

# Leitura e Interpretação de Gráficos Estatísticos por Alunos do 9º Ano de Escolaridade

## Reading and Interpretation of Statistical Graphs by 9<sup>th</sup> Grade Students

---

JOSÉ ANTÓNIO FERNANDES<sup>1</sup>  
PAULA CRISTINA MORAIS<sup>2</sup>

### Resumo

*No presente artigo estuda-se o desempenho de alunos do 9º ano de escolaridade na leitura e interpretação de gráficos estatísticos, enfatizando-se o nível de conclusões que os alunos extraem dos gráficos e os erros e dificuldades que revelam. No estudo participaram 108 alunos do 9º ano, a quem foram aplicadas três tarefas envolvendo a leitura e interpretação de gráficos estatísticos. Em termos de resultados, na globalidade das tarefas verificou-se um fraco desempenho dos alunos e na análise das respostas a partir dos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989) verificou-se que no nível “ler os dados” a grande maioria dos alunos respondeu correctamente, enquanto nos níveis “ler entre os dados” e “ler além dos dados” apenas cerca de 1/3 dos alunos ou menos respondeu correctamente.*

**Palavras-chave:** Gráficos estatísticos; Leitura e interpretação; Alunos do 9º ano.

### Abstract

*In this paper we study the performance of 9<sup>th</sup> grade students in reading and interpretation of statistical graphs, emphasizing the level of conclusions that students draw from the graphs and the mistakes and difficulties that they show. In the study participated 108 students of the 9<sup>th</sup> grade, to who were applied three tasks involving the reading and interpretation of statistical graphs. In terms of results, there was a poor student performance in the overall tasks and the analysis of responses through the Curcio(1989)'s levels of reading and interpreting graphs found that at the level "reading data" the most students answered correctly, while at the levels "reading between the data" and "reading beyond the data" only about one third or less of the students answered correctly.*

**Keywords:** Statistical graphs; Reading and interpretation; 9<sup>th</sup> grade students.

---

<sup>1</sup> Universidade do Minho, Portugal, [jfernandes@ie.uminho.pt](mailto:jfernandes@ie.uminho.pt).

<sup>2</sup> Escola EB 2,3/S de Cabeceiras de Basto, Portugal, [paulaccmorais@gmail.com](mailto:paulaccmorais@gmail.com).

## Introdução

A importância da Estatística nos dias de hoje, em geral, tem-se reflectido nos currículos escolares. No caso de Portugal, o tema de Estatística (incluindo o tema de Probabilidades) faz parte dos programas escolares da disciplina de Matemática de todos os anos escolares do ensino básico e secundário. O mais recente aprofundamento deste tema verificou-se na última reformulação do Programa de Matemática do Ensino Básico (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2007), onde o tema é explicitamente referido pela primeira vez no 1º ciclo do ensino básico (correspondente aos quatro primeiros anos de escolaridade) e são incluídas estatísticas de dispersão.

No que diz respeito à aprendizagem da Estatística são muitas as dificuldades encontradas pelos alunos, nomeadamente no que concerne aos conceitos e interpretação das medidas de tendência central, à representação, análise e interpretação gráfica e à selecção das medidas que melhor representam uma distribuição (e.g., BATANERO, ARTEAGA & RUIZ, 2010; BOAVENTURA & FERNANDES, 2004; FERNANDES & BARROS, 2005; MAYÉN, COBO, BATANERO & BALDERAS, 2007; MORAIS, 2011). Estas dificuldades, por vezes, têm origem num ensino “superficial e desadequado, assente em tarefas cujo objectivo principal é dar a conhecer os vários tipos de gráficos estatísticos e os algoritmos das diferentes medidas, bem como desenvolver destrezas técnicas e não um entendimento significativo das mesmas” (FERNANDES, CARVALHO & RIBEIRO, 2007, p. 36).

Estando os gráficos tão presentes na comunicação social e no nosso dia-a-dia, é natural que os alunos aprendam a ler e interpretar gráficos mesmo antes do contacto formal em ambiente escolar. No entanto, tal facto não implica que eles saibam o que é um gráfico, qual o seu significado e a importância que têm na nossa sociedade actual (CARVALHO, 2009). Em consequência, para Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) eles são simultaneamente uma ferramenta cultural e “um conteúdo escolar, uma vez que a escola é a instituição responsável pelo ensino de conhecimentos desenvolvidos pela sociedade ao longo da história” (p. 735).

É a presença dos gráficos nos mais variados contextos que faz da sua construção, leitura e interpretação um tema importante do currículo da Matemática. São eles que nos permitem representar criticamente e de forma reduzida os dados estatísticos, requerendo

a sua análise o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio estatístico (SHAUGHNESSY, 2007).

Embora o estudo realizado se tenha centrado na construção e leitura e interpretação de gráficos estatísticos, neste artigo trataremos apenas a problemática da leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

## **1. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos**

Os “gráficos constituem um meio de comunicarmos e classificarmos dados” (CURCIO, 1989, p. 1), permitindo comparar e mostrar relações matemáticas que muitas vezes não podem ser facilmente reconhecidas na forma numérica. Tal como salientam Monteiro e Selva (2001), os gráficos são uma “ferramenta cultural” que nos permite ampliar a nossa capacidade de tratar informação estatística e estabelecer relações entre diferentes tipos de informação.

Para Curcio (1989) o potencial máximo de um gráfico é realizado quando através da sua observação se consegue interpretar e extrair conclusões sobre os dados nele representados. A este respeito, Friel, Curcio e Bright (2001) referem que a capacidade do leitor para atribuir significado aos gráficos, construídos por outros ou por si mesmo, implica a sua compreensão.

Curcio (1989) distingue três níveis de compreensão de um gráfico: primeiro, *ler os dados*; segundo, *ler entre os dados*; e terceiro, *ler além dos dados*. No primeiro nível, *ler os dados*, é necessário que o leitor faça uma leitura literal do gráfico, que se realiza através da leitura dos factos que nele estão representados. Neste nível não há interpretação dos gráficos e pretende-se que o aluno compreenda a escala e as unidades de medida.

