

Editorial – número especial: referenciais teóricos para discutir conhecimentos e saberes matemáticos

Editorial – special issue: theoretical references for discussing mathematical knowledge and knowing

Editorial – número especial: Referencias teóricas para debatir conocimientos y saberes matemáticos

Éditorial – numéro spécial : références théoriques pour discuter des connaissances et des savoirs mathématiques

Flávia Cristina de Macêdo Santana¹

Universidade Estadual de Feira de Santana

Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências

<https://orcid.org/0000-0003-4685-3140>

Roberta D'Angela Menduni Bortoloti²

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Doutorado em Educação

<https://orcid.org/0000-0002-2713-5699>

Victor Augusto Giraldo³

Universidade Federal de Rio de Janeiro

Doutor em Engenharia de Sistemas e Computação

<https://orcid.org/0000-0002-2246-6798>

En tant que rédacteurs invités, nous tenons à remercier tous ceux qui ont soumis des articles pour le numéro thématique « Référents théoriques pour discuter des connaissances et du savoir mathématiques mobilisés et produits par les enseignants qui enseignent les mathématiques dans les dernières années du cycle fondamental et au lycée », deuxième numéro du volume 27. Nous remercions vivement tous les évaluateurs et auteurs qui ont contribué à la concrétisation de ce projet éditorial. Malgré les défis rencontrés tout au long du processus, nous avons réussi à mener à bien ce cycle de travail et à mettre à la disposition de la communauté intéressée ce numéro, qui rassemble 18 articles traitant du thème proposé. Nous tenons à remercier tout particulièrement la revue *Educação Matemática Pesquisa (EMP)*, qui a accueilli et rendu possible la publication de ce numéro thématique, élargissant ainsi sa portée auprès des chercheurs et des enseignants en mathématiques.

Nous remercions également nos partenaires et collaborateurs qui ont consacré une partie de leur temps à la réalisation d'une étude plus approfondie liée au Groupe de travail 7 —

¹ flaviacris.ufes@gmail.com

² robertabortoloti@yahoo.com.br

³ victor.giraldo@gmail.com

Formation des enseignants qui enseignent les mathématiques — de la Société brésilienne d'éducation mathématique (SBEM). Cette étude a bénéficié de la participation des chercheurs suivants : Dr Eliane Matesco Cristovão (Université fédérale d'Itajubá, Unifei), Dr Enio Freire de Paula (Institut fédéral de São Paulo, IFSP), Mme Lana Thaís Santos Silva (Université fédérale de Sergipe, UFS ; École municipale Dr Lourival Baptista), Dr Henrique Rizek Elias (Université technologique fédérale du Paraná, UTFPR), Dr Lya Raquel Oliveira dos Santos (Université fédérale du Piauí, UFPI), Dr Marta Élid Amorim Mateus (UFS), Mme Mayara de Miranda Santos (Institut fédéral du Piauí, IFPI), Dr Marlova Estela Caldato (*in memoriam*, UTFPR), Dr Sabrina Bobbin Salazar (Université fédérale de Pelotas, UFPel), Mme Silvânia da Silva Costa (Collège d'application de l'Université fédérale de Sergipe, Codap/UFS), Dr Vânia Cristina da Silva Rodrigues (Université fédérale du Triângulo Mineiro, UFTM) et Mme Vânia Batista Flose Jardim (Institut fédéral d'éducation, de science et de technologie de São Paulo, IFSP).

Initialement envisagée lors du VIIe Séminaire international de recherche en mathématiques (Sipem), qui s'est tenu en novembre 2018 à Foz do Iguaçu, dans l'État du Paraná, cette recherche plus large a commencé à prendre forme lors du VIIIe Sipem, qui s'est tenu en ligne en novembre 2021 à Uberlândia, dans l'État de Minas Gerais. Trois ans plus tard, nous avons entamé le processus de planification et de structuration des recherches liées à ce thème, qui a abouti à la publication de ce numéro thématique en 2024 et à la publication des résultats produits par ce mouvement collectif de recherche axé sur les *référentiels théoriques pour discuter des connaissances et du savoir mathématiques* en 2025.

Depuis quelques décennies, le débat sur une mathématique spécifique à l'action enseignante, distincte de celle pratiquée par des professionnels tels que les ingénieurs, les architectes, les économistes et même les mathématiciens universitaires, prend de l'ampleur tant au niveau national qu'international. À partir des propositions initiales de Lee Shulman, différents modèles théoriques ont été élaborés pour rendre compte de cette spécificité. Les études menées par Deborah Ball et ses collaborateurs, qui ont qualifié cette particularité de « *connaissances mathématiques pour l'enseignement* », en sont un exemple. Dans une direction complémentaire, mais sur la base d'une approche sociologique, Jill Adler et Zelda Davis ont étudié non seulement comment ces mathématiques pour l'enseignement se constituent dans et par la pratique enseignante, mais aussi quels principes les légitiment en tant que savoir professionnel.

