

# O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas<sup>1</sup>

## The teaching of the concept of number in different perspectives

ADEMIR DAMAZIO<sup>2</sup>

JOSÉLIA EUZÉBIO DA ROSA<sup>3</sup>

JULIANA DA SILVA EUZÉBIO<sup>4</sup>

### Resumo

*O objeto deste estudo se insere nas relações de ensino do conceito de número e traduz-se na questão: Em que se diferencia o ensino que adota a proposta de Davydov e aquele que segue outros referenciais? Os dados foram coletados em entrevistas com professores e cartazes indicadores do ensino do conceito de número. A análise volta-se para as possibilidades do desenvolvimento de duas formas de pensamento: 1) teórico, peculiaridade do sistema de ensino de Davydov por inter-relacionar as significações da geometria, álgebra e aritmética; 2) empírico, próprio de outros referenciais ao centrar-se em noções cotidianas expressas na significação de contagem.*

**Palavras-chave:** Ensino; Número; Davydov.

### Abstract

*The object of this study fits into the relationships of the concept of number and translates into the question: What differentiates the teaching that adopt the proposal of Davydov from that who following other references? The data has been collected in interviews with teachers and billboards indicators of the teaching the concept of number. The analysis turns to the possibilities for the development of two ways of thought: 1) theoretical, peculiarity of the education system by Davydov interrelate the meanings of geometry, algebra and arithmetic; 2) empirical, proper from other references to the focus on everyday notions expressed in the meaning of count.*

**Keywords:** Teaching; Number; Davydov.

### Introdução

Entre a diversidade de temas de pesquisa, no contexto da Educação Matemática brasileira, apresenta-se o conceito de número que se justifica pela presença como conteúdo curricular desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. No entanto, a compreensão do lugar que ocupa no contexto escolar depende da concepção pedagógica adotada. É no âmbito das propostas de seu ensino que se apresenta o presente estudo. De forma particular, procura focar na seguinte questão: em que se distingue o ensino de

<sup>1</sup> A pesquisa recebeu apoio do PIBIC-UNESC, CNPq e FAPESC.

<sup>2</sup> UNESC – add@unesc.net

<sup>3</sup> UFPR – joselia.euzebio@yahoo.com.br

<sup>4</sup> UNESC – jujuba\_julianase@hotmail.com

número desenvolvido por um professor que segue as orientações didáticas e metodológicas de Davydov em relação às propostas vivenciadas por professores das redes Municipal, Estadual e Particular? O objetivo da pesquisa – na modalidade qualitativa - foi investigar as diferenças entre o ensino do conceito de número proporcionado por um professor que segue as orientações do referido autor e as proposições vivenciadas por docentes que seguem outros referenciais.

A atenção volta-se para as ações de professores dirigidas ao referido conceito matemático, de forma a compreender suas origens, seu processo de formação, seu ensino e sua aprendizagem. Para tanto, foram localizadas as escolas com base em dois critérios: que se orienta pela proposta de Davydov ou adota outros sistemas de ensino; disponibilidade dos professores em participar da pesquisa e atuarem no primeiro ou segundo ano do Ensino Fundamental.

Dado o ineditismo, somente um professor – denominado de ED - de uma escola de Rede Municipal de Ensino constituiu-se sujeito da pesquisa na perspectiva davidoviana. Também participaram cinco professores que adotam outras concepções de ensino, assim identificados: EE1 e EE2, da Escola Estadual, que atuam no primeiro e no segundo ano; EP1 e EP2, os docentes do primeiro e segundo anos da Escola Particular; EM1, do primeiro ano da Escola Municipal.

Os dados empíricos foram coletados em entrevistas, gravadas em áudio e transcritas, com os seis professores. Acrescem-se as fotografias dos cartazes, expostos nas salas de aula de cada professor, considerados como registros indicadores do modo de organização do ensino do conceito de número.

A análise segue os três princípios do método de desenvolvimento experimental, proposto por Vigotski (2003): análise de processos e não de objetos em si; explicação em vez de descrição e atenção aos processos fossilizados. Reafirma-se que o objeto de estudo tem como centralidade o ensino do conceito de número; em específico, as relações entre o ensino desenvolvido pelos professores e as formas de desenvolvimento das crianças. Como diz Davydov (1988, p. 46), “(...) *as conexões entre o desenvolvimento intelectual da criança e o ensino e a educação que lhe são dadas*”.

## **1- Base da proposta de Davydov**

Davídov (1987) entende que o conteúdo e o método de ensino têm importância fundamental, por determinar o tipo de pensamento que se desenvolve nas crianças, durante a assimilação dos conhecimentos. Por isso, ele considera promissores os

esforços dos pedagogos teóricos em busca da definição de novos contornos para a educação escolar, com vistas à superação da visão predominante que não mais corresponde ao desenvolvimento técnico-científico atingido pela humanidade.

Denomina de ‘escola tradicional’ a um sistema que se expandiu por quase toda a Europa que, para assim denominá-la, adota três argumentos: por nascer e desenvolver-se, pertinentemente, ao modo de produção capitalista; por ter como fundamentos teóricos os trabalhos de Komenski, Pestalozzi, Diesterweg, Ushinski e outros; finalmente, por manter-se fiel aos princípios iniciais no processo de seleção do conteúdo e determinação dos métodos de ensino.

Como toda a proposição educativa parte e atende solicitações sociais da prática real, o ensino tradicional estabelece níveis de requisições, tanto em relação às finalidades da educação quanto às possibilidades intelectuais dos estudantes, respectivamente: educação empírico/utilitária e o pensamento empírico/classificador.

Em sua essência, o ensino tradicional tem seu conteúdo primado por duas referências básicas. Uma leva em consideração que o conhecimento é apresentado na forma de abstrações verbais, exposto de forma clara e pretensa sequência que vai do mais simples ao mais complexo. A forma mais geral de verificação dos conhecimentos é a informação submetida ao professor. A outra determina que a criança correlacione cada abstração verbal com uma imagem sensorial bem definida e precisa. Isso significa dizer que o procedimento geral de verificação de compreensão de conhecimento são os exemplos concretos, as ilustrações.

Desse modo, segundo Davídov (1987), os pilares da didática e da psicologia pedagógica tradicionais se ancoram no empirismo, cuja interpretação epistemológica e psicológica da “sensibilidade” que estreita a ligação do sensualismo clássico ao nominalismo e ao associacionismo. Como resultado, todo seu conteúdo e método de ensino conduzem, basicamente, para a formação, nas crianças, do pensamento empírico.

Vale antecipar que, para Davydov (1982, p. 431), a disciplina de Matemática, desde o primeiro ano escolar, tem como objetivo “*criar nos alunos uma concepção circunstanciada e válida de número real*” que tem como fundamento genético o conceito de grandeza. Todos os números – naturais, racionais, irracionais inteiros e reais – expressam casos singulares e particulares “*de representação das relações gerais entre grandezas, quando uma delas se toma como medida de cálculo da outra*” (DAVYDOV, 1982, p. 434). O ensino é organizado por meio de tarefas particulares de modo que explicitem as múltiplas relações entre grandezas, para que as crianças as identifiquem e

as reproduzam nas formas objetais, gráficas e literais. Como consequência, da reflexão sobre a quantidade de vezes que uma unidade de medida se insere na grandeza, elas reproduzem o modelo geral:  $a/c = n$  ou  $a = cn$ .

De início, conforme Davydov (1982) e Давыдов et al. (1997), são apresentados às crianças objetos e figuras com evidenciação de suas características externas – cor e forma – como meio de análise das grandezas matemáticas, isto é, de ordem conceitual teórica, em vez de empírica. O objetivo central é o desenvolvimento da ação investigadora dos alunos, conduzida por meio de perguntas-guia, por parte do professor, porém orientados para que eles elaborem os seus próprios questionamentos de teor epistemológico e pedagógico.

As tarefas focam as características de tamanho (maior e menor) e posição (esquerda, direita, fica entre, acima, abaixo). As crianças estabelecem relações de ordens crescentes e decrescentes. Essas comparações de características matemáticas são as referências para quatro tipos de representações: objetal, gráfica, literal e numeral, que adiante serão ilustradas.

Na sequência, as crianças são orientadas para a comparação entre grandezas da mesma espécie, tais como: comprimento, área, volume e massa com a finalidade de identificar as igualdades e desigualdades. As primeiras representações são na forma objetal, ou seja, elas apresentam o resultado das comparações, não na forma verbal, apenas mostram tiras de papel de comprimentos distintos ou iguais, dependendo das suas conclusões. Para isso, têm à disposição duas tiras de mesmo comprimento e uma diferente (figura 1). Se a comparação é uma igualdade, eles mostram as primeiras tiras; caso contrário, a indicam com o par de tiras de alturas diferentes (figura 2).



Figura 1. Representação objetal.



Figura 2. Representação objetal.

Representam-se os resultados das comparações por meio dos segmentos de retas, que as crianças aprendem no início dos estudos das grandezas. Para comparações iguais, elas traçam dois segmentos de comprimentos de mesmo comprimento, caso sejam diferentes, os segmentos são de tamanhos distintos (figura 3).

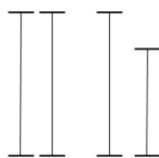


Figura 3. Representação gráfica.

Num terceiro estágio, ocorre a representação literal, em que o professor ensina as crianças a anotar as variações das grandezas com as letras e sinais de adição e de subtração. Elas aprendem a escrever equações.

Assim, “*se  $a < b$ , da desigualdade cabe passar para a igualdade:  $a + x = b$ . O sentido de variação das grandezas se determina pelas condições do problema (se  $a > b$ ,  $a - x = b$ ) quando se requer igualar  $a$  em relação ao  $b$ .*” (DAVYDOV, 1982, p. 433). Por último, as representações por meio dos numerais. O número é introduzido como caso particular das relações gerais entre grandezas, na reta numérica, ou seja, em seu devido lugar, do ponto de vista matemático.

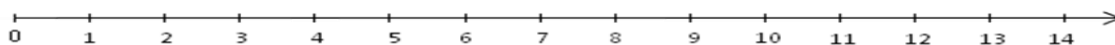


Figura 4. Reta numérica.

Vale observar que a proposta de Davydov (1982) para o ensino do conceito de número se distingue dos sistemas tradicionais, que se atém: à ideia de correspondência um a um (biunívoca) entre elementos discretos de dois conjuntos e pela contagem direta dos objetos e na escrita do numeral. A proposição davydoviana também considera esses elementos conceituais, porém, com a diferença de que não ponto de partida ou a única base do processo de formação do pensamento conceitual numérico.

No âmbito das reflexões sobre os pressupostos davydovianos – da relação entre função da educação escolar e o desenvolvimento do pensamento teórico de número, bem como da ideia de medida de grandezas como base geral do conceito de número – é que foram definidas as duas categorias referências da análise do presente estudo, quais sejam: Relação entre ensino e desenvolvimento e Relação entre pensamento empírico e teórico. Cada uma delas está dividida em duas subcategorias: Ensino fundamentado nas proposições tradicionais e Ensino fundamentado em Davydov.

## 2. Relação entre ensino e desenvolvimento

Davydov (1988) entende a educação e o ensino como formas universais de desenvolvimento intelectual das crianças. Desse modo, o ensino pode possibilitar-lhes o desenvolvimento das capacidades humanas formadas historicamente, que ocorre por

meio da apropriação dos conceitos científicos. O ensino que não prioriza tal desenvolvimento Davydov denomina de tradicional, por propor às crianças apenas aquilo que são capazes de apropriar numa determinada idade. Davídov (1987) critica esse tipo de ensino, por atender unicamente as possibilidades formadas e presentes no estudante. Como consequência, não se responsabiliza pelo desenvolvimento do pensamento conceitual correspondente àquele conteúdo. Há um teor ideológico advindo ao longo dos tempos que atribuiu como única finalidade da educação de:

(...) inculcar à maioria dos filhos dos trabalhadores somente conhecimentos e habilidades sem os quais é impossível obter uma profissão mais ou menos significativa na produção industrial e na vida social (saber escrever, contar, ler, ter ideias básicas do que se passa em seu entorno). (DAVÍDOV, 1987, p. 144).

A função da educação é preparar as crianças para uma profissão adequada aos filhos dos trabalhadores, que não exija um nível maior de conhecimentos e de habilidades. Tal procedimento pedagógico justifica a limitação e a pobreza do ensino primário, por apelar somente para as características evolutivas, isto é, no nível atingido. Ao professar este princípio, subestima-se tanto a natureza histórica concreta das possibilidades do estudante como as ideias sobre o verdadeiro papel que a educação desempenha no seu desenvolvimento. Em contraposição, o autor entende que a função social da escola, na atualidade, se articula com a seleção de conhecimentos que extrapole a condição empírico-utilitária e priorize um processo pedagógico que permita o desenvolvimento voltado à formação de abstrações e generalizações teóricas. Como via primordial e não exclusiva, deve-se atender o movimento do abstrato ao concreto.

### **3. Ensino fundamentado nas proposições tradicionais**

Manifestações dos princípios denominados por Davydov de tradicionais se apresentaram na exposição dos professores EE1, EE2, EP1, EP2 e EM1. No ensino do conceito de número, são contempladas as relações aritméticas, a partir da contagem de objetos soltos, bem como a associação entre o numeral e a quantidade equivalente.

Essa identificação se evidencia nas seguintes falas:

*EP1 – Procuero sempre estar associando, se é um número de um a dez, terão que escrever o número dez, mas terão que associar a algo para saberem que é o número dez.*

*EM1 – (...) nós vamos associando o número e a quantidade vai trabalhando assim várias atividades.*

*EP2 – (...) não tem como colocar no quadro oito mais oito sem eu mostrar qual é a quantidade de oito, qual é a quantidade de oito mais oito, dezesseis (...).*

*EE1 – Forma oral, visual, contagem, amostras e material concreto.*

*EE2 – Ensino os números ainda de forma tradicional, conforme a abordagem do livro, e procuro também incrementar usando material concreto, de contagem e também com recortes (...).*

Explicita-se um posicionamento metodológico de ensino com atenção exclusiva ao conceito de número natural, caracterizado pelo associacionismo entre objetos e escrita numérica. Trata-se de uma concepção distinta daquela proposta por Davídov (1987), com foco para as grandezas contínuas.

Pelas falas anteriores, é possível identificar que as referidas escolas se preocupam em preparar a criança para as simples tarefas do seu dia-a-dia. Isso se justifica na centralidade da contagem, na soma e na divisão de objetos. O conteúdo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, referente ao conceito de número, não contempla as significações algébricas (um número privado de sua expressão quantitativa e representado por uma letra) e geométricas (o lugar do número na reta numérica), que caracterizam a essência do conceito.

O entendimento, por parte dos referidos professores, de número e de seu ensino apresenta fortes características de uma concepção empírica que se traduz em palavras e expressões do tipo: “Associação a algo”, “pegar o concreto”, “observação nos usos do dia-a-dia”, bem como na explicitação de objetos físicos (tampinhas, palitos). Isso, para Jardinetti (1996, p. 48), é:

A conotação pejorativa dada ao abstrato e a ânsia acrítica pela promoção de toda sorte de atividades (associadas ao cotidiano ou não) para a manipulação do concreto impossibilitam a efetiva apropriação dos conceitos porque, entre outras coisas, trazem em seu bojo aspectos conflitantes para com a essência lógica que engendra e explica os conceitos matemáticos.

Desse modo, o ensino do conceito de número foca apenas os conceitos cotidianos em detrimento dos conceitos científicos, conforme distinção de Vigotski (2000). Ou seja, trata-se daqueles conceitos com que a criança teve contato antes de entrar na escola, pela necessidade da contagem de objetos. Assim sendo, de acordo com Vigotski (2000) e Davydov (1988), não se torna obrigatório abordá-los na escola, pois está no rol dos conceitos que a criança adquiriu no período pré-escolar. O ensino assim organizado não

promove o desenvolvimento, por percorrer o mesmo caminho vivido pelo estudante no processo de apropriação da contagem. Tal atitude pedagógica foca o pensamento numérico sequencial a partir da contagem empírica, em detrimento do pensamento relacional entre grandezas, como propõe Davydov em seu sistema de ensino.

A proposta dos professores EE1, EE2, EM1, EP1 e EP2 têm uma base teórica que se expressa em uma tendência da Educação Matemática denominada por Fiorentini (1995) de *empírico-ativista*, que considera o estudante o centro da aprendizagem, um ser “ativo”, e o professor o orientador ou facilitador da aprendizagem. O conhecimento Matemático é obtido empiricamente por descoberta, procedimento epistemológico que é transferido para o ensino e aprendizagem.

O estudante aprende por meio de observação, de manipulação de objetos, atividades lúdicas, entre outras. O autor admite a existência de duas vertentes empírico-ativistas. Uma empírico-sensualista, cujo fundamento é a teoria de aprendizagem associacionista, defensora de que, por meio da associação do símbolo numérico e sua fala com objetos, a criança “aprende” ou “abstrai” o número. Assim, o número 5 é abstraído “*a partir da associação de seu sinal ‘5’ com ‘5 objetos’ (pedras, carrinhos, canetas...) e com a palavra falada cinco*” (FIORENTINI, 1995, p. 9).

Os materiais concretos, como meio para possibilitar a compreensão do conceito de número, são indicados nas falas dos professores:

*EP1 — (...) terão que pegar o concreto e contar, fazer a contagem, gravarem, para associar, (...) tampinha, o ábaco que eu uso, palitinhos, tudo o que serve. Com sucata eu trabalho bastante.*

*EE2 — (...) peço para as crianças observar nas ruas onde os números aparecem e usados no dia-a-dia.*

O depoimento do professor:

*EP2 — (...) tem que ter tampinha, tem que ter, para que eles consigam manusear e ter o resultado (...).*

Ao defender a utilização de materiais concretos como fundamental para o ensino do conceito de número, traz um elemento novo, em relação aos demais professores:

*EP2 — (...) manusear e ter resultado.*

Tal entendimento é expressão da segunda vertente da tendência empírico-ativista, que Fiorentini (1995, p. 10) denomina de “*mais ativistas*” por entender:



(...) que a ação, a manipulação ou a experimentação são fundamentais e necessárias para a aprendizagem. Por isso, irão privilegiar e desenvolver jogos, materiais manipulativos e outras atividades lúdicas e/ou experimentos que permitam aos alunos não só como tomar contato com noções já sabidas, mas descobri-las de novo.

O ensino do conceito de número com a utilização de materiais concretos, como expressam os professores EE1, EE2, EM1, EP1 e EP2, vincula-se aos conhecimentos empíricos formados na criança. Tal vinculação difere dos princípios defendidos por Davydov (1988) ao dizer que o uso de objetos com ou sem manuseio não garante a formação de novos conhecimentos, que só é atingido se o sistema de tarefas explorar as relações internas com teor conceitual, em vez da associação direta.

Entretanto, as produções dos referidos professores não são exclusivas, mas apropriadas sobre a base de uma prática pedagógica definida e historicamente determinada que a eles se apresentaram como atualizadas. Assim, não é possível emitir um julgamento de certo ou errado, em relação aos seus métodos de ensino do conceito de número, uma vez que têm fundamento em base teórica que Davydov (1988) entende como não proporcionar os meios necessários para a promoção do desenvolvimento da criança. Ou seja, transcorre de forma espontânea, antes mesmo de ingressar na escola.

#### **4. Ensino fundamentado em Davydov**

A análise, a seguir, refere-se às relações entre o ensino e o desenvolvimento com base na fala do professor ED, que adota a proposta de Davydov para o ensino do conceito de número. A base é o pressuposto vigotskiano de que a organização do ensino: traduza perspectivas de desenvolvimento da criança; orienta-se para o futuro, em vez do passado, para despertar os processos em nível da zona de desenvolvimento proximal (ZDP). A ZDP expressa a relação interna entre a aprendizagem e o desenvolvimento e as possibilidades da formação de características mentais que ainda não existem na criança. Caracteriza-se pelas possibilidades e execução de tarefas com a orientação de um adulto ou de colegas em nível de experiência superior.

Para Vigotski (2001), o ensino é o aspecto internamente essencial e universal no processo de desenvolvimento da criança. A sua organização de forma correta promove o desenvolvimento intelectual, visto que incorpora à vida os processos de desenvolvimento que seria impossível de ocorrer sem a sua contribuição. A partir dos princípios vigotskianos, Davydov elaborou um Sistema de Ensino que superasse a realidade encontrada em seu país, a Rússia.

No conjunto das falas do professor ED, é possível extrair caracterizações do que Davydov (1988) considera como superação da educação tradicional:

*ED — Eu acho que as crianças hoje estão muito acostumadas com o concreto, com as coisas contextualizadas, tudo tem que estar contextualizado com seu dia-a-dia. O ensino fica centrado no cotidiano imediato.*

Tal realidade não é novidade no cenário educacional brasileiro, conforme explicita Duarte (2001, p. 10):

(...) contra uma educação voltada para a satisfação das necessidades imediatas e pragmáticas impostas pelo cotidiano alienado dos alunos, devemos lutar por uma educação que produza nesses alunos necessidades de nível superior, necessidades que apontem para um efetivo desenvolvimento da individualidade como um todo.

Para Davídov (1987, p. 151), a entrada na escola é uma transição crucial na vida da criança, por colocá-la diante de obrigações que caracterizam a ocupação de um novo lugar na sociedade: inicia a atividade de estudo, que não se desenvolve de forma espontânea, mas orientada pela educação formal. Ao ingressar na escola, a criança precisa sentir o “*caráter novo e a peculiaridade daqueles conceitos que agora recebe, que é diferente da experiência pré-escolar*”. As finalidades da educação de desenvolver o pensamento teórico só serão alcançadas por meio do tipo de conceito, do movimento conceitual adotado, dos métodos de ensino, da orientação do professor, entre outros.

O professor ED expressa outro fundamento essencial da proposta de Davydov, ao dizer:

*ED — (...) é muito teórica, ela puxa mesmo para o desenvolvimento do pensamento teórico das crianças.*

O depoimento revela a distinção entre o teor das propostas denominadas de tradicionais por Davydov e daquela por ele defendida, que tem como objetivo ensinar às crianças de menor idade os conceitos teóricos que são considerados, por outras teorias, como inatingíveis nessa idade.

Davydov (1988) é enfático ao dizer que o processo de ensino não deve se orientar pelas experiências da criança ou suas realizações autônomas, pois o desenvolvimento ocorre por aquelas que necessitam da orientação dos adultos, neste caso, o professor. Nesse sentido, a organização do ensino dá destaque à apropriação de conceitos científicos, com vistas ao desenvolvimento de capacidades multilaterais, que serão úteis para a vida prática e social e não somente para o seu cotidiano imediato (DAVYDOV, 1988).

O professor ED questiona se as habilidades e capacidades para a formação do

pensamento científico nas crianças russas também podem ser desenvolvidos nas crianças brasileiras.

*ED — (...) talvez a criança que Davydov pensava em formar o pensamento científico esteja um pouquinho distante da nossa criança, da nossa realidade brasileira, da infância brasileira.*

O desenvolvimento do pensamento proposto por Davydov está muito distante do que se alvitra na educação escolar brasileira. Porém, a nossa realidade é semelhante àquela que ele buscou superar com seu sistema de ensino.

*ED — Eu penso que hoje nós olhamos para nossas crianças com muito mais infância e dá impressão que lá (na Rússia) eles separam muito, o que é ensino. Então eu questiono isso: que tipo de crianças nós vamos formar?*

Há, sim, a separação entre a atividade pré-escolar e a escolar, que tem como premência o desenvolvimento da atividade de estudo, em vez de estender a atividade do brinquedo. Porém, não significa que a criança pare de brincar e se dedique apenas aos estudos. O que não pode é evidenciar as características da atividade peculiar da fase anterior.

Na escola, o foco é a atividade estudo que, segundo a teoria Histórico-Cultural, se constitui num novo vir a ser da criança. Por sua vez, o brincar é desenvolvido em situações espontâneas nas relações que a criança estabelece com seus pares e com os adultos. Para a pergunta:

*ED — Que tipo de crianças vamos formar?*

Davydov (1982): Uma criança contemporânea de sua época, por meio da apropriação das produções humanas no mais alto nível de desenvolvimento. O conhecimento é um meio de “*ampliar as oportunidades reais para que os cidadãos possam se desenvolver e aplicar suas energias criadoras, capacidades e talentos para o desenvolvimento integral de suas personalidades*”. (DAVYDOV, 1988, p. 59).

O professor ED percebe que, no Sistema de Davydov, a apropriação dos conhecimentos científicos é um direito das crianças:

*ED — (...) eu também acho que as crianças têm direito, se outra criança lá de outro país tem esse direito e é feliz com esse conhecimento, e não é roubada a infância dela por causa disso.*

A felicidade não é negada por Davydov, porém, não em sua forma ingênua, mergulhada nas nuances do cotidiano, mas como produção humana, em seu mais alto nível de desenvolvimento.

As manifestações de compreensão de pressupostos de Davydov, por ED, também se objetiva, quando faz referência ao ensino do conceito de número.

*ED — (...) com as comparações que a gente faz, o aluno começa a formar os conceitos das grandezas. Nesse processo está tudo muito ligadinho, passa para a representação na forma geométrica que são os segmentos e as retas, depois passa para o algébrico, para depois o aritmético, que é o número que a gente introduzia no começo (antes de conhecer a proposta de Davydov). Então a caminhada é mais longa e amplia a noção de número mesmo (...).*

Subjacente à fala de ED está outra compreensão de ensino do conceito de número caracterizado como: sequência numérica infinita; o número tem um lugar, uma posição na reta numérica; e, entre cada um deles, há uma unidade de medida. Portanto, diferentemente do ensino tradicional com sua ideia de que entre um número e outro não há nada. Na exposição do professor, os números são representados geometricamente, na reta numérica; cada unidade é um segmento de reta, isto é, uma parte da reta; os pontos são o lugar geométrico de cada número. Em síntese, o número é introduzido como um todo contínuo, enquanto no ensino tradicional se apresentam como partes discretas.

Ao falar sobre a elaboração dos cartazes sobre o conceito de número, ED diz:

*ED — Os cartazes, que a gente fez, foi para ensinar o conceito de número na reta numérica, a posição dos números na sequência numérica.*

Implícita a essa manifestação, percebe-se que o objetivo do cartaz é o ensino do conceito de número contextualizado matematicamente, isto é, numa posição na reta numérica, em uma sequência infinita.

ED traz mostras de sua formação nos moldes do ensino tradicional, com perspectivas de superações.

*ED — (...) a partir do momento que a gente domina a teoria e aonde que ele (Davydov) quer chegar, há condições de pensar outras atividades que se aproximem mais das nossas crianças, da nossa realidade.*

Vale destacar a importância dada por ED à formação teórica do professor e sua influência no processo de ensino e desenvolvimento dos alunos que, segundo Davydov (1988), está ligado à fundamentação das disciplinas escolares. O conteúdo e o método

(organização dos meios) de ensino têm importância, por determinar o tipo de pensamento que se desenvolve nas crianças, durante a assimilação dos correspondentes conhecimentos.

## **5. Relação entre Pensamento empírico e Pensamento teórico**

Segundo Davydov (1988. p. 106), desde a antiguidade, na história da filosofia, se apresentam as reflexões sobre dois tipos de pensamento. Um deles é o pensamento empírico, definido como aquele “(...) *orientado a separar e registrar os resultados da experiência sensorial*”. O outro, o pensamento teórico, consiste “*em revelar a essência dos objetos, as leis internas de seu desenvolvimento*”.

Nos séculos XVIII e XIX, a teoria empírica foi transformada em conteúdo dos manuais e passou a influenciar a educação escolar. Por extensão, os processos didáticos dão destaque ao desenvolvimento do pensamento empírico por se limitar à comparação de dados sensoriais concretos, com o objetivo de separar as características gerais de objetos que permitem a sua classificação. Segundo o autor, tal teoria ainda influencia universalmente o ensino primário, uma vez que “*os estudantes gradualmente são levados às generalizações por meio da observação e o estudo do material concreto dado visualmente e captado sensorialmente*” (DAVYDOV, 1988, p. 103).

Essa perspectiva de ensino é questionada pelo referido autor por entender o papel incontestado da escola o desenvolvimento do pensamento teórico, que não se manifesta na identificação das peculiaridades externas dos objetos e materiais escolares, mas pela mediação do conhecimento científico. Para Davydov (1982), estão na base do pensamento teórico: a reflexão, a análise e o experimento mental. Trata-se, pois, de um processo orientado de forma tal que o estudante desenvolva as capacidades mais evoluídas construídas historicamente pelo homem.

A apropriação dessas capacidades é condição essencial para a formação do pensamento teórico que opera por meio de conhecimentos produzidos pela ciência, que “*se esforça para passar da descrição dos fenômenos ao descobrimento da essência, da conexão interna dos mesmos. Sabe-se que a essência tem um conteúdo diferente dos fenômenos e das propriedades dos objetos diretamente dados*” (DAVYDOV, 1988, p. 104).

O conteúdo captado sensorialmente, próprio dos conhecimentos cotidianos, tem, segundo Davídov (1987), sua finalidade na vida prática das pessoas, pois é indispensável aos afazeres do dia-a-dia, para as ações rotineiras de trabalho que envolve

as habilidades utilitário-empíricas. No entanto, o autor faz ressalvas à exclusividade de tal concepção de conhecimento e ensino que marcaram a escola de sua época:

Esta escola cultivava, apoiava e fixava nas crianças, em formas lógicas mais ou menos precisas, as leis do pensamento empírico racionalista discursivo, próprio da prática cotidiana do homem. Este pensamento tem um caráter classificador, cataloguizador e garante a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos sem relação com a natureza e a sociedade. (DAVÍDOV, 1987, p. 144).

Davydov (1982) justifica sua defesa pela prioridade aos conhecimentos científicos, por proporcionarem que a criança investigue a essência do “núcleo” das relações gerais, que determinam as particularidades do fenômeno em estudo. Em outras palavras, o estudante busca a fonte da qual se originam outros conhecimentos de natureza teórica. Ao se admitir o conceito teórico como centro do processo pedagógico, entra-se em choque com algumas pedagogias veiculadas nos meios educacionais e científicos brasileiros que defendem a prioridade às aplicações cotidianas.

Com base nesses pressupostos, faz-se, a seguir, a análise dos cartazes e falas dos professores, com atenção para as expressões referentes à segunda categoria – as relações entre o desenvolvimento do pensamento empírico e do teórico – apresentada em duas subcategorias: Expressões do ensino fundamentado nas proposições empíricas e Expressões do ensino fundamentado em Davydov.

## **6. Expressões do ensino fundamentado nas proposições empíricas**

Mesmo no momento da entrevista e sua transcrição, como também no momento de fotografar os cartazes, ocorriam os primeiros prenúncios de que as propostas dos professores que não adotam o sistema de ensino de davydoviano conservam, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os conhecimentos cotidianos que a criança recebeu antes de entrar na escola. Desse modo, *“leva à indiferenciação entre os conceitos científicos e cotidianos, à aproximação exagerada entre a atitude propriamente científica e a cotidiana entre as coisas”* (DAVÍDOV, 1987, p. 147).

Na escola, o conhecimento é apresentado *“em forma de abstrações verbais claras e sucessivamente desdobradas (a informação submetida ao professor é a forma mais geral de verificação dos conhecimentos)”*. Tal abstração deve estar *“correlacionada, pela criança, com uma imagem sensorial completamente definida e precisa”* (DAVYDOV, 1988, p. 148).

No que diz respeito ao conceito de número, o estudante é orientado para separar e

classificar agrupamentos, como por exemplo, ao observar dois objetos, abstrairá o que há de comum entre eles: a quantidade dois. As relações entre antecessor e sucessor ficam atreladas à representação quantitativa de cada número.

Tais posicionamentos didáticos, geradores do pensamento empírico, são expressos pelos entrevistados. Para o professor EE1, o ensino dos números se inicia por meio da:

*EE1 — (...) visualização, da observação dos números e de sua posição.*

Além disso, a ocorrência da aprendizagem do conceito de número é percebida quando o estudante reconhece o “numeral, a posição, a ordem”.

Isso, de acordo com Davydov (1988), é próprio do ensino que proporciona a apropriação apenas de significações externas, adquiridas por meio da observação direta do contexto cotidiano do qual a criança tem contato mesmo antes de entrar na escola. O caráter utilitário e empírico do conceito de número também é percebido nas manifestações do professor EE2, ao dizer que os números servem apenas para expressar a relação entre:

*EE2 — Quantidade e símbolo.*

O professor EP1 diz:

*EP1 — Material concreto, trabalhamos bastante para eles terem maior noção (...).*

Observou-se que o “material concreto” é um elemento didático fundamental no processo escolar de apropriação das noções do conteúdo a ser ensinado, referente ao conceito de número, que se centra somente nas quantidades, isto é, em uma particularidade do conceito. O uso do material concreto, da forma como entende EP1, traz o princípio de que a condição para aprender e desenvolver o pensamento conceitual é o seu caráter visual direto. Nesse sentido, Davydov (1988, p. 149) diz que:

(...) confirma, não simplesmente e não tanto a base sensorial dos conceitos, mas os reduz aos conceitos empíricos, constituintes do pensamento de tipo racionalista discursivo-empírico, classificador, em cuja base se encontra somente o reflexo das propriedades externas, sensorialmente dadas do objeto.

A redução ao conceito empírico de número, na proposta do professor EP1, não se explicita somente pelo uso de materiais, mas também de tarefas práticas e cotidianas:

*EP1 — (...) levo no supermercado, para eles estarem desenvolvendo e vendo os valores, com os números (...), (...) sempre que eu vou dar uma atividade em sala de aula, procuro mostrá-los que tem números em casa e em tudo o que for*

*comprar. Se é uma continha, procuro: mamãe foi ao mercado e comprou 15 laranjas ou balas, deu para o aluno, deu para alguém emprestado, mais 5, quantas sobraram? Para eles terem uma noção que tem que partir do concreto que eles vão aprender o trabalho com os números.*

As afirmações acaloradas do professor alimentam a sua convicção de que os elementos cotidianos são a base do conceito de número e, por extensão, tem sua natureza empírica. Porém, pela Teoria Histórico-Cultural, o processo de ensino da Matemática não pode “(...) basear-se nos elementos sensoriais da experiência” (BOGOYAVLENSKY e MENCHINSKAYA, 1991, p. 54).

Os conteúdos propostos por EP2, no segundo ano escolar, continuam fundamentados no ensino da aritmética. A diferença em relação ao primeiro está na ampliação dos números em termos de quantidade, que passa de cem para mil (figura 5). Mas prevalecem: a escrita dos números por extenso e o caráter lúdico, por entender que a criança necessita associar os números a figuras, animais e objetos.

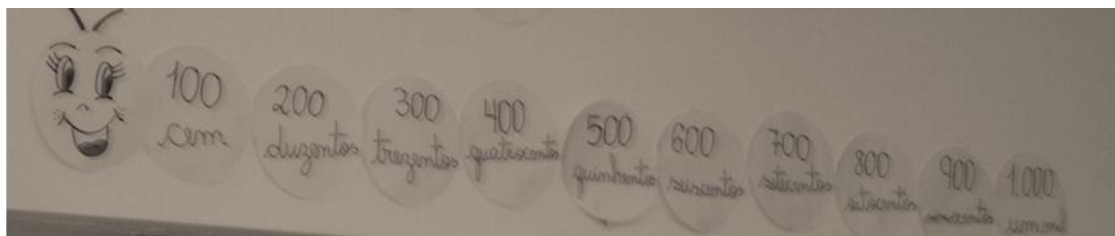


Figura 5: Cartaz utilizado para o ensino do conceito de número

Fonte: Acervo do professor EP2

Ao responder o questionamento referente ao modo de ensinar os números, EP2 adjetiva o ensino como “*mais puxado*” por se tratar de uma escola particular. Esse nível de exigência é justificado pelos conhecimentos das crianças:

*EP2 — Elas sabem de casa os números até quantidades elevadas. E reafirma sua posição do ensino de melhor qualidade: (...) elas sabem mais porque como é Escola Particular, (...) igual os meus aqui eles aprenderam até mil (...).*

Além disso, a cobrança, por parte dos pais e da direção, é mais intensa para que os estudantes se estendam com rapidez na sequência numérica e na sua contagem. Mesmo com tais vantagens apresentadas por EP2, há uma adequação ao que Davídov (1987) denomina de ensino tradicional, pois as crianças aprendem apenas aquilo que são capazes de apropriar numa determinada idade, isto é, atender unicamente as possibilidades formadas e presentes dos estudantes. Como diz Davídov (1987), amplia-se o volume do conteúdo a ser ensinado, anualmente, mas sem a avaliação da qualidade



que proporciona para a formação do pensamento matemático.

Em qualquer manual ou guia de didática se pode encontrar a tese de que nas séries do nível médio “se **complica** o conteúdo”, “**umenta** o volume” dos conhecimentos que as crianças recebem, “**mudam** e se **aperfeiçoam** as formas” dos conceitos. Isto é justo, mas não se analisam de maneira detalhada as modificações internas do “conteúdo e da forma” do ensino. Estas modificações são descritas apenas como quantitativas; não se identifica, por exemplo, a peculiaridade qualitativa dos conhecimentos que se obtêm nas primeiras séries (mas que já se diferenciam da experiência anterior à escola) e os que se devem dividir em quarta e quinta séries e, logo, em nona e décima (DAVÍDOV, 1987, p. 147).

O professor EM1, ao se referir às tarefas de ensino, diz que elas focam a noção de quantidade:

*EM1 — (...) a quantidade, o número e a quantidade, séries iniciais como já trabalho o pré dessa forma, a metodologia (...).*

Essa fala explicita a não-diferenciação entre os conteúdos e os métodos de ensino, se comparado com a pré-escola. Há uma continuidade na passagem de um nível para outro da organização do sistema educacional brasileiro: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Davídov (1987) também admite a vinculação do ensino com os conhecimentos prévios da criança, mas de forma que ela perceba o caráter novo deste processo e de seu conteúdo. Ao entrar no primeiro ano escolar, o aluno deve sentir que os conceitos em apropriação têm um papel fundamental na formação de seu pensamento, o que ocorre pelos conceitos científicos.

O professor EM1 propõe que os estudantes executem tarefas sobre o conceito de número num contexto de outro componente conceitual: as operações aritméticas.

