



Revista de Estudos das Origens da Filosofia Contemporânea
Journal of Studies on the Origins of Contemporary Philosophy

Geltung, vol. 2, n. 1, 2022, p. 1-18 | e62698

ISSN: 2764-0892



<https://doi.org/10.23925/2764-0892.2022.v2.n1.e62698>

¡MÁS ALLÁ DE LOS NÚMEROS! LA EXPLORACIÓN FENOMENOLÓGICA DE LA GEOMETRÍA Y EL ESPACIO

LUIS ALBERTO CANELA MORALES

El Colegio de Veracruz, México

lcanelamorales@gmail.com

<https://orcid.org/0000000237405234>

RESUMEN

La propuesta fenomenológica de Husserl, aunque se inició con un estudio sobre la naturaleza del número y las funciones matemáticas, abarca mucho más que eso. Se conocen una serie de ensayos editados póstumamente en el tomo XXI de la serie Husserliana que abarcan los años 1890-1908, y que se enfocan en comprender los avances de la geometría (euclidiana y no euclidiana) y el papel que desempeña en la constitución del espacio físico. Los estudios sobre geometría euclidiana y no euclidiana continuarían así la investigación de *Filosofía de la aritmética*, ya que ambos comparten los *Grundgedanken*, es decir, el conjunto de herramientas y temas relacionados con la noción de representación simbólica. El objetivo de este artículo es presentar de manera general los principales problemas a los que Husserl se enfrenta en relación con temas geométricos y espaciales. Se intentará reconstruir, de manera histórico-crítica, aspectos esenciales sobre los temas y problemas de la filosofía de la geometría tal y como Husserl la desarrolla en sus primeras obras fenomenológicas.

PALABRAS CLAVE

FENOMENOLOGÍA. GEOMETRÍA. GEOMETRÍA NO-EUCLIDIANA. ARITMÉTICA.
ESPACIALIDAD.

The phenomenological proposal of Husserl, although initiated with a study on the nature of number and mathematical functions, encompasses much more than that. A series of posthumously edited essays, spanning the years 1890-1908, are known, focusing on understanding the advancements in (Euclidean and non-Euclidean) geometry and its role in the constitution of physical space. Studies on Euclidean and non-Euclidean geometry would continue the investigation of *Philosophy of Arithmetic*, as both share the *Grundgedanken*, that is, the set of tools and topics revolving around the notion of symbolic representation. The objective of this article is to present, in a general manner, the main problems Husserl faces concerning geometric and spatial themes. It will attempt to reconstruct, in a historical-critical way, essential aspects of the topics and issues in the philosophy of geometry as Husserl develops it in his early phenomenological works.

KEYWORDS

PHENOMENOLOGY. GEOMETRY. NON-EUCLIDEAN GEOMETRY. ARITHMETIC.
SPATIALITY.

INTRODUCCIÓN¹

Aunque es claro que la filosofía fenomenológica de Husserl se inició con un estudio sobre la naturaleza del número y las funciones matemáticas, su propuesta no se reduce sólo a esto. Se sabe de una serie ensayos –editados póstumamente y que abarcan los años de 1890-1908–²cuya línea de investigación es la comprensión de los avances de la geometría (euclidiana y no-euclidiana) y el papel que esta ocupaba en la constitución del espacio físico (a través y sin mediación del cuerpo)³, principalmente. De manera particular

¹ Las referencias a la obra de Husserl se harán conforme a la siguiente edición: *Husserliana-Gesammelte Werke*, publicada originalmente por Martinus Nijhoff, luego por Kluwer Academic Publishers y actualmente por Springer. Para citar dicha edición se emplea la sigla Hua, seguida del tomo en números romanos y las páginas en números arábigos (p. ej. Hua X, 56). La correspondencia de Husserl se citará de la siguiente manera: Hua Dok III, seguida de una diagonal para distinguir el tomo (que aparece en números arábigos) y las páginas en números arábigos (p. ej. Hua Dok III/5, 115).

² Casi todos ellos editados en los tomos XII, XXI y XXII de *Husserliana*.

³ Pedro Alves hace un señalamiento muy importante respecto de este cambio temático y conceptual. Lo cito *in extenso* :

Entre tanto, la triple naturaleza de la cuestión, [la del espacio], dividida en un problema «psicológico», en un problema «lógico» y en un problema «metafísico», habría de unificarse en el programa de una fenomenología de la constitución del espacio. Sus niveles son los siguientes:

1. Descripción de la intuición de espacio y de sus estratos: campo oculomotor, campo táctil, constitución de las tres dimensiones en el fenómeno del *ich bewege mich*, configuración de un espacio orientado que se polariza en el «aquí», como punto-cero, y en el «allí».
2. Geometrización del espacio intuitivo por los procesos de idealización-constitución de los objetos ideales como el punto, la línea, el ángulo, etc., por un proceso que arranca de la donación intuitiva y la prolonga hasta nuevas objetividades ya no dables en el campo intuitivo original; simultáneamente, determinación de las propiedades métricas del espacio geometrizado.
3. Constitución del espacio «real» en cuanto espacio homogéneo, en el cuadro de una doctrina constitutiva de la *res materialis* (que se asienta justamente en los estratos previos de la *res temporalis* y de la *res extensa*).

A medida que Husserl iba profundizando en el problema, el segundo y tercer aspecto habrían de hacerse secundarios frente a las múltiples cuestiones despertadas por la descripción del espacio intuitivo y por la autoconstitución somática (*leiblich*) de la subjetividad (2010: 29-30).

