Livros textos no século XVII: o que nos contam sobre o ensino atual de matemática?

Arlete de Jesus Brito

Resumo

Nesse artigo, pretendemos avaliar as mudanças no discurso sobre a da matemática e sobre seu ensino, no século XVII. Para isso analisamos livros textos que foram utilizados no Ginásio Acadêmico de Hamburgo, relacionando-os a outros textos da época. Utilizamos Foucault[1] como referencial para nossas análises. Concluímos que a matemática ensinada em ginásios acadêmicos protestantes teve um importante papel naquelas mudanças.

***Palavras-chave**: história; educação matemática; livros textos.*

Abstract

In that article, we aim to evaluate changes in the speech about both mathematics and its teaching, in 17th century. We analyzed text books that was used at Hamburg Akademishe Gymnasium. Beside this, we observe relationships between them and other texts of that time. We used Foucault[2] as referential work for our analyses. We concluded that the mathematics taught in academics Protestant gyms had an important function in those changes.

***Keywords**: History; Mathematical Education; text books.*

INTRODUÇÃO

Nesse artigo pretendemos realizar uma análise de livros textos utilizados no Ginásio Acadêmico de Hamburgo, no século XVII. Concordamos com Bloch quando assinala serem as perguntas que nos fazemos sobre o presente que devem guiar nosso olhar para a análise do passado.[3] No caso, a pergunta que têm guiado nossas pesquisas, desde o mestrado, é acerca de como a matemática tem composto a rede de discursos de poder que não apenas fundamentam práticas sociais, como também formam nosso ser social por meio da educação em geral e, especificamente, da escolar. Há dados que são indicativos do que afirmamos aqui. Por exemplo, desde o ano de 2012, houve um acréscimo das aulas de

Seminário Observatório da Educação realizado em 6 de novembro de 2013 no PEPG em História da Ciência da PUCSP. Artigo de professor convidado.

[1] M. Foucault, "Resposta a uma questão," *Revista Tempo Brasileiro* (jan.-mar. 1972).

[2] Ibid.

[3] M. Bloch, *Apologia da história ou o ofício do historiador* (Rio de Janeiro: Zahar, 2001).

matemática, na rede estadual de ensino de São Paulo. No ciclo II do Ensino Fundamental, tanto no período diurno como no noturno, o total de aulas de matemática passou de cinco para seis semanais, correspondendo a um aumento de 20%. No período diurno do Ensino Médio, continuou a contar com cinco aulas semanais nas 1ª e 2ª séries, mas passou de quatro para cinco aulas na 3ª série. É claro que tal aumento se deu por meio da diminuição da carga horária de outras disciplinas, consideradas não tão importantes quanto a matemática.

A naturalização da fala corrente sobre a importância da matemática encobre como ela – um discurso de poder – age em nossas vidas e, portanto, tal naturalização precisa ser ponderada. É isso que buscamos realizar, quando nos voltamos para o século XVII para analisar livros textos, com o intuito de averiguar as relações entre os discursos sobre a matemática e sobre seu ensino e aqueles que buscavam legitimar novas formas de organização social. Em outros artigos[4] apontamos as relações entre a ascensão da burguesia, os modos de produção capitalista, o crescimento do protestantismo europeu e a criação e difusão de novos conhecimentos, inclusive matemáticos. No entanto, neles, não abordamos o papel dos livros, que hoje denominamos "didáticos", nessa rede discursiva. É o que pretendemos desenvolver aqui. Para isso, tomaremos os livros como textos inseridos em um contexto formado também por outros textos. Nesse sentido, concordamos com Miguel quando afirma que

> as contexturas, quando vistas como objetos culturais, isto é, como formas simbólicas, adquirem o estatuto de textos pré-interpretados e passíveis de novas interpretações e re-significações. Assim, as contexturas, quando vistas como formas

[4] A. J. Brito, "A matemática e seu ensino no século XVII: reflexões para os dias atuais," *Revista de Educação Pública* 20, nº 43 (mai.-ago. 2011): 343-356; A. J. Brito, "O ensino de matemática no século XVII: entre a religião e as disputas político-econômicas," *Revista Zetetiké,* 20, nº 38 (jul.-dez. 2012): 11-35.

> simbólicas, destroem a demarcação rígida e polar entre o texto e o contexto.[5]

Assim, realizaremos uma intertextualidade, buscando o que Foucault denomina por "limites do dizível", ou seja, de que é possível se falar; que enunciados são reconhecidos como válidos ou como inválidos; e como os enunciados ganham formas de conservação por meio da pedagogia, do ensino, etc. Buscamos uma tentativa de superar a desconexão apontada por Oliveira ao realiza uma análise sobre dissertações, teses e artigos cujos objetos são livros didáticos de diferentes épocas. Oliveira conclui que apesar de a maior parte desses escritos possuir um item em que se apresenta o contexto histórico do livro,

> não são estabelecidas conexões entre os conteúdos apresentados nas obras com as condições sociais e educacionais vigentes à época de sua produção ou utilização. Quando tais condições são mencionadas, não estão articuladas de forma a indicar influências mútuas entre elas e a produção didática.[6]

A investigação de Oliveira abarcou vinte e dois trabalhos elaborados por grupos que pesquisam na interface da história e da educação matemática de diferentes regiões do país, entre os anos de 1999 e 2005. Isso indica que uma profícua produção nacional no tema, o que vai ao encontro das observações de Chopin[7] quando afirma que desde a década de 1970 tem crescido o interesse pela história dos livros didáticos. Segundo Bittencourt,

---

[5] A. Miguel, "Percursos indisciplinares e mobilização cultural na atividade situada de investigação acadêmica em educação**,"** texto apresentado na mesa redonda *Cooperação interdisciplinar e produção do conhecimento em educação,* 30ª. Reunião Anual da ANPED,(Caxambu, MG: 07 a 10 de outubro de 2007), 6.

[6] F. D. de Oliveira, "Análise de textos didáticos: três estudos" (dissertação de mestrado em educação matemática, Unesp/IGCE, 2008), 209.

