estudantes. Notemos que, no Episódio I, tendo em conta como a aula foi organizada, funções pares e ímpares são relacionadas a gráficos de funções que são simétricos, respectivamente, ao eixo Oy e à origem. Já no Episódio II, inicialmente essas funções são definidas algebricamente para, depois, as propriedades gráficas serem apresentadas como decorrências. Essa diferença entre ambos os episódios sugere não somente diferenças sobre como ensinar, mas também sobre o quê ensinar. No caso do Episódio I, a paridade de funções está fortemente associada a padrões gráficos; já no segundo, está associada a uma regularidade algébrica, conforme a definição apresentada pelo professor. Por isso, argumento que a especificidade da matemática do professor engloba tanto o quê quanto como ensinar matemática.

À luz de Ball et al. (2008), essa especificidade da matemática do professor seria entendida como Conhecimento Matemático para Ensinar, ou simplesmente MKT, definido pelos autores como "o conhecimento do assunto necessário aos professores para tarefas específicas de ensino" (p. 402). Os autores desenvolveram um modelo teórico para caracterizar o MKT em seis domínios de conhecimento, os quais, por serem amplamente conhecidos e por limitação de espaço aqui, apenas citarei: conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento horizontal, conhecimento do conteúdo e dos estudantes, conhecimento do conteúdo e do ensino, e conhecimento do conteúdo e do currículo. Essa perspectiva tem sido muito útil para iluminar a especificidade da matemática dos professores, como bem ilustrado em estudos conduzidos por Ribeiro et al. (2020).

Assim, os Episódios I e II poderiam ser vistos em termos de MKT. Em ambos os casos, ao seu modo, assume-se que a prática requer dos professores decisões, por exemplo, sobre: como localizar a paridade de funções no programa escolar; como relacionar com outros tópicos (eixo de simetria de um gráfico, por exemplo); o que falar sobre o tópico; e como sequenciar o conteúdo de modo que permita a compreensão dos estudantes. Não é meu propósito, mas poderíamos identificar diferentes domínios do MKT mobilizados pelos professores nos episódios.

Em sua abordagem, o MKT é relacional às demandas da prática de sala de aula, o que implica em uma certa variabilidade, já que diferentes situações de aprendizagem requerem diferentes formas de manifestação do MKT. No entanto, os próprios autores reconhecem que relacionar o conhecimento matemático para ensinar à prática traz dificuldades: "Embora essa orientação tenha o objetivo de aumentar a probabilidade de que o conhecimento identificado seja relevante para a prática, ela também traz um pouco da desordem e da variabilidade naturais do ensino e da aprendizagem" (Ball et al., 2008, p. 403). E, por isso, esclarecem que os domínios do MKT não estão atrelados a nenhuma abordagem em específico: "Não consideramos que o conhecimento que identificamos esteja intimamente ligado a uma visão específica de reforma ou a uma abordagem específica de ensino" (p. 404). Assim, os domínios do MKT definem **o quê** do conhecimento do professor é requerido ao ensinar, mas não dão conta da variabilidade do **como**.

Outra maneira de olhar para esses episódios é pelas lentes teóricas do modelo desenvolvido por Carrillo-Yãnez et al. (2018) e denominado por eles como Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, ou simplesmente MTSK. Diferentemente de Ball et al. (2008), que conceitua o modelo MKT em termos do conhecimento matemático necessário para ensinar, portanto ligado às demandas da prática, Carrillo-Yãnez et al. (2018) desenvolvem o modelo MTSK em termos de "o conhecimento que os professores podem utilizar para realizar qualquer tipo de tarefa como professor [de matemática]" (p. 3). Eles partem do pressuposto de que o conhecimento matemático do professor é especializado e pode ser mapeado em seis domínios, os quais também, por serem amplamente documentados na literatura e por falta de espaço, não os detalharei.

Para os autores, esses domínios referem-se ao conhecimento especializado do professor de matemática, de modo que o modelo teórico não abrange outros tipos de conhecimentos que são comuns a outros profissionais. Por essa razão, no MTSK, não há menção, por exemplo, ao conhecimento comum do conteúdo. Além disso, no MTSK, assume-se que os domínios de conhecimento são permeados pelas crenças dos professores sobre matemática e seu ensino. Nas palavras dos autores, há uma "reciprocidade entre crenças e os domínios de conhecimento" (p. 5).

Assim, nos Episódios I e II da primeira seção do presente ensaio, poderíamos aplicar as lentes do MTSK e identificar os conhecimentos especializados que o professor detém para conduzir as tarefas de ensino, como, por exemplo: o que o professor sabe sobre paridade de funções e sua relação com outros tópicos curricular, como definir uma função par e ímpar em aula, como os estudantes pensam e constroem seu conhecimento sobre o tópico, etc. A variação em como tais conhecimentos especializados se manifestam pode ser explicada pelas crenças sobre matemática e seu ensino. No Episódio I, à luz do MTSK, poderíamos associar o conhecimento especializado do professor como sendo influenciado por sua crença de que a matemática é uma disciplina baseada em descobertas, solução de problemas e ensino baseado na exploração, discussão e descoberta de regularidades pelos estudantes. Já no Episódio II, poderíamos associar o conhecimento do professor a uma crença de que a matemática é um conjunto de fatos e procedimentos a serem seguidos e o ensino focado em explicações por parte do professor. Desse modo, o MTSK possui ferramentas teóricas para capturar a variabilidade do conhecimento do professor, explicada em termos de suas crenças sobre matemática e seu ensino.

