ISSN 1516-5388

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA

v. 4 – n. 1 – 2002

educ

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA
revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática
puc-sp

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA

revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática
puc-sp

Correspondência:

Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

Rua Marquês de Paranaguá, 111 – CEP 01303-050 – Consolação – São Paulo – SP

Fone: (11) 3124-7210

Fax: (11) 3159-0189

E-mail: pegedmat@pucsp.br

Expediente: de segunda a sexta-feira das 10h30min às 12h e das 13h30min às 17h30min

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA

revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática

puc-sp

ISSN 1516-5388

Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 4, n. 1, pp. 1-67, 2002

educ

2002

Catalogação na fonte – Biblioteca Reitora Nadir Gouvêa Kfouri / PUC-SP

Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós - Graduados em Educação Matemática / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - n.1 (março de 1999) - São Paulo : EDUC, 1999 - semestral
ISSN 1516-5388

1. Educação Matemática Pesquisa - periódicos. I. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

EDUC - Editora da PUC-SP

Direção
Maria Eliza Mazzilli Pereira
Denize Rosana Rubano

Coordenação Editorial
Sonia Montone

Revisão
Sonia Rangel

Revisão de Inglês
Carolina Muniz Ventura Siqueira

Editoração Eletrônica
Artsoft Informática

Capa
Sara Rosa

educ
Rua Ministro Godói, 1197
Cep 05015-001 - São Paulo - SP
Fone: (11) 3873-3359 / Fax: (11) 3873-6133
E-mail: educ@pucsp.br
Site: www.pucsp.br/educ

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EDITORAS UNIVERSITÁRIAS

Associação Brasileira de Editores Científicos
ABEC

ABDR
EDITORA AFILIADA

Projeto Editorial

A revista *Educação Matemática Pesquisa*, do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, de regularidade semestral, constitui um espaço de divulgação de pesquisas científicas da área.

O projeto editorial da revista prioriza artigos científicos, inéditos no Brasil, da área de Educação Matemática. Mais particularmente, aqueles relacionados às linhas de pesquisa do Programa: A Matemática na estrutura curricular e formação de professores; História, Epistemologia e Didática da Matemática; e Tecnologias da Informação e Didática da Matemática. A prioridade dada às linhas descritas não é extensiva aos referenciais teóricos, ao contrário, procura-se contemplar a diversidade.

Serão acolhidos, também, artigos que favoreçam o diálogo entre Educação Matemática e áreas afins, como a Matemática, a Epistemologia, a Psicologia Educacional, a Filosofia, a História da Matemática e a História das Disciplinas, entre outras.

A seleção dos artigos faz-se mediante a aprovação de dois pareceristas do conselho editorial ou *ad hoc.* Os pareceres serão enviados aos autores.

Os artigos são apresentados sempre na versão original, com resumos bilíngües (português e inglês ou francês).

O projeto editorial prevê, ainda, que os volumes da revista contenham uma ou mais modalidades, como análises ou relatos de pesquisa, comunicações (ciclo de palestras, conferências), entrevistas, depoimentos ou resenhas científicas.

Em cada número haverá indicações sucintas das dissertações e teses produzidas no Programa, no semestre de edição.

Conselho Editorial

Editorial Project

The journal Educação Matemática Pesquisa *of the Post-Graduation Program in Mathematics Education of the Catholic University of São Paulo (PUC/SP) is published every semester with the aim of providing a space for disseminating scientific research in the area.*

The policy adopted by the editors is to prioritise scientific articles which have not been published in Brazil, related to Mathematics Education, particularly those addressing the lines of research of the program: Mathematics, curriculum structure and teacher training; History, Epistemology and Didactics of Mathematics; and Information Technology and the Didactics of Mathematics. The priority given to the described lines is not restricted to theoretical references; on the contrary, it is hoped that the journal will reflect the diversity that characterises research in Mathematics Education.

The editors also encourage the submission of articles which open dialogues between Mathematics Education and related areas, such as Mathematics, Epistemology, Educational Psychology, Philosophy, History of Mathematics and its teaching, amongst others.

In order to be selected, articles should receive two favourable reviews. Referees will be chosen from the editorial committee or they will be ad hoc reviewers. Authors will receive copies of the reviews.

Articles will be presented always in the original language of the author along with abstracts in Portuguese and English or French.

The journal can also include works of various different types, such as: research reports, papers based on lectures or conferences, interviews, commentaries on issues pertaining to research, critiques of articles and books, literature reviews and theoretical analyses.

Each issue, will also include brief descriptions of the dissertations and theses produced in the Program during the semester of the edition.

Editorial Committee

Sumário

Editorial

Este número da *Educação Matemática Pesquisa* privilegiou estudos de âmbito histórico. No primeiro artigo, Bruno Belhoste levanta uma questão de fundo para o estudo das relações entre os saberes escolares e os eruditos. O pesquisador do *Institut National de Recherche Pédagogique* – França, chama a atenção para o papel do ensino de matemática na produção do conhecimento matemático. Belhoste busca na história argumentos dos mais convincentes para demonstrar a impropriedade de separarmos *a priori* o âmbito da produção matemática do meio de circulação desse saber. Em continuidade às reflexões do pesquisador francês, Gert Schubring, na Alemanha, procura aprofundar as discussões, enfatizando, dentre outras, a necessidade de que sejam realizados, estudos comparativos de história da formação de comunidades matemáticas nacionais, de modo a que não se cometam anacronismos de considerar um único modelo e, retrospectivamente, tomá-lo como orientação para escrita da história da produção matemática. O texto de Regina Pavanello analisa a apropriações das pesquisas de Piaget na Educação, em particular, na Educação Matemática. Pavanello recupera historicamente como se deu a penetração do trabalho piagetiano no Brasil, informa como essas idéias organizaram pesquisas educacionais e aponta os problemas decorrentes do modo como o campo educacional utilizou essa orientação teórica.

Editores

Editorial

This issue of Educação Matemática Pesquisa *presents studies adopting a historical perspective. In the first article, Bruno Belhoste raises a fundamental question to the study of relationships between school and scholarly knowledge. The researcher from the Institut National de Recherche Pédagogique in France focuses on the role of mathematics teaching in the production of mathematical knowledge. Belhoste identifies in history convincing arguments to demonstrate that it is inappropriate to separate a priori the activity of producing mathematics from the means of disseminating this knowledge. The theme behind the reflections of the French researcher is taken up by Gert Schubring in his article. The German author discusses, among other things, the need to carry out comparative studies on the history of the emergence of national mathematical communities, in order to avoid overemphasising one single model and taking this as the orientation for writing the history of mathematical production. The text by Regina Pavanello analyses the way in which Piaget's research has been applied to educational contexts and, in particular, to mathematics education. She provides a historical examination of the penetration of Piaget's work in Brazil, considering how his ideas have been used to organise educational research and identifying ongoing problems regarding how the educational field has used this theoretical perspective.*

Editors

Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques*

BRUNO BELHOSTE**

Résumé

Dans cette communication je voudrais défendre le point de vue selon lequel la mise en commun du savoir mathématique, c'est-à-dire sa socialisation au sein de communautés de spécialistes et de communautés d'utilisateurs, qu'elles soient savantes ou de métier, voire même dans l'ensemble du corps social, constitue un aspect essentiel de l'activité mathématique, partie intégrante de l'activité d'invention. Que, de maniere générale, il n'existe pas de sphère de la production théorique qui serait entierèment autonome, mais plutôt des activités intellectuelles engagées dans des contextes spécifiques qui déterminent les conditions de leur développement.

Mots-clé: *histoire des mathématiques; épistémologie; enséignement des mathématiques.*

Resumo

Neste artigo procura-se mostrar como a socialização do saber matemático constitui um aspecto essencial da atividade matemática, representando parte integrante de sua atividade de invenção. Mais, ainda, que não existe uma esfera de produção teórica inteiramente autônoma, mas atividades intelectuais engajadas em contextos específicos, que determinam as condições de seu desenvolvimento.

Palavras-chave: história da matemática; epistemologia; ensino de matemática.

Abstract

The aim of the present article is to show how the socialization of mathematical knowledge constitutes an essential aspect of mathematical activity, representing an integral part of its activity of invention. Furthermore, it argues that a theoretical production sphere which is completely autonomous does not exist; rather, there are intellectual activities engaged in specific contexts, which determine the conditions of its development.

Key-words: *history of mathematics; epistemology; mathematics teaching.*

---

* Este texto foi publicado originalmente na *Revue d´histoire des mathématiques,* da Société Mathématique de France, v. 4, pp. 289-304, 1998.

** INRP – Service d´histoire de l´éducation. Paris. E-mail: belhoste@inrp.fr

De nombreux travaux d'histoire des mathématiques abordent le thème de l'enseignement, et ceci sous les angles les plus divers: études institutionnelles, analyses de cours et de traités didactiques, biographies de mathématiciens, etc. Mais rares sont les historiens des mathématiques qui lui accordent toute l'importance qu'il mérite. C'est que la plupart ils considerènt encore la communication, la transmission et la vulgarisation du savoir mathématique comme des activités secondaires et périphériques.

Sous cette indifférence se cache en fait l'idée fausse que la production mathématique peut être séparée *a priori* par l'historien des conditions de sa reproduction.

Contre ce préjugé, je voudrais défendre le point de vue selon lequel la mise en commun du savoir mathématique, c'est-à-dire sa socialisation au sein de communautés de spécialistes et de communautés d'utilisateurs, qu'elles soient savantes ou de métier, voire même dans l'ensemble du corps social, constitue un aspect essentiel de l'activité mathématique, partie intégrante de l'activité d'invention. Que, de maniere générale, il n'existe pas de sphère de la production théorique qui serait entierèment autonome, mais plutôt des activités intellectuelles engagées dans des contextes spécifiques qui déterminent les conditions de leur développement. C'est pourquoi l'étude de la circulation des textes et des pratiques dans le temps et l'espace social et géographique me paraît au cœur du travail de l'historien. Mais cette approche, aujourd'hui banale en histoire des sciences, reste trop peu répandue en histoire des mathématiques, où domine encore une conception idéaliste et rétrospective du développement de la discipline.

L'enseignement constitue lui-même une modalité particulière de la socialisation du savoir dans laquelle le récepteur est en situation d'apprentissage, ce qui implique une mise en forme didactique et l'invention d'activités spécifiques. Du fait de son degré élevé de formalisation et d'institutionnalisation, il joue un rôle décisif non seulement dans la diffusion du savoir et sa transmission intergénérationnelle mais aussi dans sa constitution en science normale, définie au sens de T. Kuhn par des représentations, des valeurs et des pratiques partagées. Son importance est d'autant plus grande en mathématiques qu'il s'agit dans ce cas d'un savoir d'expert, produit par des spécialistes mais qui intéresse un large spectre d'utilisateurs, voire qui intervient dans la formation initiale et générale des élites instruites, d'où la nécessité pour ceux qui l'enseignent de le "transposer" pour l'adapter à ces nouveaux publics. C'est pourquoi je voudrais plaider pour une reévalution du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques.

Mon ambition dans cette note, compte tenu de ces remarques, n'est pas de dresser un bilan critique des travaux historiques déjà entrepris sur ce sujet – dont un certain nombre sont cités dans la bibliographie –, mais plutôt d'indiquer dans quelles directions la recherche devrait, à mon avis, se développer en priorité au cours des prochaines années. Je retiendrai pour cela trois thèmes principaux, qui définissent chacun une orientation de recherche, en me limitant à l'Europe moderne et contemporaine et principalement aux XVIII^{e} et XIX^{e} siècles que je connais le mieux. Pour la même raison, je m'appuierai exclusivement sur les cas français, allemand et, dans une moindre mesure, anglais, pour illustrer mon propos. Le premier thème, déjà bien étudié, relève de l'histoire institutionnelle: il concerne le rôle joué par l'enseignement dans l'organisation du champ disciplinaire, la professionalisation du milieu mathématique et la standardisation des carrières. Le second thème porte sur l'étude des représentations qui régulent l'activité didactique en mathématiques, contribuant ainsi à structurer l'ensemble du champ disciplinaire et à y orienter le travail intellectuel. Comme troisième et dernier thème, je retiendrai la contribution des activités didactiques au développement et à la diffusion des pratiques mathématiques elles-mêmes.[1]

Un monde de professeurs

Les mathématiciens, dans leur très grande majorité, sont aujourd'hui des enseignants. Le déroulement des carrières et l'organisation des activités s'effectuent principalement dans un cadre universitaire ou scolaire. L'opinion publique perçoit d'ailleurs les mathématiques avant tout comme une discipline d'enseignement. Pour les mathématiciens en revanche, l'activité de recherche est l'élément primordial qui définit leur identité professionnelle. C'est dire qu'au yeux des pairs, enseigner les mathématiques ne suffit pas pour être mathématicien, il faut encore et surtout produire des résultats mathématiques. Ce point de vue aujourd'hui dominant ne s'est pourtant imposé qu'assez récemment: vers la fin du XIX^{e} siècle en Europe, pas avant.

---

1 Je tiens à remercier Hélène Gispert pour m'avoir aidé, par ses remarques critiques, à améliorer la version initiale de cette note.

L'idée anachronique n'en prévaut pas moins encore que, partout et de tout temps, la condition nécessaire et suffisante pour mériter le titre de mathématicien est d'avoir contribué au progrès des mathématiques. Qu'Archimède, Descartes, Euler et Hilbert soient tous également des mathématiciens paraît en effet une évidence, mais en dirait-on autant de tel maître d'arithmétique du XVII^e siècle ou de tel professeur de mathématiques du XIX^e siècle ?

Pourtant, si l'on considère le statut de mathématicien non comme une catégorie anhistorique, mais comme une construction sociale ayant une histoire, rien n'autorise, par exemple, à définir Descartes comme un mathématicien – ce serait plutôt un philosophe – et à exclure Louis Richard, le professeur de Galois et Hermite au lycée Louis-le-Grand. En réalité c'est bien principalement par l'enseignement que l'activité mathématique se professionnalise en Europe pour donner naissance à la figure moderne du mathématicien. Analyser ce processus est source de nouvelles questions: quelles sont les relations entre la dynamique des institutions scolaires et l'évolution du statut des mathématiciens? Comment, en particulier, la différenciation des formes d'enseignement influe sur la structuration du milieu mathématique et l'organisation du champ disciplinaire? Et quel effet cette prise en compte du contexte scolaire a-t-elle sur la périodisation de l'histoire des mathématiques en général? Dans les universités médiévales, le *quadrivium* (arithmétique, géométrie, musique et astronomie) occupe une place marginale et l'on ignore d'ailleurs quels sont les régents qui l'enseignaient aux artiens. Il semble qu'il faille plutôt chercher du côté des maîtres d'algorisme et d'abaque qui apparaissent au XIV^e siècle en Italie, en France et en Allemagne les premiers exemples en Occident d'une communauté de mathématiciens enseignants. À Florence et dans d'autres villes italiennes, il existe ainsi de nombreuses écoles ou l'on enseigne aux futurs marchands l'arithmétique commerciale. Mais c'est surtout à partir du XVI^e siècle que l'enseignement mathématique se développe en Europe. L'apparition de nouvelles techniques militaires, en particulier l'artillerie, la fortification bastionnée et la cartographie, ainsi que le développement de marines de guerre suscitent une forte demande de formation en mathématiques. Devenues un élément de la culture aristocratique liée à la guerre, celles-ci sont enseignées principalement par des maîtres privés de mathématiques. En rapport à ces nouveaux besoins, sont créées également des chaires de mathématiques dans les universités et les colleges. Par exemple, un corps de professeurs de mathématiques se met progressivement en place dans les collèges jésuites à partir de la fin du XVI^e siecle.