[7] A. Chopin, "História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte," *Educação e Pesquisa* 30, nº.3 (set.-dez. 2004): 549-566.

> A natureza complexa do objeto explica o interesse que o livro didático tem despertado nos diversos domínios de pesquisa. É uma mercadoria, um produto do mundo da edição que obedece à evolução das técnicas de fabricação e comercialização pertencente aos interesses de mercado, mas é também um depositório dos diversos conteúdos educacionais, suporte privilegiado para se recuperar os conhecimentos e técnicas consideradas fundamentais por uma sociedade em uma determinada época. Além disso, ele é um instrumento pedagógico 'inscrito em uma longa tradição, inseparável tanto na sua elaboração como na sua utilização das estruturas, dos métodos e das condições do ensino de seu tempo'. E finalmente, o livro didático deve ser considerado como veículo portador de um sistema de valores, de uma ideologia, de uma cultura.[8]

É principalmente essa última dimensão apontada por Bittencourt que nos interessa analisar, no entanto, para isso é necessário que contemplemos também as demais. É o que faremos a seguir.

O SÉCULO XVII E O ENSINO DE NOVOS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Uma pergunta que o leitor pode estar se fazendo é o porquê da escolha do século XVII para nosso estudo. Localizamos, nesse século, pontos de difração em relação ao discurso sobre a matemática e seu ensino, ou seja, uma disparidade sobre qual seria a importância da matemática e de seu ensino para sociedade européia daquele século e isso nos indica uma luta de poder sobre o discurso. Segundo Foucault[9], em todas as épocas há lutas pelo poder do discurso. No desenrolar de tais lutas, as sociedades vão gerindo seus sistemas de "verdade", isto é, por meio da delimitação do dizível – o que está intimamente relacionado às estratégias de poder – elas determinam quais discursos assumirão o estatuto de verdadeiro.

[8] C. Bittencourt, "Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar" (tese de doutorado, FFLCH USP, 1993), 3.
[9] M. Foucault, "Resposta a uma questão," *Revista Tempo Brasileiro* (jan.-mar. 1972).

Conforme nos indicam cartas de Bernhard Varen (1622-1650?), ou como também é conhecido, Varenius a seu ex-professor do Ginásio, Joaquim Jungius (1587-1657), a matemática não era tratada da mesma maneira em Universidades como Königsberg e Leiden. Enquanto na primeira só se ensinavam as partes das matemáticas voltadas a fortificações[10] e essas aulas eram acompanhadas por poucos alunos (carta de 05/11/1643), em Leiden, John Pell (1611-1685) e Jacob Golius (1596-1667) divulgavam os trabalhos de Apolônio (sec. III a.C.), Diofanto (sec. III a. C.) e Viéte (carta de 10/03/1646). Vale lembrar que naquela época, os trabalhos de François Viéte (1540-1603) eram bastante recentes. Tais cartas de Varenius nos mostram que havia uma disparidade entre quais eram os conhecimentos privilegiados por essas duas instituições de ensino, o que nos dá indícios de uma possível reorganização no regime do discurso de verdade sobre as matemáticas que, até então, possuíam um pequeno espaço no currículo da maior parte das Universidades, pois conforme aponta Burke, desde o século XVI.

> A reestruturação do currículo assumiu diferentes formas em diferentes universidades, mas algumas tendências gerais são discerníveis. Em alguns lugares, como as universidades de Bolonha e Roma, a mudança foi gradual, o equilíbrio entre *trivium* e *quadrivium* mudando lentamente em favor do último. Em muitas universidades, um sistema alternativo ao *trivium* e *quadrivium* invadiu ou infiltrou o currículo. Era o sistema dos *studia humanitatis*, que consistia de cinco temas: gramática e retórica (como no *trivium*), mais poesia, história e ética.[11]

Aquelas lutas também se expressaram em relação ao novo conhecimento filosófico da época – o que hoje chamamos de "conhecimento científico" –, que era tratado de maneiras diferentes pelas diversas instituições de

[10] É necessário recordar que nessa época, as matemáticas estavam divididas em puras - Aritmética, Geometria e Protomathesis - e em mistas, isto é, Harmônica, Óptica, Estática, Astronomia, Geografia, Arte das Fortificações e outras.

[11] P. Burke, *Uma história social do conhecimento: de Gutenberg a Diderot,* trad. Plínio Dentzien (Rio e Janeiro: Zahar, 2003), 94.

ensino. Enquanto em Leiden, quando foi freqüentada por Varenius, já se discutiam a filosofia de Descartes, segundo Thorndike[12], na maior parte das Universidades, independente de serem católicas ou protestantes, a filosofia dominante era a de Aristóteles e as disputas[13] desenvolviam-se em torno do oculto e do mágico. Não podemos nos esquecer que Leiden expressava o conhecimento e as necessidades de uma burguesia calvinista[14] que levou os Países Baixos a um grande poder político e econômico, no século XVII, enquanto outras Universidades ou eram guardiãs dos saberes da Igreja Católica, como no caso dos locais dominados pelos jesuítas, ou preservavam conhecimentos legitimados por uma antiga nobreza que, apesar de não necessariamente possuir o poder econômico, ainda detinha o político.

É no interior desse embate sobre qual seria o conhecimento verdadeiro – se o da nobreza estabelecida ou o da burguesia em ascensão, se os da religião católica ou os da protestante – que foram criados os Ginásios Acadêmicos, "Akademishe Gymnasium". A primeira dessas instituições nos Reinos Germânicos era católica e foi fundada pelos jesuítas, em 1552, na região do Tirol. O primeiro Ginásio protestante foi criado em 1556 em Strazburg e, segundo Schubring[15] era um novo tipo de instituição que tinha por intuito ensinar novos idiomas e o conhecimento filosófico de então aos alunos que já dominavam o latim. Em tais ginásios, o ensino estava dividido em classes, mas elas não eram as mesmas em todos eles.

