

Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro

Sílvio César Otero-Garcia

Resumo

Esta pesquisa traz um panorama de como a disciplina de análise vem se estruturando no que diz respeito aos seus objetivos, ementa e bibliografia no curso de matemática da UNESP de Rio Claro. A metodologia de coleta de dados adotada é a análise de documentos. O estudo foi realizado por meio de grades curriculares, programas de disciplinas e diários de classe. No curso de matemática da UNESP, nas décadas de cinquenta e sessenta, não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo, tendo sido essa separação efetivada após a década de setenta. Os resultados que obtivemos, em linhas gerais, mostraram que, os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua sequência, foram herdados desses primeiros cursos de "cálculo" (Análise Matemática) da década de cinquenta e sessenta e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Além disso, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise, sua estrutura geral pouco se modificou.

Palavras-chave: *Educação Matemática no Ensino Superior; Ensino de Análise; Ensino de Cálculo Diferencial e Integral.*

Abstract

This research is a panorama on how the Analysis subject was historically incorporated to the Rio Claro UNESP Mathematics course. This is, how it was mounted, its objectives and bibliography. The methodology adopted is the analysis of documents. The study was realized based on the curriculum of the subjects of Analysis and Calculation and registry books. In the 50's there were not the subjects of Analysis and Calculation in the curriculum of the Mathematics graduation of UNESP, the clear division of those subjects were made at 70's. The results gotten, in general, showed us that the contents taught in subject of Analysis nowadays, as well as its sequence, were inherited from those firsts Calculation (Mathematical Analysis) courses from the 50's and 60's and had no mayor changes so

far. Once the Analysis subject was established, its structure hasn't changed much over today.

Keywords: *Mathematics Teaching in Undergraduate Courses; Analysis Teaching; Differential and Integral Calculus Teaching.*

INTRODUÇÃO

A história do ensino de análise no Brasil tem seus rumos pouco definidos. Há poucos trabalhos que tratam da temática, como Silva e Lima.¹ Sendo mais específico, ao se falar do que poderíamos chamar de história da disciplina de análise, a escassez de dados é ainda maior. Em Silva, o pesquisador apresenta uma trajetória da carreira do Prof. Monteiro de Camargo na antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP), a trajetória das disciplinas de cálculo e de análise naquela instituição é objetivo secundário. Semelhantemente, Lima analisa a obra do Prof. Omar Catunda e traz alguns elementos sobre seu percurso profissional; desses dois pontos surgem, também, considerações sobre o processo de constituição da matemática moderna e sobre o ensino de análise nos primeiros anos da FFCL da USP e da Escola Politécnica (EP).²

Em ambos os trabalhos citados, o período analisado é posterior ao da criação da FFCL da USP, ou seja, 1934. Não podemos deixar de citar, no entanto, o trabalho de Oliveira, que apresenta uma visão histórica do cálculo diferencial e integral ministrado nos cursos básicos da EP de São Paulo de 1893 até 1934, quando é incorporada à USP.³ Visto que o ensino de cálculo e o de análise estiveram, visceralmente, atrelados por muitos anos, esse trabalho é relevante dentro de um ramo que busque identificar as origens e os caminhos que a disciplina de análise seguiu até chegar aos

¹L. R. R Silva, "Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo" (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2006). E. B. Lima, "Dos Infinitésimos aos Limites: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da Análise Matemática no Brasil" (dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, 2006).

² Ibid.

³ A. S. V. Oliverira, "O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental" (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2004).

moldes atuais. É justamente esse um dos interesses do projeto maior coordenado pela Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni, *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*⁴, já que nele os aspectos históricos relacionados a essa disciplina têm especial atenção.

É nesse contexto, e nesse projeto maior, que se inserem alguns de nossos trabalhos, partes de uma pesquisa já concluída.⁵ Independentemente entre si, mas convergentes em sua temática, cada um deles procura desvelar um aspecto do objetivo central que os une: traçar um panorama da trajetória da disciplina de análise no que diz respeito a seus *objetivos*, *conteúdos* e *bibliografia*. A disciplina de análise a que nos referimos, na verdade, pode ser uma ou mais disciplinas que fazem parte da grade curricular de um curso de licenciatura em matemática; às vezes, sob o nome de Análise Real, Análise Matemática, Introdução à Análise, Fundamentos de Análise. Seu conteúdo trata, primordialmente, dos processos infinitos, em cujo centro encontra-se o conjunto dos números reais.

Nesse trabalho, temos uma apresentação de resultados essencialmente descritiva. O panorama diz respeito ao curso da Universidade Estadual Paulista (UNESP), *campus* de Rio Claro, como sugere seu título. Na realidade, buscamos explicitar ao máximo todas as modificações pelas quais a disciplina de análise passou nesse curso. Sempre que possível e necessário, recorreremos, também, a quadros e reproduções dos documentos analisados. Temos, ainda, uma primeira análise de alguns dos dados apresentados. Uma análise que emergiu do próprio processo descritivo.

⁴ Esse projeto tem por objetivo discutir as mais diversas questões relacionadas com a problemática envolvendo o papel e a importância da disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática. Esses questionamentos não são exclusivos da disciplina de análise, perpassando grande parte das disciplinas ditas "específicas" dos currículos das licenciaturas. O trabalho de Mondini e Bicudo, por exemplo, trata da disciplina de álgebra, vide: F. Mondini & M. A. V. Bicudo, "A presença da Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Rio Grande do Sul," *Acta Scientiae* 12, nº 2 (jul./dez. 2010) : 43-54.

⁵ S. C. Otero Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino" (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2011).

Ressalta-se que o curso do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da UNESP, juntamente com o do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP (que analisamos em outro trabalho), são os mais antigos do Estado de São Paulo, dentre os de instituições públicas. Também, essas duas instituições possuem grande produção científica, influência nacional e são referência na formação de profissionais na área de matemática. Assim, traçar um panorama da disciplina de análise nessas instituições *de alguma forma* significa ter uma visão mais ampla dela nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil. Ressaltamos, no entanto, que o nosso objetivo não foi investigar as histórias dos cursos; isso significa que o nosso olhar esteve direcionado para a disciplina de análise de um modo geral.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Segundo Bogdan e Byklen, Tuckman e Quivy e Campenhoudt, existem três grupos de fontes de obtenção de dados em pesquisas qualitativas: a) *observação*; b) *inquérito* e c) *análise de documentos*.⁶ Nesta pesquisa as nossas fontes são as do terceiro grupo, sendo que a nossa perspectiva foi a de adotar a *análise de documentos* como o nosso método de pesquisa central.⁷ Nesse contexto, a *análise de documentos* pode ser vista como constituída de duas etapas: *obtenção dos dados* e a *análise dos resultados*.

Nossa coleta de dados foi realizada junto ao arquivo do curso de matemática da UNESP de Rio Claro. Infelizmente, nem todas as grades curriculares do curso foram encontradas, o mesmo se aplica aos programas de disciplinas. Para contornar esses problemas, coletamos, também, diários de classe elaborados por professores. Em qualquer dos casos, não só os programas de disciplinas - que hoje chamaríamos de *análise* - foram considerados, mas também aquelas cujos nomes

⁶ R. Bogdan & S. Biklen, *Investigação Qualitativa em Educação* (Porto: Porto Editora, 1994). B. W. Tuckman, *Manual de Investigação em Educação* (Lisboa: Fundação Colouste Gulbenkian, 2002). R. Quivy & L. V. Campenhoudt, *Manual de Investigação em Ciências Sociais*, 5ª ed. (Lisboa: Gradiva, 2008).

⁷ J. Bell, *Como Realizar um Projecto de Investigação* (Lisboa: Gradiva, 1993).

trouxessem em seus títulos essa palavra ou que trabalhassem com conceitos da análise, esta a área da matemática. Em especial, como já sabíamos de antemão que durante um longo período as disciplinas de análise se confundiam com as de cálculo, achamos por bem coletar programas, também, desta última disciplina.

Para a *análise dos resultados* seguimos as etapas de a) *Redução*; b) *Apresentação*; c) *Conclusões*.⁸ Não encontramos maiores dificuldades no processo de *redução*, já que nosso estudo documental é bastante dirigido, com seu foco nas grades curriculares e nos programas da disciplina de análise, ou em semelhantes documentos relevantes. Dessa forma, os documentos pesquisados por si só já foram os elementos que nos permitiram estabelecer as relações e obter as conclusões desejadas. Entretanto, foi necessário, num primeiro momento, separar os programas que eram efetivamente de análise daqueles que no processo de coleta pareceram-nos ser de análise. Também, reduzimos, de modo considerável, nossos dados agrupando os programas por período, já que não foram observadas mudanças de programa em todos os anos pesquisados. Uma boa parte dessa etapa aconteceu, concomitantemente, com a própria *seleção* dos documentos, na etapa de coleta de dados por meio da pré-análise conforme parágrafo anterior.

Com relação à *apresentação dos dados*, procuramos fornecer uma visão de conjunto por meio de uma descrição sintetizada dos programas mais relevantes e das modificações que aconteceram ao longo dos anos. Em alguns casos, valemo-nos, também, de quadros, figuras e esquemas para ilustrar movimentos ou outras informações que julgamos ficarem mais organizadas sob essas formas. Não tentamos ser sintéticos nesse processo de apresentação, pois acreditamos que, ao trazer uma quantidade substancial de informações, aumentamos as chances de o leitor do nosso trabalho tirar suas próprias conclusões tendo uma base

⁸ B. M. Miles & M. Huberman, *Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook* (Londres: Sage, 1994).

segura. Desse modo, guiamo-nos por uma tensão entre brevidade e quantidade de informações.

Outra tensão que se fez presente no nosso processo de *apresentação dos dados* refere-se à apresentação dos documentos. Procuramos, sempre que possível, colocá-los junto ao corpo do texto para facilitar a leitura e compreensão. Entretanto, para aqueles documentos cujo número de páginas era considerável, e também para aqueles de menor expressão dentro do nosso processo descritivo, optamos por referenciar nosso trabalho que os contém.

Finalmente, as *conclusões* foram obtidas durante todo processo de *obtenção, redução e apresentação* dos dados, uma vez que essas tarefas permitem que, progressivamente, se avance do descritivo para o explicativo e do concreto para o abstrato.⁹ Salientamos, outrossim, que essa etapa não foi constituída apenas de uma justaposição das etapas anteriores, que, na realidade, foram o caminho para as nossas conclusões finais.

CÁLCULO, ANÁLISE E TOPOLOGIA NA FFCL DE RIO CLARO

O curso de matemática da UNESP de Rio Claro começou a funcionar em 1959, na FFCL de Rio Claro, que foi, posteriormente, incorporada à UNESP em 1976, e desmembrada em dois institutos: o IGCE e o Instituto de Biociências (IB). A partir dessa data, o curso de matemática ficou sob a responsabilidade do primeiro deles. Até 1976, a única modalidade oferecida era a licenciatura; nesse ano, foi criado o bacharelado e dois anos antes, a licenciatura curta. Ainda que tenhamos coletado material das três modalidades, centramo-nos na licenciatura plena, com eventuais referências às demais quando conveniente.