Ahora bien, estos niveles o, mejor dicho, la triple naturaleza del espacio tendría por correlato la cuestión de los diferentes niveles de percepción espacial:

- (i) El nivel pre-espacial (las diferentes series organizadas de impresiones sensoriales).

resalta el uso de ejemplos provenientes de la geometría proyectiva en sus análisis “pre y fenomenológicos tempranos” sobre la cosa física⁴. Para entender cómo los primeros estudios filosóficos de Husserl se trasladan de la aritmética a la geometría es necesario volver sobre una nota que Husserl intencionadamente deja al principio de *Filosofía de la aritmética*. En ella se lee lo siguiente:

-
- (ii) El nivel espacial bidimensional: aquellos que están incorporados en nuestro espacio habitual (el espacio euclidiano) y son percibidos directamente por nuestros sentidos;
 - (iii) El nivel espacial objetivo (tridimensional): aquí se constituyen las formas espaciales propias.
 - (iv) El nivel simbólico que extiende la percepción más allá de sus límites naturales y parece fundamental para comprender estructuras microscópicas o fenómenos que ocurren a gran escala (da Silva, 2012).

⁴ Por ejemplo, el concepto de “*Abschattung*”, en su sentido propio y tal cómo Husserl lo entendía en estos años, habría que traducirlo como “proyección” y no como “escorzo” o “perspectiva” como se ha venido haciendo. Efectivamente, se dice perspectiva, con el sentido de proyección, a dos figuras relacionadas entre sí mediante una línea de fuga. Si decimos que una figura representa o dicho con exactitud se *proyecta* sobre la otra, ya sea central, paralela y ortogonalmente, estamos diciendo con ello que las *Abschattungen* consistirían, en este contexto, en proyectar, anticipar y/o delinear la siguiente *Abschattung*. Cito a García-Baró:

Naturalmente cabe preguntarse qué es aquí proyección de qué: ¿es el color del atril la proyección “objetivadora” del color de la sensación? Se diría que sí, a la vista de los análisis de la investigación quinta, en los que literalmente se dice que un acto de percibir el atril es, esencialmente, una aprehensión objetivadora (*objektivierende Auffassung*) de ciertas sensaciones, una interpretación (*Deutung*) peculiar de ellas. Pero lo importante no es que debamos, quizá, describir así el resultado de la percepción fenomenológica de la vida, sino el hecho mismo de que un contenido primario, una sensación cualquiera, esté tomada de suyo, al margen de la “interpretación objetivadora” que pueda o no sufrir, como una *Abschattung*, literalmente: como a sombra (*Schatten*) que arroja la realidad del mundo sobre la vida de la conciencia (2008:91-92).

Inclusive Husserl ejemplificaba, mediante el uso de *isometrías*, algunas características de la cosa física; específicamente aquellas modificaciones que no alteraba la forma y la figura se ilustraban mejor con la noción de isometrías propias de las geometrías proyectivas. En las isometrías mencionamos la rotación, la traslación y la reflexión. Recordemos que una figura simétrica por rotación se obtiene si al girarla un determinado ángulo (siempre distinto de 360°) alrededor del centro de rotación C, la figura vuelve a su posición original, es decir, si el centro de giro C sobre el que aplicamos la rotación es el centro geométrico de la figura. Una traslación determinada por un vector (v) transforma a todo punto T en otro T' tal que el vector TT' = v. Por último, una reflexión es una simetría respecto de un eje de simetría E, transformando a todo punto P en otro punto P' tal que el eje (E) es mediatriz del segmento PP'. En todas estas proyecciones no ocurre el cambio de forma y figura, sólo de orientación; en las modificaciones que analizaremos de inmediato sí ocurre un cambio de forma, figura y tamaño que las convierten en “cambios objetivos de la cosa espacial, Cfr. Fernández Beites (1999); Canela Morales (2013) y (2014).

Si el tiempo y las circunstancias son favorables, me propongo desarrollar en el segundo volumen una nueva teoría filosófica de la geometría euclidiana, cuyos pensamientos fundamentales (*Grundgedanken*) están en estrecha relación con los problemas que deben tratarse allí (Hua XII, 8)⁵.

Los estudios sobre la geometría euclidiana y no-euclidiana continuarían la investigación de *Filosofía de la aritmética* ya que ambos comparten estos *Grundgedanken*, es decir, el conjunto de herramientas y temas que giran en torno a la noción de representación simbólica; estudiar si es factible proporcionar un tratamiento algorítmico del campo geométrico y cómo hacerlo sería la tarea de una genuina filosofía de la geometría. El objetivo de este artículo es presentar, de manera genérica, los principales problemas a los que Husserl se enfrenta cuando de temas geométricos y espaciales se trata. Intentaré, pues, reconstruir de una manera histórico-crítica aspectos esenciales sobre temas y problemas de la filosofía de la geometría tal y cómo Husserl la desarrolla en su incipiente fenomenología presente en sus primeras obras.