No segundo nível, *ler entre os dados*, o aluno deve interpretar e organizar a informação fornecida pelos dados. Neste nível, o aluno deve combinar e integrar a informação e identificar relações matemáticas através de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico. Como refere Curcio (1989), este é o nível mais comum na compreensão dos gráficos, esperando-se que o aluno identifique tendências no gráfico e o relacionamento de ideias.

O terceiro nível, *ler além dos dados*, pressupõe que o aluno, ao ler a informação do gráfico, infira a informação total e tenha um conhecimento prévio aprofundado sobre o assunto referente aos dados do gráfico. Neste nível, o aluno deve conseguir responder a questões cujas respostas requerem o uso de informação implícita no gráfico, extrapolando, predizendo ou fazendo inferências. Ou seja, como refere Curcio (1989), pretende-se que o aluno se projecte no futuro e coloque questões sobre os dados.

No entanto, para Ainley (2008) os níveis de compreensão de um gráfico de Curcio (1989), apesar de permitirem dotar os alunos de um pensamento útil e necessário para a leitura dos dados do gráfico, não são suficientes. Segundo esta autora, em situações da vida real, o gráfico é útil se conseguirmos que o seu contexto faça sentido. Deste modo, Ainley (2008) sugere um modelo diferente: um modelo teórico que no entender da autora é mais útil para se pensar no que está por trás da leitura de um gráfico, designado por *transparência*. Neste modelo, o gráfico tem que ser visível e invisível, permitir olhar para o gráfico e interpretá-lo, permitir olhar através dos dados do gráfico, construindo significados no seu contexto.

Para Lave e Wenger o termo *transparência* serve para designar o modo como um artefacto, tal como um gráfico, pode permitir ao utilizador o acesso ao significado e à importância que está por detrás do artefacto (citado em AINLEY, 2000). Estes autores descrevem a *transparência* como a combinação de duas características: a invisibilidade e a visibilidade. Para Ainley (2000) a invisibilidade é uma forma de integração e interpretação não problemática de uma actividade e a visibilidade é uma forma de acesso à informação, referindo-se os níveis de compreensão de um gráfico de Curcio somente ao aspecto da visibilidade.

Esta dualidade da *transparência* é ilustrada pela autora através da metáfora da janela, que é invisível quando olhamos através dela e é visível no contraste com a parede em que está inserida. Do mesmo modo, o gráfico deve ser considerado *transparente* para o leitor se for visível na recolha da informação e invisível no acesso às características do fenómeno que representa (AINLEY, 2000).

O uso dos gráficos em diversas situações do dia-a-dia, para comunicar e persuadir, assume que estes são transparentes na transmissão do seu significado. Deste modo, os gráficos devem comunicar ideias mais claras do que outras formas de representação, tais como as tabelas e os textos descritivos (AINLEY, 2000).

A capacidade dos alunos para interpretar depende do tipo de contexto em que os dados estatísticos estão inseridos (GAL, 1998). Se o contexto for *activo*, os alunos envolvem-se em todas as fases de um projecto estatístico, desde a recolha à análise dos dados, ficando aptos para compreenderem a informação contida nos dados e os conceitos e ideias estatísticas, reflectirem e discutirem sobre as implicações e o significado da informação; se o contexto for *passivo*, ao contrário, os alunos não se envolvem na criação e comunicação dos dados.

Para Curcio (1989) as actividades que se realizam na sala de aula devem permitir aos alunos interpretar gráficos e devem incluir questões que envolvam diferentes níveis de compreensão. Perante estas questões, devemos pedir aos alunos que falem e escrevam sobre os gráficos, o que lhes permite clarificar e partilhar as suas ideias.

A taxonomia de Curcio revelou, em alguns estudos, que os alunos têm poucas dificuldades no primeiro nível. No entanto, quando se deparam com questões do segundo nível verifica-se que cometem erros (FRIEL et al., 2001). Para estes autores, estes erros podem estar relacionados com os conhecimentos matemáticos ou com a própria leitura e linguagem dos gráficos, referindo que os estudantes devem fazer inferências a partir da representação do gráfico com a finalidade de interpretar os dados. Friel et al. (2001) preconizam que para se compreender um gráfico é necessário que se consiga extrair o seu significado. Para que tal aconteça é necessário que se façam perguntas aos alunos e que estas promovam os três níveis de compreensão por eles referidos.

## 2. Metodologia

No presente artigo, em que se relata parte de um trabalho mais amplo, de natureza, fundamentalmente, quantitativa e com desenho descritivo e comparativo (GALL, GALL & BORG, 2003), estuda-se a seguinte questão de investigação: – Na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, que nível de conclusões extraem os alunos desses gráficos? Que erros e dificuldades revelam?

Participaram no estudo 108 alunos do 9.º ano de escolaridade, designados por  $A_i$ , com  $i \in \{1, 2, \dots, 108\}$ , pertencentes a quatro turmas de uma escola básica e secundária do distrito de Braga, localizada na região Norte de Portugal. Relativamente aos participantes, a média das suas idades era 14 anos e distribuía-se em igual número

pelos sexos feminino e masculino. No que se refere ao aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática, no 7.º e 8.º anos de escolaridade, a média era de 3,3 e 3,1, respectivamente, numa escala de 1 a 5.

O estudo decorreu no ano lectivo de 2009/2010 e a escola a que pertenciam os alunos situa-se num meio rural, onde a população estudantil provém essencialmente de zonas rurais, dedicando-se principalmente a actividades do sector primário, em que se destaca a agricultura, a criação de gado e a silvicultura.