Plus récemment, Brent Davis et Moshe Renert ont proposé le concept de *mathématiques pour l'enseignement* comme une disposition participative, cultivée dans des environnements collaboratifs, dans laquelle une compréhension approfondie des mathématiques émerge de la pratique elle-même. Ces connaissances qualifient les compétences de l'enseignant et soutiennent et orientent son action en classe, en mettant l'accent sur le caractère collectif et dynamique de la constitution du savoir professionnel enseignant.

Plusieurs pays se sont engagés dans des recherches approfondies sur ce qu'il faut enseigner en mathématiques et comment le faire, reconnaissant la complexité du savoir professionnel enseignant. Le Brésil s'inscrit dans ce mouvement international et exprime son engagement en faveur de la production scientifique. Nous invitons donc les lecteurs à lire attentivement et de manière critique les textes qui composent cet ouvrage, en comprenant que, selon la perspective théorique adoptée, cette mathématique propre à l'action enseignante peut prendre différentes configurations.

Nous espérons que les études réunies ici pourront non seulement inspirer de nouveaux regards et approfondissements, mais aussi susciter des questionnements, des reconstructions et tracer de nouvelles pistes de recherche, et que ce volume alimentera ainsi le mouvement continu de la recherche en éducation mathématique. Dans ce contexte, nous invitons la communauté scientifique à découvrir la collection d'articles présentée ci-dessous.

L'essai théorique intitulé « Sur les mathématiques spécifiques aux enseignants », rédigé par le professeur Dr Jonei Cerqueira Barbosa, auteur invité, ouvre les discussions sur le thème de ce numéro en analysant la spécificité des mathématiques des enseignants et les limites des modèles *mathematical knowledge for teaching* (MKT), *mathematics teacher's specialised knowledge* (MTSK) et *mathematics for teaching* (Mft) pour saisir la nature située et contrôlée du travail enseignant. L'auteur propose de distinguer les mathématiques dans l'enseignement (MnE), qui se produisent dans l'interaction pédagogique, et les mathématiques pour enseigner (MpE), qui orientent cette interaction. Il argumente que les deux s'articulent de manière récursive, étant influencées par des facteurs socio-institutionnels, tels que les politiques publiques et les programmes scolaires. L'étude suggère que les mathématiques enseignées ne se réduisent pas à un ensemble de connaissances, mais sont liées à l'enseignement et au contexte scolaire.

Le deuxième article, rédigé par Caroline Silva, Sandra Menezes et Miguel Ribeiro, intitulé « Connaissances spécialisées des professeurs de mathématiques et connaissances interprétatives : tisser des liens théoriques dans le domaine de la transformation géométrique isométrique par rotation », aborde les contributions aux discussions sur les spécificités des connaissances mathématiques des enseignants. Cette discussion s'appuie théoriquement sur deux conceptualisations articulées : les *mathematics teacher's specialised knowledge* (MTSK) et les connaissances interprétatives. Le MTSK offre une modélisation détaillée des connaissances de l'enseignant, couvrant les domaines mathématiques et pédagogiques, avec un accent particulier sur les connaissances mathématiques (MK) et leurs catégories. Les connaissances interprétatives, quant à elles, reposent sur une écoute herméneutique de la pensée mathématique des élèves, permettant à l'enseignant d'interpréter leurs productions, y compris celles qui ne sont pas conventionnelles, et de prendre des décisions pédagogiques fondées.

Les auteurs Henrique Rizek Elias, Sabrina Bobsin Salazar et Vânia Batista Flose Jardim présentent à la communauté le troisième article, « Connaissances mathématiques pour

l'enseignement : limites et possibilités pour la recherche brésilienne ». Le principal référentiel théorique est le modèle MKT, proposé par Deborah Ball et ses collaborateurs. À partir de ce modèle, les auteurs procèdent à une analyse critique de l'utilisation du MKT dans les recherches brésiliennes, soulignant que, dans de nombreux cas, ses sous-domaines sont utilisés comme catégories fixes, sans tenir compte du contexte national. L'étude tient également compte des travaux récents du groupe de Deborah Ball, qui indiquent une révision continue du modèle. Les auteurs défendent la nécessité d'une adaptation critique du MKT au contexte brésilien, proposant que ses sous-domaines soient étudiés, élargis ou reformulés en fonction des réalités locales.