*EM1 — (...) uma introdução na adição e na subtração (...).*

Ao mesmo tempo, ele prevê o que compete ao professor do segundo ano:

*EM1 — (...) no 2º vai tudo, trabalhar com eles a adição, a subtração; vai trabalhar a multiplicação, a divisão, mas tem que contextualizar com a realidade deles, porque vai trabalhar adição, vai trabalhar dois mais dois. Mas a criança não sabe o que é, tem que dar probleminhas para resolverem (...).*

Ele é enfático em relação ao modo como a criança aprende o conceito de número: contextualizado com a realidade. Em suas palavras: “*Sempre contextualizando com a realidade deles*”. No entanto, pode correr o risco de se cair num ensino de conceitos exclusivamente cotidianos que, segundo Giardinetto (1997, p. 117), descaracteriza a

prática educativa “(...) *entendida enquanto elemento mediador da formação do indivíduo*”.

As falas dos professores apresentam componentes comuns para o ensino de número: uso de material concreto, base nos conceitos cotidianos e na realidade das crianças, o que traduz somente perspectiva aritmética. Quanto à peculiaridade das significações aritméticas, vale reafirmar que ela propicia um vazio conceitual.

Sendo assim, o ensino proposto pelos professores EP1, EP2, EM1, EE1 e EE2 traduz-se em desenvolvimento do pensamento empírico dos estudantes, o que se justifica pelos componentes priorizados no processo de ensinar o conceito de número: situações do cotidiano, o associacionismo entre objetos e a escrita numérica (numeral).

## **7. Expressões do ensino fundamentado em Davydov**

Para Davydov (1987), todo o ensino deverá conservar a vinculação entre os conceitos, bem como a sucessão entre eles, porém num processo pedagógico diferente do ensino tradicional. Com o ingresso na escola, a criança deve sentir-se diante de um contexto conceitual de caráter novo, distinto daqueles da experiência pré-escolar. Trata-se de conceitos científicos que, para a sua apropriação, requer um procedimento distinto e novo daquele que prioriza o ensino de número na sequência: zero, um, dois...

A proposta de Davydov (1988) estabelece que sejam dadas às crianças as condições para que efetuem as transformações específicas dos objetos e fenômenos. Como decorrência, as propriedades internas do objeto são modeladas, recriadas e se convertem em conteúdo do conceito. Essas ações, que revelam e constroem a conexão essencial e geral dos objetos, servem de fontes para os conceitos científicos que promovem o desenvolvimento do pensamento teórico.

O cartaz (figura 6), conforme o professor ED, expressa outra compreensão de ensino do conceito de número, como síntese de medida de grandezas contínuas. A exposição do referido professor, que se orienta em Davydov, explicita que os números assumem a significação de medida e, por isso, apresentam as seguintes características: são representados geometricamente, na reta numérica; cada unidade é um segmento de reta, isto é, uma parte da reta; os pontos são o lugar geométrico de cada número. Assim sendo, o conceito de número é desenvolvido no sistema escolar como um todo contínuo, o que é indicativo de incompatibilidade com o ensino tradicional que o concebe como partes discretas. Desse modo, o ensino proposto pelo professor ED contempla as significações geométricas, de forma inter-relacionada com as significações aritméticas.

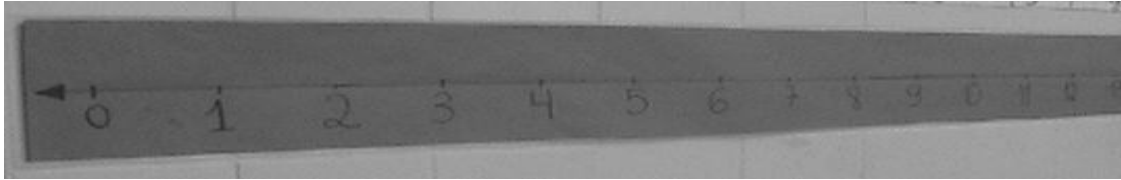


Figura 6: Cartaz utilizado para o ensino do conceito de número

Fonte: Acervo do professor ED

O professor diz:

*ED — Os cartazes que a gente fez foi para ensinar o conceito de número na reta numérica, a posição dos números na sequência numérica (...).*

Implícita à manifestação, percebe-se que o objetivo do cartaz é o ensino do número contextualizado matematicamente na reta numérica, em uma sequência infinita. Essa é outra diferença em relação ao ensino tradicional em que a primazia é para as contextualizações cotidianas em detrimento das contextualizações Matemáticas. Ou seja, retira-se o número do seu lugar matemático para colocá-los no dia-a-dia das crianças. Davydov não nega a necessidade das aplicações dos conceitos, desde que considerados particularidades ou consequência e não como ponto de partida do ensino.

De acordo com ED, a utilização da reta numérica pelos estudantes é importante, pois

*ED — Serve para eles pesquisarem todos os dias de aula de Matemática, nas tarefas envolvendo adições, subtrações, sucessores e antecessores. Eles se apoiam na reta para ter certeza, para confirmar.*

É, pois, referência para os procedimentos matemáticos. Por exemplo,

*ED — Em determinada tarefa as crianças faziam o cálculo mental e, depois, observam a reta para confirmar o resultado.*

Esse professor faz a distinção entre o referido cartaz e aquele confeccionado antes de estudar e desenvolver a proposta de Davydov.

*ED — Os cartazes que a gente fazia antes, nós colocávamos só o número e a quantidade, hoje eu vejo como eles eram pobrezinhos (...).*

O conteúdo que a criança aprende com o ensino proposto por Davydov se difere do conteúdo no ensino tradicional tanto em termos quantitativos como qualitativos. Ou seja, aumenta a quantidade de números ensinados e a qualidade, pela fundamentação matemática que proporciona aos estudantes a formação e desenvolvimento do pensamento teórico.

As repostas de ED são coerentes no que diz respeito ao conteúdo ensinado:

*ED — (...) nesse processo está tudo muito ligadinho, vai passando para a representação na forma geométrica que são os segmentos e as retas. (...) Depois do geométrico passa para o algébrico com uso das letras e igualdade, para depois o aritmético, que é o número que a gente introduzia no começo, antes de conhecer a proposta de Davydov. Então, veja como a caminhada é mais longa e amplia a noção de número mesmo (...).*

Ao transitar pelas significações dos três campos da Matemática (álgebra, geometria e aritmética) e contemplar as representações algébricas, o ensino contribui para que o estudante, desde cedo, passe a desenvolver o pensamento matemático em nível superior, pois, segundo Vigotski (2000, p. 267):

(...) o domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos.