Aos alunos foi aplicado um teste escrito constituído por várias tarefas, das quais iremos tratar aqui apenas as três que se referem à leitura e interpretação de gráficos, intituladas: “Principais países produtores de arroz”, com três questões (1a), 1b) e 1c)); “Automóveis vendidos em 2008 em alguns países europeus”, com quatro questões (2a), 2b), 2c) e 2d)); e “Evolução da esperança de vida na UE”, com três questões (3a), 3b) e 3c)). Estas questões distribuía-se pelos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989) do seguinte modo: as questões 1a), 2a) e 3a) no nível 1 (*ler os dados*), as questões 1b), 1c), 2b), 2c) e 3b) no nível 2 (*ler entre os dados*) e as questões 2d) e 3c) no nível 3 (*ler além dos dados*).

O teste foi administrado em aulas das turmas, com a duração de 90 minutos, sob a supervisão da investigadora, que esteve presente durante todo o tempo de realização do teste, e os alunos, sempre que achassem necessário, puderam usar calculadoras para efectuar os cálculos.

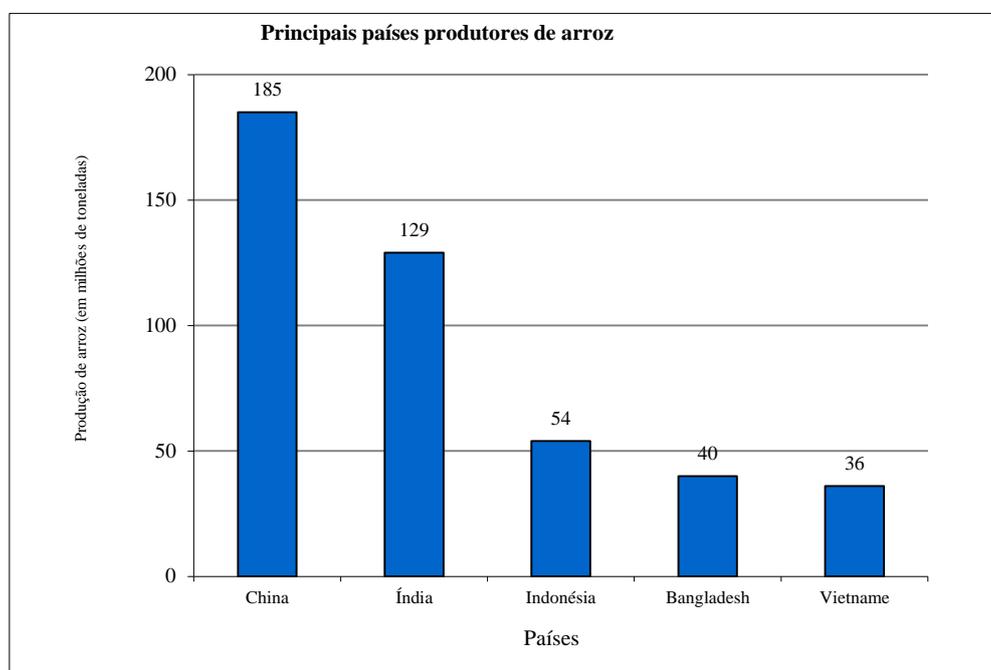
Finalmente, o tratamento e a análise de dados centrou-se no estudo das respostas apresentadas pelos alunos, classificadas em correctas, parcialmente correctas e incorrectas, tendo sido determinadas percentagens e resumida a informação em tabelas.

### **3. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos**

A apresentação das respostas dos alunos às questões sobre a leitura e interpretação de gráficos é feita a partir das três tarefas exploradas no estudo, cada uma das quais contemplava um tipo diferente de gráfico.

### 3.1. Principais países produtores de arroz

Em 2005 foram produzidos 619 milhões de toneladas de arroz em todo o mundo. O gráfico de barras que se segue apresenta, em milhões de toneladas, a produção dos principais países produtores de arroz.



- Em 2005, que quantidade de arroz produziu a Indonésia?
- Qual a percentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?
- O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa. A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

Fonte: Dados retirados de <http://www.almanaquedoarroz.com.br/site/13/pg10.asp>.

Na Tabela 1 apresentam-se as respostas dos alunos às três questões da tarefa, depois de codificadas em correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

Tabela 1 – Distribuição da percentagem de alunos segundo o tipo de resposta nas questões 1a), 1b) e 1c) ( $n = 108$ )

Tipo de resposta	Percentagem de alunos		
	1a)	1b)	1c)
Correcta	90	36	10
Parcialmente correcta	1	2	9
Incorrecta	8	48	38
Não respondidas	1	14	43

### Questão 1a)

Na questão 1a), que requer a leitura literal do gráfico (*ler os dados*), os alunos apenas tinham de identificar no gráfico o valor 54 milhões de toneladas, o que quase todos os alunos (90%) efectuaram correctamente.

O único aluno que apresentou uma resposta parcialmente correcta não respondeu ao que era pedido, determinando a percentagem de arroz produzido pela Indonésia em vez de indicar simplesmente a quantidade indicada no gráfico.

Dos 9 alunos que responderam erradamente à questão, 6 alunos parecem não ter observado os dados mencionados no cimo das barras e apresentaram uma estimativa do valor correspondente à altura da barra, tal como “cerca de 60 milhões de toneladas” (A87), 1 aluno apresentou a quantidade relativa ao Bangladesh, 1 aluno apresentou a quantidade relativa à produção mundial e 1 aluno indicou uma quantidade de que não se percebe a sua origem.

### Questão 1b)

Nesta questão, que requer que os alunos efectuem transformações dos dados fornecidos no enunciado da questão (*ler entre os dados*), cerca de 1/3 dos alunos responderam correctamente, apenas 2 apresentaram uma resposta parcialmente correcta e os restantes responderam incorrectamente ou não responderam.

Todos os 39 alunos que responderam correctamente recorreram à determinação da percentagem de arroz produzido na Índia através da *regra de três simples*. Partindo da produção mundial de arroz, os alunos responderam 21%, 20,8% ou 20,84%, de acordo com o número de casas decimais considerado.

$$\begin{array}{l} 619 - 100\% \\ 129 - x \end{array} \quad x = \frac{129 \times 100}{619} = \frac{12900}{619} \approx 20,8$$

Em 2005 a Índia produziu 20,8% de arroz.