Le quatrième article, rédigé par Katiane de Moraes Rocha et Aparecida Santana de Souza Chiari, intitulé « Trajectoire, ressources et connaissances pour enseigner les mathématiques en début de carrière », propose un cadre théorique combinant différentes approches pour analyser la formation des professeurs de mathématiques et les connaissances nécessaires à l'enseignement. Les auteures s'appuient sur les études de Deborah Ball et ses collaborateurs et présentent des discussions qui mettent en avant une organisation des connaissances pédagogiques qui inclut les connaissances communes du contenu (CCK), les connaissances spécialisées du contenu (SCK) et les connaissances pédagogiques du contenu (PCK), soulignant que l'enseignement des mathématiques exige plus que la maîtrise du contenu académique. De manière générale, l'étude montre que la formation initiale s'est axée sur la construction de connaissances centrées sur les mathématiques académiques.

Le cinquième article, « Transformations technologiques dans l'enseignement des mathématiques : une étude multifacette sur le développement des connaissances technologiques pédagogiques du contenu », rédigé par Lya Raquel Oliveira dos Santos, Lana Thaís Santos Silva et Mayara de Miranda Santos, adopte comme référence théorique le modèle *technological pedagogical content knowledge* (TPACK), proposé par Punya Mishra et Matthew J. Koehler. S'inspirant des travaux de Lee Shulman, les auteures cherchent à intégrer les connaissances en pédagogie, en technologie et en contenu. Le TPACK est présenté comme un cadre conceptuel puissant pour analyser la manière dont les enseignants utilisent les technologies, au-delà d'une simple utilisation instrumentale. La théorie soutient ainsi l'importance de pratiques contextualisées, critiques et transformatrices, fondées sur une compréhension large des connaissances pédagogiques.

Marília Lidiane Chaves da Costa Alcantara et Claudianny Amorim Noronha, auteures du sixième article, « Connaissances mathématiques pour l'enseignement : dialogue sur le travail des professeurs de mathématiques dans l'enseignement fondamental », partent du concept de « *pedagogical content knowledge* » (PCK, connaissances pédagogiques du contenu) proposé par Lee Shulman, et approfondissent la discussion en s'appuyant sur les études de Deborah Ball et ses collaborateurs. Après avoir identifié les limites de l'appropriation du PCK, les auteures développent leurs réflexions à partir du modèle MKT, ancré dans la pratique enseignante et axé

sur les exigences réelles de l'enseignement des mathématiques. Pour elles, le modèle théorique de Ball et ses collaborateurs déplace l'attention de l'enseignant vers les exigences de l'enseignement, ce qui représente un tournant significatif dans la recherche en éducation mathématique.

Le septième article, « Approches problématisantes pour la mobilisation des connaissances des professeurs de mathématiques : contributions, limites et défis », rédigé par Vânia Cristina da Silva Rodrigues, Eliane Matesco Cristovão et Enio Freire de Paula, présente les liens entre les théories sur les connaissances/savoirs enseignants et celles axées sur les approches problématisantes dans l'enseignement des mathématiques. L'étude met en évidence les liens entre ces approches et des modèles théoriques tels que le MKT, proposé par Deborah Ball et ses collaborateurs, le *mathematics teacher's specialized knowledge* (MTSK), également connu sous le nom de connaissances spécialisées des enseignants de mathématiques, et les connaissances didactiques. Les auteurs soulignent le rôle central des tâches exploratoires et d'investigation en tant que vecteurs de développement des connaissances pédagogiques sur le contenu, contribuant ainsi à la formation et à la pratique des enseignants.

« Les mathématiques pour enseigner le concept des polynômes à partir de recontextualisations dans les manuels scolaires » complète la sélection. Les auteures Alana Santiago Oliveira et Jaqueline de Souza Pereira Grilo développent une recherche basée sur la théorie des codes de Basil Bernstein, en mettant l'accent sur les différentes formes de communication, en dialogue avec les principes des *mathématiques pour l'enseignement* (M4T), comprise comme l'ensemble des stratégies et des formes utilisées pour communiquer les mathématiques, comme proposé par Brent Davis et Moshe Renert. Le concept de polynômes a fait l'objet de l'étude, et l'analyse proposée a révélé six panoramas de réalisation du concept — parmi lesquels la généralisation, la structure algébrique et la structure géométrique — qui, à des degrés divers, expriment des classifications et des cadres différents.

