

## **Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da USP de São Paulo**

---

**Sílvio César Otero-Garcia**

### **Resumo**

*Esta pesquisa traz um panorama de como a disciplina de análise vem se estruturando no que diz respeito aos seus objetivos, ementa e bibliografia no curso de matemática da Universidade de São Paulo, campus de São Paulo, que iniciou suas atividades em 1934. A metodologia de coleta de dados adotada é a análise de documentos. O estudo foi realizado por meio de grades curriculares e programas de disciplinas. No curso da USP não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo em seus primeiros anos, tendo sido essa separação efetivada após a década de setenta. Particularmente com relação aos objetivos, encontramos em apenas alguns anos colocações pontuais sobre a questão da formação do professor. A análise da bibliografia mostrou referências usadas na década de cinquenta ainda podem ser encontradas em cursos de análise hoje em dia; referências de autores brasileiros, comuns atualmente, começaram a surgir na década de setenta. Os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua sequência, foram herdados daqueles primeiros cursos que indistintamente tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de setenta, sua estrutura geral pouco se alterou, apesar das modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática nesse período de mais de quarenta anos.*

**Palavras-chave:** Educação Matemática no Ensino Superior; Ensino de Análise; Ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

### **Abstract**

*This research provides an overview of how the discipline of analysis has been structured in relation to their goals, summary and bibliography in mathematics course at the University of São Paulo, São Paulo campus that began operations in 1934. The data collection methodology adopted is the analysis of documents. The study was conducted by means of curricula and course programs. In the University of São Paulo's course there weren't specific disciplines of analysis or calculation in its early years, this separation has been effected after the seventies. Particularly with respect to the objectives, we found in only a few years off placements on the issue of teacher training. The analysis showed the bibliography references used in the fifties can still be found in analysis courses nowadays; references Brazilian authors usual today, began to appear in the seventies. The contents worked in the current analysis courses, as well as its sequel, were inherited from those early courses indiscriminately treated the calculation and analysis and have not suffered major transformations over the years. Also, once established the specific disciplines of analysis in the seventies, its overall structure has changed little, despite the political and philosophical changes that came about training courses for teachers of mathematics in this period of more than forty years.*

**Keywords:** *Mathematics Teaching in Undergraduate Courses; Analysis Teaching; Differential and Integral Calculus Teaching.*

## INTRODUÇÃO

Este trabalho, parte integrante do projeto maior coordenado pela Profa. Dra. Rosa Baroni, *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*<sup>1</sup>, dá continuidade às ideias apresentadas em nosso artigo publicado nesta revista: *Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro*<sup>2</sup>. Entretanto, pode ser considerado independente dele, uma vez que, apesar de ambos terem os mesmos pressupostos metodológicos e discutirem em essência as mesmas questões, a análise, em cada um, recai sobre um curso de licenciatura distinto. Nesse contexto, cada um deles procura desvelar um aspecto do objetivo central que os une: traçar um panorama da trajetória da disciplina de análise em dois cursos de licenciatura em matemática. Quando nos referimos à trajetória dessa disciplina estamos nos referindo em particular aos seus *objetivos, conteúdos e bibliografia*, presentes em seus programas oficiais.

Nos dois trabalhos temos uma apresentação de resultados essencialmente descritiva. Na realidade, neles buscamos explicitar ao máximo todas as modificações pelas quais a disciplina de análise passou nos dois cursos analisados. Sempre que possível, utilizamos tabelas e figuras com a reprodução dos próprios documentos coletados. Temos neles, ainda, uma análise pontual que emergiu naturalmente do próprio processo descritivo.

Assim, em certo sentido, podemos dizer que nossa pesquisa está inserida dentro da *História da Educação Matemática*, abordando a temática

---

<sup>1</sup> Esse projeto busca entender vários de seus aspectos: como a análise se constituiu como disciplina no Brasil; que conteúdos podem ser caracterizados como componentes da estrutura da disciplina; como as licenciaturas têm trabalhado com essa disciplina; qual o movimento existente na busca da separação dessa disciplina nos cursos de licenciatura e de bacharelado; algumas propostas para o trabalho em sala de aula.

<sup>2</sup> Sílvio César Otero-Garcia, "Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro," *História da Ciência e Ensino: construindo interfaces* 7 (2013): 1-44.