Figura 1. Resposta dada pelo aluno A<sub>61</sub> na questão 1b).

Os 2 alunos que apresentaram uma resposta parcialmente correcta, embora tenham desenvolvido um raciocínio adequado, usaram a quantidade de arroz produzido pela Indonésia em vez da Índia.

Dos 19 alunos que responderam incorrectamente e recorreram à regra de três simples, 6 alunos consideraram a produção mundial como sendo 200 milhões, 11 alunos determinaram a quantidade total de arroz produzido pelos países representados no

gráfico (444 milhões de toneladas) e consideraram este valor como sendo a produção mundial de arroz e 2 alunos consideraram que o valor de 619 milhões de toneladas correspondia a 2005 e não a 100%.

Ainda nas respostas incorrectas, 3 alunos recorreram essencialmente às operações aritméticas básicas para determinar a resposta, 15 não determinaram a percentagem, respondendo somente 129 milhões de toneladas, e 11 alunos consideraram este valor como sendo a percentagem pretendida, respondendo 129%. Finalmente, 4 alunos apresentaram valores variados, de que não se percebe a sua origem.

### Questão 1c)

Tal como na questão 1b), também nesta questão se requer que os alunos efectuem transformações dos dados fornecidos no enunciado da questão (*ler entre os dados*). Neste caso reduziu para menos de metade a percentagem de respostas correctas, o que certamente se deveu à maior complexidade dos cálculos envolvidos.

Em todas as 11 respostas correctas os alunos recorreram à *regra de três simples* para determinar a quantidade de produção de arroz do Brasil e com esse valor verificarem se correspondia a mais ou a menos de 5% da produção mundial de arroz.

$$\begin{array}{l}
 135 \rightarrow 100 \\
 x \rightarrow ?
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x = \frac{? \times 135}{100} \\
 x = 12,95 \text{ milhões}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 619 \rightarrow 100 \\
 12,95 \rightarrow x \\
 x \approx 2,09\%
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x = \frac{12,95 \times 100}{619} \\
 x \approx 2,09\%
 \end{array}$$

R.: Temos

Figura 2. Resposta dada pelo aluno A<sub>8</sub> na questão 1c).

Dos 4 alunos que apresentaram respostas parcialmente correctas e recorreram à *regra de três simples*, 2 alunos, apesar de terem determinado a quantidade de arroz produzido pelo Brasil e a percentagem a que correspondia, não apresentaram qualquer conclusão (ver Figura 3), 1 aluno considerou o valor de 444 milhões de toneladas (total dos valores do gráfico) para a produção mundial de arroz e 1 aluno determinou a percentagem de arroz produzida pela China, usou-a para determinar a quantidade de arroz produzida pelo Brasil e, por fim, determinou a percentagem da produção mundial relativa ao Brasil.

$$\begin{array}{l} 185 - 100 \\ x - 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 185 \times 7 \\ \hline 100 \\ x = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 619 - 100 \\ 13 - x \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 13 \times 100 \\ \hline 619 \\ x = 2\% \end{array}$$

Figura 3. Resposta dada pelo aluno A<sub>4</sub> na questão 1c).

Ainda em relação às respostas parcialmente correctas, 6 alunos limitaram-se a responder que o Brasil vendeu 13 milhões de toneladas de arroz, sem responderem propriamente à questão colocada.

No que respeita às respostas incorrectas, 11 alunos também recorreram à *regra de três simples*, mas cometeram erros diversos: 1 aluno determinou 5% da quantidade de arroz produzido pela China, verificando posteriormente a que percentagem da produção mundial correspondia esse valor; 2 alunos determinaram 7% da produção mundial; outros 2 alunos consideraram a produção mundial de 200 milhões de toneladas e os restantes 6 alunos determinaram a percentagem de arroz produzido pela China e a partir dessa percentagem decidiram a que valor correspondia os 7% do Brasil (ver Figura 4).

$$\begin{array}{l} 619 \text{ milhões de toneladas} \text{ --- } 100\% \\ 185 \text{ milhões de toneladas} \text{ --- } x \end{array} \quad x = 30\%$$

$$\begin{array}{l} 185 \text{ milhões de toneladas} \text{ --- } 30\% \\ x \text{ --- } 7\% \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 619 \text{ --- } 100\% \\ 43 \text{ --- } x \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 43 \text{ milhões de toneladas} \\ 5 \end{array}$$

$x = 7\%$  Mais porque corresponde a 7% da produção mundial

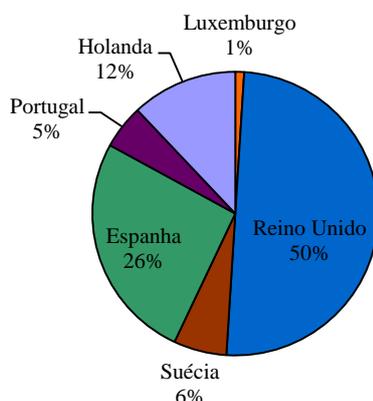
Figura 4. Resposta dada pelo aluno A<sub>16</sub> na questão 1c).

Ainda nas respostas incorrectas, 2 alunos recorreram às operações aritméticas básicas, 16 alunos responderam apenas ser maior ou menor do que 5% da produção mundial, justificando somente que a China tem uma percentagem elevada de produção de arroz, e as respostas dos restantes 12 alunos variaram entre “O gráfico não tem essa resposta”, “O Brasil tem muita água”, “O Brasil é um país pobre” e “A produção representada no gráfico é de 71% e a restante é 29%”, entre outras.

### 3.2. Automóveis vendidos em 2008 em alguns países europeus

No gráfico circular seguinte estão representadas as percentagens de automóveis de passageiros vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2131794 automóveis. Analisa o gráfico e responde às questões que se seguem.