L'article numéro neuf, rédigé par Marta Élid Amorim, Ruy Cesar Pietropaolo et Silvânia da Silva Costa, s'intitule « Les connaissances nécessaires à la formation des enseignants qui enseignent les statistiques dans l'enseignement fondamental ». La recherche s'appuie sur les références théoriques de Lee Shulman et Maurice Tardif. Shulman contribue à la conceptualisation des différents types de connaissances nécessaires à l'enseignement, à savoir les connaissances sur le contenu, les connaissances pédagogiques sur le contenu et les connaissances sur le programme, tandis que Maurice Tardif élargit le débat en traitant les connaissances pédagogiques comme des constructions issues à la fois de la formation universitaire et de l'expérience professionnelle, marquées par des interactions, des pratiques et des processus de socialisation. L'étude mobilise également les références d'Iddo Gal, qui conceptualise la littératie statistique, et de Frances Curcio, qui aborde la compréhension graphique, composant ainsi un panorama solide sur l'enseignement et l'apprentissage des statistiques dans l'éducation de base.

Alana Nunes Pereira et Samira Zaidan présentent à la communauté le dixième article, intitulé « Connaissances mathématiques pour l'enseignement des figures planes et spatiales dans les dernières années de l'enseignement fondamental : la visualisation en point de mire ». La recherche s'appuie sur des références qui traitent des connaissances spécifiques à l'enseignement des mathématiques, en mettant l'accent sur la géométrie et la visualisation comme éléments centraux. Elle dialogue avec Plínio Cavalcanti Moreira et Maria Manuela M. S. David en traitant les mathématiques scolaires comme un savoir construit dans la pratique enseignante, et avec Deborah Ball et ses collaborateurs en comprenant les connaissances de l'enseignant comme multifacettes et situées. La recherche met en évidence la visualisation comme une connaissance spécifique à l'enseignement des figures planes et spatiales, et non seulement comme une stratégie didactique.

L'article suivant, intitulé « Connaissances spécialisées dans l'enseignement de la fonction exponentielle à travers la résolution de problèmes dans le cadre du Programme institutionnel de bourses d'initiation à l'enseignement (Pibid) », rédigé par Caleb Campelo et Marcelo Carlos de Proença, s'appuie sur le modèle théorique des connaissances spécialisées du professeur de mathématiques (MTSK), proposé par José Carrillo-Yañez et ses collaborateurs, qui trouve ses racines dans les travaux de Lee Shulman et Deborah Ball et son équipe. Le MTSK s'articule autour de deux domaines, les connaissances mathématiques (MK) et les connaissances pédagogiques du contenu (PCK), et six sous-domaines qui vont des connaissances spécifiques des thèmes mathématiques aux pratiques d'enseignement et d'apprentissage.

Dans le 12^e article, Mikaelle Barboza Cardoso et Marcilia Chagas Barreto révèlent une autre perspective théorique à travers leur travail intitulé « Connaissances pédagogiques mobilisées et réélaborées par des professeurs de mathématiques dans la perspective de la *lesson study* et des représentations sémiotiques », dans lequel elles analysent la réélaboration des connaissances mathématiques pour l'enseignement des fonctions affines, à travers l'expérience d'un processus de formation basé sur la *lesson study* (LS) [étude de cours], avec l'apport de la théorie des registres de représentation sémiotique (TRRS). L'expérience avec la LS a mis en évidence, pour les enseignants, les différentes phases d'organisation et de mise en œuvre d'un cours, soulignant l'importance de la collaboration dans la construction de pratiques innovantes. Il a été constaté que le processus de formation a non seulement renforcé la connaissance du contenu, mais a également amélioré les compétences pédagogiques, favorisant la formation continue des enseignants et la mobilisation, l'élaboration et la réélaboration des connaissances mathématiques pour l'enseignement avec la contribution de la LS et de la TRRS.

Sous un autre angle théorique, le 13^e article, « Possibilités et limites des micro-parcours d'étude et de recherche en géométrie : une expérience de formation continue avec des enseignants du réseau public », est signé par Cintia Melo dos Santos, José Luiz et Tatiani Garcia. La recherche analyse le développement de micro-parcours d'étude et de recherche (PEP) comme stratégie de formation continue des professeurs de mathématiques, en mettant l'accent

sur l'enseignement de la symétrie. Fondée sur la théorie anthropologique du didactique (TAD), l'étude examine les praxéologies développées et les impacts du paradigme de la remise en question du monde, en identifiant les pratiques pédagogiques adoptées par les enseignants participants. Selon les auteurs, conformément aux principes de la TAD, toute activité humaine peut être décrite à travers des praxeologies, qui articulent de manière indissociable le savoir-faire et le savoir.