Entretanto, as diferenças entre os modelos MKT e MTSK não estão apenas na sua capacidade heurística, mas também na própria conceituação do que seja o conhecimento do professor de matemática. Enquanto o primeiro vê essa categoria como uma resposta às demandas da prática, o segundo a vê como anterior à prática, como aquele conhecimento que torna a prática possível. Para além dessa diferença, em ambos os modelos, o conceito de conhecimento é assumido como tácito, sem clara definição. Considerando a forma como a palavra é usada pelos autores, é possível dizer que conhecimento é visto em termos dos processos cognitivos dos professores e seus conteúdos, dos quais derivam suas ações no exercício de sua atividade profissional. Assim, podemos localizar o MKT e o MTSK no que se convencionou chamar de **paradigma do pensamento do professor** (Barbosa, 2018). Nessa tradição de pesquisa, as ações dos professores são vistas como função de uma instância interior (e anterior), o pensamento. No MKT, o conhecimento é ativado pela prática; no MTSK, o conhecimento é o que torna a prática possível. O foco está no indivíduo, no caso, o professor, seu pensamento e suas ações, que são mobilizados no mundo social e podem ser representados por modelos teóricos. Por isso, nomeamos essas perspectivas sobre a especificidade da matemática do professor de **cognitivo-representacional** (Grilo et al., 2020).

Para além dos modelos citados até o momento, Davis e Renert (2014) deslocam o foco de análise do indivíduo para a comunidade de professores. Os autores denominam a matemática específica do professor como Matemática para Ensinar, ou simplesmente MfT, e a veem como uma disposição aberta na comunidade de professores. Nas palavras dos autores: "o conhecimento individual e coletivo não pode ser dicotomizado; as possibilidades coletivas estão inseridas em entendimentos individuais e os desdobram… é simultaneamente um fenômeno individual e coletivo" (p. 33). Esse entendimento desloca a matemática específica dos professores dos limites individuais para a natureza participativa da aprendizagem profissional.

Pelas lentes de Davis e Renert (2014), ao olharmos para os Episódios I e II, não vemos apenas a manifestação do conhecimento matemático individual dos professores, mas formas de estar com a matemática que são relacionadas a uma disposição socialmente compartilhada pelos professores. Podemos considerar milhares de outros professores organizando e conduzindo aulas semelhantes às descritas nos episódios. Não se trata apenas de uma expressão do pensamento dos professores, mas de formas de estar com a matemática, as quais os professores foram socializados por meio de sua participação na comunidade profissional, o que inclui o período de exercício docente e os períodos anteriores a este (como a formação inicial de professores e a própria escolaridade anterior a essa formação).

Nessa perspectiva, a MfT é vista como emergente (Davis & Renert, 2014), o que implica que ela é dependente da interação do professor com os estudantes, seja em sala de aula, seja com outros professores em situações de formação. É a situação social que estabelece as condições para que certas formas de comunicar um conceito matemático se realizem. Aqui, há um ponto em comum com o MKT: a MfT também é uma resposta à prática. No entanto, diferentemente de Ball et al. (2008), que vê a matemática específica dos professores como conhecimento individual e, por abstração teórica, possível de ser representado universalmente, Davis e Renert (2014) a veem como uma disposição aberta de modos de comunicar conceitos matemáticos compartilhada pelo coletivo de professores.

Do ponto de visto de Davis e Renert (2014), os Episódios I e II ilustram diferentes formas de comunicar a paridade de funções aos estudantes. Enquanto o primeiro se centra na análise gráfica, vendo a definição matemática como uma decorrência, o segundo se centra na definição, vendo a análise gráfica como uma decorrência. Por isso, nomeamos essas perspectivas sobre a especificidade da matemática do professor, tal como apresentada por Davis e Renert, de **sociodiscursiva** (Grilo et al., 2020). Com a perspectiva de MfT apresentada acima, podemos compreender melhor como a matemática específica se realiza na interação com os estudantes. Os Episódios I e II podem ser vistos em termos das diferentes formas de participação dos professores e, portanto, de estar com a matemática em diferentes situações pedagógicas. Na mesma linha, para Barwell (2013), por exemplo, a unidade de análise não é o que os professores sabem (no seu pensamento), mas como sua matemática é discursivamente constituída na interação em sala de aula. Desse ponto de vista, a matemática específica do professor não é apenas propriedade daquele que ensina, mas é relacional à comunicação com os estudantes e outros atores que compartilham um determinado contexto pedagógico.

Neste ponto do artigo, conto a você leitor que os Episódios I e II apresentados foram de aulas ministradas pelo mesmo professor, em duas das diferentes escolas em que ele trabalha. Talvez isso não seja surpreendente, pois muitos de nós, ou mesmo nós, já tivemos contato com professores que manifestaram diferentes matemáticas específicas em diferentes contextos. Por que, e como, isso acontece? Como sugerem Davis e Renert (2014), as "dimensões individuais, sociais, institucionais e culturais na geração de significados matemáticos" formam um amálgama, sendo difícil separar essas diferentes dimensões. No entanto, sua conceituação de MfT dá ênfase à dimensão cultural da matemática dos professores, destacando como a comunicação dos conceitos matemáticos se articula com as práticas e relações de sua comunidade profissional.

Embora Davis e Renert (2014) tenham proposto uma compreensão sociocultural da matemática dos professores, destacando a importância de sua participação no coletivo docente, ainda persiste uma lacuna na literatura sobre como tais dimensões no contexto de trabalho dos professores influenciam, condicionam e dão forma à essa matemática. A seguir, procurarei aprofundar a reflexão sobre natureza da matemática específica dos professores, considerando suas condições sociais, culturais e institucionais de trabalho profissional, para melhor compreender sua natureza situada e regulada.