Automóveis de passageiros vendidos em 2008



- Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?
- Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?
- O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?
- Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

Fonte: Tarefa adaptada de *Organização e Tratamento de Dados: proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano*, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2009.

Na Tabela 2 apresentam-se as respostas dos alunos às quatro questões da tarefa, depois de codificadas em correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

Tabela 2 – Distribuição da percentagem de alunos segundo o tipo de resposta nas questões 2a), 2b), 2c) e 2d) ( $n = 108$ )

Tipo de resposta	Percentagem de alunos			
	2a)	2b)	2c)	2d)
Correcta	96	39	23	23
Parcialmente correcta	–	3	9	8
Incorrecta	2	34	55	33
Não respostas	2	24	13	36

#### Questão 2a)

A resposta correcta a esta questão resulta simplesmente da leitura do valor 5%, que está explícito no gráfico (*ler os dados*), o que explica que quase todos os alunos tenham

respondido correctamente (96%). Apenas 2 alunos não responderam e outros tantos responderam incorrectamente. Destes últimos alunos, 1 apresentou o valor 54% e o outro não interpretou correctamente o que era pedido, aplicando a regra de três simples para determinar um valor.

**Questão 2b)**

Nesta questão, a obtenção da resposta correcta envolve a transformação de dados fornecidos no enunciado da questão (*ler entre os dados*), tendo-se verificado que mais de metade dos alunos responderam incorrectamente ou não responderam.

Relativamente aos alunos que responderam correctamente, 1 apresentou apenas o resultado final e 41 recorrem à regra de três simples. Destes últimos, 28 partiram do número de automóveis vendidos no Reino Unido (2131794) e 13 começaram por determinar antes o número total de automóveis vendidos (4263588), que era o dobro do número de automóveis vendidos no Reino Unido. Verificou-se ainda que, de todos estes alunos, 28 não apresentaram uma solução inteira, como se exemplifica na Figura 5.

Handwritten work for Figure 5:

$$\begin{array}{l} 2131794 \text{ --- } 50\% \\ x \text{ --- } 5\% \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{2131794 \times 5}{50} \\ x = 2131794 \end{array}$$

Foram vendidos 2131794 automóveis em Portugal.

Figura 5. Resposta dada pelo aluno A<sub>1</sub> na questão 2b).

No caso das respostas parcialmente correctas, os 3 alunos calcularam o número total de automóveis vendidos (4263588), mas determinaram incorrectamente 5% desse valor.

Em relação às respostas incorrectas, dos 24 alunos que recorreram à regra de três simples, 21 erraram por considerarem o número de automóveis vendidos no Reino Unido 100% (ver Figura 6), 1 aluno fez corresponder metade do número de automóveis vendidos no Reino Unido a 50% e 2 associaram a percentagem do número total de automóveis vendidos à amplitude total do círculo (360° em vez de 100%).

Handwritten work for Figure 6:

$$x = \frac{2131794 \times 5}{100} = 1065897$$

$$\begin{array}{l} 100\% \text{ --- } 2131794 \\ 5\% \text{ --- } x \end{array}$$

Em Portugal  
Foram vendidos  
1065897 Automóveis

Figura 6. Resposta dada pelo aluno A<sub>63</sub> na questão 2b).

Por último, 2 alunos dividiram o número total de automóveis vendidos no Reino Unido por 45 e 5, respectivamente, e os restantes 11 alunos apresentam respostas curtas em que não se vislumbrava a origem dos valores indicados.

### Questão 2c)

Também nesta questão, a obtenção da resposta correcta envolve a transformação de dados fornecidos no enunciado da questão (*ler entre os dados*) e cerca de 2/3 dos alunos responderam incorrectamente ou não responderam.

De todos os 25 alunos que responderam correctamente, 6 recorreram à regra de três simples, tendo determinado a frequência absoluta correspondente a 26% dos automóveis vendidos em Espanha e comparado de seguida esse valor com metade do número de automóveis vendidos no Reino Unido, enquanto os restantes 19 alunos obtiveram as suas respostas por comparação de metade da percentagem de automóveis vendidos no Reino Unido, 25%, com a percentagem de automóveis vendidos em Espanha, 26% (ver Figura 7).

É superior, porque metade  
de 50% é 25% e em Espanha foi vendido  
26%.

Figura 7. Resposta dada pelo aluno A<sub>70</sub> na questão 2c).

No caso das respostas parcialmente correctas, embora 4 alunos também tenham recorrido à regra de três simples, 2 não comparam os valores obtidos (ver Figura 8) e os outros 2 compararam com o número de automóveis vendidos no Reino Unido e não com metade desse número. Os restantes 6 alunos limitaram-se a apresentar a resposta “superior” sem qualquer justificação. Apesar de os alunos não apresentarem qualquer tipo de justificação, estas respostas foram consideradas parcialmente correctas porque por observação do gráfico circular o aluno poderia ter notado, sem registar por escrito, que a percentagem da Espanha (26%) é superior à metade da percentagem do Reino Unido (25%), pensando de modo análogo aos alunos que o referiram explicitamente (ver Figura 7).

$\begin{array}{l} 4263588 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 26\% \\ x = 1108532,88 \end{array}$	$\begin{array}{l} 4263588 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 50\% \\ x = 2131794,00 \end{array}$
--	--

Figura 8. Resposta dada pelo aluno A<sub>16</sub> na questão 2c).

Nas respostas incorrectas, 7 alunos recorreram à *regra de três simples*, dos quais 4 determinaram o número de automóveis correspondentes a 26% e 50%, mas erraram ao considerarem o número de automóveis vendidos no Reino Unido como o número total de automóveis vendidos, 2 alunos determinaram 26% e 50% do ângulo de 360° (amplitude total do círculo) e 1 não respondeu à pergunta formulada. Das 52 restantes respostas incorrectas, 49 alunos responderam que o número de automóveis vendidos em Espanha é inferior ao do Reino Unido sem justificar a sua resposta e 3 alunos não apresentaram qualquer explicação para os 1108532,88 automóveis vendidos em Espanha.

