

Jogos topológicos no ensino de ciências: interfaces entre epistemologia, ludicidade e formação crítica no contexto da educação contemporânea

Topological games in science education: interfaces between epistemology, playfulness, and critical formation in the context of contemporary education

Juegos topológicos en la enseñanza de las ciencias: interfaces entre epistemología, ludicidad y formación crítica en el contexto de la educación contemporánea

Jeux topologiques dans l'enseignement des sciences : interfaces entre épistémologie, ludicité et formation critique dans le contexte de l'éducation contemporaine

Antonio Luiz de Almeida¹

Universidade do Estado da Bahia

Doutor em Física

<https://orcid.org/0000-0003-4010-4552>

Beatriz Oliveira de Almeida Lima²

Universidade Federal da Bahia

Doutora em Ensino de Ciências

<https://orcid.org/0000-0001-5539-8368>

Resumo

Neste trabalho teórico, discutimos a integração dos jogos topológicos ao ensino de Ciências e Matemática como uma estratégia pedagógica, epistemológica e interdisciplinar. A Topologia, enquanto ramo da Matemática que estuda propriedades que permanecem invariantes sob deformações contínuas, permite ampliar práticas pedagógicas que estimulam a visualização espacial, o raciocínio abstrato e o pensamento crítico. Por meio de objetos simples, como bandas de Möbius, nós e superfícies toroidais, os estudantes são provocados a revisar suas concepções geométricas. Nesse contexto, os jogos topológicos promovem a articulação entre diferentes áreas do conhecimento — da Física à Arte — e incentivam práticas pedagógicas inclusivas, lúdicas e colaborativas. Além de estimularem o protagonismo estudantil, o trabalho em equipe e a reflexão filosófica sobre o conhecimento científico,

¹ Contato: plataformafisica@gmail.com

² Contato: biariobahia@gmail.com

esses jogos constituem-se como pontos de partida para discussões sobre os limites da visualização, a natureza do espaço e a representação matemática. Com base nessas reflexões teóricas, compreendemos que sua implementação em sala de aula exige formação continuada de professores, materiais acessíveis e um ambiente de ensino que valorize a experimentação e o diálogo, em favor de uma formação crítica, significativa e alinhada aos desafios da educação contemporânea.

Palavras-chave: Jogos topológicos, Interdisciplinaridade, Visualização espacial, Pensamento crítico, Educação científica.

Abstract

In this theoretical work, we discuss the integration of topological games into Science and Mathematics education as a pedagogical, epistemological, and interdisciplinary strategy. Topology, as a branch of Mathematics that studies properties that remain invariant under continuous deformations, allows for the expansion of pedagogical practices that stimulate spatial visualization, abstract reasoning, and critical thinking. Through simple objects such as Möbius bands, knots, and toroidal surfaces, students are challenged to revisit their geometric conceptions. In this context, topological games foster connections between different areas of knowledge — from Physics to Art — and encourage inclusive, playful, and collaborative teaching practices. In addition to promoting student agency, teamwork, and philosophical reflection on scientific knowledge, these games serve as starting points for discussions on the limits of visualization, the nature of space, and mathematical representation. Based on these theoretical reflections, we understand that their implementation in the classroom requires continuous teacher training, accessible materials, and a learning environment that values experimentation and dialogue in favor of a critical, meaningful education aligned with the challenges of contemporary education.

Keywords: Topological games, Interdisciplinarity, Spatial visualization, Critical thinking, Science education.

Resumen

En este trabajo teórico, discutimos la integración de los juegos topológicos en la enseñanza de las Ciencias y la Matemática como una estrategia pedagógica, epistemológica e interdisciplinaria. La Topología, como rama de la Matemática que estudia las propiedades que permanecen invariantes ante deformaciones continuas, permite ampliar las prácticas pedagógicas que estimulan la visualización espacial, el

razonamiento abstracto y el pensamiento crítico. A través de objetos simples, como bandas de Möbius, nudos y superficies toroides, se desafía a los estudiantes a revisar sus concepciones geométricas. En este contexto, los juegos topológicos favorecen la articulación entre distintas áreas del conocimiento —desde la Física hasta el Arte— y promueven prácticas pedagógicas inclusivas, lúdicas y colaborativas. Además de fomentar el protagonismo estudiantil, el trabajo en equipo y la reflexión filosófica sobre el conocimiento científico, estos juegos se constituyen como puntos de partida para discusiones sobre los límites de la visualización, la naturaleza del espacio y la representación matemática. A partir de estas reflexiones teóricas, comprendemos que su implementación en el aula requiere la formación continua del profesorado, materiales accesibles y un entorno de enseñanza que valore la experimentación y el diálogo, en favor de una formación crítica, significativa y alineada con los desafíos de la educación contemporánea.

Palabras clave: Juegos topológicos, Interdisciplinariedad, Visualización espacial, Pensamiento crítico, Educación científica.