§2

Husserl reconoce que su interés por el estudio del carácter “formal” de las matemáticas se despertó gracias a su investigación en lógica, aritmética formal y teoría de variedades. La posibilidad de realizar generalizaciones que permiten a la aritmética formal desprenderse de su enfoque cuantitativo sin afectar su naturaleza teórica ni su método de cálculo, respaldó la hipótesis de Husserl de que lo cuantitativo no es inherente a la esencia de lo matemático o lo formal. En realidad, el paso de lo cuantitativo a lo formal subraya el auténtico

⁵ Husserl pensaba en un ensayo filosófico general sobre la geometría euclidiana, la lógica general de los métodos simbólicos (semiótica) y un ensayo sobre la *arithmetic universalis* (Hua XII, 6-8). De hecho, puede reconstruirse el contenido del segundo volumen tomando en cuenta los siguientes ensayos: “Sobre la lógica de los signos (Semiótica)” (Hua XII, 340-373), “El concepto de aritmética general” (Hua XII, 374-379); “La aritmética como ciencia apriorística” (Hua XII, 380-384); “Sobre el concepto de operación” (Hua XII, 408-429); “La pregunta por la aclaración de los conceptos de números naturales como determinaciones individuales dadas” (Hua XII, 489-492) y “Sobre las determinaciones formales de una variedad” (Hua XII, 489-492).

interés de Husserl: comprender la transición de una *filosofía de la aritmética* (o *filosofía del cálculo*) a una teoría de la ciencia (Canela Morales, 2023). Como consecuencia de esto, el concepto de número es reemplazado por el estudio de un concepto más amplio: el concepto de variedad. Por lo tanto, el objetivo no consiste en examinar las propiedades cuantitativas de un dominio numérico, sino su formalidad relacional. Este nuevo enfoque, concebido como una teoría de la variedad, deja de ser fundamentalmente cuantitativo-material para convertirse en un estudio formal-relacional con nuevas direcciones que apuntan hacia la geometría. Pero ¿cómo es esto posible?

Primero, es relevante destacar que la teoría pura de la variedad se ocupa de investigar los conceptos y leyes esenciales que constituyen la idea de teoría. En otras palabras, se dedica a determinar los tipos esenciales de teorías o posibles esferas, así como a examinar sus relaciones regulares entre sí. Segundo, la teoría de la variedad al ser una teoría que trata sobre los correlatos objetivos de teorías posibles, se enfoca en la relación y el ordenamiento de los dominios de objetos no especificados. En este contexto, el ordenamiento implica una concatenación de miembros en una posición inequívoca y estricta, es decir, una conexión directa o indirecta exclusivamente entre ellos. Precisamente, son estas relaciones esenciales las que permiten distinguir una teoría de un mero conjunto de ideas. La teoría de las formas posibles de una teoría, al dirigirse hacia los contenidos ideales y objetivos de cualquier disciplina científica, se acerca mucho a lo que actualmente se denomina metateoría (Aranda, 2021). Siguiendo lo anterior, son dos cosas distintas el espacio euclidiano, por un lado, y la *forma* espacio o “variedad formal-analítica espacio”, por el otro. El primero, según Husserl, es una instancia singular del segundo.⁶ Es esto, y no otra cosa, lo

⁶ En una carta dirigida a Natorp con fecha del 7 de septiembre de 1901, Husserl ahonda en la esencia y características del espacio físico:

No deseo en absoluto esperar que se pueda destacar alguna ventaja epistemológicamente utilizable de la variedad euclidiana tridimensional sobre la variedad euclidiana de n-dimensiones. Por tanto, mi concepción (*Auffassung*) de la aprioridad de la geometría difiere de la suya. Lo *a priori* puro en el espacio es el sistema de formas de relación fijas que obtenemos mediante la idealización de las

que Husserl entiende por teoría formal de la ciencia. En el §70 de los *Prolegómenos a la lógica pura*, señala:

La idea más general de una teoría de la variedad es ser una ciencia que determina los tipos esenciales de teorías (o esferas) posibles e investiga sus relaciones regulares mutuas. Todas las teorías efectivas son especializaciones o singularizaciones de las formas de teorías correspondientes a ellas; así como todas las esferas de conocimiento trabajadas teóricamente son distintas multiplicidades (Husserl, 1999, 205-206. Traducción ligeramente modificada).

Según la perspectiva de Husserl, la teoría de la variedad nos revela que tanto las matemáticas como la lógica desempeñan un papel fundamental en el establecimiento de un ámbito de objetos formales en su sentido más puro. Husserl sostiene que el término “matemática formal” abarca tanto la aritmética como la teoría de la variedad, sin embargo, también le atribuye la responsabilidad de analizar la dimensión euclidiana (y no-euclidiana) de tres dimensiones:

La teoría de la variedad euclidiana de tres dimensiones es una última individualidad ideal en esta serie –congruente según leyes de formas de teorías *a priori* y puramente categoriales (de sistemas deductivos formales). Esta variedad misma es con respecto a nuestro «espacio», esto es, al espacio en el sentido corriente, la forma categorial pura correspondiente, o sea, el

intuiciones espaciales empíricas (*empirischen Raumschauungen*) y al retroceder hacia sus formas categoriales (abstrayendo de todo lo sensible [...] o hacia las formas categóricas de sus relaciones primitivas (idealizadas) fundamentales. Lo puro en el espacio es, en otras palabras, la variedad euclidiana de tercer nivel. Reconozco (en contra de mis puntos de vista anteriores) la posibilidad de otras intuiciones espaciales que dan lugar a diferentes espacios geométricos idealizados y cuya estructuración lógica podría exhibirse en otras variedades puras. Pero lo que es completamente cierto para mí, es que todas las posibilidades existentes en general están rígidamente demarcadas por leyes apriorísticas: posibilidades ideales, ideas platónicas. Dentro de este marco opera la “arbitrariedad” matemática, con sus “convenciones”, mediante las cuales se seleccionan tipos determinados de variedades de la totalidad de los válidos, se “definen”, pero, por supuesto, no se crean ... *a priori* = legalidad categorial pura, en virtud de su extensión = la mathesis en su sentido más general (Hua Dok III/5, 83–84).