### **Questão 2d)**

Nesta questão, a obtenção da resposta correcta implicava ir além dos dados apresentados (*ler além dos dados*), tendo-se obtido percentagens semelhantes às obtidas na questão 2c) nas respostas correctas e parcialmente correctas.

Considerámos correctas as respostas adequadas no contexto da situação apresentada, tendo todos os 25 alunos associado a percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo às dimensões do país e/ou ao seu reduzido número de habitantes – “O Luxemburgo, em relação aos outros países, é um país mais pequeno, com menos habitantes, logo tem menos vendas” (A<sub>102</sub>).

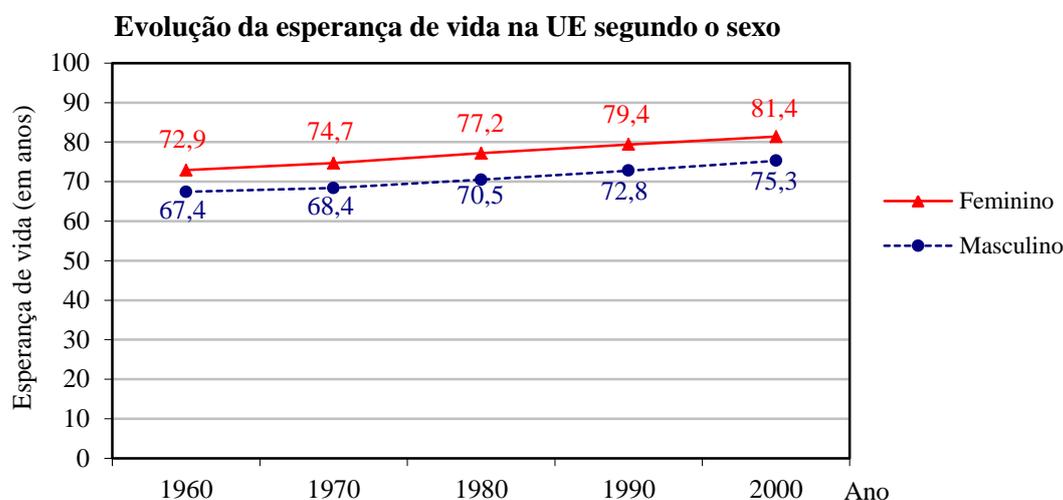
No caso das respostas parcialmente correctas, todos os 9 alunos associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao uso de outro tipo de transporte, em especial os transportes públicos, o que foi considerada uma razão possível mas não verificada – “Porque é um país que usa bastante os transportes públicos” (A<sub>59</sub>).

No que diz respeito às respostas incorrectas, verificou-se que 14 alunos associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao seu elevado custo, 6 alunos relacionaram a baixa venda de automóveis com o facto de o Luxemburgo não necessitar de investir na produção de automóveis – “Porque sendo um país rico não precisa de investir muito no negócio dos automóveis” (A<sub>47</sub>), 14 alunos referiram o facto de os luxemburgueses já terem carro ou não os adquirirem devido à crise económica – “É porque provavelmente a maior parte da população já tem carro (A<sub>13</sub>) e “Talvez por uma crise económica” (A<sub>69</sub>), e 1 aluno não respondeu ao que era pretendido.

Finalmente, destaca-se, nesta questão, que cerca de 1/3 dos alunos não apresentou qualquer resposta.

### 3.3. Evolução da esperança de vida na UE

No gráfico seguinte está representada a esperança de vida, à nascença, de homens e mulheres da UE (União Europeia) entre 1960 e 2000.



- Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE?
- Determina um valor representativo da esperança de vida, à nascença, dos homens e outro das mulheres, tendo em vista comparar a esperança de vida, à nascença, dos homens com a das mulheres no período entre 1960 e 2000.
- Como explicas a evolução da esperança de vida, à nascença, na UE, entre 1960 e 2000?

Fonte: Dados retirados de [http://ec.europa.eu/publications/booklets/eu\\_glance/44/pt-1.pdf](http://ec.europa.eu/publications/booklets/eu_glance/44/pt-1.pdf).

Na Tabela 3 apresentam-se as respostas dos alunos às três questões da tarefa, depois de codificadas em correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

Tabela 3 – Distribuição da percentagem de alunos segundo o tipo de resposta nas questões 3a), 3b) e 3c) ( $n = 108$ )

Tipo de resposta	Percentagem de alunos		
	3a)	3b)	3c)
Correcta	19	14	43
Parcialmente correcta	62	3	–
Incorrecta	11	34	30
Não respostas	8	49	27

#### Questão 3a)

Nesta questão, em que se esperava que os alunos reconhecessem uma tendência geral dos dados (*ler entre os dados*), constata-se, pela Tabela 3, que foi baixa a percentagem de alunos que respondeu correctamente (19%) e incorrectamente (11%), enquanto a maioria dos alunos (62%) apresentou uma resposta parcialmente correcta.

No caso dos alunos que responderam correctamente, eles retiraram do gráfico dado dois tipos de informação: na UE, a esperança de vida à nascença aumentou desde 1960 até 2000 (tanto para os homens como para as mulheres) e a esperança de vida à nascença das mulheres é sempre superior à dos homens – “A esperança de vida tem vindo a aumentar ao longo dos anos. Mas a EMV [Esperança Média de Vida] do sexo feminino tem sido sempre superior à EMV do sexo masculino” (A<sub>10</sub>).

No caso dos alunos que responderam de modo parcialmente correcto, eles retiraram do gráfico dado apenas um destes dois tipos de informação. Destes alunos, 40 afirmaram que a esperança de vida à nascença na UE aumentou desde 1960 até 2000 – “Tem aumentado [a esperança de vida à nascença] ao longo dos anos, especificamente entre 1960 e 2000 (A<sub>16</sub>), e 27 alunos afirmaram que a esperança de vida à nascença das mulheres é superior à dos homens – “Observando o gráfico posso concluir que a esperança de vida à nascença é maior nas mulheres” (A<sub>6</sub>).