1959 – 1962

Entre 1959 e 1962, os licenciandos tinham três disciplinas anuais consecutivas com o nome de *Análise Matemática*, todas com carga horária

⁹ J. G. Flores, *Análisis de Datos Cualitativos: aplicaciones a la investigación educativa* (Barcelona: PPU, 1994).

semanal de seis horas, excetuando-se a do terceiro ano, com três (Quadro 1). Essa estrutura era muito semelhante a do curso da Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas), criado dezessete anos antes. Entretanto, os três cursos de *Análise Matemática* da FFCL tinham um forte apelo para o que hoje se chama de análise, enquanto que os cursos da PUC, notadamente o do primeiro ano, eram mais parecidos com os atuais cursos de cálculo.¹⁰

A ementa da disciplina de *Análise Matemática*, dada para o primeiro ano, não difere muito dos cursos atuais de cálculo em uma variável e aqueles que tratam de séries e sequências numéricas e de funções, a não ser, talvez, pela abordagem mais analítica, conforme apontado por.¹¹ Os conteúdos trabalhados iam de *números reais a integrais impróprias*, passando por: *infinitésimos e limites, derivada e diferencial, funções contínuas, fórmula de Taylor, máximos e mínimos, aplicações da derivada, integral segundo Riemann, integrabilidade de funções contínuas, continuidade uniforme e sequências e séries numéricas e de funções* (Figura 1). Nota-se que existia um ponto que tratava dos *infinitésimos*, embora nos pareça que o curso não era conduzido segundo essa abordagem; centrava-se no conceito de *limite*. Em todo caso, a existência de tal ponto parece mostrar que a problemática envolvendo essas duas abordagens para o cálculo diferencial e integral era, pelo menos, discutida no curso, ainda que prevalecesse uma sobre a outra. Destaque, também, para a existência de um ponto sobre *números reais*, bem como o fato de continuidade ser vista depois de derivada; o contrário do que costuma acontecer atualmente.

A *Análise Matemática* dada para o segundo ano contava com conteúdos que, hoje, são, normalmente, vistos em disciplinas de cálculo em várias variáveis e equações diferenciais, com uma parte introdutória de álgebra dos conjuntos e alguns pontos de espaços métricos. Não

¹⁰ S. Mauro, "A História da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro e suas Contribuições para o Movimento de Educação Matemática" (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 1999).

¹¹ Ibid.

encontramos o programa oficial de tal disciplina para esse período, por isso, baseamo-nos num diário de classe de 1962, no qual havia anotações sobre a matéria lecionada.¹²

CURSO DE MATEMÁTICA

ANÁLISE MATEMÁTICA PARA OS ANOS DE 1959/60/61.

Números reais
 Funções de uma variável real
 Infinitésimos e limites
 Funções diferenciáveis
 Derivada e diferencial
 Cálculo da derivada; derivadas de funções compostas
 Funções contínuas
 Teoremas de Rolle e da média
 Fórmula de Taylor
 Máximos e mínimos; aplicações
 Funções inversas
 Comprimento do arco
 Aplicações geométricas e físicas da derivada
 Traçado de curvas
 Integral segundo Riemann; Funções integráveis
 A função integral e o teorema fundamental do cálculo
 Integrabilidade das funções contínuas
 Continuidade uniforme
 Funções logarítmica e exponencial
 Funções hiperbólicas
 Integral indefinida; integração por substituição e por partes;
 integração das funções racionais e de algumas irracionais.
 Aplicações da integral de Riemann
 Sequências e séries
 Critérios de convergência
 Séries alternadas
 Convergência uniforme de sequência de funções
 Integração e derivação termo a termo
 Séries de potência
 Produto de séries
 Integrais impróprias

Figura 1: Parte do programa de *Análise Matemática* para o primeiro ano do curso (1959 a 1961)

¹² Parte desse diário está reproduzida em Otero-Garcia, 267-276.

Quadro 1: Seriação do curso de matemática da FFCL de Rio Claro em 1959

1º Ano	Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva Álgebra Moderna Física Geral e Experimental Análise Matemática	2º Ano	Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva Álgebra Moderna Física Geral e Experimental Análise Matemática Mecânica Racional
3º Ano	Geometria Superior Álgebra Moderna Física Matemática Análise Matemática Análise Superior	4º Ano	Mecânica Celeste Didática Geral Didática Especial Psicologia Educacional Optativas

O terceiro ano da disciplina *Análise Matemática* tratava de funções de variáveis complexas e integração (a integral de Riemann como funcional, a classe das funções integráveis segundo Lebesgue, teoremas de convergência, relações entre a integrabilidade segundo Lebesgue e Riemann, funções e conjuntos mensuráveis). Apesar de ser designada de *Análise Matemática* na grade do curso, essa disciplina, em seu programa, era chamada *Funções de Variável Complexa e Integração* (Figura 2).

FFCL de Rio Claro.
Departamento de Matemática.
Programa - 1962.

FUNÇÕES DE VARIÁVEL COMPLEXA - 3º ano, 1º semestre.

1. Números complexos.
2. Funções de variável complexa. Transformações.
3. Funções holomorfas. Equações de Cauchy-Riemann.
4. Conjuntos conexos, multiplamente conexos.
5. Funções elementares, transformações.
6. Pontos singulares.
7. Integração no plano complexo.
8. Teorema de Cauchy-Goursat.
9. Resíduos.
10. Aplicação de resíduos ao cálculo de integrais.
11. Teorema de Liouville. Teorema fundamental da álgebra.
12. Derivadas de uma função holomorfa.
13. Séries de números complexos. Séries de Taylor e de Laurent.
14. Classificação das funções uniformes.

INTEGRAÇÃO - 3º ano, 2º semestre.

1. Introdução e motivação.
2. A integral de Riemann como funcional.
3. A classe das funções integráveis segundo Lebesgue.
4. Teoremas de convergência (Beppo Levi, Lebesgue e Fatou).
5. Relações entre a integrabilidade segundo Lebesgue e Riemann.
6. Funções e conjuntos mensuráveis.

Figura 2: Parte do programa de Funções de Variável Complexa e Integração em 1962

1963 – 1972

A partir de 1963, os três cursos de Análise Matemática tiveram suas denominações alteradas, salvo pequenas diferenças em alguns anos para: Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Avançado e Equações Diferenciais, Variáveis Complexas e Matemática Aplicada. O Quadro 2 sintetiza essas modificações. As suas ementas sofreram apenas pequenas modificações em relação às anteriores correspondentes. Em linhas gerais, esse quadro manteve-se com poucas modificações até meados de 1972. Entretanto, achamos conveniente destacar alguns eventos que ocorreram durante esse período.

Em 1969, *Cálculo Diferencial e Integral*, sem grandes alterações com relação à ementa apresentada na Figura 2, tratava de números e funções, a derivada, seno e cosseno, o teorema da média, o traçado de curvas, funções inversas, exponenciais e logaritmos, integração, propriedades da integral, técnicas de integração, aplicações da integração, séries. O destaque é que, para esse ano, já não se observa mais nenhum ponto tratando dos infinitésimos; limite é introduzido depois de derivada, e continuidade só é visto juntamente com integral.¹³

No ano de 1964, encontramos o primeiro programa oficial de *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais*. Diferentemente do que se pode supor pelo nome da disciplina, tópicos de equações diferenciais não estão presentes. São contemplados, dentre outros, pontos de *sequências e séries* (uma retomada e aprofundamento desses conteúdos vistos em *Cálculo Diferencial e Integral* com novos pontos tais como *séries e sequências de funções*); *funções de várias variáveis, diferenciação parcial; integrais múltiplas, de linha e superfície; coordenadas curvilíneas ortogonais*.¹⁴ Esse programa sofre alteração em 1967 (Figura 3), embora, em termos gerais, contemple, basicamente, os mesmos pontos do anterior. Nota-se a exclusão de infinitésimos e limites no estudo de funções de várias variáveis. Outro ponto a se destacar: o programa de

¹³ Ibid., 282-285.

¹⁴ Ibid., 286-288.

Cálculo Avançado e Equações Diferenciais, de 1967, é o primeiro a indicar bibliografia (não encontramos tal informação em nenhum dos programas anteriores). Para os tópicos introdutórios (espaços métricos, noções de topologia do R^n , teorema de Heine-Borel), sequências e séries numéricas e de funções, o livro indicado é *Principles of Mathematical Analysis*, de Walter Rudin. Para funções de várias variáveis, diferenciação parcial, integrais múltiplas, de linha e de superfície: *Advanced Calculus*, de David V. Widder, e *Advanced Calculus* de Robert C. Buck. As três obras citadas são referências comuns em cursos de análise, corroborando a nossa observação anterior sobre o tratamento analítico dado aos cursos. Esses três livros, ainda, podem ser vistos em programas de disciplinas atuais. Widder, por exemplo, é uma referência bibliográfica para a disciplina *Funções de Várias Variáveis* do Mestrado Profissional em Matemática Universitária da instituição cujo curso de matemática apresentamos os resultados.¹⁵

Os conteúdos de integração, que antes faziam parte do programa do terceiro ano de *Análise Matemática*, deixam de estar presentes na disciplina, agora denominada *Variáveis Complexas e Matemática Aplicada*, na qual estudam-se *funções analíticas* (funções de uma variável complexa, integração complexa, séries, singularidades), *equações diferenciais a derivadas parciais e matemática aplicada* (séries de Fourier, transformada e integral de Laplace e suas aplicações em equações diferenciais e problemas de contorno). O programa da disciplina sofre nova alteração em 1965 (Figura 4), quando os tópicos de *equações diferenciais a derivadas parciais* são retirados¹⁶.

O oferecimento de *Introdução às Variedades Diferenciais* em 1964, *Espaços Métricos* em 1967 e *Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias* em 1971, mostra uma possível tendência de algoritmização das

¹⁵ PROGRAMAS das Disciplinas do Mestrado Profissional em Matemática Universitária Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/pos/mestrado_profissional/Arquivos/2009/OUT/disciplinas.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2013.

¹⁶ Otero-Garcia, 289-290.

disciplinas obrigatórias de *Análise Matemática*, já que disciplinas com um tratamento mais rigoroso passaram a ser optativas¹⁷.