Lo que Husserl enfatiza es la creencia de que el espacio tridimensional euclidiano no debe considerarse superior o más significativo que otras formas de intuición espacial. Argumenta que no hay una razón inherente para favorecer la tridimensionalidad sobre cualquier otro número natural de dimensiones. Además, sugiere que es completamente posible concebir intuiciones espaciales alternativas, como aquellas que involucran marcos no euclidianos o n-dimensionales. Husserl afirma que todas estas posibilidades, independientemente de sus dimensiones o propiedades geométricas, se basan en leyes *a priori* y son igualmente válidas.

género ideal, del que nuestro espacio constituye, por decirlo así, un ejemplar individual y no una diferencia específica. (Husserl, 1999, 207. Traducción ligeramente modificada).

§3

Vemos, entonces, como la teoría de la variedad al “aplicarse” a un análisis geométrico muestra cómo es posible el cumplimiento del “ideal euclidiano” —la posibilidad de poder derivar de un sistema finito de axiomas todo el sistema infinito de la geometría espacial— al ser éste el ejemplo más claro de un sistema nomológico-deductivo, y, desde el cual, se nos brinda la posibilidad de descubrir la esencia (*a priori*) del espacio. Esto es visible en las investigaciones que Husserl llevó a cabo desde 1886 dedicados a la filosofía de la geometría. Este interés se mantuvo hasta 1893 y se evidenció con mayor intensidad durante el semestre de invierno de 1889-1890 cuando ofreció sus lecciones sobre los *Problemas fundamentales de la geometría* (Hua XXI, 312-347). Estas lecciones adquieren una importancia significativa ya que demuestran que, al comienzo de sus estudios, Husserl enfrentó serias dificultades para aceptar las perspectivas revolucionarias de las geometrías de Riemann y Helmholtz —basta revisar lo dicho líneas atrás—. También en una carta dirigida a Brentano, el 29 de diciembre de 1892, Husserl consideró la posibilidad de realizar un estudio más analítico sobre las variedades no-euclidianas:

Recientemente he estado trabajando en los problemas geométricos filosóficos. Algunas cosas que antes consideraba seguras ahora se han vuelto muy dudosas para mí. Anteriormente creía que un continuo en el cual dos puntos pueden ser conectados por una línea recta se caracterizaba, *eo ipso*, como un plano (euclidiano). Esto puede no ser correcto. En ese caso, no se puede demostrar que a través de cada punto se pueda trazar una línea que no se intersecte con ninguna otra línea, ni que las distancias entre líneas paralelas sean iguales (sin cambiar su longitud). En resumen, falta el axioma de las paralelas (Hua Dok III/1, 10).

Y más adelante señala:

También mi juicio sobre las teorías del espacio de Riemann-Helmholtz ha cambiado. A pesar de sus defectos y errores en muchos detalles, no carece

de un núcleo valioso. Sin embargo, las teorías generales que construyen, siguiendo un golpe de genio, ocultan un contenido valioso que, filosóficamente elucidado, sería interesante incluso para una teoría del conocimiento geométrico (*Theorie der geometrischen Erkenntnis*) (Hua Dok III/1, 11).

Finalmente, en una carta a Natorp del 29 de marzo de 1897, Husserl reconoce que la teoría de las variedades euclidianas se puede abordar formalmente y que hay innumerables variedades euclidianas, similar a la existencia de variedades no-euclidianas.⁷ Sin embargo, destaca que solo hay un espacio que se destaca del resto por sus características y contenidos específicos. Husserl subraya igualmente que las variedades no-euclidianas, en particular las de naturaleza esférica, pueden ser definidas exclusivamente de manera formal, al igual que sus correspondientes variedades euclidianas. Lo anterior le llevaría por un (aparente) nuevo derrotero en octubre de 1893 en el que aborda el lado psicológico y filosófico del problema del espacio, delineando con ello otro aspecto de su primera teoría del espacio. Siguiendo esta pista, presentaré algunos apuntes del apartado *Philosophische versuche über der Raum* (1886-1901) (de ahora en adelante el *Raumbuch*) (Hua XXI, 261-310).

Husserl desde tempranas fechas y a raíz de la publicación de *Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung*⁸ de Stumpf en 1873 se ve incitado a

⁷ Señala Husserl:

Sin duda, como usted menciona, el espacio euclidiano es una hipótesis “no fundamentada” (*unbegründete*), es decir, una hipótesis que no ha sido fundamentada por los científicos naturales. Esto se debe al origen de la ciencia en el pensamiento natural (*Ursprung der Wissenschaft aus dem natürlichen Denken*) [...] Sin embargo, creo que la falta de fundamentación solo puede ser empírica; por lo tanto, solo puede poseer los rasgos de una fundamentación inductiva pero enormemente probable (*enorm wahrscheinlich*) (Hua Dok III/5, 62).

⁸ Según Stumpf, la respuesta a como ocurre la percepción del espacio debe articularse, primero, resolviendo el siguiente cuestionamiento ¿cómo se articulan cualidad y extensión en el fenómeno espacial? La respuesta es que no es posible separar cualidad y extensión dentro de una percepción espacial, es decir, abstractamente sí podemos realizarlo pero *de facto* esto es impensable, son partes inseparables y se “ven” como partes porque intelectivamente hacemos la división pero en realidad forman una unidad, dentro del contenido del acto de la percepción del espacio, dicho en otras palabras, Stumpf defiende la idea de que hay una donación inmediata y originaria de contenidos espaciales en la sensación del espacio, esta donación inmediata de contenidos espaciales permite que la localización del espacio no sea relativa sino que tenga un carácter determinadamente absoluto, esto significa que las determinaciones espaciales (locales) desempeñan el papel de la materia del acto de percepción y las

escribir un texto sobre el espacio geométrico, el *Raumbuch*. El objetivo del *Raumbuch* es doble: por un lado, aclarar la posibilidad de fundamentar la geometría y, por otro lado, investigar el “origen” y el “contenido” de la representación del espacio geométrico. En acuerdo con da Silva, en este texto Husserl presenta tres grupos principales de preguntas relacionadas con una filosofía del espacio:

- (a) Las preguntas psicológicas, por ejemplo: “¿es nuestra representación del espacio intuitiva (ya sea adecuada o no adecuada) o conceptual? Si es conceptual, ¿está fundamentada o no en intuiciones?” (2012,10).⁹ Este grupo también incluye preguntas relacionadas con el origen y desarrollo de la representación espacial como una respuesta adaptativa al entorno.
- (b) Las preguntas lógicas, por ejemplo: “¿sirve nuestra representación del espacio propósitos cognitivos? Si es intuitiva, ¿es adecuada para la comprensión? Si es conceptual, ¿está fundamentada lógicamente (es decir, justificada lógica y epistemológicamente)?” (2012, 10).¹⁰ Se

determinaciones cualitativas la forma, esto resulta evidente pues no hay color sin un mínimo de extensión, digámoslo así ambas conforman el principio de individuación de un objeto dado, entendido esto, Stumpf advierte que la propiedad inmanente de las sensaciones se presenta en complejos de sensaciones (*Empfindungskomplex*) (Stumpf, 1873).

⁹ Husserl señala dos metodologías complementarias para abordar estos análisis: la psicología descriptiva, cuyo propósito es describir el contenido principal de la representación espacial, incluyendo sus relaciones fundamentales; y la psicología genética, que tiene como objetivo determinar los elementos a partir de los cuales se origina la representación espacial. Según Husserl, los análisis descriptivos proporcionan las bases para los análisis genéticos:

Podemos entender en un doble sentido el análisis psicológico de la representación del espacio:

1) como tarea de la psicología descriptiva, podemos hablar de un análisis descriptivo. De lo que se trata aquí es de la comprobación de la consistencia de los elementos contenidos y relaciones absolutas de la representación del espacio (*Raumvorstellung*) (contenidos fundados) [...] 2) La tarea de la psicología genética. Análisis genético. ¿Cómo surgen y a través de cuales funciones psíquicas se enlazan los elementos a las leyes de la representación del espacio? Naturalmente es el análisis descriptivo el fundamento para el análisis genético (Hua XXI, 267).

Cfr., también González Porta (2020).

¹⁰ Dice Husserl al respecto:

2) Las preguntas lógicas.

Los problemas que debemos abordar aquí están intrínsecamente relacionados con los aspectos psicológicos discutidos anteriormente. La lógica, en cuanto a sus componentes teóricos, no es más que una reorganización de la psicología del juicio (*Psychologie des Urteils*), guiada por ciertos propósitos. Al lógico le interesa todo

cuestiona si las ideas y afirmaciones geométricas son *a priori* o *a posteriori*, y si los conceptos geométricos son simplemente idealizaciones o representaciones simbólicas de conceptos empíricos.¹¹

- (c) Las preguntas metafísicas, por ejemplo: “¿tiene nuestra representación del espacio algún valor metafísico, es decir, corresponde a algo trascendentemente real o posee solo “fundamentos válidos” en algo cuya esencia nos escapa? ¿La geometría pura es solo una ficción conveniente, a pesar de su adecuación, cuando se interpreta convenientemente como una teoría del espacio físico tal como lo representamos?” (2012, 10).¹² Nos preguntamos si nuestra representación espacial es precisa en términos de forma, pero no en cuanto al contenido, es decir, si es formalmente fiel a la realidad, pero no materialmente. Según Husserl, las investigaciones lógicas y metafísicas están estrechamente relacionadas, y las primeras desempeñan un papel fundamental en las segundas.

En resumen, en el *Raumbuch* se abordan una serie de análisis geométricos y filosóficos relacionados con el “ideal euclidiano” de un sistema deductivo que

aquello que brinde comprensión de los procesos cognoscitivos, únicamente en la medida en que esta comprensión le sirva como medio para promover el conocimiento. Una pregunta lógica que se refiere al espacio, por ejemplo, considerará la representación como dada *a priori*, mientras que para otros será dada empíricamente, y para algunos otros será resultado de la idealización de conceptos empíricos, entre otras posibilidades. A partir de esto, algunos creen poder explicar por completo el carácter de la ciencia, mientras que otros lo niegan. Además, se debate si la geometría requiere de un enfoque intuitivo o no, si lo intuitivo merece preferencia sobre lo simbólico, o viceversa. Así, los problemas se acumulan uno tras otro (Hua XXI, 263-264).

¹¹ Según Husserl, el espacio geométrico es una estructura que se construye lógicamente a partir de la intuición espacial de la conciencia pre-científica. Sin embargo, destaca que las verdades geométricas no pueden ser percibidas adecuadamente. Aunque los geométricos hacen referencia a la intuición geométrica, sostiene, además, que esta es simplemente un ideal y no puede ser experimentada perceptualmente. En su lugar, las estructuras perceptuales, como los diagramas y dibujos, actúan como representaciones simbólicas de las estructuras geométricas. Los diagramas sirven como símbolos de algo que no se percibe directa ni conceptualmente, *Cfr.* Hua XII, 193 y ss.

¹² Husserl señala al respecto:

Aquí debemos primero preguntarnos qué se nos presenta cuando nos representamos el espacio como objeto inmanente real (*wirkliche*) de la representación y, además, si éste es siempre el mismo o si es distinto (Hua XXI, 262).

nos permite descubrir la esencia *a priori* del espacio geométrico y el papel que juegan las geometrías de n -dimensiones en la construcción del espacio físico. Si nos enfocamos más específicamente en este planteamiento, podemos observar que una de las líneas centrales del *Raumbuch* se refiere a la relación entre nuestra representación del espacio y el espacio intuitivo en sí mismo. Este problema implica tres grandes ámbitos interrelacionados: el plano epistemológico, el plano ontológico y el plano geométrico. Estas tres esferas parten de la idea de que cualquier teoría que aborde la percepción espacial debe explicar la relación, si es que existe, entre el espacio perceptivo (espacio físico) y el espacio geométrico. La metodología empleada es de naturaleza dual, ya que busca aclarar tanto el nivel ontológico como el nivel geométrico. Me centraré en este último por ser el objetivo principal de este trabajo.

En el ámbito geométrico, Husserl introduce la noción de una “proto-geometría” que implica la imposición de una estructura geométrica a las cosas físicas, permitiéndonos reconocer en ellas una forma espacial. La presencia de una proto-geometría dentro de un enfoque comparativo para comprender la naturaleza de las matemáticas tiene características distintas que están influenciadas por la interconexión de varias redes (que son de naturaleza multidimensional, profunda e iterativa). La tensión entre precisión y deducción en casos matemáticos complejos, como las vigas en sus expresiones geométricas, algebraicas o lógicas, revela una jerarquía horizontal de conexiones parciales. Estas resoluciones paso a paso conducen a formas significativas de conocimiento matemático. La proto-geometría de estas conexiones abarca un entretejido complejo de elementos multidimensionales, alineándose con la multidimensionalidad intuitiva inherente al conocimiento matemático. De acuerdo con lo planificado por Husserl, otro aspecto del *Raumbuch* es que tiene a la vista la genealogía de la lógica geométrica en un intento de restaurar los vínculos genéticos existentes entre la representación intuitiva y los conceptos puramente formales que caracterizan el campo de la

idealización científica.¹³ En otras palabras, se trata de averiguar la diferencia entre una representación intuitiva y una representación conceptual y si requiere volver a la diferencia entre representación adecuada y representación inadecuada y también a la diferencia entre representación abstracta y representación concreta.¹⁴ Mediante este análisis de la espacialidad, Husserl sostiene que cada tipo de contenido perceptual está intrínsecamente relacionado con un tipo de geometría. Partiendo del postulado de que el espacio ocupado por un objeto es, en realidad, una manifestación concreta del espacio euclidiano, Husserl sostiene que la extensión del objeto le permite “llenar” un espacio. Si la extensión varía, también lo harán su forma y su ubicación, y el espacio se convierte en un principio de individuación para el esquema perceptual. Así, la tarea de indagar el *origen* de nuestra representación del espacio se entrelaza con una geometría del campo perceptual donde se pueda realizar una proto-idealización del objeto espacial (Giorello y Sinigaglia, 2007). Esto a su vez implica una geometría unitaria que sirva como condición esencial para la constitución de un cuerpo espacial. En este sentido, las características geométricas del objeto pueden ser descritas en términos y, sobre

¹³ Este tipo de investigación, que ya era visible desde su crítica a Schröder en 1891, pues se presentaba un (re)despliegue del campo de la geometría a partir de los contenidos concretos (los momentos de la representación espacial intuitiva) a la representación puramente conceptual (el espacio geométrico), hace del *Raumbuch* un lugar donde convergen las tesis principales sobre las representaciones simbólicas tanto de *Filosofía de la aritmética* como de los ensayos posteriores a 1894. Un estudio completo sobre la recensión de Husserl sobre Schröder se encuentra en González Porta (1999).

¹⁴ Husserl señala al respecto:

Aquí debemos primero preguntarnos qué se nos presenta cuando nos representamos el espacio como objeto inmanente real (*wirkliche*) de la representación y además, si éste es siempre el mismo o si es distinto [...]; con otras palabras, preguntamos, si la representación real, la que tenemos cada vez, posee el carácter de una intuición o representación simbólica (*Repräsentation*) y en el último caso volvemos a preguntar, si tiene el carácter de una representación simbólica intuitiva o no intuitiva (adecuada o inadecuada) de lo que nombramos espacio. Si tenemos representaciones simbólicas no intuitivas, debemos investigar si poseen, en general o en ciertas circunstancias, el carácter de representaciones simbólicas, en qué relación se encuentran con las intuiciones correspondientes, si pueden basarse en éstas o si, ya sea debido a los límites fácticos de nuestra facultad representativa, ya sea por incompatibilidades intencionales, necesariamente deben estar desprovistas de una intuición correspondiente (Hua XXI, 262).

todo, en función de un espacio objetivo y homogéneo. Los conceptos geométricos, entonces, se convierten en sinónimos del espacio objetivo.

Así, a través de sucesivos refinamientos, Husserl finalmente llega a perfeccionar una teoría de la representación que, al menos en sus estimaciones, debe aclarar la naturaleza y el funcionamiento de los procesos simbólicos en uso tanto en la aritmética como en la geometría. La exploración de las representaciones simbólicas que se presentan en el *Raumbuch* representa la culminación de la investigación sobre la génesis de la geometría y, con su arquitectura más que con su contenido, se revela una tendencia inherente en el pensamiento de los primeros textos de Husserl, a saber, un abandono de la teoría de la representación brentaniana. En resumen, la cuestión es comprender cómo a partir de ciertas abstracciones materiales surge la geometría formal del espacio como una variedad pura y sus componentes formales como puntos, líneas, planos, etc. Como se observa, la problemática central sigue siendo la problemática de *Filosofía de la aritmética*, sólo que en este momento de la investigación husserliana, se trata de estudiar las etapas sucesivas que la conciencia intencional debe atravesar para que desde las capas más elementales de la representación intuitiva puedan formarse representaciones conceptuales en las que se forme la relación con los objetos puramente formales.

Finalmente, para Husserl la geometría, en tanto ciencia dedicada al análisis espacial, precisa de su validación (fenomenológicamente) como una *ciencia eidética* capaz de dar cuenta de la constitución (o construcción) pura del espacio físico, de tal modo que obtengamos con ella una esencia del espacio *morfológica* y *exacta*, una espacialidad pura como forma fundamental y universal de lo cósmico, donde efectivamente pueda notarse que “la objetividad del a priori exacto del espacio es resultado de una desconexión metódica de todo lo relativo-subjetivo” (Claesges, 1964, 46) que pertenece al campo de hechos. Desde luego, esto último supondría que la geometría puede ser descrita en términos de conceptos primitivos o axiomas, tal como lo apunta Ingeborg Strohmeier, quien sugiere que la construcción de la *aritmetica universalis* en un

principio, antes de 1901, no necesitó ser fundada a través de axiomas¹⁵ (Hua XXI, xxxi-xxxvi).

BREVE CONCLUSIONES

Para Husserl, la tarea de averiguar el “origen” de nuestra representación del espacio va en alternancia con una geometría del campo sensible donde se pueda dar una proto-idealización de la cosa espacial y con ello una *geometría unitaria* que funcione como condición *sine qua non* de la constitución de un cuerpo espacial. Como se observó, Husserl estuvo consciente del avance de las geometrías no-euclidianas a tal grado que es posible elaborar un análisis fenomenológico de las curvaturas riemannianas y de la geometría de Euler. Ahora bien, resulta curioso saber que la crítica de Husserl a Riemann ni siquiera es una crítica a Riemann, sino a Helmholtz, quien creía posible que el espacio físico, como es dado a la percepción sensorial, puede ser representado con una curvatura distinta de cero, o sea, como un espacio no-euclidiano. Para Husserl, únicamente podemos percibir el espacio con curvatura nula, lo que no impide que podamos concebirlo racionalmente como admitiendo una curvatura no-nula imperceptible a los sentidos. Husserl nada tiene contra Riemann, lo que él no cree posible es que la percepción espacial pueda detectar una eventual curvatura del espacio. Con todo, la introducción de nuevas técnicas algebraicas en profunda coordinación con los descubrimientos geométricos representan un gran paso más allá de la mera “idealización” del espacio euclidiano, es decir, van más allá de verlo como la forma de axiomatización por antonomasia; según

¹⁵ Husserl propone una axiomatización de la geometría que sigue en líneas generales la metodología de Hilbert. Esta axiomatización utiliza puntos, líneas y planos como elementos básicos, y las relaciones de pertenencia, congruencia y orden (interposición) como nociones fundamentales. Si se desarrollan las ideas de Husserl de manera lógicamente satisfactoria, por ejemplo, explicitando los axiomas de incidencia, orden y congruencia, se podría obtener una axiomatización satisfactoria de la geometría euclidiana, siguiendo en gran medida la propuesta de Hilbert. Sin embargo, Husserl no llega tan lejos en su propio análisis, pero a partir de sus afirmaciones queda claro que para él es posible desarrollar una geometría euclidiana pura sobre bases axiomáticas que se justifican intuitivamente, donde la intuición se refiere a la intuición geométrica.

Husserl, la geometría euclidiana surge como una abstracción de los campos geométricos de tres dimensiones y las geometrías no-euclidianas de n -dimensiones pueden ser construidas a partir del agregado de variables y fórmulas. Así, buena parte de los análisis que se encuentran en los primeros trabajos de Husserl estudian con rigor no sólo la posibilidad de una *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis* sino su aplicación al espacio objetivo euclidiano.

BIBLIOGRAFÍA

A) Tomos de Husserliana

[Hua XII] *Philosophie der Arithmetik. Mit ergänzenden Texten (1890-1901)*. Hrsg. von Lothar Eley. 1970.