Relativamente às repostas incorrectas, 8 alunos afirmaram que a esperança de vida é “elevada”, 1 aluno afirmou que “mais de 60% das pessoas sobrevivem”, 2 alunos que “a esperança de vida à nascença é inferior ao longo dos anos” e 1 aluno que “nem todos os bebés que nascem ficam vivos”.

### Questão 3b)

Nesta questão, envolvendo combinar e integrar informação (*ler entre os dados*), verificou-se uma elevada percentagem de alunos que respondeu incorrectamente (34%) ou não respondeu (49%). Dos restantes alunos, apenas 14% respondeu correctamente e 3% apresentaram respostas parcialmente correctas.

Todos os 15 alunos que responderam correctamente determinaram as médias da esperança de vida à nascença das mulheres e dos homens (ver Figura 9), referindo, por vezes, que estes seriam os valores que lhe permitiriam comparar as esperanças de vida à nascença.

$$\begin{aligned}
 \text{Mulheres ; média} &= \frac{73,9 + 74,7 + 77,2 + 73,4 + 81,4}{5} && \text{cerca de 77} \\
 &= 77,12 \\
 \text{Homens ; média} &= \frac{67,4 + 68,4 + 70,5 + 72,8 + 75,3}{5} && \text{cerca de 71 anos} \\
 &= 70,88
 \end{aligned}$$

Figura 9. Resposta dada pelo aluno A<sub>5</sub> na questão b).

Nas 3 respostas parcialmente correctas os alunos determinaram a soma dos valores referidos<sup>3</sup>, quer para os homens quer para as mulheres, sem terem efectuado a divisão do resultado obtido pelo número de dados, concluindo que esses valores lhes permitiriam comparar a esperança de vida à nascença entre ambos os sexos.

$$\text{Homens : } 67,4 + 68,4 + 70,5 + 72,8 + 75,3 = 354,4$$

$$\text{Mulheres : } 72,9 + 74,7 + 77,2 + 79,4 + 81,4 = 385,6$$

A esperança média de vida das mulheres é mais alta do que a dos homens.

Figura 10. Resposta dada pelo aluno A<sub>59</sub> na questão b).

Finalmente, quanto às 37 respostas incorrectas, a maioria dos alunos (30 alunos) comparou os dados do gráfico referentes às mulheres e aos homens, apesar de alguns deles associarem esta análise ao conceito de média – “A esperança média de vida dos homens ronda os 75 anos, enquanto das mulheres ronda os 81” (A18).

Os restantes 7 alunos apresentaram respostas variadas, especificamente 5 alunos calcularam diferenças entre os dados das mulheres e os dos homens (ver Figura 11), 1 aluno dividiu esses dados e 1 aluno determinou a média dos valores de divisão da escala do eixo das ordenadas.

$$72,9 - 67,4 = 5,5$$

$$74,7 - 68,4 = 6,3$$

$$77,2 - 70,5 = 6,7$$

$$79,4 - 72,8 = 6,6$$

$$81,4 - 75,3 = 6,1$$

R.: Até 1980 a diferença das idades aumentava e começou a descer.

Figura 11. Resposta dada pelo aluno A<sub>8</sub> na questão b).

### Questão 3c)

Pela Tabela 3 verifica-se que foi nesta questão (*ler além dos dados*) que se obteve a maior percentagem de respostas correctas (43%), seguindo-se a percentagem de respostas incorrectas (30%) e a percentagem de não respostas (27%). Uma vez que se considerou a resposta como sendo correcta sempre que o aluno apresentava pelo menos

<sup>3</sup> Embora nesta situação a soma dos valores da variável, tal como a média, permita comparar as duas distribuições, porque os seus efectivos totais são iguais, considerámos estas respostas parcialmente correctas uma vez que essa soma não permite comparar duas distribuições com efectivos totais diferentes.

um argumento plausível no contexto da situação, nesta questão não foram obtidas respostas parcialmente correctas.

As respostas dos 47 alunos que responderam correctamente foram diversificadas. Entre outras razões, os alunos atribuíram o aumento da esperança de vida, quer dos homens quer das mulheres, à melhoria da qualidade de vida e/ou e ao avanço da medicina – “Esta situação pode explicar-se através da melhoria das condições de vida” (A<sub>1</sub>) e “Com o avanço da medicina, as melhores condições de vida” (A<sub>69</sub>).

No caso das 32 respostas incorrectas, verificou-se que a maioria (23 alunos) se limitou a reafirmar informações extraídas do gráfico dado, à semelhança do que tinham efectuado na questão 3a). Destes, 21 alunos referiram o aumento da esperança de vida – “Tem vindo a crescer de 1960 a 2000” (A<sub>6</sub>), e 2 alunos a maior esperança de vida das mulheres – “Explico que cada vez mais as mulheres têm uma esperança de vida maior do que a dos homens” (A<sub>107</sub>).

Os restantes 9 alunos que responderem incorrectamente referiram que a esperança de vida tem a ver com o aumento do número de nascimentos – “A evolução da esperança de vida à nascença na UE aumentou porque houve mais nascimentos e menos mortes” (A<sub>14</sub>), revelando dificuldades na compreensão do significado de esperança de vida à nascença.

## 4. Conclusão

Globalmente verificou-se um fraco desempenho dos alunos na leitura e interpretação dos três gráficos estatísticos, correspondentes às três tarefas propostas. Tratando-se de alunos que não estudariam mais o tema de Estatística (incluído na disciplina de Matemática) ao nível do ensino básico, este resultado é problemático face à importância que é reconhecida aos gráficos enquanto componente da literacia estatística (GAL, 2002).

Entre os três diferentes tipos de gráficos considerados nas tarefas (gráfico de barras, gráfico circular e gráfico de linhas) não se salientaram importantes diferenças de desempenho dos alunos na leitura e interpretação desses gráficos.

