

Música e História da Matemática

Carla Bromberg

Resumo

Muito já se ouviu falar sobre uma proximidade entre a música e a matemática. Popularmente, quem não se lembra de Pato Donald na terra da Matemática, onde ele experimenta junto dos gregos e de Pitágoras a invenção dos intervalos musicais, e onde padrões como o número π é encontrado em monumentos arquitetônicos e obras de arte? Não sem razão, porque afinal de contas, várias são as estruturas matemáticas da música: a maneira de formação dos intervalos musicais é semelhante à de composição de razões, as figuras rítmicas e as fórmulas de compasso são pensadas e notadas através de frações, as frases e melodias seguem padrões de simetria, os logaritmos, a teoria de conjuntos, dentre outras, são estruturas compartilhadas pela música e pela matemática. Quanto à influência de uma sobre a outra, estudos sobre cognição indicam que o ensino de música erudita durante a infância aumenta a capacidade de raciocínio espacial do indivíduo. Sabe-se que é majoritariamente na história da matemática que tópicos, ou tópicos, desta interação foram abordados. Neste artigo se pretende identificá-los e mostrar que tipo de historiografia os retrata

Palavras-chave: História da Matemática; Música; História da Ciência e Ensino; História da Ciência.

Abstract

It is well known the interaction between Music and Mathematics. Who has never heard about Donald Duck in Mathemagic Land? Where he discovers with the Greeks and Pythagoras the creation of the music intervals, where patterns inspired by π are identified in architectural monuments as well as in great works of arts? And it is not without a reason, for many are the mathematic structures found in music: working with intervals is similar to the operation of compounding ratios, note values and bars have fractions as their notation, musical phrases and melodies follow specific symmetric patterns, logarithms, set theory, among others are shared entities between music and math. Regarding the influence music has on mathematical learning, it is well known that exposure to classic music during childhood increases spatial reasoning. It is also known, that it is in the History of mathematics that mostly of the evidence of such interaction is documented. In this article we will try to identify which topics are normally provided and which type of historiography is responsible for that.

Keywords: History of mathematics; Music; History of Science and Education; History of Science.

Atualmente quando se fala da relação entre a Matemática e a Música, fala-se, por definição, da relação de uma ciência com uma arte. A definição dicotômica destas áreas se estende a outros conceitos. Enquanto a primeira se define essencialmente como teórica, a segunda se define como prática; a primeira é exercida em ambientes de pesquisa e universitários, dentre outros, e apresenta, com relação à música, uma longa profissionalização¹, enquanto a outra faz parte dos teatros, dos espetáculos e do lazer. Acredita-se que a primeira é fruto do raciocínio, enquanto a segunda é do talento, do “dom”. Como disciplina escolar, a primeira é considerada essencial e central, enquanto a segunda luta por seu lugar ao sol, embora já tenha participado de forma mais efetiva no currículo escolar, foi posteriormente introduzida sob o guarda-chuva da educação artística e recentemente, embora oficializada em lei, ainda não foi implantada nas escolas². No ensino de nível superior, corroborando a classificação mencionada anteriormente, a Matemática é uma subárea das Ciências exatas e a Música, das Artes.

Dentro deste quadro, cuja classificação dos conhecimentos demonstra os distintos lugares das áreas, demonstrando também seus diferentes papéis na sociedade, parece não ser possível vislumbrar uma relação direta entre os conhecimentos musicais e matemáticos. Contudo, tanto na historiografia³ da matemática quanto na da música, há estudos que identificam a comunhão desses conhecimentos. Esses conhecimentos

¹Embora haja cursos de formação de nível superior para músicos, institucionalmente não existe a exigência do diploma pelo mercado de trabalho. A ineficácia do diploma se traduz também pela presença legal da Ordem dos Músicos do Brasil, que por lei é a instituição responsável pela carteira de trabalho, que por sua vez é o documento exigido para a contratação de qualquer profissional da área.

² Lei 11.769 que alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira tornando obrigatório o ensino de música nas escolas do país a partir de 2012. Vale também lembrar dois pontos importantes, primeiro que o então presidente Luis Ignácio Lula da Silva fez uma emenda a esta lei na qual diz não ser necessário que o professor de música tenha formação específica nesta área e segundo que a obrigatoriedade consiste em fazer parte do currículo da disciplina Arte, ou seja, ela não tem autonomia como disciplina.