No Ginásio Acadêmico protestante luterano de Hamburgo, fundado em 1613, havia classes de grego, hebraico, lógica, filosofia natural, ética, física e matemáticas. É provável que ao se tornar reitor do Ginásio

---

[12] L. Thorndike, *A history of Magic and experimental science,* vol. VII, 1ª ed. (New York e London: Columbia University Press, 1958).

[13] A disputa era uma discussão pública organizadas entre estudantes, sob a direção de um mestre. As referências às autoridades eram citadas de memória e o raciocínio devia ser conduzido por silogismos.

[14] Weber analisa como a ética protestante calvinista foi essencial para o desenvolvimento do capitalismo; M. WEBER, *A ética protestante e o espírito do capitalismo* (São Paulo: Pioneira, 1987).

[15] G. Schubring, "A Framework for comparing transmission process of Mathematics to the Americas," *Revista Brasileira de História da Matemática* 2, nº 3 (2002): 45-63.

Acadêmico de Hamburgo, Jungius tenha tentado introduzir, no ensino, os preceitos contidos no livro que escreveu com o teólogo e estudioso de línguas Christoph Helwig (1581-1617), *Sobre a Didática ou a arte de ensinar de Wolfgang Ratike* (1621) – *Vor der Didactica oder LehrKunst Wolfgangi Ratichii*. Nele, os autores defendem que, ao contrário dos exercícios de leitura realizados nas universidades, os próprios alunos deveriam fazer a leitura dos textos. Além disso, propõem o estudo de hebraico, grego, latim e árabe, não apenas para que se possa ter acesso a textos antigos, mas também para induzir à compreensão mútua, por meio da linguagem, e assim se alcançar um reino harmonioso e uma religião também harmoniosa. Os autores afirmam que a lógica é a arte da razão e por meio dela se aprenderia, com mais facilidade, a gramática e a música.

Em seu discurso de posse no Ginásio, *Sobre a Utilidade Propedêutica Da Matemática Para o Estudo da Filosofia – Über Den Propëdeutischen Nutzen Der Mathematik Für Das Studium Der Philosophie* – Jungius exorta os ouvintes ao estudo da filosofia que, segundo ele, estava dividida em Matemáticas – cujos princípios seriam evidentes –, Física e Metafísica, cujos princípios não seriam evidentes.[16] Vale lembrar que, naquele período, a Física dominante era a aristotélica, portanto é contra ela, ou seja, contra o conhecimento estabelecido nas universidades que Jungius investe, usando como arma, a Matemática. Isso fica evidente quando o reitor do Ginásio diz haver controvérsias sobre os princípios da Física, pois ela também seria demonstrável, além de mais fácil, quando suas teorias se embasavam na Matemática e no experimento. A matemática e suas demonstrações seriam instrumentos para se chegar a certezas (*instrumentorum certitudine*), conforme Jungius[17].

Para as classes de matemática[18] do Ginásio de Hamburgo foram

[16] J. Jungius, "Über Den Propädeutischen Nutzen Der Mathematik Für Das Studium Der Philosophie: Rede, gehalten am 19 März 1629 beim Antritt des Rektorates in Hamburg," edição bilíngue latim/alemão, in *Festschrift der Hamburgischen Universität: Beiträge zur Jungius-Forschung*, ed. A. Meyer (Hamburg: Paul Hartung Verlag, 1929).
[17] Ibid.
[18] Vamos nos ater aqui às matemáticas puras, mas sabemos da existência de livros voltados ao ramo das matemáticas mistas, como por exemplo, a Geodésia.

elaborados os livros textos que nos interessam aqui, quais sejam, *Geometria Empírica* (1627), de Jungius, *Compêndio de Aritmética Empírica* (1626) - *Arithmeticae Empiricae Compendium*[19] - e *Compêndio de Trigonometria Canônica* (1626) - *Trigonometriae Canonicae Compendium*[20] -, de Johann Adolf Tassius (1585-1654), professor de matemática deste ginásio.

Na capa do *Compêndio de Trigonometria* se afirma "em uso no Ginásio de Hamburgo" e na edição de 1676 de tal compêndio, o então professor de matemática do Ginásio Acadêmico, Heinrich Siver (1626 – 1691) informa que realizou as revisões daquela obra a partir das aulas que assistiu como aluno de Tassius. No prefácio do *Geometria Empírica*, Tassius esclarece que Jungius, por várias razões, fez esse livro no qual constam os estudos matemáticos obtidos, pelos alunos, naquele ginásio. Na apresentação ao leitor do *Aritmética Empírica*, Siver diz ser aquela aritmética a em uso no ginásio. Assim, concluímos que tais livros nos dão uma amostra da proposta oficial de ensino de aritmética, geometria e trigonometria, daquela instituição de ensino, entre os anos de 1926 e 1976. Todos esses livros foram publicados pela editora Hertel, de Hamburgo.

Desde o início da Idade Moderna, a publicação de livros tornara-se um negócio rentável. Só em Veneza, no século XVI, foram publicados 18 milhões de cópias, em 500 casas impressoras. Segundo Burke, "a impressão encorajava a comercialização de todos os tipos de conhecimento. Uma conseqüência óbvia, mais significativa, da invenção da imprensa foi envolver os empreendedores de maneira mais direta no processo de difusão do conhecimento"[21].