Le 14^e article, « L'émergence d'obstacles didactiques dans la relation contractuelle enseignant-élève-savoir dans l'enseignement des probabilités », de Vitória Farias et Anna Paula de Avelar Brito Lima, examine la relation entre le contrat didactique et les obstacles didactiques dans l'enseignement des probabilités dans les dernières années de l'enseignement fondamental. La recherche s'appuie sur la théorie des situations didactiques (TSD), proposée par Guy Brousseau, pour analyser comment le contrat didactique — compris comme l'ensemble des règles implicites qui guident l'interaction entre l'enseignant et les élèves — influence la construction des connaissances mathématiques. L'étude prouve que ce contrat peut générer des obstacles didactiques de différentes natures — ontogénétiques, épistémologiques et didactiques — qui peuvent entraver l'apprentissage des concepts probabilistes.

Le 15^e article, « Connaissances mathématiques pour l'enseignement dans le contexte de l'éducation inclusive : une analyse des bifurcations descendantes dans l'enseignement de la moyenne arithmétique », rédigé par Wuallison Firmino dos Santos et Marcus Bessa de Menezes, s'appuie sur la TSD proposée par Guy Brousseau, en mettant l'accent sur le modèle de structuration demilieu adapté par Claire Margolin. L'objectif de la recherche est d'analyser les connaissances didactiques mobilisées par les enseignants dans des contextes inclusifs. Ce modèle permet de comprendre différents niveaux de l'activité enseignante — de la planification à l'interaction en classe —, en mettant en évidence les décisions et les adaptations réalisées face à la diversité des élèves. L'étude souligne l'importance des connaissances spécifiques à l'enseignement inclusif, en défendant des pratiques qui vont au-delà des adaptations ponctuelles et qui s'orientent vers des propositions plus systématiques et plus sensibles aux singularités des élèves.

Vient ensuite « La construction de l'identité professionnelle de l'enseignant de mathématiques : une étude de cas dans la perspective de l'approche documentaire du didactique », signé par Sandra Cristina Martini Rostirola, Elisa Henning et Ivanete Zuchi Siple. Le texte analyse la construction de l'identité professionnelle des enseignants sous l'angle de l'approche documentaire du didactique (ADD). La recherche part du principe que les connaissances pédagogiques sont multifacettes et se développent tout au long de la formation initiale et de la pratique professionnelle. L'ADD part du principe que l'enseignant interagit constamment avec diverses ressources — matérielles, symboliques et institutionnelles —, les transformant et étant transformé par elles, dans un processus dialectique d'instrumentation et d'instrumentalisation.

L'article n° 17, « Compétence pédagogique dans la formation initiale des professeurs de mathématiques : réflexions sur les aspects de l'interaction », rédigé par José Fernandes da Silva, Alexsandra Braga Horta et Vicenç Font, aborde trois perspectives liées au problème de la conception pédagogique dans l'enseignement des mathématiques. La première, d'approche positiviste, défend des pratiques fondées sur des preuves scientifiques et des méthodes quantitatives. La seconde, de nature institutionnelle, met l'accent sur le respect des prescriptions curriculaires, limitant ainsi l'autonomie des enseignants. La troisième, adoptée par les auteurs, valorise la réflexion critique et l'autonomie de l'enseignant, en s'appuyant sur les critères d'aptitude pédagogique. L'étude s'appuie sur la théorie l'idonéité didactique, proposée par Juan Díaz Godino et ses collaborateurs, et sur le développement du concept d'aptitude pédagogique.

Dans la même perspective théorique, le 18^e article, « Critères d'aptitude pédagogique comme dispositif de formation des futurs professeurs de mathématiques : contributions à la mobilisation du raisonnement pédagogique », rédigé par Jean Carlo Francis Wanderley Graciano do Carmo et Douglas da Silva Tinti, examine comment les critères d'aptitude pédagogique peuvent contribuer à la mobilisation du raisonnement pédagogique dans les espaces de formation initiale. Sur la base de la théorie de l'aptitude didactique, les auteurs remettent en question le concept de connaissance didactique mathématique (CDM) et dialoguent avec la notion d'action et de raisonnement pédagogique, telle que proposée par Lee Shulman. Dans ce contexte, les critères d'aptitude pédagogique sont considérés comme un outil conceptuel puissant pour évaluer l'adéquation des pratiques d'enseignement par rapport aux objectifs éducatifs, aux caractéristiques des élèves, aux contenus impliqués et aux ressources disponibles.

Dédicatoire

Nous dédions ce travail à Marlova Estela Caldatto (UTFPR), décédée le 28 novembre 2022, avant la fin de la recherche. Ses contributions ont fait toute la différence. Merci pour ton dévouement à l'enseignement des mathématiques !