[Husserliana XX/1] *Logische Untersuchungen. Ergänzungsband. Erster Teil. Entwürfe zur Umarbeitung der VI. Untersuchung und zur Vorrede für die Neuauflage der Logischen Untersuchungen (Sommer 1913)*. Hrsg. Ulrich Melle. The Hague, Kluwer Academic Publishers, 2002

[Hua XXI] *Studien zur Arithmetik und Geometrie. Texte aus dem Nachlass (1886-1901)*. Hrsg. von Ingeborg Strohmeier. 1983.

[Hua XXII] *Aufsätze und Rezensionen (1890-1910)*. Hrsg. Bernhard Rang, The Hague, Martinus Nijhoff, 1979.

B) Husserliana Dokumente

Husserl, Edmund (1994). *Briefwechsel*. Hrgs. Karl Schuhmann In Verbindung mit Elisabeth Schuhmann. The Hague, Kluwer Academic Publishers.

Band I: Die Brentanoschule

Band V: Die Neukantianer.

C) Bibliografía

- ALVES, P. *Fenomenología del tiempo y de la percepción*, Biblioteca Nueva, Madrid. Trad. Francisco Conde Soto, 2010.
- ARANDA, V. Completeness: From Husserl to Carnap, *Log. Univers.* 16, 57-83, 2021. <https://doi.org/10.1007/s11787-021-00283-4>
- BOI, L. Questions Regarding Husserlian Geometry and Phenomenology. A Study of the Concept of Manifold and Spatial Perception, *Husserl Studies* 20, pp. 207-267, 2004.
- CANELA MORALES, L. A. El concepto fenomenológico de cinestesia y la correlación con las secuencias del campo visual: un análisis a las lecciones de *Cosa y espacio* de 1907. *Eikasia. Revista de Filosofía*, 47, pp. 751-776, 2013.
- CANELA MORALES, L. A. De las cinestesis oculomotoras al espacio objetivo: la constitución del espacio tridimensional, *Stoa*, 5 (9), pp. 5-18, 2014.
- CANELA MORALES, L. A. *Ser y calcular. El problema de las entidades matemáticas en la fenomenología temprana de Edmund Husserl*, Editorial Aula de Humanidades, Bogotá, Colombia, 2023.
- CLAESGES, U. *Edmund Husserls theorie der Raumkonstitution*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1964.
- DA SILVA, J. Husserl on Geometry and Spatial Representation, *Axiomathes* 22:5-30, 2012.
- FERNÁNDEZ BEITES, P. *Fenomenología del ser espacial*, Publicaciones Universidad Pontificia Salamanca, Salamanca, 1999.
- GARCÍA-BARÓ, M. *Teoría fenomenológica de la verdad. Comentario continuo a la primera edición de Investigaciones lógicas de Edmund Husserl*, Publicaciones de la Universidad Pontificia de Comillas, Madrid, 2008.
- GIORELLO, G. y C. Sinigaglia. "Space and Movement. On Husserl's Geometry of the Visual Field", en Luciano Boi, et. al (Ed.), *Rediscovering Phenomenology. Phenomenological Essays on Mathematical Beings, Physical Reality, Perception and Consciousness*, Springer, Dordrecht, The Netherlands, 2007.

- GONZÁLEZ PORTA, M. A. Los orígenes de la virada antipsicologista en Husserl (La reseña a Schroeder de 1891 revisada). *Thémata Revista de Filosofía*, v. 21, p. 85-116, 1999.
- GONZÁLEZ PORTA, M. A. Un análisis del opúsculo de Kasimir Twardowsky 'Inhalt und Gegenstand' en la perspectiva de su significación para la escuela de Brentano", *Síntese.*, 34, n.º. 109, 261-282, 2007.
- GONZÁLEZ PORTA, M. A. Brentano and his school on the psychological method, *Brentano Studien*, 17, p. 35-66, 2020.
- HAAPARANTA, L. The model of geometry in logic and phenomenology, *Philosophia Scientiæ*, tomo 1 (2), p. 1-14, 1996.
- HARTIMO, M. From geometry to phenomenology, *Synthese*, 162:225–233, 2008. DOI 10.1007/s11229-007-9177-6
- HUSSERL, E. *Investigaciones lógicas*. Trad. José Gaos y Manuel García Morente, Alianza, Madrid, 1999.
- KEIICHI, N. Husserl and the Foundations of Geometry. En Philip Blosser, *et. al. Contributions to phenomenology. Japanese and Western phenomenology*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht/Boston/London, 1993.
- LOBO, C. The limits of the mathematization of the living and the idea of formal morphology of the living world following Husserlian phenomenology, *Theory in Biosciences*, 2021. <https://doi.org/10.1007/s12064-021-00348-4>
- ROSADO HADDOCK, G. Husserl's Conception of Physical Theories and Physical Geometry in the Time of the *Prolegomena*: A Comparison with Duhem's and Poincaré's Views, *Axiomathes* (22):171–193, 2012. DOI 10.1007/s10516-011-9165-9
- STRÖKER, E. *Investigation on in philosophy of Space*, Athens, Ohio University Press, OH. Trad. Algis Michunas, 1987.
- STUMPF, C. *Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung*, Verlag von S. Hirzel, Leipzig, 1873.

[Received: 9th July 2023. Editorial decision: 20st July 2023]