Porém, a difusão do conhecimento em livros não pode ser entendida apenas como um negócio, nos meios protestantes, já que para essa religião caberia às pessoas, no caminho da salvação, agir de acordo

[19] A edição que estamos utilizando é de 1673.
[20] Estamos trabalhando com a edição de 1676.
[21] P. Burke, *Uma história social do conhecimento: de Gutenberg a Diderot,* trad. Plínio Dentzien (Rio e Janeiro: Zahar, 2003), 145.

com a moral pregada, além de promover e difundir o conhecimento. Assim, o luterano Amos Comenius (1592-1670), em sua *Opera Didactia Omnia (1657)* – *Didática Magna* –, afirma que nas escolas,

> Não se trate senão daquelas coisas que são solidamente úteis para a vida presente e para a vida futura; mais ainda para a vida futura. (Nesta terra, com efeito, devem aprender-se, segundo o aviso de S. Jerônimo, precisamente aquelas coisas cujo conhecimento continuará no céu).[22]

A defesa da utilidade do conhecimento foi uma característica do discurso da burguesia – não apenas a protestante –, pois se relacionava à valorização da prática e do trabalho, prerrogativa da classe ascendente, em oposição ao modo de vida da nobreza. Descartes (1596-1650), no *Discurso do Método* (1637), afirmava que as noções gerais da Física que havia adquirido o fizeram ver que

> É possível chegar a conhecimentos que sejam úteis a vida, e que, em vez desta Filosofia especulativa que se ensina nas escolas, se pode encontrar uma outra prática, pela qual, conhecendo a força e as ações do fogo, da água, do ar, dos astros, do céu e de todos os outros corpos que nos cercam, tão distintamente como conhecemos os diversos misteres de nossos artífices, poderíamos empregá-los da mesma maneira como que senhores e possuidores da natureza.[23]

Nesse cenário, a educação também deveria priorizar o conhecimento voltado para o útil, pois segundo Comenius "aumentar-se-á ao estudante a facilidade da aprendizagem, se se lhe mostrar a utilidade que, na vida quotidiana, terá tudo o que se lhe ensina. E isso deve verificar-se em todas as matérias: na gramática, na aritmética, na geometria, na física, etc."[24]. Comenius e Jungius se correspondiam e

[22] A. Comenio, *Didática Magna,* 5ª ed. (Lisboa: Fundação Calouste Gulbekian, 2006), 251.
[23] R. Descartes, *O discurso do método*, (São Paulo: Nova Cultural, 1996), 116.
[24] Comenius, 246.

dividiam os mesmos preceitos em relação à educação dos jovens. Esse último, no posfácio do *Geometria Empírica*, exemplifica, por meio da história, a importância das aplicações matemáticas:

> aqueles que comentam as disciplinas matemáticas para além da mesmice, falam de Erastótenes, dos martelos de Pitágoras, da pomba voadora de Archytas, da determinação da quantidade de ouro na coroa de Hierão, as roldanas e a cochlea de Arquimedes, o Athos de Dinocratis, as esferas armilares e sextantes de Tycho e o louvável telescópio desenvolvido por Galileu.[25]

Na carta ao leitor do *Compêndio de Trigonometria Canônica*, justifica-se a necessidade de se conhecer os triângulos devido a suas aplicações na astronomia, na geografia, na geodésia, na arquitetura civil e na militar[26]. No *Compêndio de Aritmética*, ela é apresentada como uma arte cujo uso é necessário por toda a vida[27], no entanto, a aritmética contida nesse livro está longe dos algoritmos como os conhecemos atualmente. Devemos lembrar que apesar de o sistema de numeração decimal indo-arábico ter sido divulgado na Europa desde o século XIII, no século XVI ainda havia uma querela entre os defensores do cálculo por meio do ábaco e os dos algoritmos e, segundo Ifrah, mesmo depois da vitória desses últimos, no século XVIII o uso do ábaco ainda permanecia.[28] Nesse sentido, o compêndio de Tassius se distancia do livro *Da Doutrina Matemática – Scholarum mathematicarum* (1599) – de Pierre de la Ramée (1515-1572), ou também como era conhecido, Petrus

---

[25] "Qui Mathematicas disciplinas commendant, eorumalius mesolabium Eratosthenis, alius malleos Pythagorae, alius columbam volantem Archytae, coronam auream Hieronis, polyspasta et cochleas Archimedis, alius Dinocratis Athon, alius armillas et sextantes Tychonicos, aut telescopium Galilaei laudibus extollit"; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), posfácio.

[26] "Dum enim circa Triangulorum enodationem versatur, usus ejus tum in Astronomia, tum in Geographia, tum in Geodaesia quoq et quae huic connexa est Architectonica, civili pariter atq militari"; A. Tassius, *Trigonometriae Canonicae Compendium*, (Hamburg: Hetel, 1676), carta ao leitor.

[27] "Cujus usus per totum vita curriculum necessaries est"; A. Tassius, *Arithmeticae Empiricae Compendium*, (Hamburg: Hetel, 1673), carta ao leitor.

[28] G. Ifrah, *Os números: história de uma grande invenção,* 9ª ed. (São Paulo: Globo, 1998).

Ramus[29]. No livro III do *Scholarum*, o autor explica os algoritmos das quatro operações aritméticas e somente então, discute proporções e expõe as definições de números perfeitos, primos, parmente par, etc, construindo as séries de tais números, conforme o fez Nicômaco de Gerasa (sec. I).[30]

As sessenta e quatro páginas do *Compêndio de Aritmética Empírica* estão em latim. O livro divide-se em treze capítulos que se iniciam com definições seguidas por teoremas sem demonstrações e problemas já resolvidos. São, ao total, sessenta e seis definições, cento e nove teoremas e trinta e quatro problemas. Tal detalhamento conflui aos escritos de Comenius quando, na *Didática Magna*, afirma que "na instrução da juventude, importa fazer tudo o mais distintamente possível"[31] e que se deve dispor "todos os estudos de tal maneira que os seguintes se baseiem sempre nos precedentes"[32].

O livro assemelha-se, em seu conteúdo, a textos sobre matemática escritos na Idade Média.[33] Nele são apresentadas as definições e propriedades das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. A multiplicação é definida como adição de números iguais. A divisão é definida como subtração sucessiva na qual se pergunta *quantas vezes* (*quotiens*) se pode subtrair um número de outro. Os resultados das operações são denominados por adição (*additio*), resto (*residuum*), produto (*productum*) e quota (*quotum*). As operações seguem o princípio grego de homogeneidade geométrica, isto é, só se podem adicionar medidas de linhas a medidas de linhas, de áreas com áreas, etc. A multiplicação de medidas de linhas resultaria em uma área, e assim sucessivamente. Foi a necessidade de tal homogeneidade que Descartes (1596 - 1650) rompeu em seu livro *Geometria* (1637), o que possibilitou-

---

29 Ramus foi assassinado por um jesuíta, em 1572, no massacre de São Bartolomeu e, desde então, tornou-se um mártir no meio protestante.