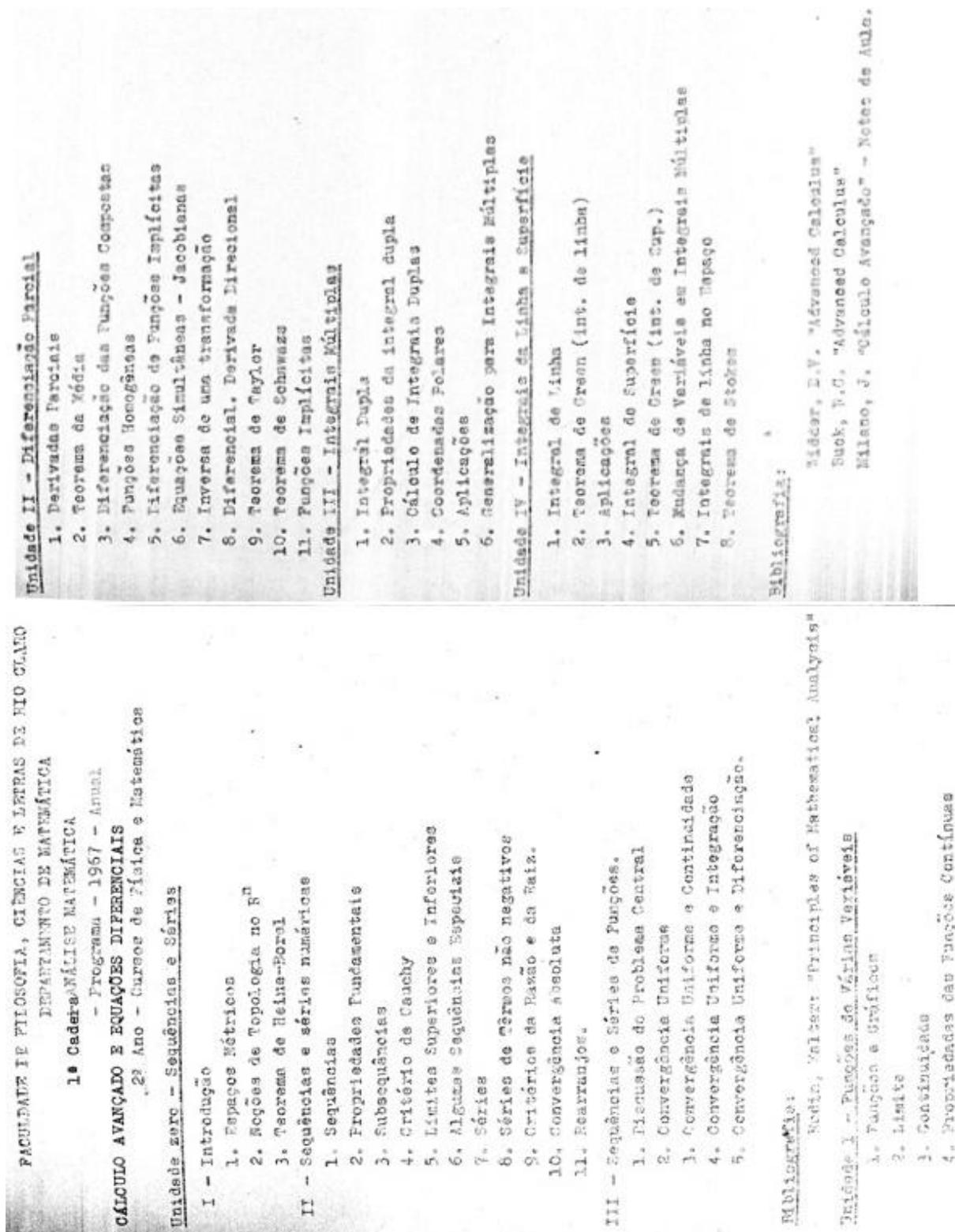


Figura 3: Programa da disciplina de Cálculo Avançado e Equações Diferenciais no ano de 1967

¹⁷ Ibid., 294-331.

Quadro 2: Nomes das disciplinas de *Análise Matemática* e *Análise Superior* a partir de 1963 até 1972.¹⁸

	Até 1962	De 1963 até 1972
1º Ano	Análise Matemática	Cálculo Diferencial e Integral
2º Ano	Análise Matemática	Cálculo Avançado e Equações Diferenciais
3º Ano	Análise Matemática	Variáveis Complexas e Matemática Aplicada
		Funções de uma Variável Complexa, Equações Diferenciais e Derivadas Parciais e Matemática Aplicada

1973 – 1975

A partir de 1973, *Cálculo Diferencial e Integral*, *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais*, *Variáveis Complexas e Matemática Aplicada*, foram divididas cada uma em I e II, semestrais, tendo no ano seguinte suas denominações novamente alteradas (Quadro 3).

Cálculo Diferencial e Integral I tratava praticamente todos os pontos da sua disciplina correspondente do ano anterior: conjuntos numéricos, funções reais de variável real, limite e continuidade, diferenciabilidade, integração, e aplicações da teoria da integração; com exceção dos relativos a seqüências e séries (Figura 5). Esses, juntamente com noções topológicas no R^n e diferenciação em várias variáveis estão no programa de Cálculo Diferencial e Integral II (Figura 6). Em 1974, com poucas alterações, já sob o nome de Cálculo Diferencial e Integral com Uma Variável, passa a contar em seu programa, também, com o estudo das funções exponencial, logarítmica, trigonométrica e de equações diferenciais simples. Entretanto, não estão tão bem detalhados os pontos trabalhados como o da disciplina de 1973, o que pode indicar que não se via mais todos os sub-pontos indicados anteriormente. No semestre seguinte, com uma abordagem bastante topológica, Cálculo Diferencial e

¹⁸ A ocorrência de nomes diferentes indica que uma mesma disciplina aparece com diferentes denominações.

Integral em Várias Variáveis, não mais abarca o estudo de séries e seqüências, estando seu programa focado no estudo das funções, como mostra seu título.

UFRJ - Rio Claro
 Departamento de Matemática
 adeira de Análise Matemática
 - Programas - 1965 -

CURSOS DE MATEMÁTICA E FÍSICA - 3º ANO

FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA E MATEMÁTICA APLICADA

I. Funções Analíticas

1. Funções de uma variável complexa: limite, continuidade, condições de Cauchy-Riemann; Funções analíticas; Funções elementares.
2. Integração: Integral de linha; Teorema de Cauchy-Goursat; Fórmula integral de Cauchy; Derivação de funções analíticas; Teoremas de Maser, Lionville e Fundamental da Álgebra.
3. Séries: Convergência uniforme; Integração e derivação termo a termo para série de funções analíticas; Expansão de funções analíticas em série de potências (série de Taylor); Prolongamento analítico.
4. Singularidades: Desenvolvimento de Laurent; Tipos de singularidades; Teorema de resíduos; Cálculo de resíduos em polos; Algumas aplicações ao cálculo de integrais.

II. Matemática Aplicada

5. Séries de Fourier
6. Transformada de integral de Fourier.
7. Transformada de Laplace e suas aplicações em equações diferenciais ordinárias.
8. Aplicação das séries, transformada e integral de Fourier em problemas de valor de contorno.

Figura 4: Programa de Funções de uma Variável Complexa e Matemática Aplicada em 1965

Com relação à bibliografia, no programa de *Cálculo Diferencial e Integral I* encontramos os nomes de Moise, Lang, Tomas, Courant, Murnaghan e Demidovich. Não há, no entanto, detalhes que permitam

concluir, exatamente, de que obra se trata em cada um dos casos.¹⁹ Alguns desses autores, como Lang, tinha, à época, tanto livros de cálculo como de análise. Em 1974, *Cálculo Diferencial e Integral com Uma Variável* repete os quatro primeiros autores e inclui o nome de Kaplan-Lewis. Em *Cálculo Diferencial e Integral II*, novamente, temos apenas as indicações dos nomes de Courant, Thomas, Demidovich, Buck, Rudin, Widder, Kaplan e Knopp. Os três primeiros, mui possivelmente, são os segundos volumes dos mesmos livros indicados em *Cálculo Diferencial e Integral I*; os três seguintes, também pela proximidade de conteúdos, devem ser aqueles da bibliografia de *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais* de 1967. No caso dos dois últimos, não encontramos nenhuma informação esclarecedora. Para *Cálculo Diferencial e Integral com Várias Variáveis*, exclui-se Demidovich e Knopp; inclui-se Lang.

Quadro 3: Correspondência entre algumas disciplinas do curso de matemática da FFCL

1972	1973	1974 - 1975
Cálculo Diferencial e Integral	Cálculo Diferencial e Integral I	Cálculo Diferencial e Integral em uma Variável
	Cálculo Diferencial e Integral II	Cálculo Diferencial e Integral em Várias Variáveis
Cálculo Avançado e Equações Diferenciais	Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I	Cálculo Avançado
	Cálculo Avançado e Equações Diferenciais II	Equações Diferenciais
Variáveis Complexas e Matemática Aplicada	Variáveis Complexas e Matemática Aplicada I	Variáveis Complexas
	Variáveis Complexas e Matemática Aplicada II	Matemática Aplicada

A tendência de algoritmização, assim, pode ser observada não só pelo oferecimento de disciplinas específicas de conteúdos antes vistos nas chamadas *Análises*, conforme já foi observado, mas perpassa,

¹⁹ Moise e Courant aparecem na bibliografia dessa disciplina novamente em 1979, dessa vez com o nome da obra explicitado. O livro de Moise indicado era o seu *Cálculo em um Curso Universitário* de 1968, Editora Edgard Blücher. Já o de Courant era o primeiro volume de *Cálculo Diferencial e Integral*, 1970, Editora Globo. Pela proximidade de datas e de nomes, é razoável concluir serem esses também os dois livros indicados em 1973.

também, a bibliografia indicada nessas disciplinas: já se nota obras que, até hoje, costumam ser referências em cursos de cálculo.

Seguindo para o segundo ano do curso, *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I* tratava de *jacobianos; integração de funções de várias variáveis, de linha, de superfície; e teoremas sobre integrais de superfície*. Na bibliografia encontramos o segundo volume de Courant, bem como Kaplan, Buck, Rudin e Fleming. Como antes, não há detalhes sobre a que obras o programa faz referência (Figura 7). No segundo semestre, *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais II* traz *equações diferenciais de variáveis separáveis, e exatas; sistemas de equações diferenciais ordinárias e lineares; aspectos qualitativos sobre equações diferenciais ordinárias*. Portanto, ao contrário de antes, a disciplina volta a tratar de equações diferenciais. Não há indicação da bibliografia (Figura 8).

Já em 1974, *Cálculo Avançado* não mais contempla o estudo das funções de várias variáveis, mas *sequências, séries, espaços de funções, conexidades e introdução à teoria da integração*. Apesar da mudança de programa em relação à correspondente disciplina de 73, *Cálculo Avançado* segue com a mesma bibliografia indicada para *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I*. Seguindo para o segundo semestre, *Equações Diferenciais* faz jus ao nome; é exatamente desses pontos que trata: *famílias e curvas, equações diferenciais, teorema da existência e unicidade, aplicações*. De bibliografia: Kaplan, Coddington, Ayres Jr. e Wilder. Possivelmente, as três primeiras obras eram, respectivamente, *Cálculo Avançado, Theory of Ordinary Differential Equations* e *Equações Diferenciais*. Como antes, é citado apenas o nome do autor, sobre o último, nada sabemos.

Um ponto interessante a se destacar nessa conjuntura é que os conteúdos de funções de várias variáveis, aos poucos, deixaram de integrar o programa de *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I* (posteriormente *Cálculo Avançado*) e passaram a constar no programa de *Cálculo Diferencial e Integral II* (posteriormente *Cálculo Diferencial e Integral em Várias Variáveis*).