Novamente, identifica-se uma diferença em relação ao ensino dos professores EE1, EE2, EP1, EP2 e EM1, em que tais significações são apresentadas por meio de uma sequência fragmentada que inicia com as significações aritméticas e nelas permanecem. Desse modo, a exposição de ED traduz a expectativa admitida nas pesquisas de Davídov (1987, p. 155):

(...) os dados já obtidos dizem que está completamente justificada a hipótese sobre a perspectiva fundamental da escola futura, perspectiva que consiste em formar nos educandos, desde os níveis iniciais, o fundamento do pensamento teórico como capacidade importante de uma personalidade criativa desenvolvida multilateralmente.

Mas para tanto, ao estruturar o sistema de ensino, é necessário que se tenha como princípio que, mesmo no primeiro ano, o aluno adquira a concepção de número real. Este, segundo Davydov (1982), é o conhecimento teórico, em relação ao conceito de número, que tem ligação com a ideia de medida. Para tanto, o sistema de tarefas foge dos padrões daquelas apresentadas aos alunos que estabelecem como conteúdo primeiro o número natural. A preocupação inicial não é a sequência numérica e a escrita dos signos, mas a ideia de valor e suas relações de igualdade e desigualdades.

Para tanto, as tarefas envolvem a comparação (comprimento, área, massa, volume), que são identificadas e representadas, pelo estudante, inicialmente, por tiras, depois por segmentos, posteriormente, por letras e signos. Momento em que o estudante faz anotações do tipo  $a = b$ ,  $a > b$  e  $a < b$ . O conceito de número é introduzido como relação

multiplicativa, traduzida por  $a/c = n$ , onde  $n$  é qualquer número,  $c$  é uma medida e  $a$  uma medida múltipla de  $c$ .

## **Considerações finais**

Seria ingenuidade dizer que a adoção do sistema de ensino de Davydov transcorre sem dificuldades por parte dos alunos e professores. É possível observar em uma das falas anteriores de ED o questionamento a respeito dos desafios ao implantar a referida proposta. Por isso, suas interrogações voltam-se para um paralelismo entre a realidade educativa da criança brasileira e a russa. Ela supõe que a criança russa está preparada para se inserir naquele sistema de ensino. Porém, o próprio Davydov (1982) diz que ocorrem situações de obstáculos similares àqueles do ensino tradicional. Mas, com as superações os alunos ficam em nível de pensamento teórico, em vez de abstrações puramente empíricas.

As análises articuladas em bases teóricas permitem expressar a síntese de que os professores que não adotam o Sistema de Ensino de Davydov explicitam que o número é apresentado, aos seus estudantes, com características próprias de conceitos cotidianos, com base nas significações aritméticas. As tarefas de ensino consistiam em: separação e classificação de objetos soltos; contagem desses objetos, considerados materiais concretos; problemas, envolvendo situações do cotidiano dos estudantes; ênfase na relação entre numeral e quantidade; continuidade, de forma repetitiva, dos conceitos ensinados nos anos anteriores; predomínio das significações aritméticas e desenvolvimento do pensamento empírico.

O desenvolvimento de uma nova concepção de educação e a apropriação de um novo sistema de ensino implica opção por mudanças e assumir oportunidades que se apresentam para tal. Isso significa que requer um processo educativo de formação profissional para a docência, como ocorreu, por exemplo, com o professor ED, que se fundamenta em Davydov.

Como consequência, desenvolve em sala de aula um ensino de número que proporciona a seus estudantes: a relação de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas; a contagem de grandezas discretas e contínuas; os problemas que focam a relação geral de suas resoluções, independentemente das aplicações; a ênfase na relação entre grandezas; o caráter novo do conhecimento em cada ano escolar; a inter-relação entre as significações algébricas, geométricas e aritméticas e o desenvolvimento do pensamento

teórico.

Mesmo com os esforços para propiciar um ensino que entenda de qualidade, os professores EE1, EE2, EP1, EP2, EM1 conduzem seus estudantes à apropriação dos conceitos cotidianos e à formação do pensamento empírico. Por sua vez, o professor ED fundamenta-se nos conceitos científicos, o que possibilita, segundo Davydov, a formação do pensamento teórico. Esse enfoque conceitual, conforme Davydov (1982, p. 436), permite estreitar o divórcio entre a álgebra, a geometria e a aritmética. Os alunos resolvem equações e identificam as propriedades dos números desde o primeiro ano escolar, sem o “concretismo” veiculado nos meios educacionais.

A proposta de Davydov contribui para uma perspectiva radical de organização do ensino. No entanto, não se pode afirmar, caso fizéssemos seria ingenuidade, que a adoção do referido sistema de ensino transcorre sem dificuldades por parte dos estudantes. Davydov (1982) diz que ocorrem situações de obstáculos similares àqueles do ensino tradicional. Porém, com as superações os estudantes ficam em nível de pensamento teórico em vez de abstrações puramente empíricas.

## Referências

- BOGOYAVLENSKY, D. N. e MENCHINSKAYA, N. A. (1991). Relação entre aprendizagem e desenvolvimento psico-intelectual da criança em idade escolar. In: LURIA, A. R.; et al. **Psicologia e Pedagogia: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento**. São Paulo: Moraes.
- DAVÍDOV, V. V. (1987). Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS**. Moscú: Progreso. pp. 143-155.
- DAVYDOV, V. V. (1988). Problemas do ensino desenvolvimental: A experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Trad. de José Carlos Libâneo. **Educação Soviética**, N° 8, agosto.
- \_\_\_\_\_. **Tipos de generalización en la enseñanza**. (1982). 3ª ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación. P. 485.
- DUARTE, N. (2001). **Vigotski e o “aprender a aprender”**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. São Paulo: Autores Associados. p. 88.
- FIORENTINI, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké** - Revista do Círculo de Estudo, Memória, e Pesquisa em Educação Matemática. Ano 3, n.4, mar, pp. 1-35.
- GIARDINETTO, J. R. B. (1997). **O fenômeno da supervalorização do conhecimento**

**cotidiano em algumas pesquisas da educação matemática.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos.

JARDINETTI, J. R. B. (1996). O abstrato e o concreto no ensino da matemática: algumas reflexões. **Bolema**, ano 11, nº 12, pp. 45-57.

VIGOTSKI, L. S. (2000). **A construção do pensamento e da linguagem.** Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes.

\_\_\_\_\_. (2001). **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes. 496p.

\_\_\_\_\_. (2003). **A formação social da mente.** Trad. de Neto J. C. et al. São Paulo: Martins Fontes. p. 191.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. (1997). **Математика, 1-Класс.** Москва: Мпрос - Аргус. 224p.