30 Cf. A. J. Brito, "A mathematica na obra de Isidoro de Sevilha" (tese de doutorado, FE UNICAMP, 1999).

31 Comenius, 260.

32 Ibid., 161.

33 Cf. A. J. Brito, "A mathematica na obra de Isidoro de Sevilha" (tese de doutorado, FE UNICAMP, 1999).

lhe observar termos ao quadrado não como áreas, mas como linhas, termos ao cubo não como volumes, mas também como linhas. A obra filosófica de Descartes era conhecida por Varenius e Jungius, pois em carta 10/03/1646 afirma que em Leiden, as opiniões sobre cartesianismo não eram unânimes: o "senhor Descartes tem poucos seguidores[34], contudo existem, mas não propõem lições públicas"[35]. Em 07/05/1647, em carta para Jungius, Varenius afirma que em Leiden estava sendo realizada a tradução do *Geometria*[36], de Descartes, do francês para o latim. Mas, ao que tudo indica, mesmo após a edição latina do *Geometria*, à época em que elaborou a edição revisada do *Compêndio de Aritmética*, em 1673, Siver optou por manter o princípio da homogeneidade geométrica nas operações aritméticas.

Outros conteúdos indicam a aproximação do *Aritmética* àquela difundida na Idade Média, como por exemplo, definem-se números primos, parmente par, imparmente par, perfeitos. São dados exemplos das séries de números parmente pares (2, 4, 16, 32, etc) e imparmente pares (6, 10, 14, etc). Deve-se observar que ao contrário dos escritos de Nicômaco de Gerasa e de textos da Idade Média, tais como os de Isidoro de Sevilha (550? - 636) e Boécio (sec. V), tais séries não se iniciam no 1.[37] Apresentam-se, em forma de teoremas, as propriedades de tais sequências numéricas, como por exemplo, que a soma de números parmente pares é um número também parmente par. O máximo divisor comum é explicado por meio de comensurabilidade e seu cálculo é realizado por subtrações sucessivas.

São expostas propriedades da proporcionalidade. São definidas as proporções aritmética, geométrica, direta e inversa. Ensinam-se a determinar a quarta proporcional, dados três números e a sexta

[34] Vale lembrar que Descartes ficou nos Países Baixos até 1646.
[35] "Dominus Cartesius paucos habet asseclas, habet tamen, sed publice eius setentia non proponitur"; Varenius, 1643, 14-15 in *Der Briefwechsel des Joachim Jungius*, org. B. Elsner & M. Rothkegel (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2005): 612.
[36] Tal tradução foi publicada em Leiden, em 1649.
[37] Cf. A. J. Brito, "A mathematica na obra de Isidoro de Sevilha" (tese de doutorado, FE UNICAMP, 1999).

proporcional, dados cinco números. Define-se fração de números, numerador e denominador, frações próprias e impróprias e se descreve como fazer adição e subtração – inclusive com frações de denominadores diferentes – e multiplicação de frações. Todos os problemas propostos são resolvidos e não há demonstrações para os teoremas. O ensino de operações com frações pode indicar que, talvez, o ensino dos algoritmos das quatro operações com números naturais não fizesse parte do livro porque os alunos ao iniciarem os estudos do *Compêndio de Aritmética* as soubessem. Tal conjectura é reforçada pela própria estrutura da obra em que se primeiro expõem conteúdos que são utilizados em definições, teoremas e problemas posteriores, o que confere ao livro uma organização como aquela proposta por Comenius quando afirma que se deve ensinar

> todas as partes da coisa, mesmo as mais pequeninas, sem omitir nenhuma, respeitando a ordem, a posição e as relações que umas têm com as outras. Com efeito, nada é inútil, e, por vezes, é precisamente na parte mais pequenina que reside a força das partes maiores. É sabido que, no relógio, uma só rodinha partida, torcida ou deslocada pode fazer parar toda a máquina.[38]

O *Compêndio de Trigonometria Canônica* possui quarenta e oito páginas, e define-se trigonometria como a "ciência matemática que considera as proporções entre a circunferência e os arcos, entre eles e as retas neles inscritas e deduz, em números, as medidas dos lados do triângulo"[39]. A estrutura da obra segue a do *Compêndio de Aritmética*, ou seja, definições (doze sobre trigonometria no plano e treze sobre trigonometria na esfera), teoremas sem demonstrações (quinze de trigonometria plana e 31 de esférica), vinte e cinco problemas resolvidos na primeira parte do livro e 25 na segunda. Seno de um arco é definido a partir da relação entre o raio de uma circunferência e a medida da corda

[38] Comenius, 315.
[39] A. Tassius, *Trigonometriae Canonicae Compendium,* (Hamburg: Hetel, 1676), 1.

subtendida pelo arco duplo. Vale lembrar que essa definição provém da tabela de cordas do *Almagesto*.[40] Define-se arco complementar e seu seno. A tangente não é definida como razão entre seno e cosseno de um ângulo, nem como razão entre catetos de um triângulo retângulo, mas como a reta que é perpendicular ao diâmetro que passa pelo extremo de um arco definido sobre a circunferência e o prolongamento do diâmetro que passa pelo outro extremo do arco. Apesar de termos utilizado o termo "segmento" aqui, o autor não o utiliza, nem diferencia o ente geométrico "reta" de sua medida. Secante também é definida como uma reta. O teorema de Pitágoras é apresentado como o teorema seis. A soma dos ângulos de um triângulo está no teorema quinze. Os termos "cateto" e "hipotenusa" são usados por Tassius, mas definidos apenas na emenda inicial ao texto feita por Siver, em 1676.