1. a) Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I
- b) Conteúdo:
- Conjuntos Numéricos - Números reais - Conjuntos lineares - Vizinhança de um Ponto - Ponto de Acumulação - Ponto Interior.
- Funções Reais de Variável Real - Gráfico de uma Função - Alguns tipos importantes de funções - Classificação das Funções - Composição de funções - Funções inversíveis - Operações com funções - Funções limitadas.
- Limite e Continuidade - Limite - Limites laterais - Infinitésimos - Limites infinitos - Limites laterais infinitos - Primeiro limite fundamental - Continuidade - Operações com funções contínuas.
- Diferenciabilidade - Diferencial de uma função - Derivadas laterais - Relação entre continuidade e diferenciabilidade - Operações com funções diferenciáveis - Derivadas das funções trigonométricas - Derivadas das funções inversas das trigonométricas - Derivadas de ordem superior - Funções de classe C^k - Máximos e mínimos - Estudo da concavidade de curvas - Localização de pontos de máximo e mínimo - Análise do gráfico de uma função - Extensões do teorema da média - Formas indeterminadas - Cálculo das formas indeterminadas.
- Integração - Integrais indefinidas - Teorema da substituição - Integração por partes - Integral definida - Integral como limite - Função integral - Relação entre integral indefinida e integral definida - Integração por substituição - Integração por partes - Construção da função logaritmo - Derivada da função logaritmo - Gráfico da função logaritmo - Logaritmo numa base a - Função exponencial - Derivada de funções que envolvem potências - Segundo limite fundamental - Cálculo de algumas integrais importantes - Funções hiperbólicas - Outras funções hiperbólicas - Derivadas - Funções inversas das hiperbólicas - Derivadas - Métodos de integração - Números complexos - Integração de funções racionais.
- Aplicações da Teoria de Integração - Área entre curvas - Cálculo de volumes de Rotação - Comprimento de arco para curvas regulares.
- c) Número de horas semanais : 8 horas
- d) Bibliografia: ^{Moise} Lang, Murnaghan, Demidovich, Tomas, Courant e Notas de Aula. (Táboas, Pôrto e Rodrigues)

Figura 5: Programa da disciplina *Cálculo Diferencial e Integral I* para o ano de 1973

Com isso, *Cálculo Avançado* passou a ser, de algum modo, a primeira disciplina específica obrigatória de análise oferecida ao curso, já que, além dos conteúdos de *séries* e *sequências* terem sido deslocados para ela, em seu programa constava a seguinte observação: *revisão do cálculo diferencial e integral com mais ênfase no rigor e demonstração do teorema fundamental*

como Bolzano-Weierstrass, Heine-Borel, termo de função inversa, funções implícitas, Teorema de Stokes geral etc. (Figura 9).



GOVERNO DO EST. DE SÃO PAULO
 FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
 Rua 10 n. 2527 - Telefones 2804 - 3802 - Caixa Postal 178
 CEP 13.500 - RIO CLARO - Est. de São Paulo - BRASIL

07

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
 CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
 2º Semestre de 1973 - 6 horas semanais
 Prof. Responsável: LUIZ ROBERTO DANTE

PROGRAMA

- I. Integração de funções contínuas. Continuidade uniforme para função de uma variável.
- II. Sequência e Séries Numéricas
 - (a) Sequências e séries numéricas
 Convergência, Critério de Cauchy, testes de convergência para Séries, Convergência absoluta, Séries alternadas.
 - (b) Sequências e séries de funções
 Convergência Uniforme, teste de Weierstrass, teoremas de Integração e derivação termo a termo, Séries de Potência, Operações com séries.
- III. Funções de várias Variáveis
 - (a) Noções topológicas no \mathbb{R}^n (apenas definições e exemplos): conjuntos abertos, fechados e compactos; vizinhanças; teorema de Bolzano - Weierstrass - Teorema de Heine - Borel.
 - (b) Funções de Várias Variáveis: definição, gráfico, limite, continuidade e continuidade uniforme.
 - (c) Funções Diferenciáveis
 Derivadas parciais, Derivadas de Ordem Superior, Funções de Classe C^n , Diferenciação de Funções Compostas, Funções Diferenciáveis, Relação entre Funções com Derivadas Parciais e Funções Diferenciáveis, Derivada Direcional, Gradiente, Plano Tangente a uma Superfície, Divergente e Rotacional.
 - (d) Máximos e Mínimos condicionados
 Multiplicadores de Lagrange.

DURAÇÃO: 90 horas -

BIBLIOGRAFIA: Courant, Thomas, Kaplan, Buck, Rudin, Demidovich, Widder, Flening, Knopp.

Figura 6: Programa da disciplina *Cálculo Diferencial e Integral II* para o ano de 1973

No terceiro ano, no programa de Variáveis Complexas e Matemática Aplicada I, encontramos os conteúdos de números complexos, funções analíticas, diferenciação, funções elementares, integral, séries de potências, resíduos e polos e cálculo de integrais reais impróprias (Figura 10). Esses três últimos pontos repetem-se, de modo idêntico, no programa do segundo semestre da disciplina Variáveis II, o que parece indicar que, apenas nessa matéria, eram trabalhados efetivamente os citados temas. Quanto à bibliografia, tanto Variáveis I quanto II indicam as obras de Churchil, Chaim e Alfors. Supomos que se tratavam, respectivamente, de Variáveis Complexas e suas Aplicações, Introdução às Funções de uma Variável Complexa e Complex Analysis, uma vez que tais obras já tinham edições publicadas.

Em 1974, ainda com a mesma bibliografia de sua antecessora, *Variáveis Complexas*, também, contempla os mesmos pontos da disciplina de 1973. Entretanto, do mesmo modo que observamos com o par *Cálculo Diferencial e Integral I* e *Cálculo Diferencial e Integral com uma Variável*, as indicações são mais vagas, mostrando, talvez, que o nível de detalhamento da disciplina tenha diminuído. Por exemplo, enquanto em 1973 o programa indica no título de *números reais* os pontos de *definição e propriedades, representação geométrica, forma polar, produtos, potências, quocientes e extração de raiz*; em 1974, esse mesmo título só inclui o ponto mais geral *propriedades algébricas*. *Matemática Aplicada*, também, segue com a mesma bibliografia de *Variáveis Complexas e Matemática Aplicada II*; seu programa, no entanto, distingue-se do anterior, passando a ser muito semelhante à segunda parte do programa de *Variáveis Complexas e Matemática Aplicada de 1965* (ver Figura 4). Uma vez que descrevemos o movimento que ocorreu nesse período envolvendo as disciplinas obrigatórias de interesse, vamos comentar algumas das optativas ofertadas.

4. a) Disciplina: Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I
- b) Conteúdo
- I - Jacobianos: Propriedades Gerais
Teoremas das funções implícitas e funções inversas.
- II - Integração de funções de várias variáveis
1. Integral simples como função de um parâmetro
 2. Continuidade de derivabilidade de uma integral em relação ao parâmetro
 3. Integrais de funções contínuas sobre regiões do plano \mathbb{R}^2 ou do espaço \mathbb{R}^3 .
 4. Avaliação das integrais e o teorema do valor médio.
 5. Redução da integral múltipla às integrais simples repetidas.
 6. Avaliação de uma integral múltipla quando se aplica uma transformação biunívoca sobre a região de integração.
 7. Aplicações das integrais múltiplas
- III - Integrais de Linha
1. Integral de linha no plano
 2. Propriedades fundamentais das integrais de linha
 3. A integral de linha como integral de vetor
 4. Relação entre uma integral de linha e a integral dupla: Teorema de Green (ou de Gauss no plano).
 5. Interpretação vetorial do Teorema de Green
 6. Integral de linha no espaço \mathbb{R}^3
 7. Integrais de linha que independem de curva de integração. Regiões simplesmente conexas.
 8. Extensões dos resultados às regiões multiplamente conexas.
 9. Aplicações.
- IV - Integrais de Superfícies
1. Área de superfície
 2. Superfícies em formas paramétricas
 3. Superfícies regulares e superfícies regulares por partes.
 4. Orientação de superfícies no \mathbb{R}^3 , segundo a normal (externa) à superfície.
 5. Conceito de integral de superfície
 6. Aplicações
- V - Teoremas sobre integrais de superfície
1. Teorema da divergência ou teorema de Gauss no espaço.
 2. Forma vetorial do teorema da divergência
 3. Teorema de Stokes
 4. Aplicações
- c) Número de horas semanais: 6 horas
- d) Bibliografia: Courant II, Kaplan, Buck Rudin, Fleming.

Figura 7: Programa de Cálculo Avançado e Equações Diferenciais I para o ano de 1973



GOVÉRNO DO EST. DE SÃO PAULO
 FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
 Rua 10 n. 2527 - Telefones 2804 - 3802 - Caixa Postal 178
 CEP 13.500 - RIO CLARO - Est. de São Paulo - BRASIL

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
 CURSO DE CÁLCULO AVANÇADO E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS II
 2º semestre letivo - 1973 - 6 horas semanais
 Prof. Responsável: IRWEN VALLE GUADALUPE

PROGRAMA

1. Introdução e nomenclatura
2. Equações Diferenciais de Variáveis Separáveis
 - i) Equações homogêneas
 - ii) Casos reduzíveis a uma equação homogênea.
3. Equações diferenciais exatas
 - i) Equação diferencial linear
 - ii) Equação de Bernouille
 - iii) Equação de Riccati
4. Teorema de existência e unicidade
5. Aplicações do processo de Piccard.
6. Sistemas de equações diferenciais ordinárias
7. Equação de ordem n escrita como um sistema n -dimensional
8. Sistemas de equações diferenciais lineares.
9. Equação linear de ordem n
10. Aspectos qualitativos sobre equações diferenciais ordinárias

Prof. Irwen Valle Guadalupe

Mario Tourasse Teixeira
 Prof. Dr. Mario Tourasse Teixeira
 Chefe do Depto. de Matemática

Figura 8: Programa de Cálculo Avançado e Equações Diferenciais II para o ano de 1973

Em 1973, *Análise Real*, cujos tópicos tratavam, basicamente, da teoria da medida e integração de Lebesgue (*medida exterior, conjuntos mensuráveis e medida de Lebesgue, funções mensuráveis, integral de Riemann, a integral de Lebesgue de uma função limitada, a integral geral de Lebesgue, diferenciação de funções monótonas, funções de variação limitada, diferenciação de uma integral*), trazia como livro texto a obra de Halsey Royden, *Real Analysis*. Em 1975, *Análise Real* é, novamente, oferecida e a bibliografia se mantém; entretanto, o programa sofre alguma alteração, os três pontos-chave passam a ser *o sistema dos números reais, medida de Lebesgue e a integral de Lebesgue* (Figura 11)

Ainda em 1973, foi oferecida a optativa *Análise no R^n* , que dava um tratamento, aparentemente, mais analítico aos conteúdos vistos em *Cálculo Diferencial e Integral com Várias Variáveis*. Nela, estudava-se o *espaço euclidiano n -dimensional, funções vetoriais com valores vetoriais, derivadas de funções vetoriais com valores vetoriais, máximos e mínimos relativos e os teoremas da função inversa e da função implícita*. Como referências bibliográficas são indicadas *Introdução à Análise* de José de Barros Neto, *Análise no Espaço R^n* de Elon Lages Lima, *Analysis I* de Serge Lang, *Calculus on Manifolds* de Michael Spivak e *Differential Calculus* de Henri Cartan. Essa optativa é oferecida novamente em 1974, porém sem alteração em seu programa.