Résumé

Dans ce travail théorique, nous discutons de l'intégration des jeux topologiques dans l'enseignement des Sciences et des Mathématiques en tant que stratégie pédagogique, épistémologique et interdisciplinaire. La topologie, en tant que branche des Mathématiques qui étudie les propriétés invariantes sous des déformations continues, permet d'élargir les pratiques pédagogiques en stimulant la visualisation spatiale, le raisonnement abstrait et la pensée critique. À travers des objets simples, tels que les bandes de Möbius, les nœuds et les surfaces toroïdales, les élèves sont amenés à revisiter leurs conceptions géométriques. Dans ce contexte, les jeux topologiques favorisent l'articulation entre différentes disciplines — de la Physique à l'Art — et encouragent des pratiques pédagogiques inclusives, ludiques et collaboratives. En plus de promouvoir l'autonomie des élèves, le travail en équipe et la réflexion philosophique sur la connaissance scientifique, ces jeux constituent des points de départ pour aborder les limites de la visualisation, la nature de l'espace et la représentation mathématique. À partir de ces réflexions théoriques, nous comprenons que leur mise en œuvre en classe nécessite une formation continue des enseignants, des matériaux accessibles et un environnement éducatif valorisant l'expérimentation et le dialogue, en faveur d'une formation critique, significative et adaptée aux défis de l'éducation contemporaine.

Mots-clés : Jeux topologiques, Interdisciplinarité, Visualisation spatiale, Pensée critique, Education scientifique.

Jogos topológicos no ensino de ciências: interfaces entre epistemologia, ludicidade e formação crítica no contexto da educação contemporânea

Introdução

Vivemos em uma era marcada pela complexidade (Morin, 2007), pela velocidade das transformações tecnológicas (Castells, 2010) e pela emergência de desafios globais (Sachs, 2015) que exigem não apenas conhecimento técnico (Shulman, 1986), mas também pensamento crítico (Facione, 2015), criatividade e capacidade de agir eticamente em contextos incertos (Sternberg, 2006; Noddings, 2003). Nesse cenário, o ensino de Ciências (Gleiser, 2013), sobretudo no Ensino Médio (Brasil, MEC, 2018) precisa ser reconfigurado em suas práticas, fundamentos e propósitos. É necessário ir além da simples transmissão de conteúdos prontos e da reprodução de verdades fixas. A educação científica contemporânea deve se comprometer com a formação de sujeitos autônomos (Freire, 1996), reflexivos (Vygotsky, 1998) e socialmente engajados (Freire, 1996), capazes de ceder e intervir no mundo de forma responsável. É neste horizonte que se insere a proposta de integração dos Jogos Topológicos (Munkres, 2000) como ferramentas pedagógicas (Bruner, 1961), epistemológicas (Lakatos, 1976) e filosóficas (Piaget, 1977; Poincaré, 1905) para o ensino de Ciências e Matemática.

A topologia (Munkres, 2000), ramo da matemática que estuda as propriedades dos espaços que permanecem inalteradas sob deformações contínuas, oferece um campo fértil para a exploração de conceitos sofisticados de forma lúdica e acessível. Ao trabalhar com ideias como continuidade (Lee, 2011), equivalência topológica (Steenrod, 1999), conectividade (Stillwell, 2010) e invariância (Lee, 2011), os jogos topológicos desafiam a intuição geométrica convencional, promovendo uma ruptura com a visão mecanicista e rígida do espaço. Eles permitem aos estudantes vivenciar a matemática como linguagem de transformação (Stillwell, 2010), não como descrição estática. Bandas de Möbius (Kauffman, 2001), nós, superfícies toroidais e outras construções não usuais tornam-se não apenas objetos de estudo, mas instrumentos para provocar o pensamento abstrato, ampliar o repertório cognitivo e fomentar a curiosidade investigativa.

No entanto, o uso dos jogos topológicos transcende o âmbito matemático. Ele permite articular saberes diversos em uma abordagem verdadeiramente interdisciplinar. As propriedades emergentes de sistemas deformáveis (Morowitz, 2002), a imprevisibilidade de certos comportamentos topológicos e a multiplicidade de representações possíveis dos objetos geométricos oferecem pontes com a física

contemporânea (como a mecânica quântica (Penrose, 2005) e os sistemas dinâmicos (Strogatz, 2015), com a biologia (em temas como genética (Gilbert, 2010), morfogênese (Gilbert, 2010) e estruturas moleculares (Gilbert, 2010), com a filosofia da ciência (em especial nas discussões sobre modelos, representação e limites do conhecimento (Lakatos, 1976; Piaget, 1977), e com a arte (na exploração visual e estética de superfícies e formas não convencionais). Nesse sentido, os jogos topológicos abrem possibilidades para um ensino que integra ciência, estética e ética, reconhecendo a complexidade do real e a multiplicidade de formas de conhecê-lo.

Do ponto de vista epistemológico (Lakatos, 1976), a experiência com jogos topológicos contribui para a desconstrução de concepções simplificadoras sobre o conhecimento científico. Ao vivenciarem situações em que o resultado de uma ação contradiz suas expectativas intuitivas, como ao cortar uma banda de Möbius ao meio ou tentar desatar um nó que se reforça quanto mais se puxa, os estudantes são levados a questionar a suposta linearidade e estabilidade do saber. A ciência é então revelada em sua natureza processual, provisória e contextual. Os jogos, enquanto modelos simplificados e experimentais, permitem que os estudantes compreendam que o conhecimento científico é construído historicamente, sujeito a revisões, dependente de escolhas metodológicas e carregado de implicações éticas. Assim, ao mesmo tempo em que os jogos servem como suporte ao ensino de conteúdos, eles também promovem uma reflexão crítica sobre os próprios fundamentos da ciência.