La contribution de tous ces enseignants au progrès des mathématiques est restée en général modeste. Les mathématiciens créateurs, ceux dont l'histoire des mathématiques a retenu le nom, sont pour la plupart des hommes de cour ou de cabinet entrés au service des princes, puis intégrés aux institutions académiques. Euler, au XVIII^e siècle, en est l'exemple emblématique. Les professeurs constituent néanmoins un milieu de réception et une chambre d'écho pour les travaux de recherche dont on ne saurait sous-estimer l'importance. Il reste aux historiens, dans la mesure où les sources le permettent, à explorer plus systématiquement ces milieux mal connus, à repérer les hommes, à en reconstituer les réseaux et les carrières, à en évaluer les savoirs, les enseignements et les productions.

La période entre 1770 et 1820 marque un tournant majeur dans l'émergence d 'un statut de mathématicien professionnel, en même temps que la recherche mathématique s'implante dans les institutions d'enseignement. Une nouvelle figure émerge alors, celle du mathématicien professeur, d'abord en France puis partout en Europe. Deux raisons fondamentales expliquent à mon avis cette mutation: d'une part, les États prennent en charge la formation des spécialistes dont ils ont besoin, en particulier des spécialistes militaires, et consacrent les mathématiques, élément traditionnel de leur culture professionnelle, comme discipline d'excellence; les maîtres de mathématiques se trouvent ainsi peu à peu intégrés dans un systeme de formation des élites administratives; d 'autre part, la crise du modele humaniste de culture scolaire mis en place au XVI^e siecle favorise l'introduction des mathématiques comme élément fondamental de la formation intellectuelle et morale dans l'enseignement de niveau secondaire; la création d'un enseignement secondaire de mathématiques entraîne celle d'un corps enseignant dont l'État doit assurer la formation et l'encadrement.

En France, les examinateurs qui interrogent les candidats à l'admission dans les corps de l'artillerie, du génie et de la marine militaires sont au XVIII^e siecle des mathématiciens membres de l'Académie des sciences. En amont de l'examen, des préparations sont créées dans des colleges d'élite, ouvrant des carrières à des professeurs de mathématiques. En aval de l'examen, des écoles d'ingénieurs sont établies, accordant la première place à l'enseignement des mathématiques. La plus illustre est l'École de Mézières, où Gaspard Monge commence à la fois sa carrière de professeur et de mathématicien. L'École polytechnique, fondée pendant la Révolution, hérite de l'expérience accumulée dans ces écoles. L'enseignement des mathématiques y est assuré par les plus grands mathématiciens du moment: Lagrange, Monge, plus tard Fourier, Poisson, Cauchy, Liouville et beaucoup d'autres. Mais ces figures prestigieuses ne sont pas isolées. Elles couronnent au XIX^e siècle un corps fonctionnarisé de professeurs de mathématiques qui enseignent dans les lycées. En Allemagne, la réforme humboldtienne d'inspiration néo-humaniste accorde, sur le modèle français, une place importante aux mathématiques dans l'enseignement des Gymnasien. Il en résulte, comme en France, une réorganisation du milieu mathématique autour de l'activité enseignante, mais selon des modalités toutes différentes. Alors qu'en France la presque totalité des mathématiciens du XIX^e siècle est formée à l'École polytechnique, qui est une école d'ingénieurs, et que l'École normale, ou se forment les professeurs de lycées, ignore les activités de recherche, en Allemagne, les universités associent organiquement la formation des professeurs des *Gymnasien* et les activités de recherche en mathématiques.

C'est une des raisons pour lesquelles le milieu mathématique au XIX^e siècle est structuré de manière très différente dans les deux pays. En France, il est polarisé selon un axe allant des ingénieurs polytechniciens aux professeurs agrégés de l'Université. Les premiers sont hégémoniques à l'Académie des sciences et dans les hauts établissements parisiens d'enseignement et de recherche tandis que les seconds sont implantés presque exclusivement dans les lycées et les facultés de province. La domination des polytechniciens se traduit par le contrôle qu'ils exercent sur l'enseignement des mathématiques de niveaux secondaire et supérieur tant par l'intermédiaire de l'examen d'admission à l'École polytechnique que directement au Conseil de l'instruction publique et à l'inspection générale. Il faut attendre le développement de l'enseignement supérieur, à partir de Ia fin des années 1870, pour que la situation se transforme progressivement: les enseignants des nouvelles universités, formés pour la plupart à l'École normale supérieure, s'imposent progressivement comme les nouveaux leaders du milieu mathématique, tant dans l'enseignement que dans la recherche, tandis que recule l'influence des polytechniciens.

En Allemagne, malgré des différences entre les États et une hiérarchisation des postes, le milieu mathématique formé dans les universités semble plus homogène, permettant une circulation des hommes et des idées entre les *Gymnasien*, les *Technische Hochschulen* et les universités. À tous les niveaux, le contact avec la recherche est une condition pour entrer et progresser dans la profession enseignante. Les carrières mathématiques en Allemagne peuvent ainsi se développer dans un espace moins cloisonné et centralisé qu'en France. Quant à l'Angleterre du XIX^e siècle, ou n'existent ni réseau national d'établissements secondaires, ni système d'écoles d'ingénieurs, elle offre encore un cas différent de structuration du milieu mathématique, à caractère essentiellement bipolaire, avec un pôle universitaire à Cambridge et un pôle londonien où se développent des enseignements à visée utilitaire.

Ces quelques éléments montrent l'intérêt qu'il y aurait à étudier la structuration des milieux mathématiques dans les différents environnements nationaux en prenant en compte non seulement les mathématiciens, productifs mais aussi l'ensemble des enseignants de mathématiques quel que soit le niveau où ils enseignent. Ce travail, à peine commencé, passe à la fois par l'analyse structurelle des différents segments du milieu professionnel, par exemple celui des professeurs des classes préparatoires en France, ou celui des professeurs des *Technische Hochschulen* en Allemagne, et par l'analyse prosopographique des populations concernées, permettant la reconstitution systématique des formations et des carrières.

Enseignement et représentation des mathématiques

Une pareille étude sociographique ne prendrait cependant tout son sens qu'associée à l'analyse du champ mathématique, au sens de Pierre Bourdieu, c'est-à-dire de l'espace des positions dans lequel se déploient les carrières et les intérêts des mathématiciens. Ce champ, qui est lui-même un produit historique, peut être décrit aussi bien au point de vue de ses institutions qu'au point de vue des représentations collectives qui y régulent le travail intellectuel. Dans les deux cas, le rôle de l'enseignement est fondamental, surtout aux XIX^e et XX^e siècles.

Je n'insisterai pas ici sur les institutions. J'ai déjà évoqué plus haut le rôle bien connu des établissements d'enseignement dans l'organisation du milieu mathématique. Mais, comme on l'a déjà vu, il n'existe pas de modèle unique: non seulement les relations institutionnelles entre enseignement et recherche ont évolué considérablement entre le début du XIX^e siècle et aujourd'hui, mais encore la situation est très différente selon les pays et les établissements. À l'École polytechnique, c'est seulement dans les premières années après la fondation qu'enseignement et recherche sont associés organiquement. Lagrange et Monge donnent des leçons aux élèves les plus avancés où ils présentent des travaux et résultats inédits, le premier sur la théorie des fonctions analytiques, le second sur la géométrie infinitésimale et les élèves eux-mêmes sont invités à entreprendre des recherches originales. Plus tard, en revanche, la recherche est bannie de l'École, les leçons devant suivre strictement un programme défini à l'avance. C'est dans le choix des principes et des méthodes que le professeur peut introduire des innovations. Mais les difficultés rencontrées par Cauchy dans son enseignement montrent le peu de liberté dont dispose dorénavant le professeur. En fait, l'École polytechnique cesse progressivement d'être un lieu de recherche entre 1805 et 1830.

À Cambridge, l'enseignement des mathématiques est conçu comme le moyen d'une éducation "libérale", préparatoire aux études spécialisées de droit et de médecine. Le système très conservateur des examens (le *mathematical Tripos*) ne laisse aucune place à la recherche qui reste donc nettement séparée de l'enseignement. Dans les universités allemandes, en revanche, la recherche est considérée comme une activité normale des professeurs, à laquelle sont associés les étudiants les plus avancés engagés dans la préparation d'un doctorat. Ainsi se développent au XIX^{e} siècle des traditions de recherche dans chaque université où s'illustrent de grands mathématiciens: Jacobi à Königsberg; Weierstrass, Kummer et Kronecker à Berlin; Gauss, Dirichlet, Riemann et Clebsch à Goettingen. F. Klein, à la fin du siècle, pousse le modèle à son apogée en faisant de Goettingen un centre d'enseignement et de recherche de rayonnement international.

Plus que sur le rôle des établissements d'enseignement, je voudrais insister sur Ia façon dont l'activité didactique contribue à modeler les représentations mathématiques elles-mêmes. Par exemple, la distinction entre l'élémentaire et le supérieur qui structure d'une certaine manière le savoir mathématique renvoie directement à l'enseignement. En France, le corpus des mathématiques élémentaires, constitué au XVIII^{e} siècle et révisé pendant Ia Révolution, est enseigné au lycée: il comprend jusqu'à la fin du XIX^{e} siècle l'arithmétique, l'algèbre et Ia géométrie dites élémentaires, à l'exclusion des méthodes de transformation qui caractérisent la "géométrie moderne" et des méthodes infinitésimales du calcul différentiel et intégral. Il faut attendre les réformes de l'enseignement secondaire du début du XX^{e} siècle pour que ces frontières jusqu'alors intangibles soient remises en cause, avec l'introduction dans les programmes des notions de fonction numérique et de transformation géométrique.

L'opposition fondamentale pour l'image des mathématiques aux XIX^e et XX^e siècles entre mathématiques pures et mathématiques appliquées est elle-même partiellement instituée par l'activité d'enseignement. L'origine en remonte au dernier tiers du XVIII^e siècle. À l'École polytechnique, les enseignements de mathématiques sont divisées entre une partie pure – analyse et géométrie descriptive –, et une partie appliquée – géométrie analytique et mécanique rationnelle pour l'analyse, dessin d'ingénieur pour Ia géométrie descriptive. En aval, les enseignements considérés comme appliqués à l'École polytechnique, s'appliquent à leur tour aux diverses spécialités d 'ingénieurs, sous la forme de cours sur Ia résistance des matériaux, le dessin des fortifications, Ia science des machines, etc., dans les "écoles d'application", telles que l'École des ponts et chaussées et l'École de l'artillerie et du génie. Dans les universités allemandes du XIX^e siècle, en revanche, les mathématiques que l'on doit enseigner sont celles que l'on considere comme pures, conformément à l'idéal spirituel de la *Bildung*, l'enseignement des mathématiques appliquées étant réservé aux *Technische Hochschulen*. Il existe ainsi, dans le partage entre le pur et l'appliqué, des régimes différents selon les lieux et les époques. L'enseignement à Cambridge montre d'ailleurs que ce partage ne s'est pas imposé partout au XIX^e siècle: tout en étant conçu comme une formation générale de l'esprit, les mathématiques enseignées y sont orientées vers les mathématiques mixtes et la philosophie naturelle.

Je prendrai comme troisième exemple illustrant le rôle joué par l'activité didactique dans les représentations structurantes des mathématiques, l'image de la rigueur telle qu'elle est construite et véhiculée par l'enseignement au cours du XIX^e siècle. L'exposé euclidien de la géométrie, en particulier sous la forme donnée à des fins d'enseignement par Legendre à la fin du XVIII^e siècle, représente longtemps le principal modèle d'une mathématique démonstrative rigoureuse. C'est en référence à ce modèle, et en opposition à la théorie des fonctions analytiques de Lagrange, que Cauchy élabore à l'École polytechnique sa propre version du cours d'analyse. La rigueur est pour lui une exigence non seulement mathématique mais aussi didactique et idéologique. Très critique vis-à-vis des procédés d'extension des définitions et des résultats par continuité et analogie formelle, tout en restant fidèle au projet polytechnique d'un enseignement des généralités en vue des applications, Cauchy est toujours soucieux de définir les conditions d'application des méthodes générales qu'il expose aux élèves. Il ne cherche cependant jamais à substituer aux représentations géométriques sous-jacentes un socle qui serait plus rigoureux pour fonder l'analyse. Mis en œuvre dans un cadre didactique très différent, l'ideal de rigueur en analyse promu dans Ia deuxième moitié du siècle en Allemagne, en particulier par Weierstrass, se traduit en revanche par un rejet de l'intuition géométrique comme fondement du numérique, attitude qui renvoie elle-même au statut marginal de la géométrie à l'Université de Berlin.

Les avantages respectifs de l'approche analytique et de l'approche géométrique en mathématiques sont d'ailleurs pendant longtemps un topos de la mathématique scolaire, illustré par le débat qui fait rage à Cambridge dans la première moitié du XIX[e] siècle. La prééminence de la géométrie y trouvait sa raison d'être dans le respect des classiques, Euclide et Newton – la notion de classique renvoyant elle-même à l'idée d'une norme scolaire. Les jeunes turcs de l'Analytical Society, Babbage et Peacock, parviennent à introduire dans le *mathematical Tripos* les notations différentielles et l'analyse telles qu'on les enseigne à l'École polytechnique pendant les années 1820. Mais la supériorité qu'aurait la géométrie comme discipline de l'esprit, selon Whewell et d'autres a mathématiciens de Cambridge, explique son retour en force dans le *Tripos* à partir du milieu du siècle.

Pratiques d'enseignement et pratiques de recherche

Une meilleure prise en compte des différents contextes d'enseignement devrait éclairer d'un jour nouveau des thèmes classiques de l'histoire des mathématiques, comme ceux des relations entre domaine pur et domaine appliqué ou du développement de la rigueur en mathématiques évoqués dans la partie précédente. Elle devrait contribuer en particulier à mieux distinguer dans l'analyse de la production mathématique ce qui relève des effets de champ, c'est-à-dire des modes d'organisation et de représentation de la discipline à un moment et en un lieu donné, du travaíl propre à chaque mathématicien.

Les institutions et représentations structurant le champ disciplinaire déterminent en effet des pratiques, c'est-à-dire des modes de travail, qui modèlent l'activité mathématique. L'étude de ces pratiques est évidemment décisive pour l'historien des mathématiques. Elle est aujourd'hui à peine commencée. Compte tenu du rôle joué par l'activité didactique dans le champ disciplinaire des mathématiques, on ne s'étonnera pas de voir les pratiques d'enseignement agir sur et interférer avec les pratiques de recherche. Je prendrai trois exemples pour illustrer cette interaction: les pratiques relatives à la rédaction et la résolution des problèmes, les pratiques relatives à la préparation des cours, enfin les pratiques relatives au travail mathématique collectif.