Por fim, em 1974, a optativa *Tópicos de Análise* é a primeira disciplina específica de análise a trazer, de uma maneira geral, a estrutura “canônica” de um tal curso (isso é a estrutura como a encontrada em livros atuais de análise como os de Geraldo Ávila e Elon Lages Lima). Seu programa tratava de *números reais, limites, funções deriváveis, integral e relações entre derivação e integração*. *Análise na Reta*, edição de 1973, de Djairo Figueiredo, é a única referência indicada em seu programa (Figura 12).



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
 Rua 10 n. 2527 - Telefones 2804 - 3802 - Caixa Postal, 178
 CEP 13500 - RIO CLARO - SP - BRASIL

Departamento de Matemática
 Curso de MATEMÁTICA
 Disciplina : CÁLCULO AVANÇADO - Código M 11
 Número Total de Horas : 90
 Número de Créditos : 06

PROGRAMA

Sequências. Teorema de Bolzano-Weierstrass, Heine - Borel e outros Séries. Testes de convergência. Convergência absoluta e uniforme. Derivação e integração termo a termo. Espaços de funções. Convergência uniforme, em média, etc. Convexidades. Funções convexas e máximos e mínimos. Introdução à Teoria da integração.

[Revisão do Cálculo Diferencial e Integral com mais ênfase no rigor e demonstração do teorema fundamental como Bolzano-Weierstrass, Heine Borel, termo de função inversa, funções implícitas, Teorema de Stokes geral, etc.]

Bibliografia : Kaplan - Lewis, Rudin, Buck, Fleming, Courant, Knopp.

Luiz Roberto Dante
 Prof. Luiz Roberto Dante
 Prof. Responsável

Mário Tourasse Teixeira
 Prof. Dr. Mário Tourasse Teixeira
 Chefe do Depto. Matemática

Figura 9: Programa de Cálculo Avançado para o ano de 1974

9. a) Disciplina: Variáveis Complexas e Matemática Aplicada I.
- b) Conteúdo:
- I - Números Complexos: Definição e Propriedades.
Representação Geométrica.
Forma Polar. Produtos, Potências, Quocientes. Extração de Raiz.
 - II - Funções Analíticas
Função Variável Complexa. Limites. Teorema de Limites. Continuidade.
 - III - Funções Analíticas: Diferenciação. Fórmulas. Condições de Cauchy-Riemann. Condição Suficiente.
Funções Analíticas e Funções Harmônicas.
 - IV - Funções Elementares. Função Exponencial.
Funções Trigonométricas.
Função Logarítmica. Propriedades.
Funções Trigonométricas inversas.
 - V - Integral
Contorno. Parametrização. Comprimento do arco. Integrais definidas. Integrais de linha. Exemplos.
Teorema de Cauchy-Goursat. Consequências. (Regiões simplesmente conexas).
Integral indefinida. Fórmula integral de Cauchy.
Derivadas de funções analíticas.
Teorema de Morera, Teorema de Liouville
Máximo Módulo de funções. Teorema fundamental da Álgebra.
 - VI- Séries de Potências: Série de Taylor. Observações e exemplos
Série de Laurent.
Propriedades de séries. Convergência uniforme.
Integração e diferenciação de séries de potências
Unicidade de representação por série de potências
Zeros de Função Analítica
 - VII- Resíduos e Pólos. Resíduo e Teorema do Resíduo.
Pólos. Quocientes de Funções analíticas.
 - VIII- Cálculo de integrais reais impróprias
Integrais impróprias envolvendo funções trigonométricas.
Integrais definidas de funções trigonométricas.
- c) Nº de horas semanais: 4 horas
- d) Bibliografia: Churchill, Chain, Alfors.

Figura 10: Programa de Variáveis Complexas e Matemática Aplicada I para o ano de 1973



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
Rua 10 n. 2527 - Telefones 2804 - 3802 - Caixa Postal 178
13.500 - RIO CLARO - Estado de São Paulo - BRASIL

41

Departamento de Matemática
Curso de Matemática - 2º período letivo - 1975
Análise Real - (optativa) Teoria da Medida
Prof. Responsável : Solange Mancini
Carga Horária Semanal : 04 horas

Conteúdo

1. O Sistema de Números Reais
 - a) Axiomas para os números reais;
 - b) Os números reais estendidos;
 - c) Funções contínuas;
 - d) Conjuntos de Borel
2. Medida de Lebesgue
 - a) Medida exterior;
 - b) Conjuntos mensuráveis e medida de Lebesgue;
 - c) Um conjunto não mensurável;
 - d) Funções mensuráveis
3. A integral de Lebesgue
 - a) A integral de Riemann;
 - b) A integral de Lebesgue de uma função limitada; sobre um conjunto de medida finita;
 - c) A integral de uma função não negativa;
 - d) A integral de Lebesgue geral.

Bibliografia

Real Analysis : H.L.Hoyden

Figura 11: Parte do programa da optativa *Análise Real* para o ano de 1975



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
 Rua 10 n. 2527 - Telefones 2804 - 3802 - Caixa Postal, 178
 CEP 13500 - RIO CLARO - SP - BRASIL

26

Departamento de Matemática
 Curso de MATEMÁTICA
 Disciplina: TÓPICOS DE ANÁLISE (Optativa) - Código
 Número total de horas : 60
 Número de Créditos : 04

PROGRAMA

- CAP. 1 : Os números Reais
- 1.1 - Conjuntos e Funções
 - 1.2 - Os números Racionais
 - 1.3 - Inf e Sup
 - 1.4 - Os Números Reais
 - 1.5 - Desigualdades
- CAP. 2 : Limites
- 2.1 - Topologia e Convergência
 - 2.2 - Seqüências de funções
- CAP. 3 : Funções Deriváveis
- 3.1 - A derivada
 - 3.2 - Operações com funções deriváveis
 - 3.3 - Derivação de funções compostas
 - 3.4 - O Teorema do valor médio
- Cap. 4 : A Integral
- 4.1 - A noção de área
 - 4.2 - Integral superior e inferior
 - 4.3 - A integral
 - 4.4 - A integral como limite.
- CAP. 5 - Relações entre Derivação e Integração
- 5.1 - Existência de primitivas
 - 5.2 - O Teorema fundamental do Cálculo
 - 5.3 - Mudança de variável nas integrais
 - 5.4 - Integração por partes
 - 5.5 - Teoremas do valor médio p/integrais

Bibliografia : Figueiredo, Djairo Guales - Análise na Reta,
 IMPA, Rio de Janeiro (1973).

Calendário - 4 horas - aula semanais
 Terças feiras - 14 às 18 horas

Ed
 Prof. Edison Righeto

Figura 12: Programa da optativa Tópicos de Análise para o ano de 1974

A DISCIPLINA DE ANÁLISE NO IGCE DA UNESP

A partir de 1976, o curso de matemática da FFCL de Rio Claro passa a funcionar no recém criado IGCE da UNESP. Nesse ano, também, é criada a modalidade bacharelado. Esses dois eventos originaram mudanças na própria licenciatura. O movimento de algoritmização dos antigos cursos de *Análise Matemática* (posteriormente *Cálculo Diferencial e Integral*) que, num primeiro momento, acarreta na criação de disciplinas optativas que davam mais rigor aos conteúdos vistos anteriormente, agora, culmina na inserção de uma disciplina obrigatória de análise, segundo o que entendemos por análise nos dias de hoje. Esse cenário, entretanto, só se estabelece um pouco depois; em 1976, o panorama geral do curso segue os mesmos moldes do que já descrevemos para os anos de 1973 e 1974.

Considerando-se, então, esse movimento claro de separação das disciplinas de análise das de cálculo, passaremos a falar, daqui por diante, apenas das disciplinas específicas de análise. Reportaremos, no entanto, às disciplinas de cálculo sempre que isso for necessário e trazer elementos importantes para a compreensão do movimento geral que descrevemos. Semelhantemente, devemos nos centrar nos programas dessa disciplina para o curso de licenciatura sem, no entanto, deixar de fazer menções ao bacharelado quando for conveniente. Isso posto, prossigamos com nossas colocações.

1976 – 1981

Em 1977, a modificação, que há pouco comentamos, efetivou-se. Infelizmente, não conseguimos encontrar a sequência curricular das disciplinas para esse ano, entretanto, por meio do simples elenco das disciplinas, da sequência curricular do bacharelado, que era a mesma da licenciatura até o segundo ano, conseguimos montar uma possível seriação para o ano de 1977 (Quadro 4). Antes de nos reportarmos ao currículo de 1977, no entanto, gostaríamos de comentar alguns programas de disciplinas de análise que surgiram até meados de 1979, quando se formou a última turma que ingressou com o currículo antigo, ou seja, o currículo que estava em vigor até 1976.

Quadro 4: Possível seriação do curso de licenciatura para os ingressantes de 1977 a 1980.

1º Ano	Cálculo Diferencial e Integral Álgebra Geometria Analítica Complementos de Matemática Física Geral e Experimental I Educação Física D. Geométrico e G. Descritiva I	2º Ano	Cálculo Avançado Análise Matemática Álgebra Linear Probabilidade e Estatística Teoria dos Números Cálculo Numérico Física Geral e Experimental II D. Geométrico e G. Descritiva II
3º Ano	Topologia Geometria Superior Teoria dos Conjuntos Variáveis Complexas Equações Diferenciais Didática I Didática II Psicologia Educacional I Psicologia Educacional II Fundamentos de Matemática Geometria I	4º Ano	História da Matemática Introdução à Programação Linear Psicologia Educacional III Prática de Ensino do 1º Grau Prática de Ensino do 2º Grau Geometria II EPB Estrutura e Funcionamento do Ensino de 1º e 2º Graus Optativa I Optativa II

* * *

Sob o nome de *Tópicos de Análise*, a optativa de 1977, oferecida para o oitavo período, guarda poucas semelhanças com a homônima de 1974. Ao contrário daquela, não cobre todo o conteúdo que, habitualmente, se vê em disciplinas de análise. Seus oito pontos tratam de *limites, continuidade, derivada, seno e cosseno, teorema do valor médio, esboço de curvas, funções inversas e expoentes e logaritmos*. O objetivo da disciplina: *desenvolver o raciocínio lógico e intuição geométrica, além de promover a aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático*. Na bibliografia, temos indicações de livros que eram referências básicas das disciplinas de *Cálculo Diferencial e Integral* e *Cálculo Avançado*, como Lang, Moise e Courant; além do livro de análise de Figueiredo (Figura 13)

Em 1978 é oferecida a primeira disciplina obrigatória específica de análise: *Análise Matemática*. Disciplina do oitavo período do curso tratava de *integração, integral imprópria, sequências e séries numéricas e séries*

de potências. O seu conteúdo programático, pouco convencional por iniciar em integração, parece funcionar como uma espécie de complementação ao que era visto em *Cálculo Avançado* em 1976²⁰: *definição de Análise Matemática, racionais, limites de funções, definição de sequência, definição de função, derivadas, continuidade, noções de integral*. Os objetivos apresentados são os mesmos de *Tópicos de Análise* de 1977 e a bibliografia só difere do dessa disciplina pela exclusão de Lang dentre as obras indicadas (Figura 14). Ressalta-se que os alunos do oitavo período de 1978 ingressaram em 1975, por isso cursaram *Cálculo Avançado* em 1976 e *Análise Matemática* em 1978. Desse modo, essa disciplina, além de complementar os pontos vistos dois anos antes, também, parece ter sido incluída de modo a aproximar o currículo antigo ao novo, no qual constava uma disciplina obrigatória de análise para o segundo ano.

Agora já com currículo implantado em 1977, no ano seguinte, temos a oferta de *Análise Matemática* como obrigatória para o curso de licenciatura. Sua ementa pouco diferia da apresentada para *Tópicos de Análise* de 1974, sendo que seus objetivos eram os mesmos das duas últimas disciplinas de análise que comentamos, ou seja, não tocavam a questão da formação do professor, dizendo apenas da sua importância para a formação de um matemático. Os conteúdos trabalhados tratavam de *sequências e séries numéricas, funções reais, derivação, integração e sequência e séries de funções*. Novamente, o livro de Figueiredo aparece como referência principal, e, pela primeira vez, são referências também o livro *Curso de Análise* de Elon Lages Lima, e *Princípios de Análise Matemática* de Walter Rudin, *Análise I* de Serge Lang e *The Elements of Real Analysis* de Robert Bartle (Figura 15).

²⁰ Em Otero-Garcia,384-388; tem-se o diário de classe de *Cálculo Avançado*.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
Rua 10 n. 957 - Telefones 24-9804 - 24-3802 - Caixa Postal, 178
13-500 - RIO CLARO - Estado de São Paulo - BRASIL



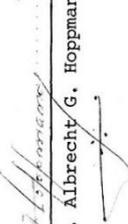
GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
Rua 10 n. 957 - Telefones 24-9804 - 24-3802 - Caixa Postal, 178
13-500 - RIO CLARO - Estado de São Paulo - BRASIL



VII - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. Lang, S. - Cálculo
2. Moise, E.E. - Cálculo - vol I.
3. Courant, R. - Cálculo Diferencial e Integral - vol. I.
4. Figueiredo, D.A. - Análise I.

Rio Claro, 20 de junho de 1.977.


Prof. Dr. Albrecht G. Hoppman

Visto:


Prof. Dr. Irineu Bicudo
Chefe do Depto. de Matemática e Estatística

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIO CLARO
Rua 10 n. 957 - Telefones 24-9804 - 24-3802 - Caixa Postal, 178
13-500 - RIO CLARO - Estado de São Paulo - BRASIL



DISCIPLINA : Tópicos de Análise (Optativa)

CURSO : Matemática

DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL : Matemática e Estatística

PERÍODO E ANO LETIVO : 8º período - 1977

DOCENTE : Prof. Dr. Albrecht G. Hoppmann

CRÉDITOS : 4 (quatro) - 60 horas

I - OBJETIVOS

- Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um Matemático.

II - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1. Limites.
2. Continuidade.
3. A derivada
4. Seno e co-seno
5. O Teorema do Valor Médio
6. Esboços de Curvas.
7. Funções Inversas.
8. Expoentes e Logaritmos.

III - MÉTODOS DE ENSINO UTILIZADOS

Aulas teóricas e práticas

IV - ATIVIDADES DISCENTES

Frequência às aulas teóricas e práticas

V - CARGA HORÁRIA

60 horas - aulas teóricas e práticas

VI - CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO.

O aproveitamento do Curso poderá ser medido, por meio de: provas escritas, trabalhos e seminários.

Figura 13: Parte do programa da optativa *Tópicos de Análise* no ano de 1977.

<p>UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "Júlio de Mesquita Filho" INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS Campus de Rio Claro</p> <p style="text-align: right;">00001</p> <p><u>DISCIPLINA</u> : Análise Matemática <u>CURSO</u> : Licenciatura Plena em Matemática (1975) <u>DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL</u> : Matemática e Estatística <u>PERÍODO E ANO LETIVO</u> : 8º período - 2º semestre de 1978 <u>DOCENTE</u> : Prof. João Ivo Bertolo <u>CRÉDITOS</u> : 04 horas semanais - 60 horas</p> <p><u>I - OBJETIVO</u></p> <p>- Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um Matemático.</p>	<p>UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "Júlio de Mesquita Filho" INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS Campus de Rio Claro</p> <p style="text-align: right;">000</p> <p><u>IV - ATIVIDADES DISCENTES</u></p> <p>1) Frequência às aulas teóricas 2) Desenvolvimento das listas de exercícios propostas.</p> <p><u>V - CARGA HORÁRIA</u></p> <p>60 (sessenta) horas</p> <p><u>VI - CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO</u></p> <p>O aproveitamento no curso poderá ser medido, por meio de provas escritas.</p> <p><u>VII - BIBLIOGRAFIA BÁSICA</u></p> <p>1. Moise, E.E. - Cálculo - vol. I 2. Courant, R. - Cálculo Diferencial e Integral - vol. I 3. Figueiredo, D.A. - Análise I</p> <p>Rio Claro, agosto de 1978.</p> <p style="text-align: right;"> Prof. João Ivo Bertolo</p> <p>Visto:</p> <p style="text-align: right;"> Prof. Dra. Eurides Alves de Oliveira Sub Chefe do Depto. de Matemática e Estatística no exercício da Chefia.</p>
---	--

Figura 14: Parte do programa da disciplina *Análise Matemática* do curso de matemática do IGCE da UNESP (Currículo de 1975, oferecida para 8º período, de 1978).

DISCIPLINA : Análise Matemática
 CURSO : Licenciatura em Matemática
 PERÍODO E ANO LETIVO :
 DOCENTE :
 CRÉDITOS : 06- 90 horas/aula.

I- OBJETIVO

Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático.

II- CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1. Sequências e Séries Numéricas.

Sequência convergente, limitada e monótona. Sequência de Cauchy. Critério de Cauchy. Sub-sequência. Série Convergente. Critério de Cauchy. Critérios de convergência. Séries absolutamente convergentes. Séries condicionalmente convergentes.

2. Funções Reais.

Funções Limites. Continuidade. Continuidade uniforme.

3. Derivação.

Derivada. Derivada das funções inversa e composta. Fórmula de Taylor. Série de Potência. Série de Taylor. Funções trigonométricas através de séries de potências.

4. Integração.

Integral superior e Integral inferior. Integral. Função Integrável. A integral como limite. Condição necessária e suficiente de integrabilidade. Relação entre derivação e integração.

5. Sequências e Séries de funções.

Sequência de funções. Série de funções. Convergência uniforme. Convergência uniforme e derivação. Convergência uniforme e integração. Função contínua sem derivada em ponto algum. Teorema de Arzela e Weierstrass.

III- MÉTODO UTILIZADO

Aulas expositivas.

IV- ATIVIDADES DISCENTES

Frequência às aulas e trabalhos (exercícios).

V- CARGA HORÁRIA

90 horas/aula.

VI- CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Provas e trabalho (exercícios).

VII- BIBLIOGRAFIA

Livro texto: Figueiredo, D.G.- Análise I (L.T.C.).

Bibliografia complementar:

1. Lima, E.L.- Curso de Análise- vol. I.
2. Rudin, W.- Princípios de Análise Matemática.
3. Lang, S.- Análise I.
4. Bartle, R.G.- The Elements of Real Analysis.

Figura 15: Programa de Análise Matemática para o ano de 1978.

1981 – 1993²¹

Em 1981, há uma nova alteração no currículo do curso de licenciatura em matemática. A partir de então, *Análise Matemática* passa a ser denominada *Análise Real*. O programa da disciplina, no entanto, é o mesmo de 1978. Ainda nesse período, destaca-se, sobre a modalidade bacharelado, as disciplinas *Análise no \mathbb{R}^n* , *Introdução à Análise Funcional* e *Tópicos de Análise Matemática* que traziam vários dos pontos antes tratados nas disciplinas de *Análise Matemática* e *Análise Superior* da FFCL; mais um ponto a favor da nossa hipótese de que naqueles cursos o tratamento dado era essencialmente analítico.

Apesar de o currículo de 1981 indicar validade até 1984, encontramos em 1982 um programa de uma disciplina de análise que diferia daquele de *Análise Real*. Novamente, sob o nome de *Análise Matemática*, o ponto fundamental a se destacar nessa disciplina é a inserção de um primeiro item com a *construção axiomática dos números reais*. Além disso, os tópicos de *sequências e séries numéricas*, em vez de serem vistos no início da disciplina, constam no fim dela, juntamente com *séries e sequências de funções* (Figura 16). Essa diferença, não remete a uma tendência, visto que os programas que se seguiram tornaram a denominar a disciplina de análise de *Análise Real* e, mais que isso, conteúdos, objetivos e ementa seguiram o panorama já apresentado para 1978, e que se repetiu em 1984 (ver Figura 17). Na realidade, a partir de 1978, a disciplina permanece cristalizada até 1993.

Semelhantemente ao que relatamos sobre 1982, encontramos, em pastas de 1989/1990, programas de disciplina de análise, soltos, sem data, que não coincidem com os demais encontrados para o mesmo período. Destacamos um programa de uma disciplina denominada *Análise Real*. O ponto mais relevante desse programa são os objetivos indicados

²¹ Em Otero-Garcia, 360-383, temos não só os documentos que usamos para compor o Quadro 4, como os programas das disciplinas que serão comentadas a seguir.

para a disciplina. Embora ainda não seja feita nenhuma menção à questão da formação do professor, ao menos, os objetivos de *desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica e aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático*, presentes *ipsis literis* há vários anos nos programas de disciplinas de análise, foram alterados: “desenvolvimento de um raciocínio lógico de cálculo diferencial e integral para funções de uma variável real, apresentando conceitos matemáticos de forma clara e rigorosa” (Figura 18).

1994 – 2013

Em 1994 e 1995, a disciplina de *Análise Real* sofre apenas uma alteração com relação ao da homônima de 1984: a inclusão do livro *Introdução à Análise Matemática*. A edição de 1993 desse livro de Geraldo Ávila passa, assim, a constar como livro-texto da disciplina, juntamente com *Análise I* de Djairo, que já constava antes (Figura 19).

Em 1996, *Análise Real*, que contava com seis aulas semanais, desmembra-se em *Análise Matemática I* e *Análise Matemática II*, cada qual com quatro. O conteúdo da primeira delas: *números reais, seqüências de números reais, séries numéricas, limites de funções, funções contínuas, derivadas e fórmulas de Taylor e Aplicações*. Na segunda, *integral de Riemann, integração e derivação e seqüências e séries de funções*. Nos objetivos de ambas, novamente, não são tocadas questões de formação de professores, neles fala-se apenas de um refinamento das ideias introduzidas nos cálculos. Com relação à bibliografia, em *Análise Matemática I*, prosseguem os livros de Lima, Bartle, Rudin, Figueiredo e Ávila. O livro de Lang deixa de constar das referências, ao passo que são incluídos os *Análise Real* de Elon Lages Lima e *Introduction to Classical Real Analysis* de Karl Stromberg. Em *Análise Matemática II*, a bibliografia é a mesma, exceção para o livro de Ávila (Figuras 20 e 21).