A segunda parte do livro é dedicada à trigonometria esférica, da qual se trabalham as definições de círculo máximo, pólo de esfera, ângulo e triângulo esférico, determinação de um lado do triângulo esférico, dadas outras medidas. No teorema sete se afirma que a soma dos ângulos de um triângulo esférico é maior que dois retos. São definidos seno e tangente de triângulos esféricos e se ensinam como determinar a medida de um cateto de um triângulo retângulo esférico, dada a medida de sua hipotenusa e do ângulo agudo. Tais noções eram utilizadas no estudo de geografia para determinar distâncias entre pontos sobre o globo terrestre. Sobre o ensino de triângulos esféricos, Varenius, no *Geografia Geral* afirma que "como é difícil compreender os triângulos esféricos e eles não são observados senão por aqueles que pretendem se aprofundar nessa ciência, eu farei silêncio sobre eles"[41]. Vale lembrar que Varenius estudou no Ginásio de Hamburgo, portanto, sua observação pode nos dar indícios das dificuldades de compreensão desse conteúdo, por parte de alunos.

[40] Cf. B. B. Morey, *Tópicos de História da Trigonometria,* Série Textos de História da Matemática, vol. 5 (Natal: Editora SBHMat, 2001).

[41] "Mais comme li est difficile de comprender lês triangles spheriques, & qu'ils ne regardent que ceux qui veulent approfundir cette science, je les passerai sous silence ; B. Varenius, *Géographie générale* (Paris: Vincent; Lottin, 1755), 34.

O *Geometria Empírica* foi publicado, pela primeira vez, em 1627 e, a seguir, em 1630, em Rostock. Teve reedições em 1639, 1642, 1649 e 1688, todas em Hamburgo. A edição atual, de 2004, foi realizada por Bernd Elsner a partir das de 1627, 1649 e 1688 e compõe o livro *Joachim Jungius' Geometria empírica und Reiβ-Kunst.* Foram os textos de 1630 e de 2004 que utilizamos em nossos estudos. A edição de 1627 e a de 1630 estão em latim. A de 1627 não apresenta figuras, segundo o prefácio escrito por Tassius, "para excitar a dedicação dos alunos"[42]. Parece que tal "excitação" não atingiu os objetivos esperados, pois na edição de 1630, foram inseridas as figuras relacionadas aos teoremas e problemas. As edições, a partir de 1642, estão em alemão e trazem ilustrações, o que pode indicar uma tentativa de divulgação do livro para além dos locais de ensino formal.

A obra *Geometria Empírica* está distribuída em cinquenta e seis páginas, mais prefácio e posfácio. Está dividida em duas partes: a primeira é composta por cem definições de conceitos geométricos; quatorze de conceitos gerais, por exemplo, o que é postulado, geometria, problema e teorema; três postulados; trinta e oito problemas de construção e trinta e três teoremas. A segunda possui dezessete definições, vinte problemas e vinte e dois teoremas. A diferença de conteúdos entre estas partes é que a primeira se refere ao estudo, basicamente, de triângulos e de quadriláteros, enquanto a segunda traz o estudo da circunferência, a construção de uma cônica e de uma oval.

Segundo este livro, a geometria seria "obra das medidas e arte feita segundo aqueles postulados"[43]. Observe-se aqui o termo "arte" utilizado para definir a geometria, ao invés do termo "disciplina"[44], utilizado em

[42] "vero diagrammata non sunt addita, praeter caeteras haec est, ut ita discentium industria escitaretur"; TASSIUS apud J. Jungius, "Geometria Empírica," in *Joachim Jungius' Geometria empírica und Reiβ-kunst,* ed. B. Elsner, (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2004), 42.

[43] "Geometrice sive ex arte vieri dicitur, quod secundum postulata illa, quodes opus est."; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), 10.

[44] O dicionário Calepino define "arte" por saber fazer, enquanto "disciplina" por ensino, regulamento, cumprimento rigoroso de regras; A. Calepino, *Dictionarium* (Venezia: Paolo Manuzio, 1573).

textos da Idade Média.[45] Ramus também definia geometria como uma arte, "a arte de bem medir"[46]. Além disso, ainda segundo Jungius (1627), o ensino de Geometria teria a função de purgar as mentes[47]. Para fazer tal afirmação, Jungius recorre à autoridade de Claudio Galeno (sec. I).

No livro *Geometria empírica*, um problema seria "uma proposição que nada defende, mas fornece algum dado e propõe construir algum outro a partir da arte de descobrir e produzir"[48]. Todos os problemas estão resolvidos. Teorema seria "alguma afirmação que se prova ou pela experiência ou pela demonstração"[49]. Não há qualquer demonstração de teorema, o que pode indicar que as demonstrações do tipo euclidiano não faziam parte desse tipo de ensino, ou que os próprios alunos as realizavam.

Os postulados corresponderiam aos três primeiros de Euclides, quais sejam, por dois pontos se traça uma reta; uma reta pode ser prolongada ao infinito, e dado um ponto e um segmento, traçar uma circunferência. Observe-se que o termo infinito (*in infinitum producere*) é utilizado na elaboração do segundo postulado, diferente da formulação de Euclides que o evitou. Além disso, o quarto postulado transforma-se na definição 25 do livro primeiro e o quinto postulado desaparece. Provavelmente, Jungius conhecesse as controvérsias sobre esse postulado e tenha resolvido não mencioná-lo já que não seria necessário em qualquer demonstração.

Nos problemas e teoremas identificamos como a marca de uma manipulação empírica, apenas o uso de instrumentos como régua, e

[45] Cf. A. J. Brito, "A mathematica na obra de Isidoro de Sevilha" (tese de doutorado, FE UNICAMP, 1999).

[46] "Geometria est ars bene metiendi" ; P. Ramus, *Scholarum Mathematicarum. Libri unus et triginta* (Frankfurt: Andreae Wechel, 1599), 139)

[47] "In Platonicorum nimirum Scholis animadverterat Galenus, Mathematicas Scientias ad expurgationem mentis valere" ; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), posfácio.