Une façon de définir aujourd'hui l'activité mathématique est de la considérer comme une activité de résolution de problèmes. Sans vouloir discuter ici ce point de vue, je relève qu'il définit assez exactement ce qu'on attend en général d'un éleve ou étudiant de mathématiques: savoir résoudre des problèmes posés par l'enseignant ou l'examinateur. La résolution de problèmes est donc à la fois une activité didactique et une activité savante. Quel rapport peut-on établir entre l'une et l'autre? S'il n'existe évidemment pas de réponse valable en tout lieu et en tout temps, on peut repérer des cas où la pratique scolaire du problème a exercé une notable infiuence sur la pratique de recherche elle-même. Je prendrai comme exemple une fois encore les débuts de l'École polytechnique.

Dans sa pédagogie héritée des traditions de Mézieres, Monge accordait la première place à la résolution de problèmes. En géométrie descriptive, le principal travail des élèves consistait à donner la solution graphique de problèmes de géométrie (construction de surfaces, d'intersections de surfaces, de plans tangents, etc.), en s'inspirant des épures dont Monge avait fait graver le modèle. Les problèmes posés par ces constructions graphiques à la règle et au compas, qu'ils devaient traiter en parallele par les moyens de l'analyse, sont devenus eux-mêmes objet de recherche et de méditation mathématique pour de jeunes géomètres comme Brianchon, Poncelet ou Chasles. Ils sont ainsi à l'origine, pour une part au moins, du développement de la "géométrie moderne" du XIX^{e} siècle.

Cet exemple montre comment la pratique du probléme en situation didactique peut donner naissance à une pratique du problème en situation de recherche. Mais la question est rendue plus complexe du fait qu 'il existe des pratiques du problème mathématique en d'autres situations, par exemple en situation ludique. La vaste littérature mathématique sur les problèmes de géométrie du triangle ou d'arithmétique élémentaire au XIX^{e} siècle, produite principalement par des professeurs, montre la difficulté des classements trop exclusifs: s'agit-il dans ce cas de problémes didactiques, de problémes ludiques, de problémes savants? En revanche, le lien entre la pratique scolaire et la pratique savante du probléme mathématique apparaît clairement dans les activités d'initiation à la recherche. C'est vrai lorsque l'on examine les premiers travaux de mathématiciens du XIX^{e} siècle, c'est vrai plus encore lorsque l'on considere les sujets de recherche soumis aux doctorants dans les universités du XX^{e} siècle. On peut supposer non seulement que la pratique didactique du problème a été souvent réinvestie par les mathématiciens dans leur activité de recherche, mais encore qu'à chaque époque, les différences dans les sujets, les styles et les modalités du problème didactique ont influé directement sur les pratiques de recherche elles-mêmes.

Si l'impact sur la recherche de la pratique du problème en situation didactique n'a jamais été étudié à ma connaissance, celui des enseignements magistraux intéresse depuis longtemps les historiens des mathématiques qui y trouvent une source privilégiée et souvent inédite pour étudier les œuvres des mathématiciens. Le point qui m'intéresse ici concerne plutôt la spécificité du cours magistral comme activité mathématique et ce qu'elle implique pour le travail de recherche. En général, l'objectif d'un cours est moins d'exposer des résultats originaux que de donner la meilleure présentation au point de vue didactique de résultats connus. Plutôt qu'à découvrir, le travail créatif consiste ici à mettre en ordre, à clarifier, à simplifier. Ce travail peut aboutir parfois à l'invention de nouveaux concepts, de nouvelles méthodes, de nouvelles théories, mais surtout il contribue puissamment à organiser le savoir mathématique en imposant des choix: quelles sont les connaissances prérequises, quels sont parmi les résultats ceux qui sont jugés essentiels, ceux qui sont accessoires, ceux qu'il suffit de renvoyer en exercices d'application? Ces choix impliquent en effet non seulement une opinion sur la valeur didactique de tel ou tel mode d'exposition mais aussi une vision de la nature et de Ia structure du savoir mathématique. De manière générale, le cours magistral ouvre ainsi souvent la voie à la rédaction du traité de mathématiques, comme le montrent de nombreux exemples depuis Lagrange jusqu'à Bourbaki. Le cas Bourbaki est particulièrement éclairant puisque l'idée originale, consistant à remplacer par un nouveau cours le traité d'analyse de Goursat utilisé dans l'enseignement supérieur français depuis le début du XX^{e} siécle aboutit au projet grandiose d'écrire des *Eléments* qui fixeraient les bases de la mathématique moderne.

Prenons, pour illustrer le propos, la théorie des fonctions elliptiques telle qu'elle est présentée au XIX^{e} siècle. Dans les années 1820, ni Legendre, ni Abel, ni Jacobi n'en donnent d'exposé didactique. Le premier à l'enseigner est Jacobi, en 1835: c'est à cette occasion qu'il prend les fonctions thêta, définies par des séries de Fourier, comme point de départ de la théorie. En 1848, Hermite donne à son tour un cours au Collège de France sur les fonctions elliptiques: l'étude de ces fonctions y est fondée, pour la première fois, sur la théorie des fonctions de variable complexe: développée par Cauchy. Puis Riemann, dans ses leçons sur les fonctions elliptiques données à Goettingen sept ans plus tard, en 1855-56, adopte un point de vue géométrique: les fonctions elliptiques y sont considérées, comme des fonctions paramétrant une surface de Riemann à deux feuillets et quatre points de ramification. Enfin Weierstrass introduit sa célèbre fonction $\wp$ comme élément fondamental de la théorie des fonctions elliptiques dans ses leçons données à Berlin en 1863. À chaque fois, on voit que le mode d'exposition adopté par le professeur pour introduire la théorie des fonctions elliptiques dépend de la conception générale de l'analyse qu'il veut promouvoir à travers son enseignement magistral.

La préparation du cours est en général une activité solitaire, mais sa rédaction est souvent collective: non seulement le professeur peut tenir compte des observations de ses auditeurs, mais il lui arrive de laisser à un élève le soin de le rédiger pour le publier, selon une pratique universitaire communément admise. Cette collaboration entre maîtres et élèves dans la rédaction des leçons illustre la dimension collective de l'activité didactique. Dans quelle mesure cette pratique de travail est-elle passée de l'enseignement à la recherche? Y répondre contribuerait, je pense, à mieux comprendre la genèse et le fonctionnement des écoles mathématiques aux XIX^{e} et XX^{e} siècles. Prenons l'exemple déjà cité de l'École de Monge en géométrie. À l'origine de cette école mathématique se trouve l'enseignement de Monge lui-même. Dès 1794, celui-ci organise en séminaire de recherche la petite école ou sont formés les moniteurs qui encadreront les élèves de l'École polytechnique (les "chefs de brigade"), parmi lesquels Malus, Biot et Lancret. Au cours des années suivantes, il encourage les élèves à entreprendre des travaux mathématiques personnels, à confronter et à échanger leurs résultats, comme en témoigne la partie mathématique de la *Correspondance sur l'École polytechnique* éditée par Hachette. Pour Monge, la meilleure pédagogie est celle qui incite les élèves à produire ensemble un travail créatif. Néanmoins, les études ne sont pas organisées à l'École polytechnique pour permettre le développement d'une telle activité collective de recherche. Celle-ci s'étiole après la retraite de Monge en 1809 et disparaît lorsque l'École est réorganisée en 1816.

En revanche la création, sur le modèle des séminaires de philologie, de séminaires mathématiques dans les universités allemandes institutionnalise le travail collectif de recherche. À l'origine, le séminaire fonctionne comme une préparation à l'enseignement secondaire: sous la direction du professeur, les étudiants présentent des leçons en se critiquant mutuellement. Mais les sujets ne se limitent pas aux questions enseignées au *Gymnasium*. Les étudiants doivent aussi présenter des travaux personnels. Le séminaire pédagogique devient ainsi en même temps un séminaire de recherche. C'est Jacobi, en collaboration avec Franz Neumann, qui crée le premier séminaire de mathématiques et physique à l'Université de Königsberg en 1835. Le modèle se diffuse progressivement dans les autres universités allemandes, à Fribourg, Göttingen, Munich, Breslau, Heidelberg, Tübingen, Giessen, Berlin, etc. Ce sont ces séminaires qui donnent corps aux différentes écoles de recherche qui caractérisent l'activité mathématique en Allemagne au XIXe siècle.

L'importance de l'enseignement pour l'histoire des mathématiques ne se limite évidemment pas aux seuls thèmes que j'ai retenus pour cette note. Parmi les nombreuses autres orientations de recherche possibles, j'en évoquerai pour conclure deux qui me paraissent aussi prometteuses. La première concerne la place de l'enseignement des mathématiques dans le développement des domaines de recherche et la constitution des spécialités, depuis l'algèbre en Europe à la fin du Moyen Âge jusqu'à "l'algèbre moderne" des années 1920, en passant par le calcul infinitésimal au début du XVIIIe siècle, la géométrie descriptive entre 1760 et 1810, la cinématique entre 1830 et 1860 et l'analyse réelle à la fin du XIXe siècle, pour prendre quelques exemples au hasard. Non que les historiens qui se sont intéressés déjà à ces questions aient négligé l'enseignement – ne serait-ce que comme une source, à travers les cours, les manuels et les traités –, mais rares sont ceux qui ont été jusqu'à le considérer comme un moteur du développement disciplinaire. La deuxième orientation que je retiendrai ici concerne l'influence exercée par l'enseignement mathématique hors du milieu mathématique lui-même, par exemple sur les modes de pensée et de travail des marchands, des ingénieurs ou des artistes, ou, plus généralement encore, sur la culture intellectuelle des élites instruites. S'ouvre là un vaste champ de recherche, qui dépasse d'ailleurs l'histoire des mathéma- tiques *stricto sensu* pour toucher l'histoire des cultures professionnelles et des cultures savantes. Les quelques pistes évoquées dans cette note voudraient en tout cas convaincre que l'enseignement ne doit pas constituer seulement pour l'historien des mathématiques une source où puiser une documentation ou un décor à planter pour un scénario, mais bien un élément à part entière de sa problématique.

Bibliographie[2]

BEAUJOUAN, G. (1991). *Par raison de nombres: l'art du calcul et les savoirs scientifiques médiévaux (Variorum, Collected Studies Series CS 344)*. Aldershot, Ashgate.

BECHER, H. W. (1980). William Whewell and Cambridge Mathematics, *Historical Studies in the Physical Sciences*, n. 11, pp. 1-48.

BELHOSTE, B. (1995). *Les sciences dans l'enseignement secondaire français*. Textes officiels réunis et présentés par Bruno Belhoste. Tome 1, 1789-1914. Paris, Institut National de Recherche Pédagogique et Éditions Économic.

BIAGIOLI, M. (1989). The Social Status of Italian Mathematicians, 1450-1600. *History of Science,* n. 27, pp. 41-95.

BIERMANN, K.-R. (1973). Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810-1933: Stationen auf dem Wege eines mathematischen Zentrums von Weltgeltung. Berlin, Akademie-Verlag (rééd. 1988).

CROMBIE, A. C. (1977). "Mathematics and Platonism in the Sixteenth-Century Italian Universities and in Jesuit Education Policy". In: MAEYAMA, Y. et SALTZER, G. (éds.). PRIS-MATA, Naturwissenschaftsgeschichtliche Studien (Festschrift für Willy Hartner). Wiesbaden, Franz Steiner Verlag, pp.63-94.

2 Faute de pouvoir citer tous les travaux abordant de pres ou de loin l'histoire de l'enseignement des mathématiques, je n'ai retenu dans cette bibliographie très sélective que quelques ouvrages et articles récents dont la lecture a inspiré tout particulièrement la rédaction de cette note.

DHOMBRES, J. (1985). French Mathematical Textbooks from Bézout to Cauchy. *Historia Scientarium*, n. 28, pp. 91-137.

DHOMBRES, J. (1992) L'École normale de l'an III. Leçons de mathématiques. Laplace-Lagrange-Monge, édition annotée des cours avec introductions et annexes sous la direction de Jean Dhombres. Paris, Dunod.

DURAND-RICHARD, M.-J. (1996). "L'école algébrique anglaise et les conditions conceptuelles et institutionnelles d'un calcul symbolique comme fondement de la connaissance". In: GOLDSTEIN, C.; GRAY, J. et RITTER, J. (éds.). *L'Europe mathématique. Histoires, Mythes, Identités*. Paris, Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme, pp. 447-477.

FEINGOLD, M. (1984). *The Mathematician's Apprenticeship Science, Universities and Society in England, 1560-1640.* Cambridge, Cambridge University Press.

GASCOIGNE, J. (1984). Mathematics and Meritocracy: The Emergence of the Cambridge Mathematical Tripos. *Social Studies of Science*, n. 14, pp. 547-584.

GISPERT, H. (1991). La France mathématique. La Société mathématique de France (1872-1914). Paris, Société Française d'Histoire des Sciences et des Techniques et Société Mathématique de France. *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*.

JAHNKE, H. N. (1990). *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform.* Göttingen, Van-denhoek & Ruprecht.

PYENSON, L. (1983). *Neohumanism and the Persistence of Pure Mathematics in Wilhelmian Germany*. Philadelphia, American Philosophical Association.

RICE, A. (1996). Mathematics in the Metropolis: A Survey of Victorian London. *Historia Mathematica*, n. 23, pp.376-417.

RICHARDS, J. L. (1988). *Mathematical Visions. The Pursuit of Geometry in Victorian England*. Boston, Academic Press.

ROWE, D. E. (1989). Klein, Hilbert and the Göttingen Mathematical Tradition. *Osiris*, 2nd series, n. 5, pp. 186-213.

SAKAROVITCH, J. (1998). *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive, XVIe-XIXe siècles*. Basel, Birkhäuser Verlag.

SCHUBRING, G. (1981). Mathematics and Teacher Training: Plans for a Polytechnic in Berlin. *Historical Studies in the Physical Sciences*, n. 12, pp. 161-194.

SCHUBRING, G. (1983). *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozess der Professionalisierung in Preussen (1810- 1870).* Weinheim/Basel, Beltz.

_____ (1985). Die Entwicklung des mathematischen Seminars der Universität Bonn, 1864-1929. *Jahresberichte der deutschen Mathematiker-Vereinigung*, n. 87, pp. 139-163.

_____ (1989). "Pure and Applied Mathematics in Divergent Instiutional Settings in Germany: the Role and Impact of Felix Klein". In: ROWE, D. and McCLEARY, J. (eds.). *The History of Modern Mathematics*. 2 v. Boston, Academic Press.

TATON, R. (dir.) (1964). *Enseignement et diffusin des sciences en France au XVIII^e siècle.* Paris, Hermann.

VAN EGMONT, W. (1980). Practical Mathematics in the Italian Renaissance: A Catalog of Italian Abbacus Manuscripts and Printed Books to 1600. *Supplemento agli Annali del l'Istituto e Museo di Storia della Scienza*, Firenze.

Recebido em mar./2001; aprovado em maio/2001

Production mathématique, enseignement et communication*

GERT SCHUBRING**

Résumé

Dans une note parue dans le volume 4 (1998) de la Revue d'histoire des mathématiques, *Bruno Belhoste avait discuté le rôle de l'enseignement pour le développement des mathématiques et l'importance plus ou moins grande accordée à cette dimension dans les recherches sur l'histoire des mathématiques. La présente note prolonge cette contribution méthodologique en généralisant, en particulier, la notion d'enseignement compris comme élément de communication inhérent à tous les processus de production.*

Mots-clé: *histoire des mathématiques; épistémologie; enséignement des mathématiques.*

Resumo

Num texto publicado no volume 4 (1998) da *Revue d'histoire des mathématiques*, Bruno Belhoste discutiu o papel do ensino no desenvolvimento da Matemática e a importâncla dada a esta dimensão nas pesquisas sobre histórla da Matemática. O presente trabalho dá continuidade a essa contribuição metodológica generalizando, particularmente, a noção de ensino entendida como elemento de comunicação inerente a todo processo de produção do saber.

Palavras-chave: história da matemática; epistemologia; ensino de matemática.

Abstract

In a text published in volume 4 (1998) of Revue d'histoire des mathématiques, *Bruno Belhoste discussed the role of teaching in the development of Mathematics and the importance given to that dimension in research on the history of Mathematics. The present article takes up that methodological contribution, generalizing, in particular, the notion of teaching understood as an element of communication inherent in every process of knowledge production.*

Key-words: *history of mathematics; epistemology; mathematics teaching.*

---

* Este artigo foi originariamente publicado na *Revue d'histoire des mathématiques*, da Société Mathématique de France, v. 7, pp. 295-305, 2001.

** Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld. Allemagne. E-mail: gert.schubring@uni-bielefeld.de

Dans sa contribution au volume 4 de la *Revue d'histoire des mathématiques,* Bruno Belhoste questionne l'"indifférence", toujours majoritaire dans les travaux d'histoire des mathématiques, par rapport au rôle de l'enseignement dans le développement historique des mathématiques. Il y voit le signe d'un "préjugé" nourri par "une conception idéaliste et rétrospective du développement de la discipline" (Belhoste 1998, p. 289). Comme j'appartiens moi-même aux "rares (...) historiens des mathématiques" qui accordent à l'enseignement "toute l'importance qu'il mérite", il est évident que je n'ai pas seulement des sympathies pour le programme proposé par Belhoste visant à réévaluer le rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques, mais je souhaite fortement que ce programme soit reçu et appliqué à de nombreuses études de cas. Belhoste a raison de constater le retard pris par l'histoire des mathématiques sur l'histoire des sciences en ce qui concerne l'intégration des approches sociologiques, par exemple. Si j'entreprends quand-même de commenter sa note, c'est pour proposer une autre approche qui rejoint ses préoccupations et intentions.

Dans sa troisième partie, intitulée "pratiques d'enseignement et pratiques de recherche", Belhoste énonce une these apparemment forte sur le rôle de l'enseignement: "les institutions et représentations structurant le champ disciplinaire *déterminent* en effet des pratiques, c'est-à-dire des modes de travail, qui modèlent l'activité mathématique" (id., ibid., p. 298; mes italiques).

Les exemples donnés pour illustrer cette thèse forte ne suffiront pas, à mon avis, pour convaincre un "internaliste" de ce que l'activité mathématique est déterminée par l'enseignement. Tout au plus concéderat-il une certaine "influence". Même l'exemple des fonctions elliptiques ne révèle que des différences de style personnel et ne renvoie pas vraiment à des déterminations structurelles ou fonctionnelles (id., ibid., pp. 300-301). Peut-être, en dépit de son caractere fort, cette thèse est-elle encore trop restrictive; il existe des études de cas qui montrent comment la production mathématique change en relation avec les restructurations des institutionalisations (Gispert 1991).

Dans l'exposé de son cadre programmatique, Belhoste (1998, p. 289) dénonce avec raison "l'idée fausse que la production mathématique peut être séparée *a priori* par l'historien des conditions de sa reproduction". Il critique aussi la vision traditionnelle selon laquelle la "sphère de la production théorique (...) serait entièrement autonome" (ibid.). Il me semble cependant qu'il n'y aura que peu d'historiens des mathématiques qui refuseront de souscrire à ces deux assertions, prises dans leur généralité, sans pour autant changer leurs pratiques de recherche.

Il nous faut donc définir une approche qui évite toute séparation entre production et reproduction, tant dans ses principes méthodologiques que dans les pratiques qui en découlent. Il importe de partir d'un cadre théorique dont les catégories mêmes l'interdisent. Or, en alignant production avec "invention" et enseignement avec "socialisation" ou "divulgation" ou "réception" (Belhoste, 1998, pp. 289 et 290), on va tout droit vers une séparation. De telles identifications impliquent presqu'inéluctablement une hiérarchie entre invention et transmission, attribuant à la recherche un aspect premier, original, et à l'enseignement un rôle secondaire, dérivé. Certes, depuis Thomas Kuhn, il est commun d'associer la fonction d'enseignement à la seule phase de "science normale" (ibid., p. 290), mais je voudrais mettre en cause ce consensus.

Willem Kuyk, auteur de *Complementarity in Mathematics* (1977), dénonce cette vue traditionnelle qui attribue un rôle secondaire à l'enseignement. Pour ce, il utilise l'image très parlante de la relation entre stalactites et stalagmites: l'enseignement ne saurait se restreindre au rôle de stalagmites recevant de temps en temps quelques gouttes des stalactites au-dessus d'eux, c'est-à-dire des vraies mathématiques, et croissant de manière infime au fur et mesure que les stalactites les nourissent (Schubring 1981, p. 32).

Ainsi, on pourrait dire que le défi essentiel pour l'historiographie des mathématiques est de comprendre la production mathématique dans toute sa complexité. Une première approche phénoménologique montre déjà qu'enseignement et invention ne peuvent être séparés quant à la production et qu'ils interagissent d'une manière qui dépend de la situation socio-culturelle. L'évaluation du premier projet historique visant à élaborer des "livres élémentaires", publié par Destutt de Tracy en 1801, en fournit un exemple. Afin de réaliser ce projet entrepris dês 1794 avec un élan encore révolutionnaire et visant à tirer les élements des sciences dans leur état le plus récent, le Parlement de la République avait fait appel aux savants et au public pour qu'ils contribuent ainsi à répandre les Lumières dans les écoles primaires. Ce premier projet, lancé par un concours public, avait échoué pour plusieurs raisons (id., 1999), dont celle invoquée par Destutt de Tracy: composer un livre d'enseignement implique souvent des tâches de recherche.

> Souvent, en rendant compte d'un fait, on s'aperçoit qu'il exige de nouvelles observations, et, mieux examiné, il se présente sous un tout autre aspect: d'autres fois, ce sont les principes eux-mêmes qui sont à refaire, ou, pour les lier entre eux, il y a beaucoup de lacunes à remplir; en un mot, il ne s'agit pas seulement d'exposer la verité, mais de la découvrir. (Destutt de Tracy 1801, pp. 4-5)

Tout le développement depuis l'instauration d'un système d'éducation publique en France a confirmé et même approfondi ce lien indissociable entre l'enseignement et l'invention. Les recherches suivies et toujours plus profondes sur les concepts de l'analyse, à l'origine desquelles on trouve les cours à l'École polytechnique, confirment ce lien. L'exemple des progrès conceptuels obtenus par Cauchy, après que le gouverneur l'avait introduit par force à la fin de 1815 comme professeur à l'École, est révélateur. Comme il n'avait pas travaillé sur les fondements lors de sa brève carrière d'ingénieur ni pendant la période suivante de chercheur indépendant, il suivit, dans son premier cours de l'hiver 1815/1816, les modèles établis,[1] puis, après des mois consacrés à la réflexion sur le cours d'analyse, son enseignement, en hiver 1816/1817, témoigne d'un changement conceptuel profond.

De même Dedekind, dans la préface de son fameux livre *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (1872), dit avoir noté l'absence d'un fondement rigoureux de l'arithmétique des ses premiers cours d'analyse à l'École polytechnique de Zürich en 1858 (Dedekind, 1969, p. 3). Belhoste (1998, p. 300) mentionne un autre exemple fameux: le travail de Bourbaki débuta par le projet de composition d'un manuel d'analyse plus moderne que celui de Goursat. On sait comment leurs traités destinés à l'enseignement ont contribué de façon décisive à transformer les mathématiques contemporaines.

Comment analyser plus méthodiquement et plus systématiquement la production mathématique, entendue dans ce sens plus large? Selon les exemples présentés par Belhoste dans ses première et seconde parties, le développement des mathématiques se déroule, du moins pour des périodes très étendues, dans des cadres culturels particuliers définis par les États-nations. Or, simplement décrire, juxtaposer ou confronter ce

1 Voir les registres de l'instruction de l'École polytechnique publiés par Christian Gilain (1989, pp. 47-49).

développement pour quelques pays particuliers, choisis en fonction de leur prépondérance à une certaine période, n'est pas satisfaisant. Si l'on ne veut pas se restreindre à des descriptions superficielles des faits, mais que l'on souhaite aller au-delà des premières impressions que fournit cette confrontation, on arrivera sans doute à des conceptions plus fécondes à condition de se servir d'instruments d'analyse adéquats. Ceux-ci devront permettre d'étudier les structures pertinentes du fonctionnement des mathématiques dans des situations culturellement variées et dans des cadres temporels dépassant les seules XVIII^e^ et XIX^e^ siècles. L'histoire des mathématiques ne dispose pas actuellement de tels outils. Pour radicaliser conceptuellement une approche, restreinte aujourd'hui à la simple description phénoménologique, il importe à la discipline de renoncer à son "autarcie" et de s'ouvrir à des recherches véritablement interdisciplinaires. Il est grand'temps que l'histoire des mathématiques se rende compte des progrès et des changements qui sont intervenus dans une de ses disciplines "mères", l'histoire proprement dite, et s'approprie les nouvelles approches qui ont vu le jour en histoire des sciences, sa discipline voisine.

Afin de "pousser plus loin", je voudrais présenter une conception que j'avais déjà proposée, au moins partiellement, en 1993 dans le cadre du congrès L'Europe mathématique (Schubring 1996) et qu'il convient de développer ici.[2] Radicalisant donc les conséquences tirées des observations empiriques sur des différences entre les mathématiques dans certains pays, on peut affirmer qu'il n'y avait pas au départ de communauté mathématique internationale, mais plutôt des communautés mathématiques spécifiques pour des cultures, resp. pour des États et des nations.

La question qui me servira de point de départ est la suivante: quelles sont les unités les plus élémentaires menant à une compréhension commune et partagée du savoir? Pour y répondre, je m'appuyerai sur la

---

2 Il est peut-être aussi à propos de mentionner ici des erreurs dans le texte imprimé: après les dernières épreuves (apparemment), un des éditeurs a remplacé (sans me contacter) là, où je parle des réformes initiées par Félix Klein, "Meran reforms", qui se réfère à la ville de Meran où se tenait le congrès important de 1905, par "Méray reforms", faisant allusion au mathématicien français Charles Méray qui n'avait rien à faire avec les réformes de Klein (Schubring 1996, p. 376). De même, "École normale of the year III" fut remplacée par «École normale supérieure, founded in the year III» stipulant une continuité non existante avec l'ENS établie en 1810 (ibid., p. 378).

théorie sociologique de la science établie par les sociologues allemands Niklas Luhmann et Rudolf Stichweh dans leur théorie des systèmes. Selon cette théorie, c'est la communication qui constitue l'acte élémentaire de la science. C'est sur elle que s'appuient non seulement l'enseignement et l'apprentissage, mais aussi l'invention scientifiques. Cette dernière est toujours un acte de communication avec un public déterminé.

Afin que la communication réussisse, il faut pouvoir s'appuyer sur une langue commune et une culture partagée. Celles-ci seraient donc l'unité élémentaire que nous cherchons. En même temps que les États modernes établissent des germes de systèmes d'éducation publique, les nations naissantes ont commencé à constituer des limites, en restreignant la communication "primaire" à ces unités élémentaires (tandis que pour, disons, l'Europe de l'Ouest avant l'an 1500, le latin comme *lingua franca* et la religion catholique facilitaient la dissémination d'une culture largement partagée). L'existence d'un système général d'éducation spécifique à chaque État a certainement eu pour effet de renforcer les limites imposées à la communication avec l'extérieur. À l'intérieur d'un même système, les processus d'éducation et de socialisation s'étendant sur de multiples années vont amener les jeunes à partager un certain nombre de significations et aussi de valeurs culturelles et sociales. Au sein de l'unité de base ainsi constituée, la communication pourra réussir sans beaucoup de problèmes. Mais tout effort d'aller au-delà de ces bornes nécessitera, pour réussir, de nouvelles interactions et "négociations" portant sur les significations. Pour se faire comprendre et être compris, les interlocuteurs doivent être d'accord sur les significations.

Il y a, dans presque toute culture, un élément fondamental parfois négligé par l'historiographie des mathématiques: la religion. Avant l'émergence des nations modernes, en l'absence d'un système d'éducation général, formant et socialisant les nouvelles générations selon les normes et valeurs reçues, c'étaient les institutions religieuses qui organisaient les relations entre les individus et leur État. Et même dans les nations modernes, il persistait un lien étroit entre l'État et l'Église. Aujourd'hui, alors que domine une impression de sécularisation profonde, la culture reste imprégnée d'éléments de textes sacrés et d'images religieuses, qui fonctionnent encore comme un fond commun de communication. Il y a aussi des résurgences d'activités religieuses, orchestrées par des autorités d'État.

Cet élément culturel récurrent est d 'une importance primordiale pour l'histoire des mathématiques, car les diverses religions ont attribué à cellesci des valeurs sociales et des fonctions bien différentes; même les diverses croyances chrétiennes montrent des caractéristiques variées. Les fonctions attribuées aux mathématiques se traduisent par des manières et types différents de production scientifique.

Ces normes et valeurs culturelles ou sociales, ces processus d'attribution de sens à des notions au sein de la communauté respective peuvent se "condenser", se constituer et s'exprimer dans et par une épistémologie commune: une épistémologie qui peut aussi se spécialiser pour des disciplines où elle règle les modes de recherche et de travail, la façon de résoudre des problèmes. Piaget et Garcla (1989) ont élaboré très clairement la nature indissociable du lien entre l'épistémologie d'une discipline scientifique et son enracinement socio-culturel (bien que pour eux, contrairement à mon avis, ce cadre épistémique constitue un "facteur endogène": du fait de leur polémique contre T. Kuhn, ils apprécient sa notion du paradigme comme étant seulement "social" et la relèguent au deuxième rang, derrière l'épistémique; cette dépréciation est aussi due à la conception générale de Piaget selon laquelle tous les mécanismes cognitifs fonctionnent universellement, indépendamment des sociétés et des cultures):

> Pour nous, à chaque moment historique et dans chaque société, prédomine un certain cadre épistémique, produit des paradigmes sociaux et qui est la source d'un nouveau paradigme épistémique. Une fois constitué un certain cadre épistémique, il devient impossible de dissocier la contribution provenant de la composante sociale de celle qui est intrinsèque au système cognitif. Ainsi constitué, le cadre épistémique commence à agir comme une idéologie qui conditionne le développement ultérieur de la science. (Piaget et Garcla, 1989, pp. 282-283)

En effet, si les mathématiques furent promues, protégées ou institutionnalisées par certains États, c'est aussi parce que l'idéologie véhiculée par la religion dominante leur attribuait des fonctions à mettre au service de l'État. On peut citer quelques exemples:

- en Chine, le Confucianisme attribuait aux mathématiques une fonction utilitaire, sans lien avec les "vraies" valeurs religieuses;
- dans les États arabo-islamiques, les mathématiques avaient une fonction auxiliaire dans la formation des mufti et des khadi, les experts de la foi et de la loi;

– selon la conception dite aristotélicienne des Jésuites, les mathématiques, en tant que discipline philosophique, avaient une fonction propédeutique dans leur système d'éducation largement répandu;
– dans la religion protestante-luthérienne, les mathématiques formaient l'esprit et encourageaient l'industrie. Cette importante fonction prolongeait ainsi les conceptions et pratiques des humanistes.

J'en arrive à une deuxième application de la théorie des systèmes: une société, ou un État, est constituée d'une pluralité de sous-systèmes, qui interagissent entre eux, leurs interactions étant déterminées par les fonctions que les sous-systèmes exercent par rapport aux autres sous-systèmes ou par rapport au système entier. Il est donc évident qu'on ne saurait analyser la production mathématique sans éclairer la fonction que les mathématiques exercent par rapport à d'autres sous-systèmes dans une période, une culture et un État donnés.

En effet, quelque soit le niveau d'activité mathématique considéré, il n'y a jamais eu d'autonomie des mathématiques. En voici quelques exemples:
– Dans l'enseignement secondaire, les mathématiques ne sont qu'une des disciplines concurrentes. Leur fonction, toujours propédeutique, dans le "concert" de l'éducation générale dépend des valeurs attribuées au système d'éducation en général et de la vision ou "idéologie" concernant l'apport potentiel des mathématiques à l'éducation en particulier (Schubring, 1984).
– Dans l'enseignement supérieur, la place des mathématiques doit toujours être négociée avec d'autres disciplines. Au sein de sous-systèmes (poly-) techniques, c'était évidemment toujours une fonction ou propédeutique ou auxiliaire qui déterminait aussi l'orientation de la production mathématique, s'il y avait lieu. En Allemagne, au sein de sous-systèmes universitaires, l'illusion d'une certaine autonomie peut naître à partir des réformes prussiennes, après 1810, à cause de la formation des professeurs de mathématiques pour les *Gymnasien*. Même dans le cas de cette innovation (qui s'est répandue relativement tard à d'autres pays),[3] l'apparente autonomie devait être

3 Les premiers processus de réception ont eu lieu après 1848 dans d'autres États allemands (Bavière, Autriche, etc.). Belhoste néglige cette diffusion du modèle prussien de recherche et son mélange avec des systèmes traditionnels, voir catholiques, lorsqu'il

partagée avec d'autres disciplines, de préférence d'abord avec la physique, soit parce que le système d'éducation ne tolérait pas de professeurs qualifiés pour une seule discipline, soit que ce système n'accordait pas aux mathématiques un nombre suffisant d'heures pour élever l'instruction mathématique au statut d'une profession. Non seulement ces liens canoniques à d'autres disciplines influaient sur les directions que suivent les productions, mais ces orientations dépendaient aussi de l'esprit de la formation imposé par les règlements des concours, examens, etc., établis par le système dans sa totalité. C'est en évoquant "l'opposition fondamentale (...) entre mathématiques pures et mathématiques appliquées" que Belhoste (1998, pp. 296-297) aborde le plus explicitement "des régimes différents selon les lieux et les époques"; mais même pour cette dimension caractéristique de la production, il restreint l'effet à "l'image des mathématiques" et à "l'activité d'enseignement" (ibid., p. 296).

– Même pour les Académies, qui constituent souvent les institutions ayant le niveau le plus élevé d'activité mathématique, il faut noter qu'avant 1800 elles ne se consacraient pas à la recherche, mais plutôt à des activités d'expertise scientifique et technologique au service de l'État. Des lieux de recherche réelle ne furent créés qu'assez récemment: Princeton: Institute for Advanced Study (1930), Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA, 1952), Bures-sur-Yvette: Institut des hautes études scientifiques (IHES, 1958), Bonn : Max-Planck-Institut für Mathematik (1981).

En ce qui concerne ces conceptions d'analyse fonctionnelle par systèmes, j'ai moi-même écrit, il y a deux ans, une histoire institutionnelle des mathématiques du XVIII^{e} siècle, pour le volume V de l'*Enciclopedla Italiana* sur l'histoire des sciences de ce siècle, et j'espere qu'elle ne tardera pas à être publiée.

---

attribue généralement aux "universités allemandes" ce qui est spécifique aux universités prussiennes (Belhoste, 1998, p. 295). (Schubring, 1991), et qu'il affirme que des séminaires pédagogiques se sont transformés en séminaires de recherche dans des cas non-prussiens, qui fonctionnaient encore longtemps comme des institutions pédagogiques, comme Fribourg, Giessen, Göttingen, etc. (Belhoste, 1998, pp. 301-302).

Pour conclure, j'aimerais proposer moi-même un sujet de recherche: s'attacher aux différences entre les communautés mathématiques nationales peut surprendre aujourd'hui, alors qu'on a l'impression d'être en présence d'une seule communauté mathématique internationale et globale, dont on croit pouvoir projeter l'existence sur des périodes antérieures. En réalité, l'émergence d'une telle communauté internationale constitue un processus assez récent et insuffisamment étudié. Ce processus est certainement lié à l'institution des congrès internationaux de mathématiques et à l'émigration massive de mathématiciens fuyant les dictatures établies en Europe entre les deux guerres mondiales. Un congrès international, "Mathematics Unbound: The evolution of an international mathematical community, 1800-1945", qui eut lieu en juin 1999 à Charlottesville (USA) et dont les Actes vont paraître, a commencé à aborder des dimensions de cette internationalisation. Il est prometteur de poursuivre la recherche sur des processus qui ont réussi à franchir les bornes de la communication "primaire", du moins pour certains secteurs.

Références

BELHOSTE, B. (1998). Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques*, n. 4, pp. 289-304.

DEDEKIND, R. (1969). Was sind und was sollen die Zahlen? 2. unveränd. Nachdr. d. 10. Aufl., Stetigkeit und irrotionale Zahlen, 2. unveränd. Nachdr. d. 7. Aufi. Braunschweig, Vieweg.

DESTUTT DE TRACY, A. (1801). *Projet d'éléments d'idéologie*, v. 1, Paris.

GILAIN, C. (1989). Cauchy et le Cours d'analyse de l'École polytechnique, *Bulletin de la Société des amis de la bibliotheque de l'École polytechnique*, 5, juillet.

GISPERT, H. (1991). "Features of the French mathematics' development and the higher education institutions (1860-1900)". In: SCHUBRING, G. (éd.). *'Einsamkeit und Freiheit' neu besichtigt.* Stuttgart, Franz Steiner Verlag, pp. 198-213.

KUYK, W. (1977). *Complementarity in Mathematics: a First Introduction to the Foundations of Mathematics and its History*. Dordrecht, Reidel.

LUHMANN, N. (1990). *Die Wissenschaft der Gesellschaft*. Frankfurt am Main, Suhrkamp.

PIAGET, J. et GARCIA, R. (1989). *Psychogenesis and History of Science.* New York, Columbia Univ. Press.

SCHUBRING, G. (1981). Gegenständliche und soziale Momente des Wissens als Kategorien für Untersuchungen zur Geschichte der Mathematik-Didaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, n. 2, pp. 1-34.

_____ (1984). Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. *Recherches en didactique des mathématiques*, n. 5, pp. 343-385.

_____ (1991). "Spezialschulmodell versus Universitätsmodell: Die Institutionalisierung von Forschung". In: SCHUBRING, G. (éd.). *'Einsamkeit und Freiheit' neu besichtigt*. Stuttgart, Franz Steiner Verlag, pp. 276-326.

_____ (1996). "Changing cultural and epistemological views on mathematics and different institutional contexts in 19th century Europe". In: GOLDSTEIN, C.; GRAY, J. et RITTER, J. (éd.). *L'Europe mathématique - Mythes, histoires, identités.* Paris, Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme.

_____ (1997). *Analysis of Historical Textbooks in Mathematics. Lecture Notes.* Departamento de Matemática. Rio de Janeiro, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Second, revised edition, 1999).

_____ (à paraitre). Mathematics between Propaedeutics and Professional Use: A Comparison of Institutional Developments. *Enciclopedia Italiana*, v. 5 - La Scienza del' 700; part 4.2. Instituto dell'Enciclopedia Italiana, Rome.

STICHWEH, R. (1984). *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen: Physik in Deutschland 1740-1890.* Frankfurt am Main, Suhrkamp.

Recebido em mar./2001; aprovado em abr./2001

Piaget e a Educação Matemática*

REGINA MARIA PAVANELLO **

Resumo
Desde que foram inicialmente publicadas, nos anos vinte, as obras de Piaget causaram um forte impacto entre educadores de diferentes países, que acreditaram poder aplicar suas idéias à educação. O objetivo deste trabalho é discutir a influência da teoria piagetiana, principalmente na Educação Matemática, bem como analisar o seu uso como fundamentação teórica de currículos para o ensino nesta área do conhecimento.
Palavras-chave: Piaget; Educação Matemática; currículos.

Abstract
Since the 1920s, when they were first published, Piaget´s writings have caused a strong impact among educators from different countries who believed in the real possibility of applying his ideas to modern education. The aim of this paper is to discuss the influence of Piaget´s ideas especially on mathematics education and to analyze their usage as the theoretical framework of different course program reformulations in this area of knowledge.
Key-words: *Piaget; mathematics education; course program reformulations.*

O objetivo deste trabalho é analisar aplicações da epistemologia genética à educação, em diferentes épocas, e especialmente no Brasil. Pretende-se confrontar as idéias expressas pelo próprio Piaget quanto às contribuições de sua pesquisa para a prática educativa com tentativas realizadas, desde a divulgação de seus primeiros escritos na segunda década do século XX, de aplicação de sua teoria à aprendizagem escolar, principalmente no que se refere ao campo da matemática. Inicialmente, se procurará expor a visão de Piaget no tocante à Educação, retiradas dos

* Este artigo é uma versão ampliada de parte do capítulo 2 da tese de doutorado da autora, cujo título é *Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas*, defendida na Faculdade de Educação da Unicamp, sob a orientação do Prof. Dr. Fermino Fernandes Sisto.

** Professora do Departamento de Teoria e Prática da Educação e do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá. E-mail: pavanello@maringa.com.br

poucos trabalhos nos quais ele a toma especificamente como tema, para, em seguida, abordar as relações entre a teoria piagetiana, a Educação, em particular a Educação Matemática, e os currículos escolares para esse componente do ensino.

Piaget e a educação

As atividades pedagógicas propriamente ditas nunca foram o alvo das investigações de Piaget, tanto que ele se refere a elas, diretamente, em apenas duas de suas publicações (1978 e 1988), e em alguns artigos esparsos. Nesses escritos ele coloca a sua visão sobre os objetivos da educação:

> O principal objetivo da educação é criar homens capazes de fazer novas coisas, não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram – homens criativos, inventivos e descobridores. O segundo objetivo da educação é formar mentes que possam ser críticas, possam verificar e, não, aceitar tudo que lhes é oferecido. O maior perigo, hoje, é o dos "slogans", opiniões coletivas, tendências de pensamento "ready-made". Temos que estar aptos a resistir individualmente, a criticar, a distinguir entre o que está provado e o que não está. Portanto, precisamos de discípulos ativos, que aprendem cedo a encontrar as coisas por si mesmos, em parte por sua atividade espontânea e em parte pelo material que preparamos para eles; que aprendam cedo a dizer o que é verificável e o que é simplesmente a primeira idéia que lhes veio. (Apud Duckworth, 1964)

Tendo como pano de fundo os resultados de sua pesquisa sobre a construção do pensamento racional, ele procura mostrar a limitação dos métodos educativos baseados unicamente na transmissão oral, na memorização, no exercício, defendendo uma educação que priorize o papel ativo do aluno na aquisição do conhecimento:

> Se se deseja, como necessariamente se faz cada vez mais sentir, formar indivíduos capazes de criar e de trazer progresso à sociedade de amanhã, é claro que uma educação ativa verdadeira[1] é

---

1 Piaget (1988, pp. 77-78) faz distinção entre métodos "ativos" e métodos "intuitivos". Segundo ele, essa confusão tem duas origens distintas, sendo a primeira pensar que

> superior a uma educação consistente apenas em moldar os assuntos do querer pelo já estabelecido e os do saber pelas verdades simplesmente aceitas. (Piaget, 1988, p. 34)

Essa educação ativa tem, para Piaget (1988, pp. 183-185), o grande valor de ressaltar o papel da cooperação das crianças entre si, contrapondo-se à pressão que se expressa na figura do professor. Essa pressão prejudica o processo de socialização da criança, porque o prestígio do adulto tende a provocar nela o sentimento do dever, a partir do respeito, e não o inverso. Causa danos ao seu progresso intelectual, porque o respeito ao professor faz com que o aluno aceite como indiscutíveis as suas afirmações, mas aceitando-as com base na autoridade, e não na reflexão.

O trabalho em grupos, característico dos "métodos ativos", por seu lado, favoreceria o intercâmbio real do pensamento e a discussão, ou seja, aquelas condutas que podem facilitar o desenvolvimento do espírito crítico, da objetividade e da reflexão discursiva.[2]

Piaget (1988, p. 75) reconhece, no entanto, as dificuldades inerentes à utilização dos métodos ativos na educação por seu emprego apresentar maiores entraves do que o dos receptivos. Considera ainda que os métodos ativos exigem do professor um trabalho muito mais diferenciado e ativo – e muito mais cansativo –, bem como uma formação muito mais abrangente, em que se alie, pelo menos, um bom conhecimento do conteúdo ao da psicologia da criança. Existem, porém, outras dificuldades para a ampla utilização desses métodos, como o crescimento do número de matrículas nas escolas e os obstáculos materiais de toda a sorte.

Quanto à contribuição da psicologia da criança à pedagogia, a principal delas, segundo Piaget, diz respeito à natureza propriamente dita do desenvolvimento intelectual:

---

toda a "atividade" do sujeito se reduz a ações concretas, o que não é verdade, principalmente para os níveis não elementares da escolarização. A segunda consiste em acreditar que uma atividade incidente em objetos concretos se reduz apenas a um processo figurativo, que fornece como que uma cópia fiel, em percepções e em imagens mentais, desses objetos.

2 O grupo possibilita o surgimento de conflitos, daquelas perturbações que podem originar os desequilíbrios, cuja superação é a responsável pelo desenvolvimento cognitivo.

> Por um lado, esse desenvolvimento refere-se essencialmente *às atividades* do sujeito, e da ação sensoriomotora às operações mais interiorizadas, o motor é constantemente uma operatividade irredutível e espontânea. Por outro lado, *esta operatividade* não é nem pré-formada de uma vez por todas nem explicável por suas contribuições exteriores da experiência ou da transmissão social: ela *é o produto de sucessivas construções*, e *o fator principal desse construtivismo é um equilíbrio por auto-regulações* que permitem remediar as incoerências momentâneas, resolver os problemas e superar as crises ou os desequilíbrios por uma elaboração constante de novas estruturas *que a escola pode ignorar ou favorecer, segundo os métodos empregados*. (1988, p. 49, grifos meus)

A análise piagetiana do pensamento racional e das estruturas lógico-matemáticas que o caracterizam chamou, desde cedo, a atenção dos educadores, que depositaram grandes esperanças na possibilidade de sua aplicação à aprendizagem escolar.

O primeiro a procurar traduzir as idéias de Piaget para o quotidiano da sala de aula das classes elementares foi Aebli, no início dos anos 50. Na introdução de seu livro (1973), ele declara, otimisticamente, estar convencido de que a teoria genética proporcionaria os elementos necessários para a dedução "dos princípios metodológicos sobre os quais deve basear-se o ensino das principais disciplinas".

A partir daí, foram inúmeras as tentativas de aplicação dessa teoria à atividade pedagógica, nos mais diferentes campos da mesma e nos diferentes níveis do ensino. Ainda hoje, educadores e psicopedagogos têm-se debruçado sobre a extensa obra piagetiana, buscando inspiração para a reformulação de métodos de ensino, para o diagnóstico e o tratamento de distúrbios de aprendizagem a partir de uma compreensão mais ampla do desenvolvimento intelectual. Cumpre observar, porém, que a aplicação direta dos estudos de Piaget à prática educativa não se mostraram tão imediatos como supunha Aebli. E isso por várias razões.

Uma delas é que, embora a criança e seu desenvolvimento sejam a meta comum, tanto dos estudos piagetianos, como da educação, eles o são, porém, por motivos distintos, como nos relembra apropriadamente Macedo (1987). Os primeiros tinham um interesse teórico, de natureza epistemológica: o conhecimento e sua construção, a partir do seu nascimento, em decorrência das interações do sujeito com os objetos ou com as pessoas. O objetivo da segunda concentra-se basicamente na promoção do desenvolvimento da criança, ou seja, em como *conduzi-la* de um estado de conhecimento a outro, mais elaborado.

É por isso que, atualmente, algumas propostas de aprendizagem escolar centradas no aprendizado de noções, conceitos e estruturas operatórias, ou que colocam o desenvolvimento operatório como meta da educação (como as de Furth e Wachs, 1974, ou a de Kamii e Devries, 1977) foram alvo de críticas pertinentes de vários educadores, dentre os quais, por exemplo, Duckworth (1979).

Mais ainda, certos problemas relevantes para a prática pedagógica não obtêm respostas imediatas no campo da psicologia genética[3]. Se esta oferece uma visão bastante ampla e detalhada das categorias básicas (formas) do pensamento, hoje se reconhece, no entanto, que pouco se sabe ainda sobre o modo como os alunos constroem os conteúdos escolares ou o porquê de crianças situadas no mesmo nível estrutural aprenderem de modos diferentes, motivo pelo qual muitos educadores têm procurado imprimir outros direcionamentos a suas investigações.

Alguns se propuseram a analisar os conteúdos escolares visando determinar sua complexidade estrutural e as competências operatórias necessárias à sua assimilação (Coll, 1987). Esse direcionamento apresenta, porém, sérios inconvenientes, dos quais o mais importante talvez seja o fato de os conteúdos escolares, por sua natureza, não poderem ser analisados unicamente em termos de componentes operatórios necessários à sua aquisição. Além disso, existe uma diferença essencial entre o processo evolutivo e o educativo: a natureza espontânea do primeiro e o caráter intencional do segundo, como já o salientara Piaget.

Outros, como Wadsworth (1984), acreditaram ser possível utilizar as provas piagetianas na avaliação das possibilidades intelectuais dos alunos, tendo em vista a assimilação de determinados conteúdos. Porém, mesmo sendo a capacidade operatória deles uma das variáveis a ser considerada ao se planejar a abordagem de diferentes conteúdos, o uso dessas provas como instrumento de diagnóstico psicopedagógico encontra dificuldades técnicas, metodológicas e teóricas que podem dar origem a graves distorções.

Hoje em dia, do ponto de vista didático, a contribuição fundamental das investigações piagetianas parece ser a compreensão de como o

3 A psicologia genética não dá conta de certos aspectos presentes no quotidiano das relações escolares, como os de natureza institucional ou os de ordem social, entre outros.

sujeito constrói seu conhecimento para que se possa ajudá-lo nessa construção. Ora, o construtivismo subjacente à teoria genética propõe, basicamente, que o ato do conhecimento consiste em uma apropriação progressiva do objeto pelo sujeito. Essa apropriação ocorre de modo que a assimilação do objeto às estruturas do sujeito está intimamente associada à acomodação dessas últimas às características próprias daquele. Isso leva à adoção de uma perspectiva relativista – o conhecimento é sempre relativo a um dado momento do processo de construção – e interacionista – o conhecimento se origina da interação contínua entre o sujeito, com seus sistemas de assimilação, e o objeto, com suas propriedades.

Essa concepção, aplicada à prática pedagógica, traduz-se em uma aprendizagem escolar direcionada para um processo ativo de elaboração do conhecimento, que leva em conta as possibilidades de assimilações incompletas ou defeituosas dos conteúdos pelo aluno, e que favorece as interações entre este e aqueles.

Piaget e a educação matemática

A teoria piagetiana tem sido utilizada, em diferentes épocas, como suporte às concepções pedagógicas dominantes, em cada momento, na Educação, tanto no âmbito geral, quanto em áreas específicas.

No Brasil, nas primeiras décadas do século XX, quando principiaram a ser aqui divulgadas, as idéias de Piaget foram acolhidas por educadores brasileiros, principalmente, por fornecerem suporte para o ideário escolanovista reinante entre eles na época.

A partir da Primeira Guerra Mundial, uma série de modificações se processara nos setores econômico, social e político do Brasil. O fortalecimento do grupo industrial-urbano, a ampliação dos setores médios e do operariado, o surgimento do nacionalismo como conseqüência daquele conflito, bem como a pressão pela recomposição do poder político acabaram por repercutir no campo educacional, tendo início um período de intensos debates e reinvidicações. Houve um ressurgimento dos ideais republicanos, o que se traduziu, educacionalmente, na luta pela universalização do ensino elementar e pela ampliação das oportunidades educacionais (Paiva, 1985, p. 85).

Os educadores progressistas da época entendiam ser necessária, nesse momento, uma educação renovada, mais adequada às exigências do século XX. Em um quadro de contestação aos princípios educacionais até então vigentes, processaram-se reformas de ensino em vários estados, todas elas marcadas pela tecnificação pedagógica e pela influência da Escola Nova (Nagle, 1977, p. 264), cujas idéias passaram a ser incorporados com mais eficácia pelos educadores.

Nessas reformas, um grande destaque foi dado à psicologia, o que possibilitou, no país, a ampliação de investimentos nessa área com o objetivo de orientar e racionalizar o trabalho pedagógico (Vasconcelos, 1996, p. 31). Esses investimentos se concretizaram na criação de laboratórios de psicologia e psicopedagogia em escolas destinadas à formação e ao aperfeiçoamento pedagógico dos professores, bem como na publicação de periódicos, como a *Revista de Educação*[4], publicada pela Diretoria Geral do Ensino do Estado de São Paulo até 1960, e cuja finalidade era a de difundir novas concepções educacionais entre o professorado (id., ibid., pp. 32-35)

Os laboratórios e as publicações foram os responsáveis pela difusão dos trabalhos de vários educadores estrangeiros, entre os quais Dewey, Piéron, Binet, Claparède e Ferrière. Foi, certamente, por meio das obras desses últimos que os educadores brasileiros tiveram seu primeiro contato com os escritos de Piaget. As publicações educacionais existentes permitiram que os educadores brasileiros pudessem, a partir dos anos trinta, ter um contato direto com o pensamento do autor, com a publicação das primeiras traduções de alguns de seus artigos.[5]

Em um meio educacional no qual fervilhavam as idéias da Escola Nova, compreende-se o interesse despertado nos educadores brasileiros pela concepção piagetiana do desenvolvimento psicológico da criança, principalmente porque esta, de alguma forma, dava uma base científica ao ideário escolanovista. Saliente-se ainda o apoio dado, nos primeiros

---

4 Esta publicação começou a ser editada, em 1927, com o nome de *Revista Educação*. Quando Lourenço Filho assumiu a Diretoria Geral do Ensino do Estado de São Paulo, em 1930, passou a se chamar *Escola Nova* e a dedicar cada número a um tema específico da área educacional. Interrompida essa série em 1931, o periódico passou a ser publicado com o nome *Educação* e, a partir de 1933, com o de *Revista de Educação*, (Vasconcelos, 1996, p. 35).

5 Segundo Vasconcelos (1996, p. 66), o primeiro texto de Piaget publicado no Brasil foi "Remarques psychologiques sur le travail par equipes", escrito em 1935. Ele foi traduzido no Brasil, em 1936, por Luiz G. Fleury, e publicado na *Revista de Educação*, números 15 e 16, com o título "O trabalho por equipes em escolas: bases psicológicas".

escritos educacionais do pesquisador suíço, aos métodos "ativos" – carro-chefe daquela concepção de ensino –, por considerá-los mais condizentes com o papel central reservado em sua teoria à atividade do sujeito.

Deve-se frisar, no entanto, que, naquele momento, nem sempre ficou claro para os educadores que esses escritos, mesmo considerando os materiais concretos utilizados nas atividades de aprendizagem de matemática – como "excelentes enquanto possibilitam as manipulações ativas e as descobertas pelas próprias crianças, na linha do seu desenvolvimento operatório espontâneo" –, mostravam que Piaget (1978, p. 15) percebia os riscos inerentes a sua utilização. Ele apontava que, por um lado, o material poderia ser usado não pela criança, mas pelo adulto e apenas para realizar demonstrações diante dela, e, por outro, mesmo possibilitando maior compreensão do que os métodos mais verbais ou estáticos, seu emprego poderia levar a dar prioridade às configurações e não às operações, a dar maior atenção aos aspectos mais figurativos do pensamento (percepção, imitação e imagens) do que aos aspectos operativos (ações e operações).

Se os estudos realizados por Piaget e seus colaboradores cedo despertaram o interesse dos educadores em geral, isso ocorreu mais especialmente com aqueles ligados diretamente à área da matemática, porque muitos desses estudos tratavam de questões estreitamente ligadas a conteúdos ou comportamentos relacionados a essa disciplina: a lógica da criança, os conceitos de número, de espaço e de geometria (Piaget e Inhelder, 1975a;, 1975b, 1993; Piaget e Szeminska, 1952; Piaget, 1954; Piaget, Inhelder e Szeminska,1964).

Esse interesse e a influência de Piaget no âmbito da matemática escolar, assim como o ideário da Escola Nova, fazem-se sentir, aliás, nas "instruções pedagógicas" oferecidas na portaria[6] posterior ao Decreto 29890 de 18/4/31 (Reforma do ensino secundário), integrante da reforma Francisco Campos, levada a cabo ainda no governo provisório de Getúlio Vargas, instalado após a vitória do movimento revolucionário de 30:

> A exposição da matéria e a orientação metodológica, entretanto, devem subordinar-se, sobretudo nas séries inferiores, às exigên-cias da pedagogia, de preferência aos objetivos puramente lógicos. *Ter-se-á sempre em vista, em cada fase do ensino, o grau de*

6 "Portaria Ministerial de 30 de junho de 1931" (apud Bicudo, 1942, pp. 156-163).

> *desenvolvimento mental do aluno e os interesses para os quai tem maior inclinação.*
> *O ensino se fará, assim,* pela solicitação constante da atividade do aluno *(método heurístico)*, de quem se procurará fazer um descobridor e não um receptor passivo do conhecimento. *Daí a necessidade de se* renunciar completamente à prática de memorização sem raciocínio, ao enunciado abusivo de definições e regras e ao estudo sistemático das demonstrações já feitas. (Bicudo, 1942, p. 156-163; grifos meus)

As mesmas influências estão presentes também na concepção do processo de ensino-aprendizagem, enunciada na Exposição de Motivos que precede a Lei Orgânica do Ensino Secundário da Reforma Capanema, que, na parte em que faz referência ao estudo das ciências em geral (1942, p. 7), explicita:

> No ensino científico, mais do que em qualquer outro, falhará sempre irremediavelmente o processo do erudito monologar docente, a atitude do professor que realiza uma experiência diante dos alunos inexpertos como se estivesse fazendo uma representação, o método de inscrever na memória a ciência dos livros (...) os alunos terão que discutir e verificar, terão que ver e fazer. Entre eles e o professor é necessário estabelecer um regime de cooperação no trabalho, trabalho que deverá estar cheio de vida e que seja sempre, segundo o preceito deweyano, uma "reconstrução da experiência".

Cumpre observar que, até os anos 50, a difusão das idéias piagetianas no Brasil era dificultada pela circulação restrita dos seus poucos ensaios traduzidos. Um maior conhecimento da teoria genética somente estava ao alcance daquela minoria que conhecia o idioma francês ou tinha acesso às traduções em espanhol. Essa difusão somente ganhou impulso com as primeiras traduções de suas obras em fins dessa década. O primeiro dos muitos livros de Piaget que seriam traduzidos a partir de então foi *Psicologia da inteligência* (*La Psychologie de l'intelligence*, uma seleção de textos do curso ministrado por Piaget, em 1942, no Colégio de França e publicado pela Librairie Armand Collin), traduzido por Egléa de Alencar e publicado no Brasil, em 1958, pela Editora Fundo de Cultura, do Rio de Janeiro (Vasconcelos, 1996, pp. 116-118).

Nesses mesmos anos 50, discutia-se a introdução do ensino da Lógica no currículo das escolas brasileiras, inclusive no primeiro grau, o que naturalmente intensificou o interesse dos educadores matemáticos pela obra de Piaget. Tanto que, em 1959, a professora Circe Navarro, uma das protagonistas da difusão das idéias piagetianas no Brasil e à época fazendo um curso sobre Lógica Matemática e Filosofia da Ciência na Universidade Federal Fluminense, foi convidada a discorrer, no Congresso Nacional de Professores de Matemática, sobre a obra do pesquisador suíço e a possibilidade do ensino da lógica matemática. Encantada com a idéia de que os agrupamentos de classes e relações, o cálculo funcional e a lógica das proposições eram parte do próprio desenvolvimento da criança e do adolescente, fez, nesse congresso, a proposta de incluir Piaget no ensino da matemática (id., ibid., p. 125).

Assim é que, nos anos 60, o forte interesse demonstrado em várias oportunidades por Piaget pela teoria bourbakiana das estruturas matemáticas como paradigma explicativo das estruturas operacionais da inteligência em desenvolvimento, acabou sendo utilizado pelos matemáticos para dar sustentação psicológica a um movimento que ficou conhecido como "matemática moderna". Cumpre observar que esse movimento foi iniciado no âmbito da matemática e visava a introduzir no ensino os resultados mais recentes da pesquisa nessa área do conhecimento, a conexão com a teoria genética sendo feita posteriormente.

Dizia Piaget (1973; tradução e grifos da autora):

> *Acreditamos (...) que exista, em função da inteligência como um todo, uma* construção espontânea e gradual de estruturas lógico-matemáticas elementares, *e que* tais estruturas "naturais" *(no sentido que falamos de números "naturais")* estão muito mais próximas das usadas na "matemática moderna" *do que das usadas na matemática tradicional*.

Afirmações como essa foram entendidas como apoio a um estudo de matemática que, desde cedo, enfatizasse essas estruturas e procurasse levar os alunos a conceituá-las, resultando daí a proposição de um currículo de matemática para as escolas primária e secundária em que se privilegiava o estudo das estruturas matemáticas. Somente após o que Kline (1976) denomina "fracasso da Matemática Moderna" é que se procurou analisar o que Piaget pretendia, de fato, ao comparar as estruturas lógico-matemáticas às estruturas bourbakianas. Verificou-se, então, que o interesse de Piaget por essas estruturas (Piaget et alii, 1965 e Piaget, 1973) residia no fato de que elas lhe forneciam o paradigma para explicar as estruturas operacionais da inteligência em desenvolvimento. A afirmação acima, entendida como apoio, indicaria apenas que os conteúdos ensinados na escola elementar deveriam, em princípio, conduzir naturalmente para essas noções e para outras, como elas, não trabalhadas explicitamente, nem mesmo em graus superiores do ensino.

É interessante acrescentar aqui as idéias de Groen e Kieran (1983, pp. 369-370) a esse respeito. Em trabalho no qual assinalam a possibilidade de existirem domínios matemáticos menos abstratos, "próximos" das estruturas lógico-matemáticas piagetianas e procurando esclarecer em que consistiria essa proximidade, eles apontam o interesse de Piaget pela teoria das categorias e pelas matemática bourbakiana, cuja preocupação primordial seriam as transformações de estruturas matemáticas simples em outras, mais complexas. Isso porque, para se referir a estruturas lógico-matemáticas baseadas na experiência "direta" de ações, parece ser necessário um certo modo de definir transformações, independentemente de estados.

O que não foi então suficientemente divulgado é o fato de Piaget ter frisado, em muitas ocasiões, que o professor deveria ter em mente haver "um longo caminho a percorrer entre a utilização espontânea e inconsciente das estruturas e sua tomada de consciência" (Piaget e Garcia, 1987, p. 36) e que

> (...) em todos os níveis, inclusive na adolescência e, de uma forma sistemática nos níveis mais elementares, o aluno será bem mais capaz de "fazer" e de "entender nas ações" do que de expressá-las verbalmente. Em outras palavras, uma grande parte das estruturas que a criança usa quando se dispõe ativamente a resolver um problema permanece incons-ciente. Na verdade, uma das leis psicológicas bem gerais consiste no fato de que a criança pode fazer algo na ação muito antes de que ela se torne realmente "consciente" do que nela está envolvido – a "conscientização" ocorre bem depois da ação. Conseqüentemente, uma vez que o professor tenha tido a oportunidade de se familiarizar com a pesquisa pedagógica acima mencionada (a teoria psicogenética) e conheça as estruturas de pensamento que a criança possui subjacentemente,

> será muito mais fácil para ele auxiliar a criança a se tornar consciente delas, seja através de discussões oportunas entre ele e o aluno, seja pela organização de grupos de trabalho nos quais parceiros de mesma idade ou similar (ou uma criança mais velha atuando como líder de um pequeno grupo) discutirão entre si, o que, por seu turno favorece a verbalização e a "conscientização". (Piaget, 1973, pp. 85-86: tradução minha)

O mesmo aconteceu com suas advertências sobre a possibilidade de fracasso em tentativas de "ensinar matemática 'moderna' a crianças pequenas usando métodos arcaicos, baseados na transmissão verbal do professor para o aluno e com uso prematuro do formalismo". Considerando que, se o problema com a matemática tradicional era levar a criança a resolver uma enorme quantidade de problemas, "muitos deles absurdos", Piaget (1973, pp. 84-85) assinalava que, com a "moderna" o problema poderia estar num outro nível: o professor poderia ser "muitas vezes tentado a apresentar noções e operações cedo demais, num quadro que já é muito formal" (p. 86), o que não era um fato impossível de ocorrer dado que o "professor de matemática, pelo tipo de pensamento abstrato inerente a sua profissão, pode ter certa dificuldade em se colocar na perspectiva concreta, que é necessariamente a de seus jovens alunos".

Essas advertências foram todavia ignoradas por muito tempo, e quando delas se tomou consciência, o mal já estava feito: muitos educadores matemáticos, especialmente os brasileiros, desenvolveram uma certa prevenção com relação à teoria piagetiana por sua associação com o movimento citado.

Acrescente-se a isso, também, que, nesse momento, um novo cenário se desenvolvera no Brasil após o golpe militar de 64. A política econômica adotada a partir da instalação do novo regime político provocou uma aceleração no ritmo de crescimento da demanda social de educação e, conseqüentemente, um agravamento da histórica crise vivenciada no sistema educacional, de modo que, já em meados da década de 60, começaram a ser tomadas as medidas para adequar o sistema educacional ao modelo econômico (Romanelli, 1986, p. 196).

A adoção de um modelo político que reforçava o controle, a repressão e o autoritarismo repercutiu fortemente na educação – agora vista, ao mesmo tempo, como uma questão de segurança nacional e um fator de desenvolvimento econômico (Candau, 1987, p. 17). A necessidade de livrar o processo educativo das interferências subjetivas e de conduzi-lo sob a égide da neutralidade científica levou à adoção de uma pedagogia inspirada nos princípios da racionalidade e da produtividade, em que, no dizer de Saviani (1985, pp. 16-17), professor e aluno foram

> (...) relegados à condição de executores de um processo cuja concepção, planejamento, coordenação e controle ficavam a cargo de especialistas supostamente habilitados, neutros, imparciais. A organização do processo convertia-se na garantia da eficiência, compensando e corrigindo as deficiências do professor e maximizando os efeitos de sua intervenção.

Nesse contexto, o avanço do behaviorismo, no campo da psicologia, e, no campo educacional, o do tecnicismo pedagógico baseado nos princípios da organização das empresas fazem com que a perspectiva piagetiana acabe entrando em um período de latência por alguns anos.

Mas não era isso o que ocorria em outros países, nos quais as idéias sobre os métodos de ensino, sobre o que ensinar e, sobretudo, sobre os processos utilizados pela criança para aprender os conceitos desse ramo do conhecimento, veiculadas em textos de Piaget que tratam especificamente da educação matemática, inspiraram a concepção de novos currículos de matemática para os diferentes níveis de ensino – como o projeto Nuffield, na Inglaterra, e trabalhos como o de Lovell (1972), o dos Van-Hiele (Hoffer, 1983) e o de Dienes (1974 e 1984, entre outros), o último dos quais exerceu uma grande influência sobre uma parcela considerável dos educadores matemáticos brasileiros que participaram de diversos cursos que ele ministrou no Brasil na década de 70.

Foi no final dessa década que, concomitantemente aos primeiros sinais da abertura política, presenciou-se um ressurgimento do interesse pela obra piagetiana no país,[7] principalmente devido à divulgação de trabalhos de alguns pesquisadores pertencentes a grupos instalados em diversas regiões brasileiras.[8] Foram desenvolvidas, nessa época, em São Paulo, na USP, as primeiras pesquisas no campo de educação matemáti-

---

7 Agora apresentada em sua visão "construtivista", fruto da ampla penetração do trabalho de Emília Ferrero.

8 Vasconcelos (1996) assinala a existência de diferentes grupos piagetianos em Minas Gerais, São Paulo, Rio Grande do Sul, Brasília, Pernambuco e Paraíba.

ca, primeiramente sob a orientação da professora Amélia Domingues de Castro[9] e, mais tarde, dos professores Ana Maria Pessoa de Carvalho[10] e Lino Macedo.

Nos anos 80, durante o período de transição democrática que culminou com a promulgação da Constituição Federal de 1988, e principalmente nos estados do Sudeste e Sul, onde haviam sido eleitos governos de oposição ao regime militar, teve lugar um movimento de renovação curricular, fruto de um debate intenso, principalmente, sobre as questões da participação democrática e da descentralização que visavam à recuperação dos poderes estaduais e municipais enfraquecidos durante a ditadura.

Nesse momento, presenciava-se um enorme questionamento do "psicologismo" presente na educação, ou seja, questionava-se se as questões educativas poderiam ser resolvidas somente com base na psicologia, ao mesmo tempo em que se buscava chamar a atenção para o caráter social do processo de produção do conhecimento. Como bem coloca a professora Agnela Giusta, do mestrado em psicologia da UFMG, em entrevista concedida a Vasconcelos (1996, pp. 104-105), faltava à psicologia uma abordagem mais sociológica, da mesma forma que existia também uma visão distorcida do sujeito psicológico por parte dos defensores da perspectiva social, em que ambos os lados incorriam em um erro básico: o da oposição entre o ser psicológico e o ser social.

De qualquer forma, compreendia-se a necessidade de a escola buscar no seu interior soluções pedagógicas que melhor se adequassem às necessidades dos alunos das camadas populares que agora a freqüentavam, de modo a assegurar a todos a possibilidade de exercer melhor a cidadania a partir do desenvolvimento de condições mais vantajosas para a reinvidicação de direitos. Porém, como esse posicionamento era genérico em demasia, o enfoque teórico nem sempre foi capaz de contribuir claramente para o processo de transposição didática indicado nas propostas curriculares produzidas na época, em algumas propostas observando-

9 Um dos professores que participaram dos grupos de estudos coordenados por ela foi Scipione di Pierro Neto, um conhecido autor de livros didáticos, que desenvolveu trabalhos voltados para o ensino da geometria (Vasconcelos, 1996, p. 143).

10 Dentre seus orientandos, os que nessa época desenvolveram trabalhos em educação matemática, estão Manuel Oriosvaldo de Moura, Ruth Ribas Itacarambi, Lucila Bechara Sanches, Maria Inês Boldrin e Adriano Rodrigues Ruiz (Vasconcelos, p. 144).

se até mesmo uma certa mescla de opções teóricas conflitantes (Barreto, 2000, pp. 7-10).

De um modo geral, a influência maior presente nos guias curriculares acabou sendo a dos especialistas que os elaboraram. No caso específico da proposta curricular de matemática de São Paulo, por exemplo, foi assumida claramente uma fundamentação construtivista, por influência direta das pesquisas existentes na época de sua elaboração no âmbito da educação matemática.

Essas propostas, geradas em um momento em que se defendia uma participação mais ampla da população na formulação de políticas públicas, deveriam ter sido objeto de uma ampla consulta aos agentes educacionais. Cumpre notar, no entanto, que mesmo nos estados iniciadores do processo de reformulação curricular, o debate sobre elas nem sempre atingiu o grande público, com exceção dos estados do Rio Grande do Sul e São Paulo. A implantação das mudanças padeceu de continuidade, uma vez que os governos que sucederam os responsáveis pela elaboração dos guias curriculares não se mostraram comprometidos com o processo. As expectativas de diminuição do insucesso escolar não se concretizaram, uma vez que não foram consistentemente atacadas as questões estruturais dos sistemas públicos de ensino responsáveis pelos índices de fracasso.

Além disso, no início dos anos 90, a nova configuração mundial decorrente do esfacelamento do bloco socialista tornou evidente no país as novas exigências provocadas pelas profundas transformações nas estruturas internacionais de poder, pelas inovações tecnológicas e pela globalização da economia. Iniciou-se uma ampla revisão do papel do Estado, enquanto aumentaram as pressões para que ele restrinja sua participação na esfera social e para que nela atue segundo a lógica do mercado.

As dificuldades sociais decorrentes da adoção do modelo neoliberal – entre as quais a crescente desigualdade social, o desemprego – são atribuídas, cada vez mais, à falta do domínio, por grandes parcelas da população, de habilidades intelectuais mais complexas, à capacidade de manejar informações e de se organizar de forma mais autônoma nas relações de trabalho. Nesse contexto, a educação passa a ser considerada como mola propulsora do desenvolvimento e responsável pela preservação da democracia, cabendo a ela assegurar a todos o domínio dos conhecimentos habilidades e atitudes indispensáveis ao exercício da cidadania.

Em meados dos anos 90, o governo federal começou um processo de normatização e orientação curricular, com o que pretendia atender à prescrição do art. 201 da Constituição de 1988, de fixar "conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais". Esse processo, iniciado, em 1996, com a apresentação e submissão à apreciação de especialistas de uma versão preliminar dos Parâmetros Curriculares Nacionais para as séries iniciais do Ensino Fundamental (1° e 2° ciclos) elaborada pelo Ministério da Educação, continuou, em seguida, com a apresentação daqueles destinados às séries finais (3° e 4° ciclos).

No que se refere à educação matemática, as idéias de Piaget também estão presentes nos Parâmetros, embora sejam muitas vezes apresentadas a partir de autores que, de alguma forma, estão ligados a sua teoria, como é o caso de Vergnaud. Em alguns casos aparecem agora também associadas às de Vygotsky, cuja obra tem o mérito de chamar a atenção para a função da escola, de proporcionar a formação de conceitos científicos, enfatizando, nesse processo, o papel da mediação docente.[11]

Os Parâmetros procuram incorporar as discussões e os resultados de pesquisas na área que, com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e a expansão considerável de cursos de pós-graduação destinados especificamente a esse campo do conhecimento, tem hoje uma produção respeitável. Essas pesquisas hoje não são realizadas somente na perspectiva piagetiana, mas, seguindo tendências mundiais, elas contemplam, neste momento, diferentes enfoques teóricos. Todavia ainda é expressiva a filiação à teoria genética, embora muitos educadores se preocupem agora mais com as situações capazes não só de provocar a evolução adaptativa da atividade, mas também dos conhecimentos. Uma das vertentes mais influentes, no momento, na educação matemática brasileira e que pode ser vinculada à teoria do mestre genebrino é a da didática da matemática francesa, em função não só de vários pesquisadores brasileiros terem realizado na França seus estudos de pós-graduação, como também das missões e convênios firmados entre o governo francês e o brasileiro ou entre instituições de ambos os países. Muitas das

11 É o que defendeu, por exemplo, Terezinha Nunes, em palestra realizada no encerramento do IX ICME – 9th International Congress on Mathematical Education, realizado, em 2000, no Japão.

pesquisas, nesse caso, têm como preocupação central, por exemplo, a possibilidade de orientar as aprendizagens dos alunos a partir de uma escolha mais adequada de atividades que lhes serão propostas (Vergnaud, 1996). Com esse objetivo, partem para investigações visando conhecer como os alunos evoluem na construção desses conhecimentos por meio da análise dos procedimentos utilizados por eles, por seu comportamento, ações e verbalizações, ou seja, pelas manifestações da interpretação e do tratamento que dão a um problema.

Outra vertente influenciada pelas teses piagetianas e que também tem sido utilizada por pesquisadores brasileiros ligados à educação matemática é a que adota um enfoque psicossociológico baseado ns trabalhos de Mugny e Doise (1983), que se inscreve como uma tentativa de superar aquela separação, assinalada por Agnela Giusta em outra parte deste texto, entre a sociologia e a psicologia e, portanto, a oposição entre o ser social e o ser psicológico.

Algumas notas finais

Este trabalho pretendeu mostrar a influência da obra de Piaget na educação brasileira e na fundamentação de propostas educacionais elaboradas no século XX, focalizando essa influência mais especificamente no âmbito da matemática. A permanência dessas idéias por quase um século atesta o vigor e a atualidade da obra do pesquisador suíço, que marcou profundamente a psicologia infantil do século, embora hoje se consiga ver claramente que o direcionamento imprimido por Piaget a suas pesquisas o afastou de certa forma do domínio histórico-cultural, como assinala Bruner (2002).

Além disso, ao longo deste trabalho, pôde-se constatar o desvirtuamento das idéias de Piaget em sua transposição para o campo educacional, muitas vezes em decorrência de leituras parciais e distorcidas de suas obras.

Quanto à repercussão dos estudos e das pesquisas de cunho piagetiano desenvolvidas por muitos educadores matemáticos na academia, com vistas ao embasamento de uma prática pedagógica mais eficaz, é necessário constatar quer ela tem sido muito pequena. Mesmo porque, quando informações sobre elas chegam até o professor, são veiculadas ou assimiladas em versões muito superficiais, que acabam provocando mais distorções do que subsídios ao trabalho docente.

Há de se considerar também as resistências do sistema educativo em aceitar inovações propostas a partir de uma teoria que vai contra as práticas tradicionais tão caras aos quadros administrativos das escolas, aos quais interessa mais a disciplinarição dos estudantes do que sua formação. Dada, ainda, a formação insuficiente que os docentes vêm recebendo no Brasil, torna-se muito difícil alcançar sucesso em tentativas mais gerais de modificação de sua prática pedagógica.

Essa modificação parece ter melhores resultados a partir de projetos mais localizados, nos quais professores da escola básica são partícipes, juntamente com docentes universitários, de um trabalho teórico-prático que visa à compreensão dos problemas da *sua* escola, em especial, ao planejamento de um processo de ensino-aprendizagem que contemple as necessidades de seus professores e de seus alunos. E, para esse trabalho, principalmente no âmbito da educação matemática, o referencial piagetiano ainda tem importante contribuição a ser oferecida.

Referências

AEBLI, H. (1973). *Didática psicológica*. Buenos Ayres, Kapelusz.

BARRETO, E. S. de S. (2000). "Tendências recentes do currículo do ensino fundamental no Brasil". In: BARRETO, E. S. de S. (org.). *Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras*. 2 ed. São Paulo, Autores Associados.

BICUDO, J. de C. (1942). *O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação: 1931 a 1941*. São Paulo, s/ed.

BRASIL – Ministério da Educação e do Desporto (1996). *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática*. Brasília, MEC/SEF (versão preliminar).

BRUNER, J. (2002). "Piaget e Vygotsky. Celebremos a divergência". In: HOUDÉ, O. e MELJAC, C. *O espírito piagetiano. Homenagem internacional a Jean Piaget*. Porto Alegre, Artmed.

CANDAU, V. M. (1987). "A didática e a formação de educadores – da exaltação à negação: a busca da relevância". In: CANDAU, V. M. (org.). *A didática em questão*. 6 ed. Petrópolis, Vozes.

COLL, C. (1987). "Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la teoria genética y de los parendizajes escolares". In: COLL, C. (org.). *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Madrid, Siglo Veintiuno.

DIENES, Z. P. e GOLDING, E. W. (1974). *Topologia, geometria projetiva e afim*. São Paulo, EPU.

______ (1984). *Exploração do espaço e prática da medição.* São Paulo, EPU.

DUCKWORTH, E. (1964). "Piaget rediscovered". In: RIPPLE, R. R. e ROCKCASTLE, V. N. (eds.). *A report of the conference on cognitive studies and curriculum development.* Trad. Amélia D. de Castro. Ithaca, Cornell University Press (mimeo).

______ (1979). Either we're too early and they can't learn it or we're too late and they know it already: the dilemma of applying Piaget's theory. *Harvard Educational Review*, n. 4, pp. 297-312.

FURTH, H. e WACHS, H. (1974). *Thinking goes to school: Piaget's theory in practice*. Orlando, Academic Press.

GROEN, G. e KIERAN, C. (1983). "In search of Piagetian mathematics". In: GINSBURG, H. P. (org.). *The development of mathematical thinking*. Orlando, Academic Press.

HOFFER, A. (1983). "Van-Hiele based research". In: LESH, R. e LANDAU, M. (ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York, Academic Press.

KAMII, C. e DE VRIES, R. (1977). "Piaget for early education". In: DAY, M. C. e PARKER, R. R. (ed.). *The preschool in action*. 2 ed. Boston, Allyn and Bacon.

KLINE, M. (1976). *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo, Ibrasa.

LAURENDAU, M. e PINARD, A. (1968). *Les premières notions spatiales de l´enfant: examen des hypothèses de Jean Piaget*. Neuchatel, Delachaux et Niestlé.

LEI ORGÂNICA DO ENSINO SECUNDÁRIO (1942). Decreto – Lei 4244 de 9 de abril de 1942. São Paulo, Editora e Pub. do Brasil (Manuais de Legislação Brasileira, 82).

LOVELL, K. (1972). *The growth of basic mathematical and scientific concepts in children*. 5 ed. London, University of London Press.

MACEDO, L. (1987). Para uma aplicação pedagógica da obra de Piaget: algumas considerações. *Cadernos de Pesquisa*, n. 61, pp. 68-71.

MUGNY, G. e DOISE, W. (1983). *La construcción social de la inteligencia.* México, Trillas.

NAGLE, J. (1977). "A educação na Primeira República". In: FAUSTO, B. *História geral da civilização brasileira: o Brasil Republicano: sociedade e instituições (1889 – 1930)*. Rio de Janeiro, Difel.

NUNES, T. (2000). *How mathematics teaching develops pupil´s reasoning systems. Abstracts of plenary lectures and regular lectures*. ICME – 9th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION. Tokyo, Makuhari.

PAIVA, V. P. (1985). *Educação popular e educação de adultos*. 3 ed. São Paulo. Loyola.

PAVANELLO, R. M. (1995). *Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas*. Tese de doutorado em Educação. Campinas, Faculdade de Educação da Unicamp.

PIAGET, J. (1954). *The construction of reality in the child.* New York, Basic Books.

_____ (1973). "Comments on mathematical education". In: HOWSON, A. G. *Developments in mathematical education: proceedings of the 2nd International Congress on Mathematical Education.* Cambridge, Cambridge University Press.

_____ (1978). *Para onde vai a educação?* 6 ed. Rio de Janeiro. José Olympio.

_____ (1988). *Psicologia e Pedagogia.* Rio de Janeiro, Forense-Universitária.

PIAGET et alii (1965). *La enseñanza de las matemáticas*. Madrid, Aguilar.

PIAGET, J. e GARCIA, R. (1987). *Psicogénese e história das ciências.* Lisboa, Dom Quixote.

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1975a). *Gênese das estruturas lógico-matemáticas.* 2 ed. Rio de Janeiro, Zahar/MEC.

_____ (1975b). *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança*. Rio de Janeiro, Zahar/MEC.

_____ (1993). *A representação do espaço na criança*. Porto Alegre, Artes Médicas.

PIAGET, J.; INHELDER, B. e SZEMINSKA, A. (1964). *The child´s conception of geometry*. New York, Harper Torchbooks.

PIAGET, J. e SZEMINSKA, A. (1952). *The child´s conception of number*. New York, Humanities Press.

ROMANELLI, O. de O. (1986). *História da educação no Brasil.* 8 ed. Petrópolis, Vozes.

SÃO PAULO – Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (1988). *Proposta curricular para o ensino de matemática; 1° grau*. 3 ed. São Paulo, SE/CENP.

SAVIANI, D. (1985). *Escola e democracia*. 9 ed. São Paulo, Cortez/Autores Associados.

WADSWORTH, B. J. (1984). *Piaget para o professor de pré-escola e 1º grau.* São Paulo, Pioneira.

VASCONCELOS, M. S. A (1996). *Difusão das idéias de Piaget no Brasil.* São Paulo, Casa do Psicólogo.

VERGNAUD, G. (1996). *Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica.* Buenos Ayres, Perspectivas.

Recebido em abr./2001; aprovado em jun./2001

Dissertações defendidas no primeiro semestre de 2002*

FREITAS, Marcos Agostinho de
Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio
Palavras-chave: análise de erros; equação do primeiro grau.
Key-words: analysis of errors; linear equations.

PASSONI, João Carlos
(Pré-) Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos
Palavras-chave: estrutura aditiva; pré-álgebra; crianças de nove anos.
Key-words: additive structures; pre-algebra; 9 years-old children.

PRETTI, Esther do Lago
Transformações geométricas: uma experiência na formação de professores utilizando um ambiente informatizado
Palavras-chave: transformações geométricas; formação de professores; simetria; Cabri-géomètre; desenho-figura.
Key-words: geometric transformations; teacher training; symmetry; Cabri-géomètre; drawing-figure.

SOUZA, Cibele de Almeida
A distribuição binomial no ensino superior
Palavras-chave: seqüência didática; ensino de probabilidade.
Key-words: teaching sequence; teching of probability.

BOSQUETTI, Maria Carolina Bonna
SARESP/2000 e a questão da visualização em geometria espacial
Palavras-chave: avaliação; geometria;visualização; SARESP.
Key-words: evaluation; geometry; visualization; SARESP.

---

* As dissertações completas estão no site: www.pucsp.br/pos/edmat.

DIAS, Marisa da Silva
Reta Real: conceito imagem e conceito definição
Palavras-chave: conceito imagem, conceito definição, reta real, número real.
Key-words: concept image; concept definition; number line; real number.

SILVA, Ismael de Araújo
Probabilidades: a visão laplaciana e a visão freqüentista na introdução do conceito
Palavras-chave: seqüência didática; ensino de probabilidade.
Key-words: teching sequence; teaching of probability.

SOARES, Elizabeth
Uma intervenção didática para a aprendizagem do significado amplo da relação de ordem 'chegar antes ou junto de' com alunos de 5ª a 8ª séries
Palavras-chave: ensino fundamental; relação de ordem.
Key-words: middle school; order relations.

TAVARES, Jane Cardote
A Congregação do Colégio Pedro II e os debates sobre o Ensino de Matemática
Palavras-chave: Colégio Pedro II; Euclides Roxo.

CUNHA, Micheline Rizcallhah Kanaan da
A quebra da unidade e o número decimal: um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental
Palavras-chave: quebra da unidade; contextos; sistemas de representação.
Key-words: division of the unit; contexts; systems of representation.

MELO, José Manuel Ribeiro de
Conceito de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem
Palavra-chave: integral; área; ambiente computacional; simulação; visualização; significação.
Key-words: integral; area; computerized atmosphere; simulation; visualizing meaning.

Normas para publicação

Pesquisadores interessados em contribuir com publicação nesta revista deverão preparar o texto e enviá-lo segundo as regras que se seguem.

Preparação para envio – uma cópia do texto **em disquete(s)** com os nomes dos autores e sem numeração de página. Outras quatro (4) cópias **impressas**, sendo que uma deve ser idêntica à(s) do(s) disquete(s) e as outras três (3) devem ter numeração de página e não trazer os nomes dos autores.

Versão – programa Word 6.0 for Windows, para ser lido em PC.

Formatação

Título – centralizado, em letras maiúsculas e em negrito.

Nomes dos autores – em uma só das vias impressas e no disquete, separar os nomes dos autores do título por um espaço simples entre linhas. Os dados de cada autor deverão ser colocados conforme exemplo, abaixo do título.

Ex: Maria Dolores da Silva
Mestre em Educação Matemática – PUC-SP
Professora do Curso de Matemática – PUC-SP
e-mail: dolores@pucsp.br

Resumo – em português e inglês ou francês, com, no máximo, 10 linhas, espaço duplo, mesma fonte do texto, em itálico, acompanhado de três palavras-chave.

Corpo do texto – Papel tamanho A4
Margem superior e inferior com 2,5 cm
Margem direita e esquerda com 3,0 cm
Fonte Times New Roman,
Tamanho da letra 12 pontos.
Espaçamento entre linhas 1,5 linha
Alinhamento justificado

Referências bibliográficas – de acordo com as normas da ABNT em vigor.

Exemplos:

- Livro

  GOMES, L. G. F. (1998). *Novela e sociedade no Brasil.* Niterói, EdUFF. (Coleção Antropologia e Ciência Política, 15).

- Tese

  BARCELOS, M. F. P. (1998). *Ensaio tecnológico, bioquímico e sensorial de Soja e guandu enlatados no estádio verde e maturação de colheita*. Tese de doutorado em Nutrição, Campinas, Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas.

- Artigo de revista

  GURGEL, C. (1997). Reforma do Estado e segurança pública. *Política e Administração*, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, pp. 15-21, set.

Citações no texto – citações no texto devem vir acompanhadas de sobrenomes(s) do(s) autor(es) em corpo menor e entre parênteses, acrescido do ano de publicação e página.

Tabelas e gráficos – deverão ter como elementos: número, título, data de referência, fonte e nota.

Impressão – em jato de tinta ou em laser. Páginas impressas só numa face.

Os trabalhos devem ser enviados para:

Revista Educação Matemática Pesquisa
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
Rua Marquês de Paranaguá, 111 - Consolação - SP - CEP 01303-050
Fone: (11) 3124-7210
Fax: (11) 3159-0189
e-mail: pgedmat@pucsp.br

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA

REVISTA DO PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PUC-SP

Educação Matemática Pesquisa publica trabalhos voltados para as linhas de pesquisa: *A Matemática na estrutura curricular e a Formação de Professores; Epistemologia e Didática da Matemática; Tecnologias de Informação* e *Didática da Matemática.* Também está aberta para outros campos do conhecimento, que venham proporcionar um diálogo com a área, como a Epistemologia, a Psicologia Educacional, a Filosofia, a História das Ciências e a História Disciplinar.

INFORMAÇÕES PARA AQUISIÇÃO

. . . .

Anexo cópia do depósito em conta no **Banco Bradesco**, agência 3227-1, c/c 1285-8, favorecido **Sonia B. C. Igliori**, para aquisição dos seguintes exemplares de *Educação Matemática Pesquisa:*

❑ v. 1 n. 1 ❑ v. 1 n. 2 ❑ v. 2 n. 1 ❑ v. 2 n. 2	R$ 40,00	❑ v. 1 n. 1 ❑ v. 1 n. 2	R$ 24,00	❑ v. 3 n. 1 ❑ v. 3 n. 2	R$ 30,00
		❑ v. 2 n. 1 ❑ v. 2 n. 2	R$ 24,00	❑ v. 4 n. 1 ❑ v. 4 n. 2	R$ 30,00

Número avulso: ______________________________ R$ 18,00 (cada)

Nome: ____

Endereço: ____

____

Cep: ____________ Cidade: ________________ Estado: __

Telefone: __________ Fax: __________ Ocupação: _________

Impressão de miolo e acabamento:

Gráfica da PUC-SP
Rua Ministro Godói, 965 – Perdizes – SP
Tel.: 3670-8366

SUMÁRIO