Já quando se consideram os três níveis de Curcio (1989), observa-se pela Tabela 4 que a situação é diversa, distinguindo-se claramente o nível *ler os dados*, em que a grande maioria dos alunos foram capazes de responder correctamente, e os níveis *ler entre os dados* e *ler além dos dados*, em que apenas cerca de 1/3 dos alunos ou menos foram

capazes de responder correctamente. Este resultado é compatível com o carácter hierárquico da sequência de Curcio (1989) e, tal como foi verificado por Friel et al. (2001), o fraco desempenho dos alunos no nível *ler entre os dados* está relacionado com a ausência de conhecimentos matemáticos. Especificamente, a complexidade dos cálculos envolvidos nas questões repercutiu-se numa significativa redução da percentagem de respostas correctas, tal como se verificou nas questões 1c), 2c) e 3b).

Tabela 4 – Distribuição da percentagem de respostas correctas nos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), segundo o tipo de gráfico

Tipo de gráfico	% de respostas correctas		
	Nível 1 ( <i>ler os dados</i> )	Nível 2 ( <i>ler entre os dados</i> )	Nível 3 ( <i>ler além dos dados</i> )
Barras simples	90	23	–
Circular	96	31	23
Linhas	19	14	43
Média	68	24	33

Considerando agora os diferentes níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio segundo os diferentes tipos de gráficos, verifica-se, pela Tabela 4, um desempenho semelhante nos gráficos de barras simples e circular, e um desempenho muito inferior no nível 1 do gráfico de linhas. Neste último caso, conforme foi referido, embora seja baixa a percentagem de respostas correctas, a maioria dos alunos apresentou respostas parcialmente correctas.

Há ainda a possibilidade de o fraco desempenho dos alunos na leitura e interpretação de gráficos estatísticos ter também origem no próprio ensino por que passaram, como referem Fernandes et al. (2007). Neste estudo, envolvendo três turmas do 7º ano de escolaridade, constatou-se que as três professoras desenvolveram um questionamento centrado nos dois primeiros níveis de Curcio (1989).

O ensino que os alunos experienciaram nas aulas de Matemática poderá também explicar a sua elevada adesão à regra de três simples, sobretudo nas questões do nível *ler entre os dados*. Embora o recurso às proporções, enquanto igualdade de duas razões, torne mais explícito o raciocínio proporcional, a maior ênfase dada à regra de três simples nas aulas, muito provavelmente, faz com que eles adoptem tal regra nas suas resoluções.

De entre as questões inseridas no nível *ler além dos dados*, 2d) e 3c), verificou-se uma percentagem de respostas consideravelmente superior na questão 3c), o que pode dever-

se à *transparência* do gráfico (AINLEY, 2008), pois o contexto “esperança de vida” envolve assuntos abordados na escola, enquanto o contexto “venda de automóveis” não envolve assuntos tratados na escola, pelo menos de forma prescritiva.

Em geral, Contrariamente às percepções de futuros professores, que consideraram os gráficos um tema fácil (GONZÁLEZ & PINTO, 2008), no presente estudo reforça-se a perspectiva de que os gráficos estatísticos constituem objectos matemáticos complexos em termos semióticos (BATANERO et al., 2010). González e Pinto (2008) verificaram ainda que os futuros professores tinham um conhecimento muito reduzido acerca do processo de ensino dos gráficos estatísticos e das dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem da Estatística e dos gráficos estatísticos.

## Referências

AINLEY, J. (2000). Transparency in graphs and graphing tasks. An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365-384.

AINLEY, J. (2008). Reading the patterns in data: informal statistical reasoning. In A. Gomes (Eds.), *EME 2008 – Elementary Mathematics Education* (pp. 17-29). Braga: Universidade do Minho e Associação para a Educação Matemática Elementar.

BATANERO, C., ARTEAGA, P. & RUIZ, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141- 154.

BOAVENTURA, M. G. & FERNANDES, J. A. (2004). Dificuldades de alunos do 12º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. In J. A. FERNANDES, M. V. SOUSA & S. A. RIBEIRO (Orgs.), *Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 103-126). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

CARVALHO, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística. In J. A. FERNANDES, F. VISEU, M. H., MARTINHO & P. F. CORREIA (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola* (pp. 22-36). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

CAVALCANTI, M. R., NATRIELLI, K. R. & GUIMARÃES, G. L. (2010). Gráficos na mídia impressa. *Bolema*, 23(36), 733-751.

CURCIO, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. Reston, VA: NCTM.

FERNANDES, J. A., CARVALHO, C. & RIBEIRO, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7º ano de escolaridade. *Revista Zetetiké*, 15(28), 27-61.

FERNANDES, J. A. & BARROS, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. In *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM)* (13 pp.), Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 17-22 de Julho, CD-ROM.

FRIEL, S., CURCIO, F. & BRIGHT, G. (2001). Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.

GAL, I. (1998). Assessing statistical knowledge as it relates to students' interpretation of data. In S. P. LAJOIE (Ed.), *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in K-12* (pp. 275-295). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

GAL, I. (2002). Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), pp. 1-25.

GALL, M. D., GALL, J. P. & BORG, W. R. (2003). *Educational research: An introduction*. New York: Longman Publishers USA.

MAYÉN, S., COBO, B., BATANERO, C. & BALDERAS, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *UNIÓN*, 9, 187-201.

GONZÁLEZ, M. T. & PINTO, J. (2008). Conceptions of four pre-service teachers on graphical representation. In C. BATANERO, G. BURRILL, C. READING & A. ROSSMAN (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education. Consultado em Outubro 20, 2010, em [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.

MONTEIRO, C. & SELVA, A. C. V. (2001). Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. *Anais da XXIV Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu, Brasil. Consultado em Setembro 20, 2010, em [http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_24/investigando.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/investigando.pdf).

MORAIS, P. C. (2011). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.

SHAUGHNESSY, J. M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. In F. LESTER (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing.