

Desatando os nós do Sistema de Numeração Decimal: investigações sobre o processo de aprendizagem dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental a partir de questões do SAEB/Prova Brasil ¹

Unfastening the knots of the Decimal Number System: Investigations about the learning process of the students in the 5th year of Elementary School from questions of the SAEB/Brazil Exam

JANAINA PINHEIRO VECE²
SIMONE DIAS DA SILVA³
EDDA CURI⁴

Resumo

Este artigo, que é parte de estudos desenvolvidos no âmbito de um Projeto de Pesquisa financiado pela CAPES relativo ao Programa Observatório da Educação, tem como objetivo apresentar uma análise das respostas de alunos de 4ª série/5º ano a algumas questões da Prova Brasil e a outras, elaboradas pelo grupo de pesquisa, envolvendo os números naturais. O procedimento de análise de conteúdo foi realizado à luz de autores que tratam desse tema. Entre os resultados, destacamos que o ensino dos números naturais é um problema didático que merece atenção tanto no contexto escolar, quanto em pesquisas destinadas ao processo de aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal nos anos iniciais do ensino fundamental.

Palavras-chave: *aprendizagem; números naturais; Prova Brasil.*

Abstract

This article, which is a part of research developed in a Research Project funded by CAPES for the Program Observatory of Education which has the objective to present an analysis of the responses of students in 4th grade and 5th grade about some issues SAEB/Brazil Exam and another analysis procedure was accomplished using studies of authors who studying the teaching of this theme. Among the results, we emphasize the teaching of natural numbers is a didactic problem which deserves attention in situations of teaching and in research for the teaching and learning of the Decimal Numbering System in the early years of elementary education.

Keywords: *learning; natural numbers; Brazil Exam.*

¹ Apoio: CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)

² Mestre no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, SP. Brasil. jpvece@gmail.com

³ Mestre no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, SP. Brasil. sidisirosa@gmail.com

Introdução

Este artigo é fruto de investigações desencadeadas no âmbito do Programa Observatório da Educação, que conta com o apoio financeiro da CAPES para o projeto denominado “Prova Brasil de Matemática: revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para formação de professores”.

Com a coordenação da Profª Dra. Edda Curi, o apoio da CAPES e da UNICSUL, o grupo de pesquisa CCPPM⁵, formado por professores da rede pública do ensino fundamental de São Paulo, estudantes de graduação, mestrandos e doutorandos, reúne-se para pesquisar problemas acerca do processo de ensino e aprendizagem de Matemática e, especificamente, as implicações que podem acarretar nos resultados da Prova Brasil.

Os dados para o estudo foram coletados pelos professores pesquisadores nas escolas em que atuam e que são instituições colaboradoras do projeto. No total são seis escolas envolvidas, das redes municipal e estadual de São Paulo.

A partir deste artigo, temos o intuito de disseminar parte dos resultados alcançados na primeira etapa do projeto, no qual o grupo se dedicou a investigar o que os alunos da 4ª série/5º ano das escolas colaboradoras pensam a respeito do sistema de numeração decimal, quando realizam questões do SAEB/Prova Brasil⁶ divulgadas pelo INEP⁷.

Considerando que, com o avanço nos estudos e nas pesquisas, surgem novos conhecimentos e indagações, realizamos um levantamento cronológico das principais fontes teóricas, como Piaget (apud KAMII; LIVINGSTON, 1995), Kamii e Livingston (1995), Fayol (1996) e Lerner e Sadovsky (1996), que versam sobre o ensino e a aprendizagem das noções numéricas pelas crianças.

Ao pesquisar os estudos de Constance Kamii e Livingston (1995) - discípulos de Piaget

⁴ Doutora em Educação Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, SP. Brasil. edda.curi@cruzeirodosul.edu.br

⁵ CCPPM – Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática.

⁶ Neste texto, ao nos referirmos às questões de avaliações do Sistema de Avaliação do Ensino Básico do Brasil, usamos SAEB/Prova Brasil porque, quando as questões são de avaliações anteriores a 2005, elas são do antigo Sistema de Avaliação do Ensino Básico e eram denominadas “questões do SAEB”. Com as reformulações ocorridas a partir de 2005, a prova que compõe o Sistema de Avaliação Básico é denominada Prova Brasil. Maiores detalhes sobre o SAEB e a Prova Brasil estão em outras produções deste grupo de pesquisa, publicadas no XIII CIAEM, como Avaliação na educação básica: um estudo teórico sobre a Prova Brasil, de autoria de Márcia Helena Marques Rabelo e Eliane Matheus Plaza (RABELO; PLAZA, 2011).

⁷ INEP: Instituto Nacional de Pesquisas Anísio Teixeira.

-, contatamos muitas semelhanças entre os autores. Seus estudos implicam na compreensão do pensamento infantil e o desenvolvimento lógico-matemático. A contribuição desses autores focaliza a gênese do número na criança, quando quantifica, e as relações estabelecidas nesse processo.

Na óptica piagetiana, o que é abordado como objeto de pesquisa não é o sistema de numeração decimal, e sim o sujeito e sua interação com o meio. Os estudos psicogenéticos mostram que o número é eminentemente construído a partir do conhecimento lógico-matemático do sujeito. A aquisição das noções de ordem e inclusão hierárquica, classificação e seriação são exemplos de abstrações empíricas e reflexivas que contribuem para a construção das primeiras noções de número pela criança. No entanto, outros dois tipos de conhecimento também são necessários para esse processo, sendo eles o conhecimento físico e o social.

[...] A estrutura do sistema de numeração decimal é uma convenção de natureza arbitrária, cuja aprendizagem exige tanto a transmissão social de aspectos convencionais, que é antes de tudo social, como a construção pelo próprio sujeito das operações inerentes a esta estrutura. (BRANDT, 2005, p.59)

Apesar de fazer alusão aos conceitos piagetianos, Fayol (1996), preocupado com a influência linguística no processo de aquisição do número, contribui, ao revelar que os conhecimentos apresentados pelas crianças são originários do meio social e da própria organização do objeto de reflexão, ou seja, do sistema de numeração decimal. As implicações que o valor posicional estabelece no processo de decodificação e codificação do número são exemplos que explicitam tal preocupação.

Pesquisas mais recentes, como a de Lerner e Sadovsky (1996), assumem o sistema de numeração decimal como um problema didático. Inspiradas nas teorias psicogenéticas, ao investigar o processo de construção da notação numérica por crianças que ingressam no ensino fundamental, as autoras afirmam que, *“como a numeração escrita existe não só dentro da escola, mas também fora dela, as crianças têm oportunidade de elaborar conhecimentos acerca deste sistema de representação muito antes de ingressar na primeira série”* (LERNER; SADOVSKY, 1996, p.74).

Nesta revisão bibliográfica verificou-se que os teóricos apresentam semelhanças como: a faixa etária dos sujeitos investigados, que varia de 4 a 7 anos, e o foco nos processos de quantificação, recitação, comparação, leitura e escrita dos números. No entanto,

Fayol (1996) e Lerner e Sadovsky (1996) destacam que a numeração escrita é de uso social; e que as crianças elaboram conhecimentos sobre esse sistema antes de frequentarem a escola e têm hipóteses sobre a escrita numérica, o que nos parece particularmente interessante.

Mediante as considerações teóricas e os propósitos do grupo de pesquisa, nos deparamos com o seguinte desafio: Investigar o que os alunos da 4ª série/5º ano revelam, ao resolver questões propostas em avaliações do SAEB/Prova Brasil, a partir das competências e habilidades descritas na escala do SAEB sobre o Sistema de Numeração Decimal.

1. Metodologia de pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida ao longo do primeiro semestre de 2011. As etapas implicaram no levantamento teórico sobre o ensino do Sistema de Numeração Decimal; na análise documental e nas questões de Matemática da 4ª série/5º ano do SAEB/Prova Brasil, divulgadas em documentos do INEP sobre o tema matemático em questão; na elaboração de questões abertas sobre esse tema; e por fim, na análise das respostas apresentadas pelos alunos de 4ª série/5º ano.

Realizamos uma pesquisa qualitativa e, entre os procedimentos utilizados, recorreremos à análise de conteúdo. Segundo Bardin (2007, p.33), *“a análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens”*. Para analisar o conteúdo das respostas explicitadas pelos alunos, utilizamos os três procedimentos de Bardin (2007):

1. A pré-análise: fase que envolveu o primeiro contato com os questionários respondidos pelos alunos, assim como a escolha de alguns que comporiam a análise sistemática;
2. A exploração do material: após a escolha dos documentos, passamos para o processo de decodificação e categorização das análises, a partir da frequência das respostas;
3. Tratamento dos resultados obtidos e interpretação: fase em que os resultados brutos foram condensados e revelados, de acordo com as informações oferecidas pela análise.

Buscamos na análise de conteúdo a possibilidade de descrever, analisar e interpretar o sentido que cada aluno atribuiu às respostas das questões relativas ao sistema de numeração decimal. Dessa forma, a frequência de respostas e procedimentos semelhantes, entre os alunos, implicou diretamente nas inferências dos pesquisadores.

Nesse aspecto, Bardin (2007, p.34) ressalta que “*a intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou eventualmente, de recepção), inferência esta que ocorre por indicadores (quantitativos ou não)*”.

Considerando as condições de categorização oferecidas por Bardin (2007), nesta pesquisa serão apresentados dados qualitativos e quantitativos, atendendo ao contexto de análise.

2. Desenvolvimento

O percurso da pesquisa e a organização do trabalho em suas etapas serão descritos a seguir, de modo a abarcar nosso objetivo: investigar o que os alunos da 4ª série/5º ano revelam – a partir das competências e habilidades descritas na escala do SAEB – acerca do sistema de numeração decimal.

2.1 Etapa 1: Análise documental de publicações do INEP que apresentam questões do SAEB/Prova Brasil relativas ao sistema de numeração decimal e escolha das questões

Esta etapa foi direcionada ao estudo do documento *Orientações para o professor – SAEB/Prova Brasil de Matemática* (BRASIL, 2009b), publicado pelo INEP em 2009 e à escolha das questões para a pesquisa de campo.

A partir da análise do documento, estudamos especificamente: os descritores da Prova Brasil que envolvem os Números Naturais; as questões e seus descritores; os distratores; e as variáveis didáticas envolvidas; e os prováveis erros dos alunos.

O documento citado destaca os 28 descritores da Matriz de Referência de Avaliação em Matemática para 4ª série/5º ano, que foram publicados em 2001 e ainda hoje subsidiam o SAEB.

Segundo o documento, o descritor é o detalhamento de uma habilidade cognitiva – sempre ligada a um conteúdo que o estudante deve dominar nessa etapa de escolarização-, em termos de grau de complexidade. Os descritores são expressos da forma mais detalhada possível, para que possibilitem a elaboração de uma questão de avaliação e permitam a mensuração por meio de aspectos observáveis. Um descritor

pode originar várias questões.

Ainda segundo o documento, cada questão de avaliação, denominada “item”, é organizada em forma de teste, com quatro alternativas. Uma delas, a correta, é denominada de “gabarito”, e as outras, que podem indicar possíveis erros cometidos na resolução da questão, são denominadas “distratores”.

Identificamos abaixo os descritores utilizados na elaboração das questões do SAEB/Prova Brasil, disponibilizados no documento estudado:

D13 - Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

D15 - Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.

D16 – Reconhecer a composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial. (BRASIL, 2009a, p.19)

Após a leitura e a discussão do material, selecionamos algumas questões, de acordo com cada descritor escolhido, que foram aplicadas aos alunos das seis escolas envolvidas. As questões abordam basicamente a compreensão do sistema de numeração decimal em situações de leitura e escrita, por meio da contextualização e da descontextualização do conteúdo. Apresentamos a seguir o Quadro 1, com essas questões e os descritores que subjazem a elas:

Quadro 1 - Questões selecionadas para aplicação e seus respectivos descritores

QUESTÃO	DESCRITOR
O número 5 001 é igual a a) $500 + 1$ b) $500 + 10$ c) $5\ 000 + 1$ d) $5\ 000 + 10$	D15 - Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
O número 1.908 pode ser decomposto como a) $1.000 + 900 + 8$ b) $1.000 + 90 + 80$ c) $1.000 + 90 + 8$ d) $1.000 + 900 + 80$	
O número natural formado por $10.000 + 2.000 + 900 + 6$ é a) 1 296 b) 12 906 c) 12 960 d) 12 096	D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
Maria tem 5 039 envelopes. Ela quer guardá-los em caixas em que só cabem 100 envelopes. Ao término do trabalho, quantas caixas e qual a sobra de envelopes que ela terá? a) 5 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes. b) 50 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes. c) 53 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes. d) 503 caixas com 100 envelopes e sobra de 9 envelopes.	D13- Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

FONTE: INEP (2009, p.9)

As questões selecionadas direcionam a investigação das características implícitas na compreensão do sistema de numeração, ou seja, no valor posicional dos algarismos a partir da composição e da decomposição do número.

Após o aprofundamento teórico e o estudo da Matriz de Referência de Avaliação do SAEB, os professores pesquisadores aplicaram as questões nas turmas de 4ª série/5º ano das escolas colaboradoras.

2.2 Etapa 2: Análise das respostas dos alunos

A análise das respostas dos alunos nos testes envolveu, de acordo com o procedimento da análise de conteúdo, em seu aspecto quantitativo. A abordagem justifica-se pela frequência das respostas, ou seja, pela observação de quais distratores apareceram significativamente como resposta apontada pelos alunos. A partir dessa análise, organizamos as respostas em três categorias, que permitem investigar a decomposição e composição do número em situações isoladas e contextualizadas.

2.2.1 Sobre a decomposição do número

Esta categoria envolve a habilidade dos alunos em reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens. Selecionamos duas questões, que trouxeram revelações interessantes.

Observamos no Quadro 2, a seguir, a questão e a quantidade de respostas por alternativa dos 378 alunos pesquisados:

Quadro 2 - Dados relativos à questão 1

1) O número 5 001 é igual a

- A) $500 + 1$
- B) $500 + 10$
- C) $5\,000 + 1$
- D) $5\,000 + 10$

A	121
B	29
C	222
D	6

Quantidade de respostas dos alunos, por alternativa, para a questão 1

De acordo com a tabulação, a frequência de indicadores às respostas permite identificar que 58,8% dos alunos acertaram a questão. No entanto, o distrator (A) é indicado por 32% dos alunos, um percentual significativo, passível de análise.

Inferimos que este percentual de alunos atentou apenas para a representação explícita do número por justaposição, ou seja, os alunos optaram pela alternativa (A) em razão, simplesmente, do agrupamento do número 500 com o 1, o que revelou forte apoio na notação numérica apresentada no enunciado, e não na compreensão do valor posicional.

Relacionamos a dificuldade desses alunos à posição do zero entre os algarismos, que, numa escrita numérica, gera maiores entraves em situações de leitura e escrita de números com ordem de grandeza na classe dos milhares.

A análise da primeira questão pode ser confirmada quando observamos que esses mesmos 378 alunos responderam à segunda questão, apresentada a seguir, no Quadro 3:

Quadro 3 - Dados relativos à questão 2

2) O número 1.908 pode ser decomposto como	A	277
a) 1.000 + 900 + 8	B	27
b) 1.000 + 90 + 80	C	58
c) 1.000 + 90 + 8	D	16
d) 1.000 + 900 + 80		

Quantidade de respostas dos alunos, por alternativa, para a questão 2

O Quadro 3 revela que 73,3% dos alunos acertaram a questão; no entanto, o distrator (C) é indicado como alternativa correta por 15,3% dos alunos, índice maior do que os demais distratores. Sendo assim, a análise realizada na primeira questão pode ser confirmada, pois novamente a notação numérica apresentada no enunciado prevaleceu como apoio para a resposta dos alunos e confirmou-se a dificuldade na compreensão do valor posicional do zero intercalado.

Lerner e Sadovsky (1996) apontam dificuldades das crianças na compreensão do valor posicional do algarismo no número. As pesquisadoras afirmam que a posição dos algarismos cumpre uma função relevante no sistema de numeração decimal, por ele ser posicional. Nesse caso, o valor que um algarismo representa depende da posição em que ele está localizado e pode ser obtido multiplicando esse algarismo por determinada potência na base dez.

Algumas pesquisas – como as de Silva (2009, 2010) – realizadas no âmbito do grupo de pesquisa CCPPM mostram que professoras dos anos iniciais do ensino fundamental

também têm dificuldades com a posicionalidade do sistema de numeração decimal e com as relações que existem por trás desta, para a formação do número. Mostram ainda que, talvez por suas dificuldades com relação às características desse sistema numérico, as professoras trabalham de forma tradicional, “separando os números em casinhas” para efetuar as operações fundamentais.

2.2.2 Sobre a composição do número

As respostas dos alunos nesta categoria envolvem a análise da habilidade em compor números naturais. Vejamos a seguir a questão aplicada e a tabulação das respostas:

Quadro 4 - Dados relativos à questão 3

3) O número natural formado por $10.000 + 2.000 + 900 + 6$ é	A	67
a) 1 296	B	244
b) 12 906	C	26
c) 12 960	D	41
d) 12 096		

Quantidade de respostas dos alunos, por alternativa, para a questão 3

Nota-se que o índice de erro nesta questão aumentou consideravelmente em relação à habilidade de decompor números naturais: 17,7% dos alunos indicaram o distrator (A) como correto.

Os aspectos quantitativos revelam que os alunos que erraram a questão apresentam dificuldades na composição do número na ordem da dezena de milhar, o que nos leva a considerar que a construção do conceito acerca do valor posicional não é linear, mas, sim, desestruturado na ampliação da grandeza numérica. A compreensão das crianças das noções de agrupamentos e de contagem de agrupamentos é gradativa e parece desenvolver-se primeiramente com números da ordem das dezenas. Tal compreensão se amplia à medida que se faz um trabalho com números de diferentes grandezas, para possibilitar aos alunos a percepção de que as características do sistema de numeração decimal podem ser generalizadas para números de qualquer ordem.

Outro fator importante que também apareceu nas questões envolvendo a decomposição do número se refere à compreensão da posição do zero, que inclusive, se revelou como principal dificuldade entre os alunos pesquisados.

2.2.3 Sobre as características do sistema de numeração decimal e a resolução de problemas

Além de questões “descontextualizadas” acerca das características do sistema de numeração, também foi aplicada uma questão contextualizada, envolvendo uma situação-problema, cuja resolução poderia ser apoiada em conhecimentos como o uso de agrupamentos e trocas na base dez e na compreensão sobre o princípio do valor posicional.

Se, nas questões “descontextualizadas”, o índice de acerto foi considerável, a aplicação desse conhecimento em situações-problema, conforme tabulação exposta no Quadro 5, a seguir, revelou muitas dificuldades:

Quadro 5 - Dados relativos à questão 4

4) Maria tem 5 039 envelopes. Ela quer guardá-los em caixas em que só cabem 100 envelopes. Ao término do trabalho, quantas caixas e qual a sobra de envelopes que ela terá?	A	101
	B	141
a) 5 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.	C	50
b) 50 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.	D	86
c) 53 caixas com 100 envelopes e sobra de 39 envelopes.		
d) 503 caixas com 100 envelopes e sobra de 9 envelopes.		

Quantidade de respostas dos alunos, por alternativa, para a questão 4

De acordo com os dados quantitativos, apenas 37,3% dos alunos acertaram o problema, sendo que 26,7%, índice considerável, indicaram a alternativa (A) como a resposta correta.

A ocorrência do distrator (A) nas respostas faz-nos refletir e confirmar alguns indícios já verificados anteriormente. Neste caso, os dados qualitativos, referentes aos registros escritos, auxiliaram na interpretação do raciocínio utilizado pelo aluno na resolução do problema. Apresentamos, nos Quadros 6 e 7, um registro comumente feito pelos alunos.

Quadro 6: Dados relativos à questão 5

Procedimento 1	
500	100
- 500	5
<hr/>	
0039	

Quadro 7: Dados relativos à questão 5

Procedimento 2	
100	+
100	
<hr/>	
200	+
100	
<hr/>	
300	+
100	
<hr/>	
400	+
100	
<hr/>	
500	

Destacamos que o descritor 13 – permite avaliar a aplicação das características do sistema de numeração decimal também a situações-problema, a partir do uso de estratégias que envolvem agrupamentos e trocas na base dez. No entanto, muitos alunos recorreram ao algoritmo da divisão para resolver a questão, e não ao recurso de agrupamentos e trocas do sistema de base decimal.

Nesta questão, o índice de erro foi considerável: o registro comumente feito pelos alunos, revela que a maioria recorreu ao algoritmo da divisão para a resolução, e o zero intercalado no dividendo, assim como o uso do zero no quociente, apresentou-se como complicador. Já para aqueles que recorreram às estratégias pessoais, como a decomposição do dividendo em centenas exatas, a grandeza numérica não possibilitou a continuidade do procedimento.

Ao que parece, a resolução dos alunos revela dificuldade de usar os princípios aditivos e multiplicativos na composição de um número e de fazer relações com o valor posicional. Esses conhecimentos facilitariam a própria utilização e a compreensão do algoritmo da divisão.

Segundo Lerner e Sadovsky (1996), a escrita de um número é regular, pois a adição e a multiplicação são utilizadas sempre da mesma maneira na composição do número e porque as potências de base dez não são representadas por símbolos e só podem ser deduzidas a partir da posição que os algarismos ocupam. Esse econômico sistema que usamos não é transparente na composição de um número. Além disso, quanto mais econômico é um sistema de numeração, mais implícitos são as suas regularidades, principalmente para aqueles que ainda não as dominam.

Para verificação da pertinência das observações acima mencionadas, o grupo de pesquisa elaborou questões abertas a partir dos mesmos descritores que subsidiaram as questões fechadas. O objetivo era confirmar ou não as hipóteses levantadas inicialmente.

2.3 Etapa 3: Elaboração das questões abertas

Esta etapa envolveu a adequação dos enunciados, de modo a verificar se a compreensão dos alunos poderia modificar-se e se isso implicaria na permanência de suas respostas ou em outras revelações. Para tanto, as questões apresentadas na primeira e na segunda etapa foram adaptadas para questões abertas, substituindo os números e conservando – ou não – as mesmas variáveis didáticas.

Vejam no Quadro 8 a proposta dos enunciados:

Quadro 8 - Questões selecionadas reformuladas e seus respectivos descritores

QUESTÃO	DESCRITOR
1) Decompor os números abaixo em suas diversas ordens: 6531 1980 1908 8001	D15 - Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
2) Componha os números abaixo: 1000 + 300 + 40 + 5 1000 + 300 + 5 3000 + 60 + 8 3000 + 600 + 60 + 6 15000 + 900 + 30 + 2	D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
3) Maria tem 5 039 envelopes. Ela quer guardá-los em caixas em que só cabem 100 envelopes. Ao término do trabalho, quantas caixas completas e qual a sobra que ela terá?	D13- Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.

FONTE: INEP (2009, p.19)

Para a escolha dos números utilizados nas tarefas de composição e decomposição, foram consideradas também as revelações encontradas nas respostas dos alunos às questões, como as dificuldades em tratar números com grandeza na ordem da dezena de milhar, o reconhecimento do valor posicional de seus algarismos e a posição do zero nesses números.

Após essa tarefa, os professores pesquisadores aplicaram as questões abertas nas turmas de 4ª série/5º ano das seis escolas colaboradoras da pesquisa.

2.4 Análise das respostas dos alunos nas questões abertas

A análise das respostas dos alunos em questões abertas, diferentemente das fechadas, consiste exclusivamente na abordagem qualitativa, uma vez que o objetivo do grupo de pesquisa nesta etapa foi verificar se os procedimentos e as representações nos registros dos alunos confirmariam ou não a análise realizada inicialmente.

2.4.1 Sobre a decomposição do número

Os registros dos alunos em resposta à questão aberta de decomposição do número fizeram emergir as seguintes confirmações:

- Nos procedimentos de decomposição, os alunos desconsideraram o valor posicional do algarismo no número.
- A incompreensão do valor posicional estende-se para as diferentes ordens e classes do número, aumentando o índice de erros na decomposição dos números na dezena de milhar.

Vejamos, no Quadro 9, um registro comum, entre os alunos pesquisados, que exemplifica a análise realizada:

Quadro 9 - Registros comuns, entre os alunos, para a questão 1

6 531 – 6.000 + 5 + 3 + 1
1 980 – 1.000 + 90 + 80
1 908 – 1.000 + 90 + 80
8 001 – 8.000+ 00 + 1

Um dado revelador apareceu na maioria dos registros dos alunos das seis escolas, diferentemente da abordagem didática e metodológica em que foram submetidos: estes realizaram a decomposição dos números formados por zero intercalado mostrando procedimentos comuns, como por exemplo:

$$1\ 908 = 1000 + 900 + \underline{0} + 8$$

$$108 = 100 + \underline{00} + 8$$

No caso dos números com zero intercalado, para suprir a ausência de quantidade em uma das ordens do número, a criança, ao decompor, sente a necessidade de colocar o zero para ocupar essa ordem. Esta perspectiva mostra que os alunos da 4ª série/5º ano,

assim como na escrita numérica convencional, também se apoiam na fala para decompor números.

Segundo Lerner e Sadovsky (1996), a análise de números escritos contribui para o avanço da numeração falada. Observando que as regularidades do sistema de numeração são generalizáveis, a leitura dos números, permite também o progresso para a compreensão do sistema de numeração decimal, uma vez que neste procedimento a criança tem que ajustar o algarismo ao seu valor posicional.

2.4.2 Sobre a composição do número

No procedimento de decomposição do número, os alunos apresentaram melhor compreensão e domínio, ainda que muitos concebam esse procedimento como uma operação aritmética, apoiando-se na propriedade aditiva do sistema de numeração e na apresentação da decomposição organizada com o sinal da adição.

A seguir, no Quadro 10, um registro comum, entre os alunos pesquisados, ao comporem alguns dos números apresentados nas questões abertas:

Quadro 10: Registros comuns, entre os alunos, para a questão 2

$1000 + 300 + 40 + 5 = 1345$
$1000 + 300 + 5 = 13005$
$3000 + 60 + 8 = 3608$
$3000 + 600 + 60 + 6 = 3660$
$15000 + 900 + 30 + 2 = 159302$

No entanto, nos casos de escritas numéricas com o zero intercalado, os registros revelaram, mais uma vez, inconsistências na compreensão do valor posicional que o algarismo ocupa no número, como, por exemplo: $3000 + 60 + 8 = 3608$.

2.4.3 Sobre as características do sistema de numeração decimal na resolução de problemas

Os registros dos alunos na resolução do problema mostraram que a maioria utilizou novamente a técnica operatória da divisão para resolvê-lo, ocasionando um alto índice de erro na resposta final, devido a uma imperícia com o cálculo escrito de uma divisão cujo dividendo apresenta um número na ordem da unidade de milhar com zero

intercalado. Além disso, não validaram o zero como parte da resposta e deixaram de registrá-lo no quociente. O Quadro 11 expõe essa questão.

Quadro 11 - Registros comuns, entre os alunos, para a questão 3

Maria tem 5 039 envelopes. Ela quer guardá-los em caixas em que só cabem 100 envelopes. Ao término do trabalho, quantas caixas completas e qual a sobra que ela terá?

$$\begin{array}{r} 5039 \quad | \quad 100 \\ - 500 \quad | \quad 50 \\ \hline 0039 \end{array}$$

Considerações finais

A presente investigação leva-nos a concluir, assim como Lerner e Sadovsky (1996), que o ensino dos números naturais é realmente um problema didático. Nesse aspecto, Curi (2011) apresenta uma relação interessante entre o uso social do nosso sistema numérico e seu ensino, ao destacar a dificuldade dos alunos em compreender o funcionamento de um sistema de numeração usado no cotidiano por todos, talvez por terem aprendido de forma mecânica, fragmentada, sem compreensão. Considera que, para superar as dificuldades relativas a esse tema, comumente é preciso estabelecer relações entre o que as crianças sabem do uso social do sistema numérico e sua organização posicional. Conclui que essa tarefa não é fácil, se o professor não tiver conhecimentos para ensinar esse conteúdo.

Os instrumentos elaborados a partir do documento *Orientações para o professor* – SAEB/Prova Brasil (BRASIL, 2009b) contribuíram para uma investigação mais profunda daquilo que os alunos pensam e praticam, quando compõem e decompõem os números ou quando resolvem situações-problema por meio das regularidades do sistema numérico.

Em resposta ao objetivo de investigar o que os alunos de 4ª série/5º ano revelam ao responder enunciados de questões do SAEB/Prova Brasil sobre o sistema de numeração decimal, verificou-se que, considerando as expectativas de aprendizagem para os alunos concluintes dos anos iniciais do ensino fundamental, não é fácil interpretar o que está oculto na numeração e em sua representação escrita. As respostas às questões fechadas e abertas apontaram que os alunos da pesquisa, em sua maioria, não possuem a

capacidade de generalizar as características do sistema numérico, em particular os agrupamentos de dez em dez e a troca das ordens e classes no número.

Os alunos mostraram que percebem a relação entre a posição e o valor dos algarismos até a unidade de milhar; decompõem e compõem números com base na escrita numérica apresentada no texto da questão; e procuram representar a escrita numérica, baseando-se em informações extraídas da fala e do conhecimento prévio a respeito da escrita de números de ordem menor.

A contribuição, neste aspecto, contrasta com um pensamento persistente e comum acerca do ensino do sistema de numeração: em geral, pensa-se que, como a criança de cerca de 10 anos já sabe os números até a unidade de milhar, será capaz de generalizar e ler um número de qualquer ordem de grandeza, o que derruba, mais uma vez, a concepção linear do processo de aprendizagem da matemática.

Nossos resultados mostram que, independentemente do conhecimento consolidado nas unidades simples, o processo de generalização é construído em espiral, com avanços e retomadas conceituais, sendo ele de inteira responsabilidade do professor. Esse processo se constrói em diferentes âmbitos, que vão formando uma malha, a partir da qual as crianças organizam, refletem, reorganizam e ampliam seus conhecimentos a respeito do sistema numérico. Sem compreensão deste, as crianças não fazem generalizações e utilizam o conhecimento mecanicamente.

Dessa forma, cabe ao professor ampliar as proposições didáticas acerca do conteúdo e:

- fazer uso continuamente do quadro de valor posicional e das cartelas sobrepostas para compor e decompor números em suas diferentes ordens e classes;
- articular e explorar o conhecimento social a partir da leitura de números que circulam em diferentes portadores numéricos que ultrapassem a dezena de milhar;
- comparar números de diversas ordens de grandeza e explorar as hipóteses das crianças para esse procedimento;
- dar continuidade ao trabalho oral, com contagens que acompanhem a ordem de grandeza dos números, incluindo contagens de grupos equivalentes a um de unidades, colaborando para a ampliação do repertório numérico dos

alunos.

No que se refere à influência sonora na escrita numérica, descobrimos que discernir as informações, ao falar o nome dos números, é pertinente e pode ser utilizado na composição de um número. No entanto, em situações de decomposição do número, esse apoio pode levar a alguns procedimentos desnecessários, como a representação do zero para suprir a ausência de quantidade na classe, por exemplo.

Esse tipo de apoio serviu de forte influência nas respostas dos alunos sobre as questões de decomposição numérica, já que muitos apresentaram o seguinte procedimento para decompor o número 8 001: $8\ 000 + \underline{00} + 01$.

No que se refere à aplicação das regularidades do sistema de numeração em situações-problema, o índice de erro foi superior em relação às questões descontextualizadas, independentemente da característica aberta ou fechada do enunciado. Este dado mostra a dificuldade existente na mobilização dos conhecimentos matemáticos em situações que podem ser consideradas reais, presentes, fora do contexto escolar. Isto mostra que as práticas de ensino baseadas em tarefas de repetição e memorização, pouco contribuem para os alunos compreenderem as regularidades do sistema numérico em situações-problema.

Em conclusão, podemos afirmar que as investigações realizadas desencadearam análises interessantes no que se refere aos aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem dos números naturais, contribuindo, certamente, para a formação dos professores; e, com a disseminação e o uso desses resultados, esperamos uma possível mudança nos resultados da Prova Brasil de Matemática 4ª série/5º ano do ensino fundamental, refletindo positivamente no aprendizado dos educandos.

Referências

BARDIN, L.. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70. 2007

BRANDT, C. F.. *Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do Sistema de Numeração*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis. 2005

BRASIL. INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ANÍSIO TEIXEIRA. *Matriz de Referência de Matemática – Saeb/ Prova Brasil – Temas, Tópicos e Descritores*. Brasília (DF): Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. 2009a. 193 p.

_____. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS ANÍSIO TEIXEIRA.. *Matemática – Orientações para o professor*. SAEB/Prova Brasil, 4ª série/5º ano, Ensino Fundamental. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas

Anísio Teixeira. 2009b

CURI, E. Sistema de Numeração Decimal: uso cotidiano e aprendizagens escolares. In: *Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM*, 13., 26 a 30 de junho, Recife. *Anais*. Mídia eletrônica. 2011

FAYOL, M. *A criança e o número: da contagem à resolução de problemas*. Tradução de Rosana Severino de Leoni. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. *Desvendando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Tradução de Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. 2. ed. Campinas: Papyrus. 1995

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração decimal um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da Matemática*. Porto Alegre: Artmed. 1996

RABELO, M.H; PLAZE, E. M. Avaliação na educação básica: um estudo teórico sobre a Prova Brasil. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIAEM, 13., 26 a 30 de junho de 2011, Recife. *Anais*. Mídia eletrônica. 2011

SILVA, S. D. da. *Formação continuada na HTPC: refletindo sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo. 2009

Recebido: 17/2/2012

Aceito: 25/9/2012