Do ponto de vista pedagógico (Bruner, 1961), os jogos topológicos favorecem uma aprendizagem ativa, experiencial e colaborativa. Eles envolvem o corpo, a percepção, o diálogo e o erro como elementos constitutivos do aprender. Em contraste com a pedagogia transmissiva (Freire, 1970) e fragmentada (Moran, 2010) que ainda predomina em muitas escolas, os jogos propõem um ambiente de experimentação e descoberta, no qual os estudantes são protagonistas do processo. A mediação docente, nesse contexto, ganha novos contornos: não se trata de fornecer respostas, mas de provocar perguntas, de orientar o raciocínio, de conectar experiências concretas com abstrações conceituais. Ao jogar, manipular, observar e discutir, os estudantes desenvolvem habilidades cognitivas (como raciocínio lógico (Ausubel, 1968), visualização espacial (Stillwell, 2010) e modelagem (Strogatz, 2015), metacognitivas (Bruner, 1961) como a capacidade de avaliar estratégias e reconhecer limitações e socioemocionais (Freire, 1996), como cooperação, escuta e respeito à diversidade de ideias.

Além disso, os jogos topológicos se alinham com os princípios da inclusão (UNESCO, 2017) e da equidade na educação (Darling-Hammond, 2017). Por serem atividades multimodais, que combinam linguagem verbal, visual e tátil, eles atendem a diferentes estilos de aprendizagem e favorecem a participação de estudantes com variadas habilidades. A simplicidade dos materiais necessários e a possibilidade de construção artesanal dos objetos (como bandas de papel, cordões ou argolas) também tornam esses jogos viáveis em contextos com poucos recursos tecnológicos. Assim, ao mesmo tempo em que exploram conteúdos sofisticados, os jogos topológicos se mostram acessíveis, democráticos e motivadores, contribuindo para uma educação mais justa e significativa.

Não se pode negligenciar, contudo, a necessidade de uma formação docente consistente para a implementação eficaz desses jogos em sala de aula. O professor precisa compreender os fundamentos da topologia, dominar as dinâmicas lúdicas e estar preparado para conduzir reflexões epistemológicas e interdisciplinares com os estudantes. Para isso, programas de formação continuada, produção de materiais didáticos contextualizados e redes de colaboração entre educadores e pesquisadores são indispensáveis. A construção de uma cultura pedagógica que valorize a experimentação, a ludicidade e o pensamento crítico é um processo coletivo, que exige apoio institucional, investimento público e compromisso ético com a transformação educacional.

Por fim, é preciso compreender que os jogos topológicos não são um fim em si mesmos, mas uma estratégia potente dentro de uma proposta mais ampla de renovação curricular (Moran, 2010) e didática (Tobin, 2006). Sua integração ao ensino de Ciências representa uma oportunidade para aproximar o conhecimento científico da vida dos estudantes, valorizar a complexidade do pensamento e cultivar o prazer de aprender. Em um mundo marcado por incertezas, interdependências e urgência por soluções sustentáveis, é cada vez mais urgente formar sujeitos capazes de pensar de maneira flexível, sistêmica e criativa. Os jogos topológicos, ao estimularem essas competências de forma envolvente e reflexiva, oferecem uma contribuição relevante para esse grande desafio do nosso tempo.

Conceitos matemáticos fundamentais para compreensão dos jogos topológicos

Para que os jogos topológicos sejam usados como ferramenta pedagógica eficaz no ensino de Matemática e Ciências, é fundamental que os estudantes compreendam

alguns conceitos matemáticos essenciais que sustentam a lógica desses jogos e suas relações com a topologia e a geometria. Esses conceitos não apenas fundamentam as manipulações e transformações nos jogos, mas também abrem caminhos para uma compreensão interdisciplinar das propriedades espaciais e das estruturas matemáticas abstratas. Entre os conceitos centrais destacam-se: continuidade, deformação, equivalência topológica, invariância e propriedades contraintuitivas de superfícies (Munkres, 2000; Hatcher, 2002).

O conceito de continuidade é fundamental para a topologia, pois permite pensar em deformações sem rompimentos ou cortes, caracterizando transformações que preservam as propriedades intrínsecas dos objetos. Nos jogos topológicos, a ideia de deformação contínua ajuda a compreender que figuras podem mudar de forma sem perder suas características essenciais (Lee, 2010). Ao manipular uma banda de Möbius feita de papel, por exemplo, os estudantes podem torcer e colar as extremidades para criar uma superfície com apenas um lado e uma borda. Essa atividade permite que percebam que, apesar da torção, a superfície permanece contínua e unificada, desafiando a intuição geométrica clássica sobre "lados" e "bordas" (Stillwell, 2010).

A equivalência topológica refere-se à ideia de que dois objetos podem ser considerados "iguais" do ponto de vista topológico se um pode ser deformado continuamente no outro. Isso introduz uma nova forma de pensar sobre a noção de forma e estrutura, diferente da geometria euclidiana tradicional (Thurston, 1997). Nesse aspecto, ao comparar objetos como um círculo e uma elipse feitos de arame maleável, os alunos exploram como esses objetos são equivalentes topologicamente, pois um pode ser deformado no outro sem cortes. Em contraste, uma esfera e um toro (forma de rosca) não são equivalentes, pois o toro possui um "furo" que a esfera não tem, uma característica topológica invariável (Ghrist, 2014).