A matemática escolar é evocativa

Os professores de matemática exercem sua profissão em contextos formalmente constituídos para o propósito de ensinar e aprender matemática, na maioria das vezes, a escola. Não é novidade a perspectiva que concebe as disciplinas escolares como produções autônomas, com uma organização, economia interna e eficácia próprias, moldadas pela história (Chervel, 1990). Isso leva ao entendimento das práticas desenvolvidas na escola como de natureza cultural (Moreira & David, 2005; Valente, 2020). Portanto, podemos falar dessa prática cultural que se desenvolve na instituição escolar e que reconhecemos como **matemática escolar** (Sfard, 2008).

Ela encapsula práticas que foram se constituindo historicamente (Valente, 2020), da qual participam professores e estudantes, bem como outros atores sociais cujas ações afetam sua dinâmica, como elaboradores de currículos, autores de materiais didáticos, formuladores de políticas públicas, etc. Por isso, Moreira e David (2005) chamam atenção para os múltiplos condicionantes na constituição histórica e cultural da matemática escolar.

Para Sfard (2008), trata-se de um tipo específico de discurso, uma forma de comunicação definida por seu vocabulário, mediadores visuais, rotinas e narrativas, sendo igualmente compreendido como historicamente constituído. Por implicação, a forma como os professores de matemática se comunicam com os estudantes (e com outros atores, como colegas e supervisores) está relacionada a essa prática da qual participam. Pelo processo de socialização na matemática escolar, que ocorre, em grande medida, durante a formação inicial de professores, antes desse período e no exercício profissional, os professores aprendem a reconhecer o que é legítimo e como agir (Vilas Boas & Barbosa, 2016).

Isso não implica uma homogeneização dessa prática cultural. Os próprios Episódios I e II descritos acima ilustram a variabilidade que ocorre sob o rótulo de matemática escolar. No entanto, há marcadores próprios, como o uso das expressões função par e função ímpar (vocabulário), as representações gráficas de funções (mediadores visuais), a identificação do eixo de simetria do gráfico de uma função (rotinas) e a explicação verbal do porquê uma função é par ou ímpar (narrativas), apenas para citar alguns exemplos relacionados aos episódios. Podemos, portanto, identificar singularizações dessa prática cultural, ou, como prefere Sfard (2008), discurso, mas também sua variabilidade.

Portanto, quando os professores de matemática participam dessa prática social chamada de matemática escolar, eles são capazes de gerar, suscitar ou trazer à tona significações, emoções, memórias e associações em quem participa delas (inclusive os próprios estudantes). Na perspectiva de Bernstein (2000), todo contexto pedagógico, incluindo a matemática escolar, possui regras de reconhecimento e realização que tornam possível aos participantes reconhecer e realizar a comunicação considerada legítima para aquele contexto. Assim, os professores de matemática, no exercício de seu trabalho, são posicionados dentro da matemática escolar, que lhes demanda o quê ensinar e como ensinar. Nos Episódios I e II, possivelmente porque o tópico função par e ímpar possui uma longa tradição nos currículos da disciplina escolar de matemática, figurando em livros didáticos e exames de acesso, os professores sentem-se demandados a abordar esse tópico. Ambas as formas de ensinar função par e ímpar são consideradas legítimas na matemática escolar, ainda que possamos reconhecer que a abordagem pautada na tríade exposição, exemplos e exercícios seja ainda hegemônica nas salas de aula de matemática.

Dessa forma, podemos dizer que **a matemática escolar é evocativa**, conforme Bernstein (2000) se refere a qualquer contexto pedagógico: evoca-se modos específicos de comunicação, o que implica determinados modos de selecionar, organizar e comunicar matemática, considerados mais ou menos legítimos. É por isso que, conforme diferentes perspectivas teóricas situadas (Bernstein, 2000, por exemplo), dizemos que **o contexto pedagógico não apenas influencia o que fazem os professores, mas constitui o que fazem no exercício profissional**, pois esses profissionais respondem ao que a matemática escolar evoca. Essa resposta à matemática escolar pode ter uma grande variabilidade, como visto nos Episódios I e II, mas também possui uma especialização, tal como os marcadores do discurso matemático discutidos por Sfard (2008).

Dessa perspectiva, só podemos compreender o que fazem os professores de matemática de forma relacional à prática pedagógica da qual participam, ou seja, a matemática escolar em determinado contexto. O exercício profissional dos professores, a matemática escolar e o contexto em que esta se realiza são aqui vistos analiticamente como indissociáveis, pois ontologicamente assim o são. Por isso, os modelos teóricos baseados no paradigma do pensamento do professor são considerados limitados para compreender o exercício profissional, pois acabam por focar na relação entre pensamento e ação, tratando o contexto apenas como um fator interveniente (Barbosa, 2018).

Apesar da especialização da matemática escolar, como já sugeri anteriormente, não há uma homogeneização dessa prática social, nem um isolamento de outras práticas sociais e demais determinações. Como Moreira e David (2005) afirmam, a matemática escolar possui uma história que leva à sua especialização, mas também reflete múltiplos condicionamentos locais e macroestruturais. Certamente, o leitor reconhece que o quê e como se ensina matemática em uma escola urbana e em uma escola rural terão diferenças notáveis; o mesmo ocorre em outros contextos, conforme variam os contextos socioeconômicos em que as escolas estão inseridas. Por isso, podemos dizer que cada sala de aula de matemática é única, pois depende dos participantes dessa prática social, como estudantes e professores, além de supervisores, pais e outros atores. Entretanto, ao mesmo tempo, há uma similaridade quanto ao que se demanda comunicar, de modo que podem ser reunidos em torno dessa ampla prática disseminada pelo planeta, que chamamos de matemática escolar ou discurso da matemática escolar.

Igualmente, dimensões macroestruturais desdobram-se na matemática escolar, alterando ou constituindo novas demandas sobre o trabalho dos professores, como é o caso das políticas públicas. Em Lira e Barbosa (2023), por exemplo, analisamos um programa de intervenção desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação de Teresina, em parceria com o Instituto Alfa e Beto (IAB). Identificamos como essa política pública deu forma às aulas de matemática, buscando o bom desempenho dos estudantes nas avaliações, por meio da obrigatoriedade do uso de materiais delineados pelo IAB, encontros de formação com os professores sobre o uso desses materiais, reuniões de planejamento pedagógico, observação das aulas dos professores e avaliações regulares para verificar o desempenho dos estudantes. Nesse contexto, em que se implementava uma política pública com foco na performatividade, fica muito clara a natureza situada da matemática escolar e de como os professores participam dela. Não me alongarei em outros exemplos, mas o caso da política pública de Teresina ilustra o argumento de que o que acontece em nível macro, seja municipal, regional, nacional ou internacional, também constitui a matemática escolar, evocando diferentes formas de participação de professores e estudantes.

Portanto, a matemática escolar é uma prática social constituída historicamente, com uma longa tradição sobre o que e como comunicar, mas, ao mesmo tempo, com configurações locais, sofrendo também das determinações macroestruturais. No exercício profissional, os professores reconhecem o que o contexto pedagógico demanda deles, de modo que o que fazem é uma resposta a essas demandas, seja alinhando-se ou resistindo mais ou menos a elas. Por isso, meu argumento é que não podemos compreender o que fazem os professores apenas com lentes teóricas que focam no pensamento dos professores, mas sim na indissociabilidade entre o que fazem, a matemática escolar e o contexto em que exercem sua profissão.

Matemática no Ensino

Considerando, então, que a matemática escolar é uma prática social com contornos próprios, vista como evocativa na seção anterior, o professor é participante dessa prática. Este pode ser visto em termos das perspectivas situadas (Vilas Boas & Barbosa, 2016), de modo que a posição de professor já está instituída socialmente pela matemática escolar, estabelecendo limites para o quê e como o professor participa dessa prática.

Nos episódios I e II, o professor sabe que é sua responsabilidade a organização do trabalho pedagógico em classe, a condução da aula e o atendimento ao tópico do programa função par e ímpar. Sabe o professor que, ao abordar esse tópico, devem trabalhar com os estudantes a definição de uma função par e ímpar e como reconhecê-la. Entretanto, o professor participa da matemática escolar com diferentes qualidades. No Episódio I, apresenta uma tarefa exploratória na qual os estudantes são solicitados a observar padrões gráficos para, a partir daí, formalizar a definição de função par e ímpar. Já no Episódio II, o professor inicia com a definição de função par e ímpar, seguindo pela apresentação de exemplos. As diferenças entre os dois episódios também se estendem à forma como conduzem o trabalho pedagógico com os estudantes: no primeiro, organiza os alunos em grupos para exploração, enquanto no segundo, mantém os estudantes organizados em fileiras para ouvi-lo. Poderíamos continuar ilustrando diferentes qualidades na forma como ambos os professores participam da matemática escolar (por exemplo, o padrão comunicacional, o tipo de tarefas utilizadas etc.).

Ambos os episódios representam qualidades (características) da forma de participação dos professores na matemática escolar, o que defino como **Matemática no Ensino (MnE)**. Com esse conceito, quero enfatizar o quê e como os professores se comunicam com os estudantes na interação com eles. Inspirado em Bernstein (2000), vejo as formas de participação dos professores em termos das interações comunicacionais com os estudantes, ocorrendo em situações pedagogicamente organizadas para tal, como a aula. Isso inclui não somente o que os professores falam, escrevem e gesticulam, mas também como interagem com os artefatos durante sua participação.

Podemos identificar certos padrões na forma como os professores participam da matemática escolar (Vilas Boas & Barbosa, 2016). Por exemplo, é um padrão sequenciar a aula da seguinte maneira: realizar uma exposição, solicitar que os estudantes façam exercícios e corrigi-los. Também é um padrão sempre responder prontamente a qualquer questão dos estudantes. Por outro lado, também é um padrão de participação sequenciar a aula por meio da introdução de uma situação-problema, trabalho dos estudantes em grupos e formalização. É isso que chamo de qualidades da forma de participação dos professores na matemática escolar: são seus padrões de participação nessa prática social.

O uso da preposição contraída '**no'** na expressão **Matemática no Ensino** chama atenção para o fato de se tratar da matemática comunicada pelos professores durante o exercício de sua tarefa de ensinar. Não é antes nem depois, mas no exato instante em que os professores de matemática estão interagindo com seus estudantes. Por isso, os episódios I e II nos contam sobre aulas que ocorreram, capturando os padrões de participação do professor na matemática escolar, ou seja, formas da MnE.

A noção de MnE não está desvinculada da matemática escolar. Conforme apresentada aqui, a primeira se refere à forma como o professor de matemática participa da segunda. Essa participação não ocorre de maneira arbitrária, pois, como discutido na seção anterior, a matemática escolar é evocativa, isto é, suscita certas formas de envolvimento por parte dos professores. Assim, a MnE só pode ser compreendida em relação à matemática escolar. Isso não significa que a matemática escolar determine a MnE, mas que esta pode ser entendida em termos de maior ou menor alinhamento e resistência às suas demandas..

A MnE é uma resposta à evocação da matemática escolar, ou seja, ao que é demandado de sua participação. As demandas dirigidas à MnE vêm de diferentes fontes, as quais podemos classificar em quatro grupos:

- experiências prévias: pela participação na matemática escolar (tanto como professor quanto nas suas próprias experiências anteriores como estudante), os professores reconhecem o que é válido comunicar nessa posição social;

- formação: experiências em programas de formação continuada, os professores podem se sentir demandados a participar da matemática escolar de determinados modos;

- documentos curriculares: por meio de documentos, como prescrições curriculares e livros didáticos, demandam-se certas qualidades da MnE dos professores;

- avaliações em larga escala e políticas públicas: por meio das políticas educacionais implementadas pelo Estado, demandam-se que os professores ensinem matemática de certa forma, com destaque para o papel indutivo das avaliações em larga escala;

- demais atores da escola: por fim, podemos identificar outros atores sociais que atuam na escola, como outros professores, supervisores, diretores, pais, etc., que também podem demandar certas formas de participação dos professores na matemática escolar.

Nenhuma dessas fontes, isoladamente, determina a MnE dos professores; no entanto, é a partir delas que o professor constrói sua própria MnE. Quando digo que a MnE é uma resposta à evocação da matemática escolar, repito, isso implica que não é uma determinação. A MnE pode mais ou menos se alinhar, contrariar ou adaptar-se às demandas, mas sendo sempre uma resposta à evocação da matemática escolar.

É na interação comunicativa com os participantes da cultura escolar que essas demandas são agenciadas pelos professores por meio da MnE. Os próprios colegas de trabalho, supervisores, pais e estudantes podem demandar certas formas de participação dos professores de matemática. Suponha, por exemplo, no Episódio I, que os estudantes resistam em realizar as explorações propostas pelo professor, que solicitam a observação de que há funções cujos gráficos são simétricos ao eixo Oy e funções cujos gráficos são simétricos à origem, além de uma função que não se enquadra em nenhuma dessas regularidades. No Episódio I, a MnE do professor requer tais explorações por parte dos estudantes, para que seja possível, posteriormente, realizar a sistematização e a consolidação de um novo conhecimento a partir das regularidades encontradas. Como pode acontecer em muitas aulas, nas quais os estudantes não estão familiarizados com abordagens pedagógicas dessa natureza, eles podem permanecer apáticos, esperando que o professor resolva a questão no quadro, ou mesmo podem demandar uma explicação direta (Podem, por exemplo, dizer "explica logo, professor!"). Quando isso ocorre, a natureza evocativa da matemática escolar está se expressando pela participação dos estudantes.

Episódios como o descrito acima demandam uma resposta do professor, uma forma de lidar com a resistência dos estudantes. Talvez o professor reforce a natureza exploratória da tarefa, tentando promover o envolvimento dos estudantes por meio de perguntas, como: "O que a tarefa está pedindo?" ou "O que você observa?". Talvez ele vá à lousa e faça uma pequena exposição para subsidiar a exploração dos estudantes. Não sabemos! A forma como o professor reagirá será decidida no momento. Certamente, o professor não esquece que está participando da matemática escolar e considerará esse aspecto ao decidir como lidar com a resistência dos estudantes.

Davis e Renert (2014), ao discutir o conceito de Matemática para Ensinar, afirmam que ela é emergente, pois envolve constante reinterpretação e recontextualização do conteúdo matemático de acordo com as necessidades e características dos alunos. Segundo os autores, a matemática se forma e se transforma ao longo das práticas pedagógicas. Inspirado nessa ideia, podemos também dizer que a MnE é emergente, pois, apesar de a matemática escolar em determinado contexto demandar formas específicas de participação dos professores, a forma como ela se constitui está relacionada à interação comunicativa com os estudantes.

Mesmo em uma aula como a ilustrada no Episódio II, que pode ser enquadrada como baseada na exposição, em que o professor pode antecipar como ela ocorrerá, uma pergunta inesperada de um estudante pode mudar o rumo da aula. Imagine que o estudante pergunte: "Uma função pode ser par em um trecho e ímpar em outro?". O professor pode não ter uma resposta pronta para essa pergunta, pois precisaria refletir sobre a definição de paridade de funções. Isso pode ser desconcertante, já que o professor não havia antecipado essa questão. Ele terá de decidir no momento como reagir à pergunta do estudante.

Podemos reconhecer a natureza emergente da MnE em qualquer interação com os estudantes. O professor não se comunica com os estudantes sem considerar uma interpretação de seu perfil, suas experiências matemáticas, suas possíveis dificuldades. Lins (1999) nos lembra que quem fala constitui para quem fala, ou seja, está ativamente moldando o que fala com base em sua interpretação de quem está ouvindo. Isso é evidente nas diferenças comunicacionais de um mesmo professor ao ensinar em turmas com perfis diferentes ou mesmo na comunicação individual para estudantes de uma mesma turma. Essa relação comunicativa entre quem fala e quem ouve não é isolada, mas ocorre em um contexto que, aqui, foi conceituado como matemática escolar.

Portanto, reforço que a matemática escolar e a MnE são indissociáveis, mas, ao mesmo tempo, a MnE não é determinada pela primeira. Embora a matemática escolar estabeleça limites sobre o que e como ensinar, a MnE engloba uma variedade de possibilidades e é emergente, pois sua constituição depende da interação pedagógica com os estudantes.

Matemática para ensinar

A matemática escolar não apenas dá forma à MnE, mas também ao que acontece além e antes da interação entre os professores de matemática e os estudantes. Os professores decidem previamente o que ensinarão na aula, que materiais utilizarão, como conduzirão a aula etc. Nos programas de formação de professores e nas orientações curriculares, há indicações de como a MnE deve ou pode acontecer. Nas avaliações de larga escala, são demandados resultados que esperam que os estudantes sejam capazes de atingir, o que sinaliza aos professores o que e como devem ensinar. Na pesquisa em Educação Matemática, nós, pesquisadores, descrevemos o que acontece na aula de matemática, apontando implicações para a prática docente. Esses são apenas alguns exemplos de situações sociais que se referem e representam as interações pedagógicas entre quem ensina e quem aprende matemática no ambiente escolar. Contudo, não se confundem com as próprias interações com os estudantes tais como elas ocorrem. Elas são representações das formas como a MnE acontece ou pode acontecer, mas não se reduzem à própria MnE, pois esta é instantânea e emergente, como discutido na seção anterior.

Todas essas representações das formas como a MnE acontecem ou podem acontecer são o que chamo aqui de **Matemática para Ensinar, à qual designarei com a sigla MpE**. A expressão **para Ensinar** indica que visa, tem em vista ou tem por fim. Assim, todas as situações listadas no parágrafo anterior visam ou demandam como o professor ensina ou pode ensinar matemática. Porém, como discutido anteriormente, a forma que a MnE realiza dependerá da interação com os estudantes. As situações listadas no parágrafo anterior não são parte da MnE, mas ocorrem fora do contexto interativo da sala de aula, ainda que se refiram a ele, portanto são MpE.

Como o leitor pode notar, aqui estou usando a expressão Matemática para Ensinar de maneira mais restrita do que Davis e Renert (2014). Enquanto estes autores a utilizam para descrever as formas de comunicação dos conceitos matemáticos compartilhadas pelo coletivo de professores de matemática, o qual é acionado conforme a situação demandada, uso o termo para indicar qualquer re-presentação da Matemática no Ensino. O vocabulário **re-presentação** indica que se trata de uma nova apresentação da MnE, ou seja, não é ela mesma, mas um deslocamento, no caso, para fora da interação entre os professores e os estudantes.

Retornemos aos Episódios I e II, nos quais o professor ensina, de maneiras distintas, função par e função ímpar. Os episódios aqui descritos relatam a interação do professor com os estudantes, portanto, mostrando-nos a forma de participação dos primeiros, ou seja, a MnE. Contudo, além dessa interação, podemos encontrar diversas re-presentações sobre o que se deve ensinar e como se deve ensinar funções pares. É possível que o professor tenha se baseado em como o tópico é apresentado em livros didáticos e materiais curriculares. Talvez tenha tido como referência algum programa de formação do qual participaram. Ou ainda podem ter como base a forma como representa para si próprio as experiências que tiveram em sala de aula ao ensinar ou observar outros professores ensinarem o tópico. Todas essas situações são transformações simplificadoras de como a interação com os estudantes realmente acontece ou pode acontecer. Nenhuma delas pode, por exemplo, prever o diálogo relatado no Episódio I, mas podem indicar ao professor certas formas de participação.

Portanto, há uma clara diferença entre MpE e MnE. Enquanto a MnE é a própria forma de participação dos professores na matemática escolar por meio da interação com os estudantes, a MpE é qualquer representação da MnE, não abrangendo a interação com os estudantes em tempo real, ainda que possa representá-la. A meu ver, essa distinção é fundamental para descrevermos a matemática específica dos professores, pois, mesmo que haja planejamentos, documentos curriculares, programas de formação, experiências anteriores dos professores, materiais curriculares etc., que indiquem a forma de participação dos professores na aula de matemática, esta se realiza a partir da interação com os estudantes. A MpE refere-se aos momentos anteriores à interação com os estudantes; a MnE refere-se à interação com os estudantes.

A MnE se subsidia da MpE, pois, quando o professor entra em aula, há uma antecipação do que ensinar e como ensinar, e isso vem de fontes que re-presentam a MnE, como as listadas anteriormente. Ou, para colocar de outra maneira, a MnE é um deslocamento da MpE, cujas modificações são operadas pelos professores a partir das formas de participação dos estudantes, algo que discutirei melhor na seção a seguir.

Em suma, a Matemática para Ensinar (MpE) é qualquer representação da MnE, como, por exemplo, aquelas presentes em textos de documentos curriculares, materiais didáticos, programas de formação de professores, avaliações de larga escala ou mesmo pesquisas em Educação Matemática, bem como a forma como os professores representam para si suas experiências prévias com o ensino de matemática.

Podemos dizer que a MpE possui três propriedades: ela é representacional, imaginária e demandante. Por **representacional**, implica que a MpE apresenta uma simplificação do quê e como a matemática pode ser ensinada. Qualquer descrição que é vista como MpE não é capaz de abarcar a riqueza de detalhes que ocorre na interação entre professores e estudantes, mas sim alguns aspectos. Por exemplo, tomemos o caso de um livro didático, que pode apresentar uma certa sequência para o ensino de um tópico, como uma situação-problema e sua resolução, a sistematização de um conceito, a apresentação de exemplos. Na versão do livro didático do professor, podem até ser apontados alguns comentários sobre possíveis dificuldades dos estudantes ou dicas de como abordar determinado aspecto, mas jamais poderá prever como a interação com os estudantes se desenvolverá. Portanto, no livro didático, encontramos uma seleção de aspectos de como a MnE pode ou deve acontecer, razão pela qual é apenas uma representação da MnE. O mesmo raciocínio pode ser aplicado a outras descrições que se enquadram na MpE.

Por **imaginária**, implica que a MpE trata de uma situação de sala de aula e de um estudante generalizado. Como podemos facilmente depreender das perspectivas socioculturais e comunicacionais, todos os estudantes são diferentes (Lins, 1999). Portanto, nenhuma representação da MnE pode esgotar as possibilidades de formas de participação dos estudantes e, consequentemente, da própria MnE. Talvez o exemplo mais emblemático da natureza imaginária da MpE sejam os documentos curriculares. Na BNCC, por exemplo, prevê-se o desenvolvimento das mesmas habilidades matemáticas por série em todo o território nacional, desconsiderando não apenas as diferenças regionais, mas também as econômicas, sociais e culturais. Trata-se, portanto, de um estudante idealizado, generalizado para o território nacional. No entanto, essa característica está presente mesmo na MpE que reconhece a variação de perfis de estudantes e, consequentemente, da MnE. Tomemos o caso de pesquisas em Educação Matemática que identificam tipos de erros dos estudantes em determinado tópico (Cury, 2007). Elas podem discriminar uma variedade de formas de participação dos estudantes, o que exigirá dos professores uma variedade de abordagens. Contudo, como bem sabemos, as situações de sala de aula sempre surpreendem, e os estudantes sempre apresentam novos tipos de dificuldades, que muitas vezes exigem dos professores a elaboração de formas de lidar com elas no momento.

Por **demandante**, implica que a Matemática para Ensinar (MpE) estabelece expectativas e normas sobre o que o professor deve ensinar e como deve ensinar. Ela oferece direções para o trabalho docente, seja por meio de programas curriculares, livros didáticos ou avaliações de larga escala, que pressupõem uma forma idealizada de ensino e aprendizagem. Assim, a MpE não apenas apresenta uma visão simplificada da Matemática no Ensino (MnE), mas também demanda do professor certas formas de participação na matemática escolar, ou seja, certa variedade de MnE. Contudo, mesmo se constituindo como uma força demandante, a MpE não esgota as possibilidades de interação real e instantânea com os estudantes.

Em suma, a Matemática para Ensinar (MpE) e a Matemática no Ensino (MnE) estão intrinsecamente ligadas, uma vez que a MpE representa, imagina e demanda a MnE. No entanto, conforme discutido, a MnE não é uma simples realização das direções fornecidas pela MpE; pelo contrário, a interação dinâmica entre professores e estudantes em sala de aula traz novas nuances e modificações que não podem ser completamente previstas ou representadas pela MpE. Essa relação entre MpE e MnE será melhor explorada na próxima seção.

Como a Matemática para Ensinar e a Matemática no Ensino se articulam?

A relação entre Matemática para Ensinar (MpE) e Matemática no Ensino (MnE) pode ser entendida como um processo de recontextualização pedagógica, conforme elaborado por Bernstein (2000). Bernstein argumenta que o conhecimento não é simplesmente transmitido de um contexto para outro, mas sofre transformações em seu significado e organização à medida que é deslocado entre esferas sociais. Nos casos da MpE e da MnE, ocorrem deslocamentos que não são lineares nem diretos; trata-se de um movimento dinâmico, em que a primeira subsidia, mas não determina, a segunda e vice-versa. Explico melhor a seguir.

Quando os professores entram em sala de aula, a MpE, que inclui antecipações, como planejamentos, documentos curriculares, livros didáticos e formações, é traduzida na comunicação matemática do professores com seus estudantes (MnE). Esse processo envolve decisões instantâneas e adaptativas: o professor precisa transformar o que está pronunciado na MpE em uma forma de comunicação que julga adequada para seus estudantes em determinado contexto pedagógico. Trata-se portanto de um deslocamento das representações sobre como ocorre ou pode ocorrer o ensinar matemática para a comunicação instantânea com os estudante, na qual a MnE emerge como situada.

Por exemplo, um plano de aula pode prever uma sequência expositiva, seguida por exercícios e correções. Contudo, durante a aula, o professor pode perceber que seus alunos estão apresentando dificuldades inesperadas ou que uma dúvida levantada requer uma explicação alternativa. Esse desvio do planejamento original é uma manifestação da MnE emergente, que se configura no instante da interação e exige do professor uma leitura do contexto e dos sinais emitidos pelos estudantes. Eventos como estes mostram que a transição da MpE para a MnE é adaptativa ao contexto pedagógico.

A transição da MpE para a MnE, portanto, não implica uma simples execução de um plano preestabelecido, mas envolve flexibilidade e transformação, na qual o professor decide, com base na percepção das necessidades dos estudantes e das características do contexto pedagógico, o que priorizar e como mudar o que havia planejado. A MpE oferece uma antecipação para o trabalho pedagógico, mas é na MnE que essa se atualiza, se reconfigura e se constitui.

O deslocamento também ocorre na direção oposta: da MnE para a MpE. Para pensar esta transição, inspirei-me na noção de recontextualização reversa, já que originalmente o conceito de recontextualização pedagógica em Bernstein (2000) melhor se adequa à transição da MpE para a MnE. Em Barbosa (2013), nomeie de recontextualização reversa quando professores convertem suas preocupações e experiências das salas de aula para seus planejamentos, discussões com colegas, escritos etc. Em outras palavras, quando eles representam a MnE em MpE.

Isso se dá quando a experiência prática dos professores em sala de aula é levada para fora da interação pedagógica imediata com os estudantes e passa a subsidiar futuras decisões e planejamentos. Os professores, ao refletirem sobre suas aulas, podem reconfigurar suas práticas para encontros futuros, modificar materiais didáticos ou compartilhar experiências com colegas durante reuniões pedagógicas.

Esse processo retroativo contribui para que a MpE seja constantemente renovada, incorporando insights e adaptações derivadas das práticas anteriores. Por exemplo, se um professor percebe que os alunos tiveram dificuldade em compreender a definição de funções pares e ímpares a partir de uma abordagem expositiva, ele pode buscar uma alternativa baseada em tarefas exploratórias para uma aula futura ou pode simplesmente mudar a forma como a exposição é realizada. Ao refletir e planejar, o professor recontextualiza sua prática, transformando a experiência da MnE em novos subsídios para MpE.