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"

"CAMPUS" DE RIO CLARO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Departamento: Matemática e Estatística

Disciplina: ANÁLISE MATEMÁTICA

Curso: Matemática (Licenciatura)

Período ou Ano Letivo: 1.982

Docente:

Créditos: 06 (seis) - 90 horas/aula

Número máximo de alunos por turma:

I - OBJETIVOS

Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático.

II - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

I - Números reais: construção axiomática dos números reais. Cardinalidade e conjuntos.

II - Função real de variável real

1. Continuidade. Continuidade uniforme. Continuidade em conjuntos compactos e conexos.

2. Derivação e Integração. Derivada da inversa de uma função. Máximos e mínimos. Convexidade. Integral superior e inferior. Condições de integrabilidade. Teorema fundamental do cálculo.

3. Integração imprópria. Critérios de convergência e divergência.

III - Sequência e série

1. Sequências e séries numéricas. Limite superior e inferior de uma sequência. Critérios de convergência. Convergência absoluta e condicional.

2. Sequência de funções. Série de funções. Testes de convergência. Convergência uniforme. Convergência uniforme e continuidade. Convergência uniforme e derivação. Convergência uniforme e integração. Família equicontinua de funções. Teorema da aproximação de Weierstrass. Série de Potências. Teoria Taubériana. Série de Fourier.

III - MÉTODOS UTILIZADOS

O curso será desenvolvido através de:

1. Aulas teóricas

2. Aulas práticas

3. Trabalho extra-sala por meio de listas de exercícios

IV - ATIVIDADES DISCENTES

1. Frequência às aulas teóricas

2. Desenvolvimento das listas de exercícios proposta

V - CARGA HORÁRIA POR ATIVIDADE

90 (noventa) horas

VI - CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

O aproveitamento no curso será medido, por meio de provas escritas.

VII - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

LANG, S. - Analysis I.

FIGUEIREDO, D.G. - Análise I.

RUDIN, W. - Principles of Mathematical Analysis.

Figura 16: Programa da disciplina *Análise Matemática* para o ano de 1982.

Departamento: Matemática e Estatística
Disciplina: ANÁLISE REAL
Curso: Licenciatura e Bacharelado em Matemática
Período ou Ano Letivo: 1984
Docente:
Créditos: 06 (seis) - 90 horas/aula
Número máximo de alunos por turma:

I - OBJETIVOS

Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático.

II - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1. Sequências e Séries Numéricas
Sequência convergente, limitada e monótona. Sequência de Cauchy. Critério de Cauchy. Sub-sequência. Série Convergente. Critério de Cauchy. Critérios de convergência. Séries absolutamente convergentes. Séries condicionalmente convergentes.
2. Funções Reais.
Funções Limites. Continuidade. Continuidade uniforme.
3. Derivação.
Derivada. Derivada das funções inversa e composta. Fórmula de Taylor. Série de Potência. Série de Taylor. Funções trigonométricas através de séries de potências.
4. Integração.
Integral superior e integral inferior. Integral. Função integrável. A integral como limite. Condição necessária e suficiente de integrabilidade. Relação entre derivação e integração.
5. Sequências e Séries de funções.
Sequência de funções. Série de funções. Convergência uniforme. Convergência uniforme e derivação. Convergência uniforme e integração. Função contínua sem derivada em ponto algum. Teorema de Arzela e Weierstrass.

III - MÉTODO UTILIZADO

Aulas expositivas.

IV - ATIVIDADES DISCENTES

Frequência às aulas e trabalhos (exercícios)

V - CARGA HORÁRIA POR ATIVIDADE

90 horas/aula

VI - CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Provas e trabalhos (exercícios)

VII - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

Livro texto: Figueiredo, D.G. - Análise I (L.T.C.)

Bibliografia complementar:

1. Lima, E.L. - Curso de Análise - Vol. 1
2. Rudin, W. - Princípios de Análise Matemática
3. Lang, S. - Análise I.
4. Bartle, R.G. - The Elements of Real Analysis.

Figura 17: Programa da disciplina *Análise Real* para o ano de 1984.

unesp  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
 "CAMPUS" DE RIO CLARO
 INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Departamento: Matemática e Estatística
 Disciplina: ANÁLISE REAL
 Curso: Matemática (Licenciatura)
 Período ou Ano Letivo:
 Docente:
 Créditos: 04 (quatro) - 60 horas/aula
 Número máximo de alunos por turma:

I - OBJETIVOS

Desenvolvimento de um raciocínio lógico de cálculo diferencial e integral para funções reais de uma variável real, apresentando conceitos matemáticos de forma clara e rigorosa, preparando o aluno para um melhor envolvimento com a Matemática.

II - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

I - Números reais; construção
 Cardinalidade e conjuntos

II - Função real de variável real
 1. Continuidade. Continuidade uniforme. Continuidade em conjuntos compactos e conexos.
 2. Derivação e Integração Derivada da inversa de uma função. Máximos e Mínimos. Convexidade. Integral Superior e Inferior. Condições de integridade. Teorema fundamental do cálculo.
 3. Integração imprópria. Critérios de convergência e divergência.

III - Sequência e Série
 1. Sequências e séries numéricas. Limite superior e inferior de uma sequência. Critérios de convergência. Convergência absoluta e condicional.
 2. Sequência de funções. Série de funções. Testes de convergência. Convergência uniforme. Convergência uniforme e continuidade. Convergência uniforme e derivação. Convergência uniforme e integração. Família equicontínua de funções. Teorema de aproximação de Weirstrass. Série de potências. Série de Fourier.

III - MÉTODOS UTILIZADOS

1. Aulas teóricas
 2. Aulas práticas (resolução de exercícios)

IV - ATIVIDADES DISCENTES

Frequências às aulas teóricas e práticas e resolução de exercícios propostos.

V - CARGA HORÁRIA POR ATIVIDADE

Aulas teóricas e práticas: 60 horas

VI - CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

1. Provas teóricas e práticas escritas e orais
 2. Trabalhos extra-classe
 3. Seminários

VII - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

LANG, S. - Analysis I
 FIGUEIREDO, D.G. - Análise I
 RUDIN, W. - Principles of Mathematical Analysis

Figura 18: Programa de disciplina denominada *Análise Real* de ano indeterminado.

PROGRAMA DE ENSINO DE DISCIPLINA		INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS		1994	
CURSO: MATEMÁTICA (LICENCIATURA E BACHARELADO)		DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL: MATEMÁTICA			
DOCENTE(S) RESPONSÁVEL(EIS): ALICE KIMIE MIWA LIBARDI		IDENTIFICAÇÃO:			
CODIGO	DISCIPLINA	SERIAÇÃO IDEAL	ANUAL/SEM		
MMA4085	ANÁLISE REAL		Semestral		
OBRIG/OPTATIVA	PRÉ E CO-REQUISITO	CREDITOS	CARGA HORÁRIA TOTAL		
OBRIGATORIA		06	90 horas/aula		
TEORICA PRATICA	TEOR/PRAT.	OUTRAS AULAS TEOR.	AULAS PRAT.	TEOR/PRAT	OUTRAS
OBJETIVOS (ao término da disciplina o aluno deverá ser capaz de)					
Desenvolvimento de um raciocínio lógico e intuição geométrica. Aprendizagem de conceitos e técnicas necessárias à formação de um matemático.					
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO (título e discriminação das unidades)					
<p>1. Sequência e Séries Numéricas. Sequências Convergentes, Limitada e Monótona. Sequência de Cauchy. Critério de Cauchy. Sub-sequência. Série Convergente. Critério de Cauchy. Critérios de Convergência. Série Absolutamente Convergentes. Séries Condicionalmente Convergentes. 2. Funções Reais. Funções Limites. Continuidade. Continuidade Uniforme. 3. Derivação - Derivada. Derivada das Funções Inversas e Compostas. Fórmula de Taylor. Séries de Potência. Série de Taylor. Funções Trigonométricas através de Séries de Potências. 4. Integração. Integral Superior e Integral Inferior. Integral. Função Integrável. A Integral como Limite. Condição necessária e suficiente de Integrabilidade. Relação entre Derivação e Integração. 5. Sequências e Séries de Funções. Sequência de Funções. Série de Funções. Convergência Uniforme. Convergência Uniforme e Derivação. Convergência Uniforme e Integração. Função Contínua sem Derivada em ponto algum. Teorema de Arzela e Weierstrass.</p>					
METODOLOGIA DE ENSINO					
O curso será desenvolvido através de aulas expositivas.					
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM					
A avaliação será realizada através de provas e trabalhos (exercícios).					
EMENTA (tópicos que caracterizam as unidades dos programas de ensino)					
Sequências e Séries Numéricas. Sequência Convergentes. Sequência de Cauchy. Série Convergente. Critério de Cauchy. Funções Reais. Funções Limites. Continuidade. Derivação. Derivada das Funções Inversas. Séries de Potência. Integração. Função Integrável. Relação entre Derivação e Integração. Séries de Funções e Séries de Funções. Convergência Uniforme. Teorema de Arzela e Weierstrass.					
BIBLIOGRAFIA BÁSICA					
<p>1. Livro Texto: ÁVILA, G.S. - Introdução à Análise Matemática, LTC - São Paulo, 1993. FIGUEIREDO, D.G., Análise - I (L.T.C.) Bibliografia Complementar: 2. LIMA, E.L., Curso de Análise - vol. I. 3. RUDIN, W., Princípios de Análise Matemática. 4. LANG, S., Análise I. 5. BARTLE, R.G., The Elements of Real Analysis.</p>					

Figura 19: Reprodução do programa de 1994 da disciplina Análise Real.

PROGRAMA DE ENSINO DE DISCIPLINA									
CURSO: MATEMÁTICA									
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS									
1996									
DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL: MATEMÁTICA									
DOCENTE(S) RESPONSÁVEL(EIS): NATIVI VIANA PEREIRA BERTOLO									
IDENTIFICAÇÃO:									
CODIGO		DISCIPLINA		SERIAÇÃO IDEAL		ANUAL/SEM			
MMA 5057		ANÁLISE MATEMÁTICA I		SEMESTRE		1o.			
OBRIG/OPTATIVA		PRÉ E CO-REQUISITO		CRÉDITOS		CARGA HORÁRIA TOTAL			
OBRIGATORIA		PRÉ-REQUISITO-MMA4930		04		60			
TEORICA		PRÁTICA		TEOR/PRAT.		AULAS PRAT.		TEOR/PRAT OUTRAS	
OBJETIVOS (ao término da disciplina o aluno deverá ser capaz de) É o refinamento e a conceitualização precisa dos conceitos introduzidos no Cálculo, bem como preparar o aluno para os desenvolvimentos subsequentes da Matemática.									
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO (título e discriminação das unidades)									
<ol style="list-style-type: none"> 1. Números Reais. 2. Sequências de Números Reais. 3. Séries Numéricas. 4. Limites de Funções. 5. Funções Contínuas. 6. Derivadas. 7. Fórmulas de Taylor e Aplicações 									
METODOLOGIA DE ENSINO									
Através de aulas expositivas.									
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM									
A Avaliação será feita através de provas e trabalhos (exercícios).									
EMENTA (tópicos que caracterizam as unidades dos programas de ensino)									
Construção de Números Reais. Sequências e Séries Numéricas. Limite e Continuidade de Funções Reais a Valores Reais. Derivada de Função Real a Valores Reais.									
BIBLIOGRAFIA BASICA									
<ol style="list-style-type: none"> 1. LIMA, E.L. - Análise Real. Volume 1 - Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1989. 2. LIMA, E.L. - Curso de Análise - volume 1 - Projeto Euclides, IMPA, 1989 6a. edição. 3. STROMBERG, K.R. - An Introduction to Classical Real Analysis. Wadsworth Inc. 1981. 4. BARTLE, R.G. - Elementos de Análise Real. Editora Campus, 1983. 5. RUDIN, W. - Principles of Mathematical Analysis, 3a. edição. 6. FIGUEIREDO, D.G. - Análise I - Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1975. 7. AVILA, G.S. - Introdução à Análise, Editora Edgard Blucher, SP, 1993. 									