O conceito de invariância destaca propriedades que permanecem constantes diante de deformações contínuas, como o número de conexões, buracos ou nós, que são centrais para o estudo topológico. Esses invariantes são ferramentas poderosas para classificar e entender diferentes superfícies e espaços (Crowell & Fox, 1999).

Sobre esse aspecto, um exemplo didático que pode ser evidenciado são os jogos que envolvem a criação e manipulação de nós com cordas, que permitem aos estudantes experimentar como certas características dos nós permanecem mesmo após manipulações como esticar ou puxar. Essa experiência concreta ajuda a

internalizar o conceito de invariância topológica, ilustrando que algumas propriedades são preservadas independentemente das transformações (Crowell & Fox, 1999).

Além disso, a topologia desafia a intuição espacial clássica (Bell, 1937), promovendo o pensamento abstrato (Papert, 1980) e a reflexão epistemológica (Piaget, 1977) sobre a natureza do espaço, da forma e da representação matemática. Jogos topológicos, portanto, tornam-se ferramentas para discutir os limites do conhecimento visual (Nelsen, 2006) e a complexidade dos conceitos matemáticos, estimulando uma postura crítica e investigativa (Artigue, 2002).

Do ponto de vista pedagógico, a apropriação desses conceitos por meio dos jogos topológicos favorece o desenvolvimento de habilidades como o raciocínio espacial (Lee, 2010), a abstração (Papert, 1980), a argumentação lógica (Artigue, 2002) e o trabalho colaborativo (Vygotsky, 1998). Também promove uma atitude epistemológica que valoriza a experimentação, o diálogo e a construção coletiva do conhecimento, essenciais para uma educação matemática mais rica e significativa (Artigue, 2002; Vygotsky, 1998).

Fundamentação teórica

A topologia, como ramo fundamental da matemática, fornece a base conceitual indispensável para a compreensão dos jogos topológicos e suas aplicações pedagógicas. Esse campo investiga propriedades de objetos que permanecem invariantes sob deformações contínuas, rompendo com a rigidez da geometria tradicional e abrindo espaço para um olhar mais flexível e abstrato sobre o espaço e a forma (Munkres, 2000; Hatcher, 2002). Essa abordagem estimula o pensamento espacial não intuitivo e promove uma reconfiguração epistemológica do que significa compreender o “espaço” e a “forma” na ciência (Piaget, 1977; Lakatos, 1976).

A equivalência topológica entre objetos, como a transformação de uma esfera em um toro, exemplifica como propriedades estruturais e invariantes, como o número de “furos”, fundamentam a classificação e a diferenciação dos espaços (Ghrist, 2014). Esse conceito se mostra essencial para o desenvolvimento do raciocínio abstrato nos jogos, nos quais os estudantes manipulam modelos concretos para internalizar noções matemáticas complexas, como continuidade, bordas, conexidade e invariância (Lee, 2010; Stillwell, 2010).

A topologia também dialoga com outras áreas do conhecimento, como a física teórica, onde espaços topológicos modelam fenômenos como entrelaçamento quântico (Nielsen & Chuang, 2010) e propriedades de matéria condensada (Hasan & Kane,

2010), e as artes visuais (Crowe, 1994), que exploram a deformação e a transformação das formas. Essa interdisciplinaridade reforça a importância dos jogos topológicos como ferramentas didáticas que transcendem a matemática formal, ampliando o repertório epistemológico dos estudantes.

Além disso, a topologia desafia o senso comum e a intuição geométrica, incentivando uma postura epistemológica crítica que reconhece a complexidade e a relatividade da representação espacial (Bell, 1937). Por meio da experimentação prática, os jogos topológicos promovem o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade e da argumentação, aspectos fundamentais para a formação científica contemporânea (Artigue, 2002; Vygotsky, 1998).

No que se refere a utilização dos jogos topológicos na educação, é necessário que se estruture uma base filosófico-pedagógica que valorize a abstração como instrumento de conhecimento e o engajamento ativo do estudante no processo de aprendizagem. Inspirando-se na epistemologia da abstração, esta abordagem reconhece que o conhecimento científico se constrói pela articulação entre o concreto e o abstrato, permitindo que o aluno navegue entre o manipulado fisicamente e o pensamento simbólico e conceitual.

Do ponto de vista pedagógico, o construtivismo enfatiza a aprendizagem como um processo ativo e significativo, no qual os estudantes constroem seu entendimento por meio da interação com objetos, colegas e professores. Os jogos topológicos, por serem manipulativos e colaborativos, promovem a participação efetiva, o diálogo e a resolução de problemas, elementos centrais para o desenvolvimento cognitivo e social.

Paralelamente, teorias educacionais contemporâneas, como a educação ativa e a pedagogia crítica, destacam a importância do protagonismo estudantil e da reflexão epistemológica. Os jogos topológicos, ao desafiarem as intuições tradicionais sobre espaço e forma, estimulam o questionamento das certezas e incentivam o pensamento dialético, permitindo que os alunos reconheçam os limites do conhecimento e a historicidade das construções científicas.

A mediação simbólica e social da aprendizagem, conforme propõe a psicologia histórico-cultural, é facilitada pelo uso dos jogos em contextos colaborativos, que favorecem a troca de ideias, a negociação de significados e a construção coletiva do saber. Essa dinâmica fortalece habilidades socioemocionais e cognitivas, preparando os estudantes para atuar em contextos diversos e complexos.

Assim, a fundamentação teórico-pedagógica dos jogos topológicos articula a construção do conhecimento matemático abstrato com metodologias ativas e reflexivas, configurando-se como uma proposta educacional inovadora e alinhada com os desafios contemporâneos da formação científica.

Jogos topológicos e suas concepções epistemológicas

Os jogos topológicos em sala de aula não se limitam a uma atividade recreativa ou a um recurso didático auxiliar. Esses jogos, ao colocarem os estudantes em contato direto com fenômenos contraintuitivos e desafiadores da percepção espacial comum, oferecem um potente campo epistemológico de investigação sobre a natureza da matemática, a construção do conhecimento e os limites da experiência sensível. A topologia, ao lidar com propriedades que permanecem invariantes sob deformações contínuas, promove um questionamento fundamental: O que é essencial em um objeto matemático? O que é aparência e o que é estrutura?

Ao explorar conceitos como a não-orientabilidade da banda de Möbius, a estrutura contínua do toro ou a equivalência entre diferentes nós, os estudantes são convidados a abandonar a concepção euclidiana e estática do espaço, substituindo-a por uma visão mais fluida, relacional e abstrata. A matemática, nesses jogos, não aparece como um sistema fechado de fórmulas e algoritmos, mas como uma prática investigativa que exige intuição, experimentação, argumentação e revisão de hipóteses.

Através desses artefatos é possível traçar uma compreensão sobre Ciência que rompe com a concepção de certeza absoluta, a partir de uma construção progressiva de estruturas conceituais que se validam por coerência interna e consistência com a experiência. Dialogando com Poincaré, um dos fundadores da topologia moderna, a matemática é uma construção do espírito humano guiada pela intuição, mas validada pela lógica. Para ele, conceitos topológicos são “formas puras” que revelam a estrutura profunda do espaço, independente de suas manifestações físicas. Nos jogos, vemos exatamente isso: as propriedades importantes não são as medidas, mas as conexões — quantas bordas, quantos furos, quantas voltas.

Já Lakatos via a matemática como uma ciência em evolução, baseada em conjecturas, refutações e reformulações. Os jogos topológicos são um terreno fértil para essa abordagem: os alunos testam hipóteses (“se eu cortar aqui, o que acontece?”), enfrentam contraexemplos, reformulam ideias. Ao jogar, eles vivem um processo semelhante ao que Lakatos chamou de prova e refutação, e compreendem

que a matemática não é um corpo de verdades prontas, mas um campo de investigação viva.

Para Piaget, o conhecimento é construído por estágios de desenvolvimento cognitivo, em que a criança forma esquemas cada vez mais complexos. A topologia aparece em seus estudos como uma das primeiras formas de organização espacial na infância, antes mesmo de medidas e ângulos, a criança percebe continuidade, interior/exterior, separações e conexões. Os jogos topológicos, portanto, dialogam com estruturas cognitivas profundas, favorecendo a transição para formas mais abstratas de pensamento.

Assim, a análise epistemológica dos jogos topológicos mostra que, longe de serem apenas instrumentos lúdicos ou motivacionais, eles podem ser poderosos catalisadores de reflexão filosófica e metacognitiva. Permitem ao estudante não apenas aprender matemática, mas refletir sobre o que é aprender matemática, sobre os modos de pensar, os limites da percepção e os critérios de validade do saber. Assim, promovem uma formação mais crítica, reflexiva e autônoma, objetivos centrais de uma educação científica e humanista.

Refletindo sobre inclusão, ludicidade e interdisciplinaridade

Os jogos topológicos, ao aliarem raciocínio espacial, manipulação concreta e exploração conceitual, apresentam um potente potencial inclusivo e formativo no contexto educacional contemporâneo. Ao romper com a rigidez de métodos puramente expositivos e conteudistas, eles criam um espaço de aprendizagem mais sensível às diferenças individuais, mais aberto à experimentação e ao protagonismo estudantil. Além disso, permitem que o conteúdo matemático seja acessado de maneiras diversas, táteis, visuais, colaborativas e criativas, o que é essencial para garantir a educação como um direito universal.

A utilização de jogos topológicos favorece a participação ativa de todos os alunos, independentemente de seu desempenho anterior em matemática. A ênfase na exploração, no erro como parte do processo e na colaboração reduz as barreiras emocionais, como o medo do fracasso, que com frequência excluem subjetivamente alunos com baixa autoestima acadêmica.

O caráter lúdico e manipulativo desses jogos estimula a curiosidade natural e a experimentação, a valoriza a intuição e a criatividade, sem exigir formalizações iniciais complexas. Favorece a interação social e o diálogo, reforçando a aprendizagem entre

pares. Além de permitir que o estudante seja autor de hipóteses, estratégias e descobertas, em vez de apenas receptor de procedimentos prontos.

Assim, esse ambiente inclusivo permite uma redistribuição simbólica do poder na sala de aula, em que alunos tradicionalmente “rotulados” como fracos em matemática podem se destacar pela capacidade de observação, manipulação ou argumentação. É uma forma concreta de promover protagonismo e equidade cognitiva.

Cabe destacar que os jogos topológicos são particularmente adequados para alunos com especificidades educacionais, pois permitem adaptações acessíveis sem comprometer a riqueza conceitual da atividade. Por exemplo, para o caso de estudantes com alguma deficiência visual, a topologia, por tratar de propriedades como continuidade, conexidade e número de bordas ou furos — e não de cor, tamanho ou ângulos —, pode ser explorada com modelos táteis tridimensionais (bandas, toros, nós de corda). Estudantes cegos podem identificar, manipular e comparar essas estruturas por meio do tato.

Já para aqueles com deficiências motoras os jogos podem ser adaptados com suportes ergonômicos, peças maiores e materiais de baixa resistência, permitindo que a manipulação seja feita com mais facilidade ou com o auxílio de colegas, promovendo cooperação e respeito às limitações alheias.

Além disso, no que se refere aos estudantes com alguma deficiência cognitiva, a dimensão concreta e visual dos jogos oferece âncoras perceptivas importantes para alunos com déficit de atenção ou dificuldades de abstração. Atividades que envolvem experimentação e descoberta coletiva favorecem a permanência no foco, a aprendizagem por repetição e a internalização de estruturas lógicas sem sobrecarga simbólica precoce. Essas possibilidades mostram que os jogos topológicos são ferramentas altamente versáteis e democratizantes, alinhadas a uma pedagogia centrada no sujeito e na diversidade.

Importa ressaltar que a ludicidade, neste contexto, não é sinônimo de distração, mas sim uma estratégia epistemológica crítica. O jogo, ao criar uma situação-problema que desafia a lógica convencional, exige que o estudante questione suas suposições prévias, observe, compare, reflita e revise suas ideias e negocie significados com colegas e formule argumentos.

Nesse sentido, o lúdico torna-se um espaço privilegiado para ativar o pensamento crítico e a metacognição. A surpresa que ocorre ao cortar uma banda de Möbius e obter um único laço entrelaçado, por exemplo, gera uma quebra de expectativas cognitivas,

abrindo espaço para o questionamento profundo sobre o que é “normal” ou “esperado” em matemática, um exercício de reflexão que transcende o conteúdo e alcança a própria lógica do conhecimento.

Assim, a implementação de jogos topológicos no ensino não apenas amplia as oportunidades de compreensão conceitual, mas também reconfigura as condições de acesso e participação no saber matemático. Ao conjugar acessibilidade, ludicidade e complexidade conceitual, eles constituem uma poderosa ferramenta para uma educação matemática mais justa, humana e transformadora, em consonância com os princípios da educação inclusiva e da formação integral dos sujeitos.

Sob esses aspectos, os jogos topológicos ainda oferecem uma rica oportunidade de articulação com diferentes áreas do conhecimento, promovendo uma aprendizagem interdisciplinar, significativa e contextualizada. Ao estimular a visualização espacial, a manipulação de objetos e a resolução de problemas complexos, esses jogos se tornam pontos de convergência entre saberes formais e experiências do mundo cotidiano, favorecendo a integração curricular em múltiplas direções.

No diálogo com as artes, a conexão mais evidente ocorre entre topologia e geometria, sobretudo a geometria espacial e a geometria descritiva. Conceitos como continuidade, deformação, superfície e fronteira se tornam tangíveis por meio da exploração de objetos como bandas de Möbius, toros e nós. A diferença entre propriedades métricas (como comprimento e ângulo) e propriedades topológicas (como número de buracos e conexidade) permite uma discussão refinada sobre o que permanece e o que se transforma quando um objeto é deformado.

Além disso, a topologia tem um diálogo profundo com as artes visuais. Obras de Escher, por exemplo, exploram paradoxos topológicos e ilusões espaciais que desafiam o olhar e a lógica tradicional. Estudantes podem ser convidados a criar representações gráficas de superfícies topológicas, construir esculturas inspiradas em objetos topológicos e estudar padrões simétricos e transformações contínuas. Essa aproximação estética estimula a criatividade, a percepção visual e o raciocínio abstrato, ao mesmo tempo em que revela a presença da matemática na cultura e na arte.

Já no campo da Física, Astronomia e Ciências Naturais a topologia desempenha um papel crescente em áreas da física moderna, como nos estudos sobre o espaço-tempo, nos estados topológicos da matéria (materiais com propriedades invariantes a deformações) e até na cosmologia, com hipóteses sobre a forma global do universo (universos com topologia toroidal, por exemplo). Jogos e experimentos com bandas de

Möbius ou toros podem ser utilizados como modelos conceituais para fenômenos físicos, como: fluxos contínuos e unidirecionais (como em correntes elétricas ou campos magnéticos); superfícies sem orientação (com analogias à antimatéria e simetrias quânticas); conceitos de espaço curvo e conectividade no estudo do universo. Essas conexões permitem aos alunos transitar entre diferentes domínios de conhecimento, compreendendo que conceitos matemáticos abstratos podem ter aplicações concretas e explicativas no mundo físico.

Para a área das Linguagens e Filosofia os jogos topológicos oferecem um terreno fértil para reflexões sobre a natureza do conhecimento, da forma e da representação. Discutir o que significa "espaço", "fronteira" ou "orientação" permite conectar a atividade matemática com temas da filosofia da linguagem, da fenomenologia e da metafísica.

Assim, o trabalho com jogos topológicos contribui diretamente para o desenvolvimento de diversas competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), articulando competências específicas da área de Matemática, sobretudo no que diz respeito à compreensão de formas geométricas e suas propriedades (EF09MA13), ao uso de modelos e representações diversas e ao desenvolvimento de autonomia intelectual.