MpE e MnE se articulam de maneira **não determinística.** Embora a MpE possa estabelecer expectativas sobre o que deve ser ensinado e como, a prática em sala de aula frequentemente escapa ao controle das prescrições curriculares. Como argumenta Bernstein (2000), a recontextualização implica que cada contexto pedagógico é único, e a forma como o professor responde às expectativas da MpE depende das condições específicas da interação com os estudantes. Podemos, portanto, dizer que a MpE e a MnE se articulam recursivamente, ou seja, ocorre de forma contínua e cíclica.

Considerações finais

Neste ensaio, iniciei apresentando dois episódios de sala de aula que ilustram a especificidade da matemática dos professores. Utilizei-os para argumentar que os modelos teóricos baseados no paradigma do pensamento do professor, como o *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) e o *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK), são limitados para capturar a natureza situada da matemática específica dos professores. Também sustentei que as perspectivas desenvolvidas para lidar com essa limitação, como a *Mathematics for Teaching* (MfT) proposta por Davis e Renert (2014), não conseguem abarcar a natureza controlada da matemática específica dos professores.

Reconhecendo as contribuições significativas que essas perspectivas trouxeram para o campo da Educação Matemática, procurei, neste ensaio, avançar a tese de que a matemática específica dos professores não pode ser entendida apenas como um conjunto de conhecimentos ou práticas cognitivas. Argumento, ainda, que as abordagens sociais, embora relevantes, não avançaram adequadamente a compreensão sobre os limites socioinstitucionais que condicionam e atravessam o trabalho dos professores. Para aprofundar essa compreensão, enfatizei a necessidade de reconhecer que a matemática específica dos professores é intrinsecamente relacional à matemática escolar e ao contexto pedagógico em que se inserem. Assim, destaco a natureza evocativa dessas práticas.

Apresentei o argumento que é essencial distinguir entre Matemática no Ensino (MnE) e Matemática para Ensinar (MpE). A MnE se refere à participação dos professores na matemática escolar no momento da interação pedagógica com os estudantes, enquanto a MpE representa as antecipações e orientações sobre como essa participação pode ou deve ocorrer. A articulação entre MnE e MpE é recursiva e não determinística, o que significa que, embora a MpE oriente a comunicação matemática dos professores com os estudantes, as situações em sala de aula frequentemente se transformam à medida que os professores respondem às necessidades e dinâmicas emergentes.

À luz das discussões desenvolvidas, futuros estudos precisam investigar como diferentes dimensões institucionais e sociais dão forma à matemática específica dos professores. Em particular, é necessário avançar em pesquisas que analisem a influência de políticas públicas, documentos curriculares e avaliações em larga escala na configuração tanto da MnE quanto da MpE. É igualmente relevante é aprofundar a análise da natureza emergente da MnE, explorando como os professores respondem à resistência dos alunos, improvisam e ajustam a MpE em função do perfil e das necessidades dos estudantes; em outras palavras, como se dá o deslocamento da MpE para a MnE.

Outra área promissora é o estudo das formas de recontextualização reversa, que se refere ao processo pelo qual as experiências dos professores em sala de aula são transformadas em planejamentos futuros, discussões pedagógicas e formação continuada. Essas investigações podem fornecer insights sobre como a prática docente se renova continuamente e como a MnE contribui para na atualização da MpE.

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324

Barwell, R. (2013). Discursive psychology as an alternative perspective on mathematics teacher knowledge. *ZDM Mathematics Education, 45*(4), 595–606.

Barbosa, J. C. (2013). Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: Proposing a theoretical model. In *7th International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 213-222). Cape Town: University of Cape Town.

Barbosa, J. C. (2018). Abordagens teóricas e metodológicas na Educação Matemática: Aproximações e distanciamentos. In A. M. P. de Oliveira & M. I. R. Ortigão (Orgs.), *Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática* (Vol. 13, pp. 17–57). Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Bernstein, B. (2000). *Pedagogy, symbolic control, and identity: Theory, research, critique* (Vol. 5). Rowman & Littlefield.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: Reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria e Educação, 2*, 177–229.

Cury, H. N. (2007). *Análise de erros - O que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Autêntica Editora.

Davis, B., & Renert, M. (2014). *The math teachers know: Profound understanding of emergent mathematics*. Routledge Taylor & Francis Group.

Grilo, J. S. P., Barbosa, J. C., & Maknamara, M. (2021). O dispositivo da especificidade matemática e a produção do sujeito-professor(a)-de-Matemática. *Zetetiké, 29*(1), 1–18.

Lins, R. C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas* (Vol. 1, pp. 75–94). São Paulo: Editora UNESP.

Lira, I. S., & Barbosa, J. C. (2023). O dispositivo da performatividade em um programa de intervenção pedagógica para o ensino de matemática. *Educação e Pesquisa, 49*, e248608. https://doi.org/10.1590/S1678-4634202349248608por

Moreira, P. C., & David, M. M. (2005). *A formação matemática do professor: Licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica.

Ribeiro, A. J., Aguiar, M., & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante, 29*(1), 52-73. https://doi.org/10.48489/quadrante.23010

Rowland, T. (2014). The knowledge quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus Journal of Education, 1*(3), 15–43.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York, NY: Cambridge University Press.

Valente, W. R. (2020). História e cultura em educação matemática: A produção da matemática do ensino. *REMATEC, 15*(36), 164-174.

Vilas Boas, J. V., & Barbosa, J. C. (2016). Aprendizagem do professor: uma leitura possível. *Ciência & Educação (Bauru), 22*(4), 1097-1107.