³ Vale lembrar que a historiografia é aqui considerada como a forma de se contar a história, na qual eventos e métodos são privilegiados em detrimento de outros, que são tidos como menos significantes; neste sentido sabemos que a historiografia é sempre parcial. Ver: A. M. Alfonso-Goldfarb & M. H. R. Beltran, orgs., *Escrevendo a História da Ciência: tendências, propostas e discussões* (São Paulo: Educ/Ed. Livraria da Física/FAPESP, 2004) e A. M. Alfonso-Goldfarb, *O que é História da Ciência* (São Paulo: Brasiliense, 1994).

compartilhados são identificados principalmente em produções na história da matemática, e por consequência na educação matemática, na história da ciência e na história da música.

Vale a pena lembrarmos algumas das características das histórias da matemática, para melhor compreendermos de que maneira e “o que” da música é aproveitado por elas. Certos autores assumem que algumas das características que foram identificadas na historiografia clássica da história da matemática são: a insistência na matemática como ciência que, embora possua aplicações práticas é de cunho caracteristicamente especulativo; que a matemática é uma disciplina formal e abstrata por natureza, que ajuda a desenvolver o raciocínio, mas é destinada a poucos gênios; a matemática é um saber operacional, do tipo algébrico e tem como um de seus principais objetivos a aplicação de fórmulas prontas a problemas⁴.

Whitehead em seu *An Introduction to mathematics*⁵ inicia o livro com o capítulo “A natureza abstrata da matemática”. Após explicar as importantes aplicações desta ciência, de suas interessantes teorias, do lógico rigor de seus métodos e processos, o autor diz que o primeiro e mais forte contato das pessoas com a matemática se dá através da aritmética que pode ser aplicada a tudo: “gostos, sons, maçãs e anjos, a ideias da mente e aos ossos do corpo”, e que “a principal característica da matemática está em lidar com propriedades e ideias, que são aplicáveis a coisas (exatamente por serem coisas), à parte de qualquer sensação, sentimentos ou emoções que possam estar conectados com elas. É isto que queremos dizer quando chamamos a matemática de ciência abstrata”.⁶ Para o autor, não é suficiente listar as múltiplas conquistas desta ciência, para se compreender a sua relevância, mas sim, buscar o fundamento racional do porque a matemática é e permanece, por sua

⁴ Tatiana Roque, *A História da matemática: uma visão crítica. Desfazendo mitos e lendas* (Rio de Janeiro: Ed. Zahar, 2012), 16-17.

⁵ A. N. Whitehead, *An Introduction to Mathematics* (London: Thorton Butterworth, Ltd., 1911).

⁶ Whitehead, *An Introduction to Mathematics*, 9.

abstração, a ser uma das mais importantes para o pensamento⁷. Vale lembrar que o autor não se utiliza da música em seu livro.

Florian Cajori em seu *A History of Mathematics*⁸ iniciou seu livro dizendo que a matemática é uma ciência exata e progressiva, todavia “não pode ser que não haja interesse, por parte do matemático, em conhecer os diferentes passos tomados pela humanidade para conquistar o vasto conhecimento matemático”, e que “a história da matemática pode ser instrutiva e até agradável”⁹. Embora Cajori defenda o valor do conhecimento histórico para o professor de matemática, ele completa, “que para provocar o aumento de interesse dos alunos em solução de problemas e em demonstrações geométricas, o texto seria entremeado por observações históricas e anedotas”¹⁰. O autor se vale da música em sua narrativa histórica.

Eric Bell em seu *The Development of Mathematics*, diz que

não devemos esperar que a curva para a matemática fosse próxima às das demais atividades civilizatórias, como a arte e a música. Pois uma escultura, quando estilizada, é difícil de ser restaurada e até lembrada, enquanto que as ideias matemáticas sobrevivem num contínuo fluxo com adições permanentes, imunes aos acidentes do modismo¹¹.

e conclui que “não somente estão preservadas, as válidas criações da matemática, mas a sua mera presença no fluir do progresso induz a novas correntes de pensamentos matemáticos”¹².

Carl Boyer, em seu livro *A History of Mathematics* faz um apanhado da maior parte dos livros de história citando os de J. F. Scott, de David E. Smith, de Florian Cajori, de Eric Bell, de Howard Eves, e confessa ter

⁷ Ibid., 10.