A inserção dos jogos topológicos na prática pedagógica não se limita ao ensino de conceitos matemáticos. Ela promove intercâmbios epistemológicos e metodológicos que aproximam o conhecimento escolar da complexidade do mundo real. Essa abordagem interdisciplinar e conectada aos desafios contemporâneos fortalece a escola como espaço de formação crítica, sensível à diversidade e comprometida com uma educação integrada e transformadora.

Modos de jogar: experiência lúdica e epistemológica no ambiente educativo

Os Jogos Topológicos podem ser desenvolvidos em diferentes formatos que exploram a manipulação concreta, a simulação digital, a resolução colaborativa e as dinâmicas competitivas ou cooperativas. Cada modo favorece o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais, além de aprofundar a compreensão dos conceitos topológicos, estimular o pensamento abstrato e espacial dos estudantes, promover debates sobre conceitos fundamentais da topologia, como continuidade, deformação e equivalência, e integrar conhecimentos matemáticos, científicos e filosóficos.

Assim, a aplicação dos jogos topológicos no contexto educacional demanda propostas práticas que aliem a ludicidade ao rigor conceitual, ao mesmo tempo que

respeitem a diversidade de níveis de ensino e estilos de aprendizagem. Dentre alguns casos clássicos dos jogos de manipulação física temos as fitas de Möbius (confeccionadas com tiras de papel ou plástico) que é uma superfície não orientável com apenas um lado e uma borda, construída a partir de uma faixa de papel torcida em 180° antes de ser colada. Nesse caso, os alunos recebem uma fita de Möbius para cortar ao longo de seu centro e observam a formação de uma única fita torcida, desafiando suas intuições geométricas e o processo avaliativo pode ocorrer a partir do registro das observações e explicações escritas ou em vídeo sobre as propriedades topológicas descobertas.

O "Toro", enquanto superfície contínua obtida a partir da deformação de um cilindro com junções toroidais. Apesar de difícil de modelar fisicamente, pode ser simulado com objetos de borracha, massa de modelar ou em softwares 3D onde os alunos tentam entender como curvas e caminhos fechados comportam-se sobre a superfície do toro. Também podem comparar com mapas topológicos de videogames (como mundos em looping).

Já no campo dos jogos digitais, softwares como "KnotPlot", "Geomview", ou simuladores desenvolvidos para visualização topológica podem ser utilizados para manipulação virtual para explorar deformações contínuas que preservam suas propriedades essenciais, ou identificação de nós equivalentes. A avaliação pode se dar pelas rarefas de criação e apresentação de vídeos ou capturas de tela demonstrando manipulações realizadas e explicações conceituais.

Seja a partir dos jogos de manipulação física ou aqueles digitais, o professor pode trabalhar na perspectiva de resolução de problemas, dividindo a turma em pequenos grupos para resolver desafios. O professor pode propor problemas específicos, como identificar se dois nós são equivalentes ou construir superfícies com determinadas propriedades, a partir daí, os grupos debatem e testam a equivalência de dois nós, anotando os passos de suas manipulações e argumentações. Sendo assim, a apresentação pode ser feita oralmente a partir da discussão dos resultados das estratégias adotadas, incentivando a argumentação científica e o pensamento crítico.

Conclusão

O presente trabalho discutiu a integração dos jogos topológicos ao ensino de Ciências e Matemática como uma estratégia pedagógica, epistemológica e interdisciplinar, apresentando-os não apenas como meras ferramentas lúdicas, mas como poderosos instrumentos epistemológicos, pedagógicos e interdisciplinarmente

transformadores. Ao longo da investigação, ficou evidente que os jogos topológicos transcendem a simples manipulação de objetos e a resolução de desafios matemáticos mas que nos convidam a repensar a própria natureza do espaço, da forma, do conhecimento e da aprendizagem.

A topologia, enquanto ramo da matemática que explora propriedades invariantes frente a deformações contínuas, nos oferece uma lente singular para compreender o mundo que nos cerca, ao revelar que muitas vezes o que percebemos intuitivamente pode não corresponder à essência estrutural dos fenômenos. Essa descoberta, por si só, já representa uma revolução epistemológica, pois desafia o pensamento imediato e estimula a construção de um pensamento abstrato, crítico e reflexivo, competências essenciais para a formação científica contemporânea.

Os jogos topológicos, ao tornarem concretas essas abstrações, aproximam estudantes de um universo matemático complexo e fascinante, simultaneamente desafiador e acessível. Através da exploração das bandas de Möbius, dos toros, dos nós e das superfícies com topologias variadas, os alunos são convidados a experimentar, errar, questionar e, sobretudo, a desenvolver um olhar flexível para a geometria e o espaço. Esse processo não é apenas uma aprendizagem técnica, mas uma experiência estética, cognitiva e ética, que promove a criatividade, a colaboração e o protagonismo estudantil.

Do ponto de vista epistemológico, os jogos topológicos propiciam um diálogo rico com os pensamentos de grandes pensadores como Poincaré, Lakatos e Piaget, que nos lembram das fronteiras do conhecimento matemático e da importância da construção social e histórica do saber. A reflexão sobre os limites da visualização e do conhecimento empírico reforça que a matemática não é um conjunto fixo de verdades absolutas, mas um campo dinâmico e aberto, em constante expansão e transformação, guiado por modelos, experimentações e debates críticos.