Figura 20: Reprodução do programa de 1996 da disciplina Análise Matemática I.

PROGRAMA DE ENSINO DE DISCIPLINA			
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS			
CURSO: MATEMÁTICA (LICENCIATURA E BACHARELADO)			
DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL: MATEMÁTICA			
1996			
DOCENTE(S) RESPONSÁVEL(ES): ANTONIO GELONEZE NETO			
IDENTIFICAÇÃO:			
CODIGO	DISCIPLINA	SERIAÇÃO IDEAL	ANUAL/SEM
MMA 5065	ANÁLISE MATEMÁTICA II	SEMESTRAL	2o.
OBRIG/OPTATIVA	PRÉ E CO-REQUISITO	CRÉDITOS	CARGA HORÁRIA TOTAL
OBRIGATORIA	PRE-REQUISITO-MMA4930	04	60
TEÓRICA	PRÁTICA	TEOR/PRAT.	OUTRAS
		AULAS TEOR.	AULAS PRAT.
<p>OBJETIVOS (ao término da disciplina o aluno deverá ser capaz de)</p> <p>Der continuidade à conceituação precisa e refinamento das idéias introduzi das no Cálculo. Pressupõe-se que o aluno tenha as disciplinas de Cálculo - Diferencial e Integral I e Análise Matemática I.</p> <p>CONTEÚDO PROGRAMÁTICO (título e discriminação das unidades)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Integral de Riemann. Propriedades. Integrabilidade segundo Riemann. 2. Integração e derivação. Os teoremas clássicos do Cálculo Integral. Loga ritmos e exponenciais. Integrais impróprias. 3. Sequências e séries de funções. Convergência simples e convergência uniforme. Propriedades. Séries de potências. Funções trigonométricas. Séries de Taylor. Convergência uniforme e derivação. Convergência uniforme e integração. Teorema da aproximação de Weierstrass. Teorema de Arzela-Ascoli. 			

METODOLOGIA DE ENSINO
Através de aulas expositivas.
CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM
A Avaliação será feita através de provas e trabalhos (exercícios).
EMENTA (tópicos que caracterizam as unidades dos programas de ensino)
Séries de Potências. Funções Analíticas. Integral de Riemann. Sequências e Séries de Funções Reais e Valores Reais.
BIBLIOGRAFIA BASICA
<ol style="list-style-type: none"> 1. LIMA, E.L. - Análise Real - volume 1 - Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1989. 2. LIMA, E.L. - Curso de Análise - volume 1 - Projeto Euclides, IMPA, 1989 6a. edição. 3. BARTLE, R.G. - Elementos de Análise Real. Editora Campus, 1983. 4. RUDIN, W. - Principles of Mathematical Analysis, 3a. edição. 5. STROMBERG, K.R. - Introduction to Classical Real Analysis. Wadsworth, INC., 1981. 6. FIGUEIREDO, D.G. - Análise I. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1975.

Figura 21: Reprodução do programa de 1996 da disciplina Análise Matemática I.

A separação de *Análise Real* em *Análise Matemática I* e *Análise Matemática II*, na licenciatura, foi acompanhada da separação de *Análise no \mathbb{R}^n* do bacharelado em *Análise Matemática III* e *Análise Matemática IV*. Assim, como antes, *Análise Real* era comum às duas modalidades, agora *Análise Matemática I* e *Análise Matemática II* prosseguem comuns, ao passo que *Análise Matemática III* e *Análise Matemática IV* são exclusivas do bacharelado. Para efeito ilustrativo, *Análise Matemática III* pode ser caracterizada pelos seguintes pontos: *espaço euclidiano, aplicações contínuas, caminhos, funções reais de várias variáveis, aplicações diferenciáveis e integral curvilínea*. Já *Análise Matemática IV: integrais múltiplas, formas diferenciais, a integral de superfície e teorema de Stokes*.

Essas duas disciplinas de análise, as da licenciatura, com exatamente os mesmos programas – a não ser apenas pela inclusão do tópico *integração de séries de potências* em 1998, e do livro *Analysis I* de Lang na bibliografia, em 2012, ambos para *Análise Matemática II* – são as que figuram até os dias de hoje na grade curricular do curso de licenciatura em matemática em questão,²² cuja seriação pode ser conferida no Quadro 4.

²² PROGRAMA de Ensino de Disciplina. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/graduacao/matematica/3%C2%BA%20Ano%20LIC/MMA5783.pdf>>. Acesso em: 13 abr. 2013.
PROGRAMA de Ensino de Disciplina. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/graduacao/matematica/3%C2%BA%20Ano%20LIC/MMA5783.pdf>>. Acesso em: 13 abr. 2013.

Quadro 4: Seriação do curso de licenciatura em matemática do IGCE da UNESP em 2013²³.

	1º Semestre	2º Semestre
1º Ano	Cálculo Diferencial e Integral I Aritmética e Álgebra Elementares Geometria Analítica Geometria Elementar	Cálculo Diferencial e Integral I Aritmética e Álgebra Elementares Introdução à Álgebra Linear Física Geral I Introdução à Ciência da Computação Geometria Euclidiana I
2º Ano	Cálculo Diferencial e Integral II Geometria Euclidiana II Filosofia da Educação: questões da Educação Matemática Estruturas Algébricas Física Geral II	Cálculo Diferencial e Integral II Estruturas Algébricas Desenho Geométrico e Geometria Descritiva Física Geral III Cálculo Numérico Laboratório de Ensino de Física
3º Ano	Análise Matemática I Didática Psicologia da Educação Física Geral IV Teoria dos Números Fundamentos da Matemática Elementar Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I	Didática Psicologia da Educação Fundamentos da Matemática Elementar Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I Análise Matemática II Funções de Variável Complexa
4º Ano	Espaços Métricos Prática de Ensino e Estágio Supervisionado II Política Educacional Brasileira Probabilidade e Estatística	História da Matemática Estágio de Ensino e Estágio Supervisionado II Probabilidade e Estatística Matemática Elementar do Ponto de Vista Axiomático

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De uma maneira geral, na FFCL da UNESP, não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo em seus primeiros anos, entretanto, o ensino de análise já estava presente por meio das disciplinas de *Análise Matemática* (como eram chamadas), que funcionavam como uma espécie de eixo condutor do curso. O que entendemos por uma disciplina de análise, hoje em dia, só começa a ganhar forma na década de sessenta e, efetivamente, compõe a grade do curso como disciplina obrigatória na década de setenta. Esse movimento se deu por meio do processo de algoritmização pelo qual passaram os primeiros cursos de análise que, num primeiro momento, cumpriam tanto a parte rigorosa quanto a algorítmica. Entretanto, a ênfase, aparentemente, dada era a analítica que pouco a pouco se perdeu, migrando para as disciplinas optativas, até ser reincorporada, novamente, ao curso já em disciplinas específicas de

²³ ESTRUTURA Curricular do Curso de Graduação em Matemática. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/graduacao/matematica/mat.html>>. Acesso em: 13 abr. 2013.

análise. Paralelamente a isso, os antigos cursos de análise, também paulatinamente, foram se aproximando dos atuais cursos de cálculo.

Desta pesquisa, assim, concluímos algo que já tínhamos em mente e que, claramente guiou-nos: a disciplina de análise está cristalizada. Expusemos no parágrafo anterior considerações mais gerais sobre isso, achamos conveniente e necessário, no entanto, retomar nestas conclusões, também, os três pontos que guiaram a nossa pesquisa e que, em particular, também, confirmam a nossa hipótese: *objetivos, conteúdos, bibliografia*.

Nos *objetivos*, a questão da formação de professores de matemática jamais é citada. Por outro lado, a formação do matemático é citada diversas vezes, ainda que o bacharelado tenha sido criado quase vinte anos depois da licenciatura. Os *conteúdos*, a não ser por permutações em alguns anos e eventos isolados, herdaram seus pontos e ordem dos primeiros cursos de *Análise Matemática*, e, assim, se mantêm até os dias de hoje. Entretanto, olhando-se sob um ponto de vista mais geral, não dos conteúdos da disciplina de análise atual, mas das disciplinas de conteúdo analítico que foram ministradas para os cursos de licenciatura, a conclusão é outra: enxugamento. Ano a ano, o tratamento analítico vem sendo restrito a cada vez menos conteúdos, juntamente com o processo de algoritmização dos cursos. De um estado inicial em que ele era dado não só às funções de uma variável, mas até variáveis complexas, passando por funções de várias variáveis, equações diferenciais, chegamos a um ponto em que está restrito às funções de uma variável. A *bibliografia*, assim como os outros dois itens, pouco mudou. Nos anos iniciais, havia uma predominância de obras estrangeiras que, pouco a pouco, foram substituídas por outras nacionais. A *bibliografia*, também, acompanhou o processo de algoritmização. Porém, em linhas gerais, as específicas de análise que depois surgiram, num primeiro momento, tomam a bibliografia mais analítica dos cursos anteriores e, depois, incorpora as obras brasileiras de análise que surgiram, mais ou menos, à mesma época.

Destarte, os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua sequência, foram herdados daqueles primeiros cursos que, indistintamente, tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de 70, sua estrutura geral pouco se alterou até os dias de hoje, apesar das modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática nesse período de quase quarenta anos.

Nesse sentido, questões que hoje permeiam a formação de professores – como, por exemplo, “que matemática o professor de matemática deve saber?” – ou sequer são consideradas na proposição de disciplinas de análise na licenciatura da UNESP ou tomam a roupagem de um enxugamento de conteúdos de análise, tendência que veio se consolidando ao longo do tempo. Dessa maneira, a cristalização dessa disciplina coloca em dúvida, até mesmo, sua função na formação de professores.

SOBRE OS AUTORES:

Sílvio César Otero-Garcia

Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), e mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atualmente é doutorando do mesmo programa. Tem experiência nas áreas de matemática, educação e história, com ênfase em educação matemática e história das ciências, atuando nos seguintes temas: a disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática, história da análise matemática e hermenêutica da profundidade como referencial metodológico para a pesquisa em educação matemática.

(e-mail: silvioce@gmail.com)

Artigo recebido em 12 de outubro de 2012
Aceito para publicação em 3 de dezembro de 2012