⁸ Florian Cajori, *A History of Mathematics*, (New York: MacMillan, 1931, 2.ed., 1 ed. London: MacMillan Com., 1893)

⁹ Ibid., ix.

¹⁰ Ibid., x.

¹¹ E. T. Bell, *The Development of Mathematics* (New York: MacGraw-Hill, 1945), 14.

¹² Ibid., 14.

utilizado por base a obra de D. J. Struik¹³. A sua obra, ele acredita, diferencia-se do “texto disponível mais bem sucedido até agora, por aderir mais estritamente a um arranjo cronológico e por dar mais ênfase a elementos históricos”¹⁴.

Estas maneiras de escrever história são similares às primeiras histórias do século XVIII, como as de Jean-Étienne Montucla e de Christoph Heilbronner, mantendo-se nas obras que consolidaram a escrita histórica matemática no século XX, com autores como Moritz Cantor¹⁵. Durante o século XX, a narrativa de cunho progressista não foi abandonada, contudo algumas narrativas cronológicas deram lugar a encadeamentos de etapas evolutivas dos tópicos matemáticos¹⁶ e outras passaram a introduzir, em sua cronologia tópica, povos como os babilônios, os egípcios, os árabes dentre outros. Assim, a história da matemática referencial continua sendo aquela da ciência abstrata, desenvolvida com narrativas idealizadas de descobertas matemáticas, de atores principais (mesmo que a obra não seja biográfica), assim como por evidências do progresso do pensamento matemático e listagem de seus tópicos (mesmo que nem sempre cronológicos).

Concomitante à noção de progresso veio a noção de origem, assim, nestas narrativas, o leitor é levado aos primórdios históricos, que no caso da cultura ocidental, é o da antiguidade grega¹⁷. É na antiguidade Grega,

¹³J. F. Scott, *A History of Mathematics* (London: Taylor and Francis, 1958); David E. Smith, *A History of Mathematics* (Boston: Ginn and Com., 1923-25); Cajori, *A History of Mathematics*; Bell, *The Development of Mathematics*; Howard Eves, *An Introduction to Mathematics* (New York: Holt, Rinehart and Winston, 1964); D. J. Struik, *A Concise History of Mathematics* (New York: Dover Publ., 1967, 3 ed.).

¹⁴ Carl B. Boyer, *História da matemática*, trad. Elza Gomide (São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1996), viii.

¹⁵ Carla Bromberg & Fumikazu Saito, “A História da Matemática e a História da Ciência”, in *História da Ciência: Tópicos Atuais*, org. Maria H. R. Beltran, F. Saito & L. dos S. P. Trindade (São Paulo: Livraria da Física, 2010), 47-72, 48.

¹⁶ No caso dos livros *An Introduction to the history of Mathematics* (New York: Rinehart and Winston, 1969) de Howard Eves, pensado para um curso de Graduação, e no livro de David E. Smith, *History of Mathematics* (Boston: Ginnand Co., 1932), em dois volumes, faz do primeiro, uma narrativa cronológica; e do segundo, a evolução de tópicos matemáticos. Ver também: Carlos Brolezzi, “A Arte de contar: Uma Introdução ao estudo do valor didático da História da matemática” (Dissertação de mestrado, FEUSP, 1991).

¹⁷F. Rochberg, org. “The Cultures of Ancient Science: Some Historical Reflections”, *Isis* 83 (1992):547-607. Com raras exceções os livros iniciam-se com culturas orientais, sejam elas a Babilônica, a Mesopotâmica, a Hindu e etc. Bell, após o capítulo I, chamado Origens, no qual

que o encontro “mais popular” entre a matemática e a música se deu, imortalizado na figura de Pitágoras de Samos. Numa relação perfeita de encaixe com os gregos, nascia a origem histórica do pensamento abstrato matemático, pois com eles, surgia a formulação de questões fundamentais que conduziram a uma matemática abstrata e demonstrativa, que somente evoluiria¹⁸.

Pitágoras, representante da criação da matemática e da música¹⁹, é descrito (em escritos dos antigos Nicômaco e Iâmblico, dentre outros, e transmitido à Renascença principalmente através das obras do filósofo Nuncius Boécio) fazendo experimentos com instrumentos musicais, cujos sons são representados por relações de razões de números inteiros. Pitágoras estabelecia pela primeira vez a relação entre intervalos musicais (distância entre um som agudo e um grave), e razões de cordas, principalmente para as consonâncias (mistura de sons que gera um resultado agradável) de intervalos de oitava (2:1), de quinta (3:2) e de quarta (4:3).

Bell introduz Pitágoras no terceiro capítulo de sua obra, cujo título é “[Empirismo] Firmemente estabelecido”. Explica que, ao se afastar da tradicional historiografia matemática, que preza as biografias e os autores, ele vai aos “gregos resgatar as criações do passado que sobreviveram, talvez não de forma inalterada, mas no mínimo reconhecível no corpus vivo atual da matemática”²⁰. Citando a divisão do estudo dos números racionais feita pelos gregos, entre logística e aritmética, o autor coloca que matemáticos do século XIX teriam se valido da obra de Euclides para as suas próprias, e cita Gauss com o seu teorema fundamental da aritmética (1801). Ele elenca então, os números figurativos de Pitágoras (números triangulares, quadrados, etc) e a experiência praticada por ele com relação às leis musicais, “na qual se

estabelece a noção ocidental da ciência, coloca o capítulo II, Egito. J. Scott inicia o capítulo sobre Antiguidade com os babilônios, seguido pelos egípcios e os gregos.

¹⁸ Ibid.

¹⁹ Carla Bromberg & Ana Maria Alfonso-Goldfarb, “A Preliminary study of the origin of Music in Cinquecento Musical Treatises”. *IRASM* 41/2 (2010): 161-183.

²⁰ Bell, 49.

relacionam os sons emitidos por cordas tocadas, de mesmo material, tensão, e tamanho”. Esta informação detalhada sobre a igualdade do material que forma a corda, de sua tensão e dimensão não são fornecidos regularmente nos textos originais²¹. O autor continua: “Esta descoberta, a primeira na aplicação da matemática à física, revelou uma *inesperada* interdependência de número, espaço e harmonia. *Não é surpreendente que tenha gerado um dilúvio de misticismo numérico*”²². O autor conclui, que o “fato de ter sido um experimento, fez com que fosse abandonado em favor de uma razão humana menos desamparada”²³.

Carl Boyer também introduz em seu livro *História da matemática* o relato sobre Pitágoras sob o título números figurativos, concluindo que “Aqui temos talvez as mais antigas leis quantitativas da acústica- talvez as mais antigas leis quantitativas da física”. E avalia que,

tão audazmente imaginativos eram os pitagóricos antigos, que eles extrapolavam apressadamente para concluir que os corpos celestes em seus movimentos também emitiam tons harmoniosos, a harmonia das esferas.²⁴

e conclui “que a ciência pitagórica, como a matemática pitagórica, parece ter sido uma *estranha mistura de pensamento lúcido e fantástica especulação*”²⁵.

Cajori em seu livro explica brevemente como os pitagóricos entendiam a materialização dos números nas coisas, e “convencido [Pitágoras] de que era em números e em suas relações, que ele encontraria os fundamentos da verdadeira filosofia, ele partiu a traçar a origem de tudo em números. Assim, observou que cordas de igual tamanho, tensionadas por pesos nas proporções 1/2,2/3,3/4, produziam

²¹Bromberg, *IRASM*.

²² Bell, 50. Grifo nosso.

²³ Ibid., 50.

²⁴ Carl Boyer, *História da Matemática*, 38. Grifo nosso.

²⁵ Ibid., 38. O autor volta a mencionar a música quando cita as médias geométrica, aritmética e harmônica na p. 49; Boécio, 130. Não tratando da música durante todo o capítulo sobre o Renascimento, pp.184-206. Grifo nosso.

intervalos que eram a oitava, a quinta e a quarta. *Harmonia então, dependia de proporção musical, não sendo nada mais do que uma relação numérica misteriosa*²⁶.

Cajori também menciona a música ao falar do *quadrivium* (nome dado por Boécio as disciplinas, também conhecidas por *mathemas*, que eram a aritmética, a geometria, a música e a astronomia) em seu capítulo “Europa na Idade Média”, ao explicar a decadência matemática que se seguiu na Itália após as obras de Boécio e Cassiodorus²⁷. Ele também esbarra na música no capítulo dedicado a Euler, Lagrange e Laplace, no qual ele estrutura e nomeia as conquistas de autores franceses e suíços que contribuíram para o engrandecimento da matemática no período de 1730 a 1820²⁸ e no capítulo sobre som e elasticidade²⁹.

Struik, em seu livro, *A Source Book in Mathematics*, discorre sobre a teoria da vibração da corda no capítulo no qual trata dos experimentos de D’Alembert, Euler e Bernoulli³⁰. Quanto ao tratamento do *quadrivium*, Joseph Scott em seu *A history of mathematics: from antiquity to the beginning of the nineteenth century*³¹ introduz a música ao falar da classificação. Ainda em Cajori, mas em seu livro *A History of Elementary mathematics*³², ele aborda os pitagóricos ao falar de proporções e diz “que as quantidades a, b, c, d estão em proporção aritmética quando $a - b = c - d$; em proporção geométrica quando $a : b = c : d$; em proporção harmônica quando $a - b : b - c = a : c$ e em proporção musical, quando $a : 1/2 (a + b) = 2ab / (a + b) : b$, explicando que esta última teria sido atribuída aos babilônicos como aparece nos escritos de Iâmblico³³.

Um tratamento mais aprofundado dos conceitos envolvidos na lenda de Pitágoras, que segundo Abdounur envolvem as distinções entre

²⁶ Cajori, *A History of Mathematics*, 55. Grifo nosso.

²⁷ Ibid., 118.

²⁸ Ibid., 246-285.

²⁹ Ibid., 464-479.

³⁰ Struik, 399-405.

³¹ Joseph Frederick Scott, *A history of mathematics: from antiquity to the beginning of the nineteenth century* (London: Taylor and Francis, 1969), 58, 62, 221.

³² Florian Cajori, *A History of Elementary Mathematics with hints on methods of teaching* (London: MacMillan & Co., 1896).

³³ Cajori, *A History of Elementary Mathematics*, 30.

os conceitos de razão e proporção, entre composição de razões e multiplicação, como entre identidade e proporção, não são contemplados em nenhuma destas obras³⁴. Autores como Ivor Grattan-Guinness, Victor Katz e João O. Abdounur, que escrevem preocupados com a história e a educação matemáticas, exploram de maneira particular esta problemática, que certamente não cabe ser aqui aprofundada.

O matemático Smith explica que acredita ser ineficiente especular sobre a origem do conceito de razões, visto que ambas, a numérica e a geométrica, já nasceram com a origem das raças, e completa, que em se buscando autores que viabilizem a identificação da origem, encontramos um tratamento aritmético das razões em Nicômaco, respectivamente um geométrico em Eudoxus e um musical em Theon de Smyrna³⁵. No final do século XIX, Paul Tannery, ao tratar do problema da incomensurabilidade, abordou a relação da música e a matemática. O enfoque dado pelo autor recebeu uma contrapartida nos escritos de Árpád Szabó.

Szabó escreveu uma história da matemática, que mesmo sem finalidades pedagógicas, elucidou vários dos problemas conceituais envolvendo a matemática e a música gregas, em seu livro *The beginnings of Greek Mathematics*³⁶. Ele faz uma história da matemática dos períodos de Pitágoras e Thales, assim como dos Elementos de Euclides, abordando o pensamento matemático dentro da estrutura teórica e de conhecimento da antiguidade grega. A sua preocupação com a correta interpretação da terminologia grega e da estrutura ontológica e epistemológica dos elementos matemáticos tratados, demonstra uma história matemática muito diferente daquela retratada na historiografia tradicional, na qual as ideias modernas e seus procedimentos se impuseram à antiguidade. Para ele, a matemática grega só pode ser interpretada juntamente da filosofia,

³⁴ Oscar J. Abdounur, "Compounding ratios and intervals: an educational/historical approach in mathematics and music". Preprint 205, *Max-Planck Institut for the History of Science*, 2002.

³⁵ Smith, *History of mathematics*.

³⁶ Árpád Szabó, *The Beginnings of Greek Mathematics* (Holland/Hungary: Reidel & Akademiai Kiado, 1978).

da astronomia, da moral, da música, enfim na *Paideia*³⁷. Para ele, a matemática grega não nasceu como uma ciência dedutiva e axiomática. Em sua obra, Szabó propôs que a teoria pré-eudoxiana de proporções tivesse se iniciado nas discussões teóricas musicais. Ele fundamentou sua proposta com uma profunda análise dos termos técnicos da teoria grega musical como *diastema* e *logos*, e sua correspondência nos experimentos com o *canon*. Outros autores como Burket e Knorr reconhecem também uma fase musical na descoberta da incomensurabilidade³⁸. Abdounur defende que os matemáticos gregos devem ter concebido a teoria das razões como uma generalização da música, visto que as propriedades das cordas e a comparação entre os intervalos, assim como cálculos relativos às grandezas através de razões e proporções, constituíam uma importante parte da matemática pitagórica até Euclides³⁹.

A lenda de Pitágoras, como vimos, é normalmente introduzida na historiografia clássica, numa divisão cronológica, dedicada aos conhecimentos gregos, porém sob diferentes temas. Esses temas, ou tópicos, segundo o historiador matemático André Weil, são definidos por serem aqueles que provocavam um interesse mais genuíno nos matemáticos⁴⁰. Contudo, o autor demonstra a dificuldade em identificar o que possam ser as ideias matemáticas a serem inseridas historicamente. O infinito, segundo ele, tornou-se uma ideia matemática somente depois que Cantor definiu conjuntos equipotentes e provou alguns teoremas sobre o assunto. Weil se pergunta o que fazer com as especulações do infinito de Aristóteles?⁴¹. Segundo ele, se as especulações sobre o infinito dos gregos inspiraram a sua matemática, que é o que se supõe tenha influenciado Euclides a não dizer que eram infinitos os números inteiros. Por que, se pergunta o autor, Euclides declarou existirem infinitas linhas

³⁷ *Paideia* era o nome dado para o conjunto de conhecimentos, organizados de forma circular, ou seja, não hierárquica, formando um todo necessário à formação do indivíduo.

³⁸ Luigi Borzacchini, "Incommensurability, Music and Continuum: A Cognitive Approach", *Archive for the History of Exact Sciences* 61 (2007): 273-302.

³⁹ Oscar J. Abdounur, "Compounding ratios and intervals", 2-3.

⁴⁰ André Weil, "História da Matemática: Por que e Como", *Matemática Universitária* 13 (1991): 17-30, 19.

⁴¹ *Ibid.*, 22.

incomensuráveis com uma dada linha?⁴² O autor usa este exemplo como problema de anacronismo, que ele pensa solucionar ao dizer que “anacronismo se dá quando se atribui a um autor conhecimentos conscientes que ele nunca possuiu”⁴³. Mais do que tudo na história, para Weil era importante definir quais eram as ideias matemáticas, já que, segundo ele, são elas os objetos da história da matemática, e concluía, que ninguém melhor que o próprio matemático, o profissional mais capacitado, para identificá-las, e assim fazer a história da matemática⁴⁴.

Carl Boyer na introdução de seu livro, explica que “há sempre a tentação, numa aula de história da matemática, de supor que a finalidade principal do curso [de história da matemática] é ensinar matemática”⁴⁵, e que assim, existe um terror ao possível erro matemático, enquanto os erros históricos são veniais. Em sua obra, ele declara que primará pelos acertos matemáticos e históricos em igual proporção.

Roque, em seu livro rebate a visão de que a história da matemática deva, como foi comentado por Cajori, motivar os alunos, muito menos através de anedotas, ou através de uma reprodução histórica insignificante. Para ela, a história da matemática teria o papel de reinventar o ambiente problemático, ou seja, aquele ligado a uma falta de conhecimento que deve ser suplantada pelo saber, no qual os conceitos foram criados⁴⁶.

Contudo autores acreditam na relação e na contribuição da história da matemática no ensino. Na historiografia da matemática alguns autores defendem que esta interação se daria com o status interdisciplinar da educação matemática e de sua história. De acordo com Schubring⁴⁷: “[...] A história da educação e do aprendizado da matemática constitui-se numa

⁴² Ibid.

⁴³ Ibid., 24.

⁴⁴ Ibid., 23.

⁴⁵ Boyer, viii.

⁴⁶ Roque, *História da Matemática*, 32.

⁴⁷ Gert Schubring, pesquisador do Institut für Didaktik der Mathematik, Universidade de Bielefeld. Editor chefe do *International Journal for the History of Mathematics Education*, autor de diversos livros e artigos.

área interdisciplinar de estudos”⁴⁸. Interdisciplinar significando para ele empréstimos de métodos e práticas de diversas disciplinas, sempre respeitando os limites destas⁴⁹. As disciplinas elencadas como relevantes para Gert seriam principalmente a história da matemática, as ciências sociais, a antropologia, a história cultural e a história da educação⁵⁰. Esta leitura de Schubring segue a linha que acredita que os educadores matemáticos, ao contrário dos matemáticos, realizam seus estudos utilizando métodos das ciências sociais e humanas e que a educação matemática possui um objeto distinto de estudo da matemática⁵¹.

Um profícuo caminho parece o utilizado por Dias e Saito, que de certa forma aproximam a História da matemática e o ensino através da História da Ciência. Dias e Saito chamam a atenção para o fato de autores por vezes confundirem a história da matemática com um método de ensino, quando ela apenas provê recursos que podem conduzir à reflexão sobre o processo do conhecimento matemático⁵². Eles defendem o aspecto da interdisciplinaridade, compreendida de uma forma diversa da mencionada por Schubring, no qual o processo histórico tem se mostrado eficaz ao abordar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, na medida em que os insere num contexto particular e estabelece relações com outras áreas do conhecimento científico, tecnológico e social⁵³. Como coloca Alfonso-Goldfarb, “a história da ciência busca saber como cada

⁴⁸Gert Schubring. “Researching into the History of Teaching and learning mathematics: The State of the Art”, *Paedagogica Historica*, 42 (Aug. 2006):665-677, 667.

⁴⁹ R. Irwin & J. Reynolds, “Integration as a strategy for teaching the arts as disciplines”, *Arts Education Policy Review* 94/4 (1995): 13-20, 15.

⁵⁰ Vale notar que Gert considera a história da educação matemática complexa e largamente dependente de estudos sociais, diferentemente do estudo da história dos conceitos ou ideias matemáticas. O autor completa seu pensamento defendendo uma modernização do método de pesquisa nesta área, que deveria ser um estudo comparado. A maior deficiência no desenvolvimento de uma nova proposta ele considerava ser: “A abordagem da matemática como um tema independente, isolado sem considerar relações hierárquicas nem dependências nos sistemas de aprendizado escolar”. Gert, “Researching into the History”, 667.

⁵¹ Dario Fiorentini & Sergio Lorenzato, *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos* (Campinas, SP: Autores Associados, 2007), 4.

⁵² Marisa da Silva Dias & Fumikazu Saito, “Interface entre a História da Matemática e Ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica”, in Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, *Anais* (Brasília: SBEM, 2009), 1-12.

⁵³ Marisa da Silva Dias & Fumikazu Saito, “A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* de Cosimo Bartoli (1564)”, in International Conference Problem-based Learning and Active learning Methodologies, 2010. *Anais* (São Paulo: Pan American Network of Problem based Learning USP, 2010).

cultura, cada comunidade científica e cada época construiu, de acordo com seus objetivos e formas de ver o mundo, os critérios de verdade que regeriam a sua ciência”⁵⁴.

Vale lembrar que as inserções da música na história da ciência, com viés matemático são recentes. Uma das principais obras que contribuíram para esta interface foi o livro de Floris Cohen, *Quantifying Music: The Science of Music at the first stage of the Scientific Revolution*⁵⁵, mesmo que seja ainda uma obra no qual um grande levantamento de tópicos, autores e transformações é elencado.

Os estudos do uso da música no ensino da matemática talvez mais conhecidos atualmente sejam aqueles relacionados aos trabalhos de cognição, que tentam demonstrar de que maneira a música e seus padrões de organização e ferramentas similares às da matemática, consegue influenciar um melhor desenvolvimento do pensar matemático⁵⁶. Controvérsias e inúmeras metodologias são relatadas nestes estudos, que sem dúvida tem sua funcionalidade, mas que por outro lado, pouco contribuem ao estudo histórico, não só por serem recentes, mas por estabelecerem relações com áreas bastante distanciadas da história, como a da inteligência artificial.

Para finalizar, é bom trazer um dos resultados provido por uma dissertação, cujo tema foi analisar a produção de teses que trabalham a interface entre música e educação matemática, no qual a autora constatou que⁵⁷: o *corpus* de obras era passível de ser classificado em quatro grupos. No primeiro grupo foram classificadas as obras que demonstravam os conhecimentos compartilhados pelas áreas e que, através de analogias, eram utilizados para estruturar e auxiliar na

⁵⁴ Alfonso-Goldfarb, *O que é a História da Ciência*, 86.