Ademais, o trabalho com jogos topológicos insere-se numa perspectiva educativa profundamente inclusiva e humanizadora. Eles favorecem a acessibilidade e a participação de alunos com diferentes habilidades e necessidades, ampliando horizontes e desafiando a exclusão. O lúdico emerge aqui como uma estratégia crítica que supera a mera diversão, constituindo-se em meio privilegiado para o desenvolvimento integral do sujeito e para a promoção de uma cultura científica democrática e plural.

A interdisciplinaridade, abordada neste trabalho como um princípio estruturante, demonstra a imensa capacidade dos jogos topológicos de conectar matemática, arte, física, filosofia e cultura, formando uma teia de saberes que reflete a complexidade do mundo real. Essa convergência de conhecimentos, alinhada às competências da BNCC, revela o potencial desses jogos para promover uma educação significativa, contextualizada e voltada para os desafios contemporâneos da sociedade.

No entanto, a implementação eficaz dessa proposta exige mais do que a simples introdução dos jogos nas salas de aula. Requer formação docente qualificada, materiais pedagógicos adequados, espaços para experimentação e diálogo, além de uma cultura escolar que valorize a inovação e a reflexão crítica. Somente assim será possível romper com práticas fragmentadas e desenvolver um ensino que dialogue com as necessidades reais dos estudantes e da sociedade.

Finalmente, este trabalho abre caminhos para futuras investigações, especialmente no campo da avaliação da aprendizagem e dos indicadores de sucesso, áreas que demandam aprofundamento para consolidar e ampliar o impacto dos jogos topológicos na educação. Avaliar não só o domínio conceitual, mas também o desenvolvimento de habilidades críticas, éticas, sociais e criativas, será o próximo passo para garantir que essa proposta pedagógica alcance seu pleno potencial transformador.

Em suma, os jogos topológicos não são apenas uma inovação didática, são uma verdadeira ponte entre o abstrato e o concreto, entre o rigor científico e a experiência humana, entre o ensino e a formação integral. Seu estudo e aplicação representam uma contribuição valiosa para a construção de uma educação mais crítica, inclusiva e comprometida com a formação de sujeitos capazes de compreender e atuar num mundo cada vez mais complexo, dinâmico e interconectado.

Referências

- Artigue, M. (2002). *Teaching and learning mathematics in a digital environment: The evolution of technologies and their impact on mathematics education*. Educational Studies in Mathematics, 47(1), 1-15.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart and Winston.
- Bell, E. T. (1937). *Men of Mathematics*. Simon and Schuster.
- Brasil, Ministério da Educação (MEC). (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ensino Médio*. Brasília: MEC.
- Bruner, J. S. (1961). *The Act of Discovery*. Harvard Educational Review, 31(1), 21-32.

- Castells, M. (2010). *The Rise of the Network Society*. Wiley-Blackwell.
- Crowell, R., & Fox, R. H. (1999). *Introduction to Knot Theory*. Springer.
- Darling-Hammond, L. (2017). *The Right to Learn: A Blueprint for Creating Schools that Work*. Jossey-Bass.
- Facione, P. A. (2015). *Critical Thinking: What It Is and Why It Counts*. Insight Assessment.
- Freire, P. (1970). *Pedagogia do Oprimido*. Paz e Terra.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia*. Paz e Terra.
- Ghrist, R. (2014). *Elementary Applied Topology*. Createspace.
- Gleiser, M. (2013). *Ciência, Fé e Religião: Conflitos e Diálogos*. Vozes.
- Gilbert, S. F. (2010). *Developmental Biology*. Sinauer Associates.
- Hasan, M. Z., & Kane, C. L. (2010). Colloquium: Topological insulators. *Reviews of Modern Physics*, 82(4), 3045.
- Hatcher, A. (2002). *Algebraic Topology*. Cambridge University Press.
- Kauffman, L. H. (2001). *Knots and Physics*. World Scientific.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge University Press.
- Lee, J. M. (2011). *Introduction to Topological Manifolds*. Springer.
- Morin, E. (2007). *Introdução ao Pensamento Complexo*. Sulina.
- Morowitz, H. J. (2002). *The Emergence of Everything: How the World Became Complex*. Oxford University Press.
- Moran, J. (2010). *Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora*. Papirus.
- Munkres, J. R. (2000). *Topology*. Prentice Hall.
- Nelsen, R. B. (2006). *Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking*. Mathematical Association of America.
- Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press.
- Noddings, N. (2003). *Caring: A Feminine Approach to Ethics and Moral Education*. University of California Press.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books.
- Penrose, R. (2005). *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe*. Jonathan Cape.
- Piaget, J. (1977). *The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures*. Viking.
- Sachs, J. D. (2015). *The Age of Sustainable Development*. Columbia University Press.
- Shulman, L. S. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Strogatz, S. H. (2015). *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Westview Press.
- Stillwell, J. (2010). *Mathematics and Its History*. Springer.

- Steenrod, N. (1999). *The Topology of Fibre Bundles*. Princeton University Press.
- Sternberg, R. J. (2006). *Critical Thinking in Psychology*. Cambridge University Press.
- Stillwell, J. (2010). *Mathematics and Its History*. Springer.
- Thurston, W. P. (1997). *Three-Dimensional Geometry and Topology*. Princeton University Press.
- Tobin, K. (2006). *Teaching and Learning Science: A Handbook*. Praeger.
- UNESCO. (2017). *Education for Sustainable Development Goals: Learning Objectives*. UNESCO Publishing.
- Vygotsky, L. S. (1998). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.