[48] "Problema dicitur propositio, qua nihil asseritur, sed aliquid datur, et alliquid ex arte inveniendum, efficiendum, construendum, proponitur" ; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), 10.

[49] Theorema dicitur propositio, asserens aliquid vel experientia, vel demonstratione probandum."; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), 10.

compasso[50], a proposta de trissecção de ângulos por método mecânico e do termo "*applicato*" usado nas definições de figuras congruentes. Propõem-se que figuras sejam aplicadas lado a lado e vértice a vértice e comparadas[51] para saber se são congruentes. O termo "empírico", no dicionário de Calepino está definido como aquilo que só é mediado pela experiência e esta, segundo esse mesmo dicionário, seria o conhecimento inventado pelo uso[52]. No prefácio do *Geometria Empírica*, escrito por Tassius, encontramos que por "método empírico denomina-se satisfatoriamente àquele que se constrói pelo testemunho dos sentidos"[53]. A necessidade do apelo aos sentidos para a aprendizagem está expressa no *Didática Magna*, em que Comenius defende "aprenda-se a fazer fazendo", ou seja a falar, falando, a cantar, cantando e, poderíamos completar, a construir figuras, construindo. Além disso, segundo o pensador morávio,

> O conhecimento deve necessariamente principiar pelos sentidos (uma vez que nada se encontra na inteligência, que primeiro não tenha passado pelos sentidos). Por que é que então o ensino há de principiar por uma exposição verbal das coisas, e não por uma observação real dessas mesmas coisas?[54]

Portanto, concluímos que "empírica" está se referindo, neste livro de Jungius, em primeiro lugar à suposição que a aprendizagem da geometria ocorreria por meio de construções feitas pelos alunos e pela mobilização dos sentidos nessas construções - *Per inductionem et experimentum*

---

[50] Como já vimos, o uso de instrumentos, não caracterizaria, segundo a classificação feita por Jungius, uma geometria prática, pois tal uso compunha a parte teórica da matemática denominada de Protomathesis.

[51] Um exemplo do que estamos falando aqui: "Angulus BAC congruus dicitur angulo DEF, si applicato DE crure, cruri BA, etiam alterum crus EF, cadat in crus AC"; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), 3.

[52] "Empiricus, qui sola experientia medetur"; Calepino, 240. "Experimentia cognitio per usum reperta"; Calepino, 258.

[53] "Methodi empiricae nomine satis iam nota, quae adhibito sensuum testimonio"; TASSIUS apud J. Jungius, "Geometria Empírica," in *Joachim Jungius' Geometria empírica und Reiβ-kunst,* ed. B. Elsner, (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2004), prefácio.

[54] Comenius, 307.

omnia, diria Jungius. Em segundo lugar, devido ao modo de se conceber a geometria, conforme vimos anteriormente - "obra das medidas e arte feita segundo aqueles postulados"[55]. No texto não há qualquer referência à aplicação dos conhecimentos em outros campos do saber, nem mesmo em outras partes da matemática, segundo o que ela era entendida na época. Nesse ponto, o livro *Geometria Empírica* é bem diferente do *Reiß-Kunst*[56] (1629), do próprio Jungius, que estaria mais próximo de uma geometria prática e que, provavelmente foi escrito a artesãos devido aos conteúdos apresentados, à nomenclatura que utiliza e por ter sido escrito, desde sua primeira edição, em alemão. *O Geodesiae sive Geometriae Practicae Compendium – Geodésia ou Compêndio de Geometria Prática* (1677) – de Tassius, também publicado pela Hertel e utilizado no Ginásio de Hamburgo seria o livro em que os alunos teriam contato com aplicações da geometria a situações de medidas da Terra.

Podemos agora, traçar algumas características do ensino de matemática, no Ginásio de Hamburgo, entre os anos de 1626 e 1676: os conteúdos ora aproximavam-se daqueles existentes em textos da Idade Média em que a matemática aparecia como um caminho para contemplação, ora afastavam-se deles e se aproximavam daqueles voltados para a aplicação, seguindo as tendências de utilização da matemática em situações práticas, da época; o encadeamento dos conteúdos se dava por uma organização do que hoje denominamos por "pré-requisitos"; o ensino deveria considerar, no início da aprendizagem, os sentidos, daí a palavra "empírica" em duas dessas obras, no entanto, os livros não esclarecem como isso era feito e, portanto, não temos como sabê-lo somente a partir da análise delas; e por fim, se difundia a exaltação da matemática como um conhecimento aplicável.

ALGUMAS REFLEXÕES FINAIS

---

[55] "Geometrice sive ex arte vieri dicitur, quod secundum postulata illa, quodes opus est."; J. Jungius, *Geometria Empírica* (Rostock: s.ed., 1630), 10.

[56] Podemos traduzir esse título por "arte do traçado".

Essa breve análise dos livros do Ginásio de Hamburgo nos indica formas de disseminação e conservação do discurso sobre a importância da matemática que ocorreram por meio da pedagogia implantada naquela instituição. Observa-se que o extenso programa para o ensino de matemática do Ginásio de Hamburgo difere em muito daquele implantado nas instituições de ensino superior dos jesuítas pela *Ratio Studiorum* de 1599, a qual esteve em vigor no período de tempo aqui estudado. Segundo ela, durante o segundo ano de filosofia, ou seja, no último ano de curso, em aulas de três quartos de hora, o professor deveria explicar, durante dois meses, os *Elementos* de Euclides e, depois disso, noções de geografia sobre a esfera ou "outras matérias". Schubring aponta que muitos alunos saíam dos colégios antes dos últimos anos de filosofia, ou seja, antes do ano em que aprenderiam matemática e isso, segundo o autor, teve efeitos desastrosos para a disseminação desse conhecimento.[57]

A par disso, nos ginásios protestantes, dos quais o de Hamburgo é um exemplo[58], o extenso currículo de matemática, expresso nos seus livros textos, atrelado ao discurso sobre a utilidade desse campo do saber – discurso muito disseminado pelas aplicações da matemática à navegação, à guerra e ao comércio – colaborou para a formação de uma rede discursiva sobre a importância da matemática e de seu ensino. Assim, por exemplo, Varenius lamenta-se do desprezo sobre a matemática em Königsberg, em carta de 5/11/1643, para Jungius: "na verdade, no que diz respeito às coisas da filosofia às quais, tua ilustração conduziu teus discípulos à descoberta, a condição é: – oh dor! – as

[57] G. Schubring, "Reforma e contra-reforma na matemática – o papel dos jesuítas," *Perspectivas da Educação Matemática* 1, nº 2 (2008): 23-38.