⁵⁵ Floris Cohen, *Quantifying Music: The Science of Music at the First stage of the Scientific Revolution* (Dordrecht/Boston/Lancaster: D. Reidel, 1984).

⁵⁶ Larry Scripp, “Introduction: The Premise of Learning through Music”, *Journal for Learning Through Music*, (2000), 2-15. Kathryn Vaughn, “Music and Mathematics: Modest support for the Oft-claimed Relationship”, *Journal of Aesthetic Education* Vol.34/3/4 (2000): 149-166.

⁵⁷ Delma Pilão, “A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre a matemática e a música: estado da arte” (Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 2009), 58.

aprendizagem da matemática⁵⁸. No segundo grupo apareceram obras que, de maneira geral se utilizaram da música como ferramenta auxiliar no ensino da matemática⁵⁹. Interessante notar que nesta categoria a autora não encontrou menção à história da matemática⁶⁰. No terceiro grupo, a ordem se inverte e a autora nomeia trabalhos no qual a matemática é que é aplicada na composição musical⁶¹ e por fim, o grupo que a autora nomeia de trabalhos de cunho filosófico no âmbito da relação matemática e música⁶². Ao final, a autora conclui que a música se apresentou como agente facilitador e integrador do processo educacional e os pesquisadores relataram significativo entendimento do conteúdo matemático associado às atividades⁶³.

SOBRE A AUTORA:

Carla Bromberg

Doutora em História da Ciência (PUC/SP), Mestre em Musicologia (The Hebrew University of Jerusalem) e Bacharel em Música. Pesquisadora do Centro Simão Mathias de Estudos em História da Ciência, ex-presidente da

⁵⁸ O.J.Abdounur, "O pensamento Analógico na Construção e Reconstrução de Significados: um estudo das relações entre a matemática e a Música" (Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, 1997). Carlos E. Granja, "Música, conhecimento e educação: harmonizando os saberes na escola" (Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 1999). Andréia J. Oliveira, "O ensino dos logaritmos a partir de uma perspectiva histórica" (Dissertação de mestrado profissional, Rio Grande do Norte, 2005). Leonardo Vaz, "Música e matemática: Novas tecnologias do Ensino em uma experiência Multidisciplinar". (Dissertação de mestrado, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2006). Edith Ribeiro, "O design e o uso de um micromundo musical para explorar relações multiplicativas" (Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007).

⁵⁹ Rosana Rosolen, "Vozes dos alunos do Ensino Fundamental: percepções, Sentimentos, e Expectativas sobre o processo da Resolução de problemas de matemática" (Dissertação de mestrado, Universidade metodista de Piracicaba /São Paulo, 1999). Cristiana A. Fusco, O Ensino de uma disciplina básica de matemática (geometria analítica e cálculo vetorial) num curso de engenharia. (Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, 2002). Marinete da Silva, "Educação Ambiental em aulas de matemática no Ensino Fundamental" (Mestrado profissional, Centro Universitário Moura Lacerda, São Paulo, 2006).

⁶⁰ Pilão, "A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre a matemática e a música", 68.

⁶¹Carvalho & Bueno, Editorial. "'Textura Musical em Minuano', de Pat Metheny: proposta de uma nova abordagem analítica", *Revista Educação e Pesquisa*, 30/1 (2004). Zeny O. Moraes, "Psicogênese do som e do ritmo a luz da teoria do desenvolvimento de Piaget: um estudo de caso" (Tese de doutorado, UFRGS, 1999). Marcondes, "Alfabetização musical: uma construção interdisciplinar" (Dissertação de mestrado, UFSC, 1996).

⁶² O. J. Abdounur, *Matemática e Música*, (São Paulo: Escrituras, 1999), Carmem Gattás, "A Música em Descartes" (Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2001). Carlos E. Granja, "Música, conhecimento e educação: harmonizando os saberes na escola" (Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 1999).

⁶³ Pilão, "A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre a matemática e a música", 76.

Sociedade Brasileira de Musicologia (2002-4) e (2005-7). Atua principalmente nos seguintes temas: Ciência e Música nos séculos XVI e XVII, História e Teoria da Ciência, Teoria Musical, Historiografia Musical e Musicologia.

(e-mail: carlabromberg@gmail.com)

Artigo recebido em 12 de outubro de 2012
Aceito para publicação em 3 de dezembro de 2012