[58] Não realizamos a análise do ensino de matemática em outros Ginásios Acadêmicos Protestantes, do período, mas consideramos que mesmo não possuindo as mesmas classes, tais ginásios possuíam uma orientação em comum no que se refere à educação. Tal consideração advém das correspondências entre os eruditos protestantes da época que expressam a importância da difusão de novos conhecimentos para se opor ao aristotelismo e aos jesuítas. Vale lembrar que em parte do período aqui estudado ocorreu a Guerra dos Trinta Anos (1618 – 1648) entre católicos e protestantes.

ciências matemáticas são desprezadas, raros são seus cultores"[59]. No *Geografia Geral*, cuja primeira edição foi de 1650, seu autor defende a importância do ensino de matemática:

> Entretanto, de modo algum aprovamos este defeituoso costume que leva os adolescentes a se aplicar às outras partes da filosofia sem consultar a Geometria e a Aritmética, mas isto é causado pelos preceptores e professores, cuja maioria ignora estas ciências e, portanto, não adverte os jovens sobre esse errôneo hábito.[60]

Outros alunos também aprenderam a valorizar a matemática. Assim, Heinrich Siver (1626-1691) ex-aluno do ginásio de Hamburgo que depois se tornou professor de matemática dessa mesma instituição, no prefácio da edição que faz dos livros de Tassius, exalta a matemática e suas aplicações, conforme já apontamos. Martin Fogel (1634-1675), ex-aluno do ginásio que organizou os documentos de Jungius, também enaltece, em seus escritos, os novos conhecimentos científicos e matemáticos, do período.

Essa difusão escolar da matemática; o pressuposto encontrado em trabalhos como os de Descartes e de Pell, de que a matemática seria *o método* de resolução de qualquer problema e, portanto, o fundamento de qualquer conhecimento que se pretendesse verdadeiro; e a adoção da ideia pitagórica, presente nos textos de Galileu, de que o mundo teria sido criado a partir de um princípio geométrico formaram um novo regime discursivo sobre a matemática e sobre seu ensino. Tal regime, ao que parece, suplantou, posteriormente, o discurso sobre a matemática presente em Universidades em que ela não era privilegiada. Além disso,

[59] "Res vero philosophicas quod attinet, ea – proh dolor! – harum est conditio, qualem in academiis nos reperturos claritas tua saepe discipulis sui praedixit: Mathematicae scientiae contemnuntur rarique earum sunt cultores"; Varenius, 1643, 12-15 in *Der Briefwechsel des Joachim Jungius*, org. B. Elsner & M. Rothkegel (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 2005): 505.

[60] "Etsi neutiquam problemus pravam illam consuetudienm, qua adolescentes nondum delibata Geometria & Arithmetica ad alias Philosophiae disciplinas animum applicant: sed causa est in Praeceptoribus & Professoribus, quorum plerique ipsi ignorant has scientias & ideo juvenes non monent de hac erronea consuetudine"; B. Varenius, *Géographie générale* (Cantabrigiæ: Dickinson, 1672), 9.

aquele novo regime de discurso colocou em xeque o ensino defendido pelos jesuítas na *Ratio* de 1599 – e com ele, as teorias aristotélicas – e elevou ao estatuto de verdade os discursos sobre a nova ciência e suas relações com o trabalho, um dos apanágios da burguesia. Assim, a matemática se tornou um instrumento de poder conforme o que pretendiam Jungius e Tassius ao afirmarem nas regras de criação da Sociedade Ereunética[61] que:

> Há homens saxões, todos dedicados à moral e aos estudos, que descobriram um método de refutar de modo incontestável todos os absurdos sofismas e com a mesma certeza e evidência que é deduzida de algumas proposições de Euclides. [...] *Com tais armas*, eles prometem provar mais claramente que as teorias da filosofia dos Jesuítas, que têm tomado posse de quase toda a Europa atualmente, são nada mais que sofisma e pura fraude.[62]

Desde então, a matemática vem assumindo papel primordial na educação escolar, na formação de subjetividades e em práticas sociais. O que não significa, no entanto, que todas as escolas da atualidade estejam conseguindo fazer com que os alunos percebam a matemática como um instrumento de poder e se apoderem desse instrumento, conforme fizeram alunos e professores do Ginásio Acadêmico de Hamburgo.

SOBRE A AUTORA:

Arlete de Jesus Brito
Departamento de Educação, UNESP, Rio Claro
(e-mail: arlete@rc.unesp.br)

Artigo recebido em 26 de fevereiro de 2014
Aceito para publicação em 26 de fevereiro de 2014

[61] Sociedade fundada em 1622 pelos luteranos Joaquim Jungius (1587 – 1657), e Johann Adolf Tassius (1585 – 1654). Segundo Dickson, a Sociedade Ereunética, que tinha aproximações com o movimento Rosacruz; D. R. Dickson, *The Tessara of Antilia: utopian brotherhoods & secret societies in early seventeenth century* (Leiden: BRILL, 1998).

[62] Jungius e Tassius, 1622 apud D. R. Dickson, *The Tessara of Antilia: utopian brotherhoods & secret societies in early seventeenth century* (Leiden: BRILL, 1998), 94, grifos nossos.