“História dos processos pedagógicos por meio de análise histórica de materiais pedagógicos, de livros didáticos adotados, de ementas curriculares, de sistemas de avaliação etc.”<sup>3</sup>. Alertamos, no entanto, que não necessariamente nos embebemos de fontes teóricas outras dentro dos campos *História da Matemática* ou *História da Educação Matemática*. Entendemos nosso trabalho como um trabalho de *História da Educação Matemática* por se tratar de um estudo no tempo e espaço que envolve a ação humana num campo específico que é de interesse da *Educação Matemática* (história de processos pedagógicos ou história de disciplinas escolares). Portanto, não faz sentido confrontar nossas opções metodológicas ou outras com referenciais dessas áreas.

Escolhemos como base os cursos do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP) – analisado neste trabalho –, e do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista (UNESP) – analisado em nosso artigo publicado nesta revista: *Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro*<sup>4</sup> –, por serem esses os mais antigos do Estado de São Paulo, dentre os de instituições públicas. Mais que isso, o curso da USP é o mais antigo do Brasil, enquanto curso autônomo, com currículo próprio. Também, essas duas instituições possuem grande produção científica e grande influência nacional e, sem dúvida, são referências na formação de profissionais qualificados na área de matemática. Sendo assim, traçar o panorama da disciplina de análise nessas instituições *de alguma forma* também significa ter uma visão mais ampla dessa disciplina nos cursos de licenciatura em matemática no Brasil.

Por fim, cabe clarificar o que entendemos como disciplina de análise. Primeiramente, nosso levantamento histórico pretende traçar um panorama de como a disciplina de análise se estruturou no que hoje ela é entendida

---

<sup>3</sup> Rosa Lúcia Sverzut Baroni & Sérgio Roberto Nobre, “A Pesquisa em História da Matemática e suas Relações com a Educação Matemática,” in *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*, org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo (São Paulo: Editora UNESP, 1999): 129-136.

<sup>4</sup> Otero-Garcia, “Disciplinas de Análise na História de seu Ensino”.

como tal. Agora, no levantamento em si, consideraremos tanto as disciplinas cujos nomes trouxessem no título a palavra “análise” quanto aquelas que tratassem de conceitos da análise, essa a área da matemática (no sentido atual). Sendo assim, nosso interesse também recaiu, por exemplo, sobre disciplinas de cálculo, quando essas não tratavam essencialmente de aplicações algorítmicas, como é feito hoje em dia.

### **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Conforme já explicitamos, o nosso objetivo é traçar uma trajetória da disciplina de análise, com relação principalmente aos seus *objetivos*, *conteúdo* e *bibliografia*, no curso de licenciatura em matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da USP, posteriormente transferido para o IME. Delimitar as nossas escolhas metodológicas para isso sempre nos pareceu um desafio. Na realidade, para essa tarefa a que nos propomos, acreditamos que existam muitas possibilidades plausíveis de métodos que retornem resultados satisfatórios. Entretanto, é necessário fazer opções, e fizemos algumas.

A primeira delas foi enquadrar a nossa pesquisa numa modalidade maior. Não que isso fosse estritamente necessário, mas o nosso ensejo com isso foi tanto o de procurar por meio de enquadramentos o melhor caminho a se seguir, quanto tentar deixar o mais claro possível as nossas opções. Assim sendo, esta etapa da nossa pesquisa pode ser identificada com a modalidade denominada pesquisa qualitativa. André aponta que a pesquisa qualitativa é uma forma muito comum de pesquisa em educação. Acreditamos que essa modalidade é adequada ao que nos propomos a responder, pois, segundo essa mesma autora, é pretendido numa pesquisa qualitativa:

[...] apresentar, com base nos dados obtidos e no posicionamento do pesquisador, uma das possíveis versões do caso, deixando-se aberta a possibilidade para outras leituras/versões acaso existentes. Não se parte do pressuposto de que a reconstrução do real feita pelo pesquisador seja a única ou a correta; aceita-se que os leitores

possam desenvolver as suas representações do real e que essas possam ser tão significativas quanto a do pesquisador.<sup>5</sup>

Assim sendo, consoante com o que expusemos no início deste trabalho, não pretendemos apresentar uma visão única sobre o fato, mas sim levantar questionamentos, trazer resultados, não sem, é claro, tomar um posicionamento pessoal baseado na pesquisa realizada.

Segundo Bogdan & Byklen<sup>6</sup>, Tuckman<sup>7</sup>, e Quivy & Campenhoudt<sup>8</sup>, existem três grupos de fontes de obtenção de dados em pesquisas qualitativas: a) *observação*; b) *inquérito* e c) *análise de documentos*. Nesta pesquisa as nossas fontes são as do terceiro grupo. Para Lüdke & André, “a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”<sup>9</sup>. A nossa perspectiva foi a de adotar a *análise de documentos* como o nosso método de pesquisa central, ou seja, os documentos foram por si só o alvo de estudo.<sup>10</sup>

Sabemos da importância do processo de *triangulação* das fontes, ou seja, de se utilizar de vários métodos para se obter dados numa pesquisa. Esse processo é importante, pois serve para validar os dados obtidos. Entretanto, como nosso objetivo leva em conta puramente os programas oficiais das disciplinas de análise, julgamos que adotar a atitude de utilizar da *análise de documentos* como fonte única de dados não prejudicaria nossa análise, pelo contrário, está justamente de acordo com o que pretendemos buscar.

---

<sup>5</sup> Marli Elisa Dalmazo Afonso de André, *Etnografia da Prática Escolar* (Campinas: Papirus, 1995), 56.

<sup>6</sup> Robert Bogdan & Sari Biklen, *Investigação Qualitativa em Educação* (Porto: Porto Editora, 1994).

<sup>7</sup> Bruce W. Tuckman, *Manual de Investigação em Educação* (Lisboa: Fundação Colouste Gulbenkian, 2002).

<sup>8</sup> Raymond Quivy & Luc Van Campenhoudt, *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (Lisboa: Gradiva, 2008).

<sup>9</sup> Menga Lüdke & Marli Elisa Dalmazo Afonso de André, *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas* (São Paulo: EPU, 1986), 38.

<sup>10</sup> Judith Bell. *Como Realizar um Projecto de Investigação* (Lisboa: Gradiva, 1993).

Baseando-nos mormente em Flores<sup>11</sup> e Bell<sup>12</sup>, podemos dizer que os documentos são fontes de dados e sua análise objetiva atribui um significado a eles que é relevante para a pesquisa realizada. Nesse contexto, a *análise de documentos* pode ser vista como constituída de duas etapas, que foram por nós seguidas: a primeira de *obtenção dos dados* e a segunda de *análise dos resultados*.

A coleta de dados do curso de matemática da USP iniciou-se no fim do segundo semestre de 2009 e foi concluída no meio do primeiro semestre de 2010. Foi realizada junto aos arquivos do Centro de Apoio à Pesquisa em História (CAPH) da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) e das Assistências Acadêmicas dessa mesma faculdade e do IME. Para o período em que o curso funcionava na FFCL, coletamos guias, anuários e programas publicados pela unidade. Infelizmente, não foi possível obter dados de todos os anos, entretanto, consideramos que conseguimos quantidade suficiente para realizar a nossa análise. Não encontramos a mesma dificuldade com relação ao período posterior a 1970, já que o IME publica, anualmente, desde 1971, catálogos de graduação onde pudemos encontrar as informações de nosso interesse.

Em qualquer dos casos, não só os programas de disciplinas que hoje chamaríamos de análise foram considerados, mas também aquelas cujos nomes trouxessem em seus títulos a palavra *análise* e outras que trabalhassem com conceitos da análise, conforme já relatamos anteriormente. Em especial, como já sabíamos de antemão que durante um longo período as disciplinas de análise se confundiam com as de cálculo, achamos por bem coletar programas também dessa última disciplina.

Antes de descrevermos a nossa etapa de *análise dos resultados*, gostaríamos de falar um pouco da *natureza* dos nossos documentos e do nosso processo de seleção. Segundo Bell<sup>13</sup> e Cohen & Manion<sup>14</sup>, as fontes

---

<sup>11</sup> Javier Gil Flores, *Análisis de Datos Cualitativos: aplicaciones a la investigación educativa* (Barcelona: PPU, 1994).

<sup>12</sup> Bell. *Como Realizar um Projecto de Investigação*.

<sup>13</sup> Ibid.

<sup>14</sup> Louis Cohen & Lawrence Manion, *Research Methods in Education* (Londres: Routledge, 1994).

documentais podem ser classificadas em *primárias*, que por sua vez se subdividem em *deliberadas* (produzidas com o intuito de servir como fontes) e *inadvertidas* (fruto natural do funcionamento do sistema em estudo), e *secundárias*. Os documentos por nós recolhidos claramente podem ser classificados como fontes *primárias* e *inadvertidas*. Já com relação à *seleção* dos documentos, destacamos o processo de *pré-análise* que realizamos concomitantemente com o a obtenção dos documentos de modo a torná-la mais produtiva.

Para a *análise dos resultados*, grosso modo, seguimos as etapas descritas por Miles & Huberman<sup>15</sup>: a) *Redução*; b) *Apresentação*; c) *Conclusões*. Não encontramos maiores dificuldades no processo de *redução*, já que nosso estudo documental é bastante dirigido e o foco da pesquisa está nas grades curriculares e nos programas da disciplina de análise, ou em semelhantes documentos que trouxessem as informações que procuramos. Dessa forma, os documentos pesquisados por si só já foram os elementos que nos permitiram estabelecer as relações e obter as conclusões desejadas. Entretanto, foi necessário, num primeiro momento, separar os programas que eram efetivamente de análise daqueles que no processo de coleta pareceram-nos ser de análise. Também, reduzimos de modo considerável nossos dados agrupando os programas por período, já que não foram observadas mudanças de programa em todos os anos pesquisados. Uma boa parte dessa etapa aconteceu concomitantemente com a própria *seleção* dos documentos, na etapa de coleta de dados por meio da *pré-análise* de que falamos no parágrafo anterior.

Com relação à *apresentação dos dados*, foco deste trabalho, procuramos fornecer uma visão de conjunto através de uma descrição sintetizada dos programas mais relevantes e das modificações que aconteceram ao longo dos anos. Em alguns casos, valemo-nos também de quadros, figuras e esquemas para ilustrar movimentos ou outras informações que julgamos ficarem mais bem organizadas sob essas formas.

---

<sup>15</sup> Matthew B. Miles & Michael Huberman, *Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook* (Londres: Sage, 1994).

Não tentamos ser sintéticos nesse processo de apresentação, pois acreditamos que ao trazer uma quantidade substancial de informações, aumentamos as chances de o leitor do nosso trabalho tirar suas próprias conclusões tendo uma base segura. Dessa forma, guiamo-nos por uma tensão entre brevidade e quantidade de informações. Esperamos que tenhamos obtido sucesso e encontrado um equilíbrio.

Outra tensão, que se fez presente no nosso processo de *apresentação dos dados*, foi a questão da apresentação dos documentos comprobatórios. Procuramos, sempre que possível, colocá-los junto ao corpo do texto, para facilitar a leitura e compreensão. Entretanto, para aqueles documentos cujo número de páginas era considerável e também para aqueles de menor expressão dentro do nosso processo descritivo, optamos por referenciar nosso trabalho que os contém<sup>16</sup>.

Finalmente, as *conclusões* foram obtidas durante todo processo de *obtenção dos dados, redução e apresentação dos mesmos*, uma vez que essas tarefas permitem que progressivamente se avance do descritivo para o explicativo e do concreto para o abstrato.<sup>17</sup> Salientamos, outrossim, que essa etapa não foi constituída apenas de uma justaposição das etapas anteriores, na realidade, essas, bem como as conclusões obtidas no decorrer da pesquisa, foram o caminho para as nossas conclusões finais.

### **ANÁLISE MATEMÁTICA NA FFCL DA USP**

O curso de matemática da FFCL da USP começou a funcionar ainda em 1934, data da fundação dessa faculdade. Em seus primeiros anos, a chamada licença era dada pelo Instituto de Educação ao bacharel formado pela FFCL. Posteriormente, esse instituto foi incorporado à FFCL como uma de suas seções.<sup>18</sup> Em qualquer dos casos, o futuro professor deveria cumprir três anos de disciplinas específicas e um quarto ano de pedagógicas

---

<sup>16</sup> Sílvio César Otero-Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino" (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2011).

<sup>17</sup> Flores, *Análisis de Datos Cualitativos*.

<sup>18</sup> Circe Mary Silva da Silva, "A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP e a Formação de Professores de Matemática", in *Reunião Anual da Anped* (Caxambu: ANPED, 2000), 1-19.



(exatamente como surge o chamado modelo “3+1”). O ensino era organizado em seções (e, eventualmente subseções) e cadeiras. O curso de matemática estava subordinado à subseção de *Ciências Matemáticas* da seção de *Ciências* que contava com três cadeiras: *Geometria (Projetiva e Analítica)* e *História da Matemática, Análise Matemática* e *Mecânica Racional Precedida de Cálculo Vetorial*. Os nomes das disciplinas, muitas vezes, coincidiam com os nomes das cadeiras responsáveis (ver Quadro 1).

**Quadro 1: Seriação do curso de matemática da FFCL da USP no ano de 1934.**

1º Ano	Geometria (Analítica e Projetiva)   Análise Matemática (1ª Parte)   Física Geral e Experimental (1ª Parte)   Cálculo Vetorial
2º Ano	Análise Matemática (2ª Parte)   Mecânica Racional   Física Geral e Experimental (2ª Parte)
3º Ano	Análise Matemática (3ª Parte)   Geometria Superior   História da Matemática

### 1934 – 1950

Conforme nos apontam os trabalhos de Silva<sup>19</sup> e Lima<sup>20</sup>, as disciplinas de *Análise Matemática* eram, de fato, análises. Ou seja, embora possa haver certa indistinção entre o que seja cálculo e o que seja análise, o tratamento rigoroso dado aos conteúdos, percebido através das notas de aula, utilizadas à época, apontava para essa direção.

*Análise Matemática* do primeiro ano desenvolvia por meio de seus cinquenta e cinco pontos os conteúdos básicos do cálculo diferencial e integral em uma e várias variáveis e alguns pontos de variáveis complexas, equações diferenciais e álgebra linear. Entretanto, o tratamento dado era rigoroso, aproximando-se do que hoje entendemos por análise.<sup>21</sup> Destacamos a abordagem topológica utilizada para tratar dos números reais e o estudo dos infinitésimos contemplado num dos seus pontos.

<sup>19</sup> José Roberto Rosa Silva, “Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo” (dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, 2006).

<sup>20</sup> Eliene Barbosa Lima, “Dos Infinitésimos aos Limites: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da Análise Matemática no Brasil” (dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, 2006).

<sup>21</sup> Silva, “Prof. J. O. Monteiro de Camargo.”

Os programas de *Análise Matemática* para o segundo e terceiro anos eram mais abertos. O do segundo indicava quatro pontos principais: *noções sobre a teoria das funções analíticas, complementos sobre equações diferenciais, elementos de teoria dos números, noções sobre teoria dos grupos de substituições e das equações algébricas segundo Galois*. O do terceiro, dado em caráter monográfico, mais vago, dizia que o conteúdo era variável.

Para esse ano, não encontramos indicação alguma sobre a bibliografia ou sobre os objetivos dos cursos. Em Otero-Garcia<sup>22</sup>, temos reproduzida uma parte do Guia da FFCL da USP do ano de 1935, no qual é possível encontrar a grade do curso e os programas das disciplinas. Esses eram os mesmos de 1934, conforme é possível comprovar pelo anuário daquele ano<sup>23</sup>.

Conforme relatado em Silva<sup>24</sup>, no ano de 1936, o primeiro ano de *Análise Matemática* segue com o mesmo programa de 1934 e 1935. Já em 1937, a disciplina mantém essa proposta geral, porém dedica mais pontos a conceitos topológicos, aplicações do cálculo e regras operacionais. São os principais pontos destacados em seu programa: *teoria dos conjuntos lineares, funções e teoria dos limites, teoria das derivadas das funções de uma variável e suas aplicações, integral das funções de uma variável, teoria das funções de mais variáveis, integral das funções de mais variáveis, aplicações geométricas do cálculo diferencial e integral e equações diferenciais*. Para o segundo ano, em 1936, passam a ser recomendados pontos de *teoria dos grupos de substituições e das equações algébricas e teoria das funções analíticas*. Já em 1937, *funções analíticas e funções elípticas*. O terceiro ano de *Análise Matemática* prossegue como curso monográfico; entretanto, em 1936 e 1937, é indicado um ponto central,

---

<sup>22</sup> Otero-Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise," 422-425.

<sup>23</sup> Universidade de São Paulo, *Anuário 1934-1935 FFLCH/USP* (São Paulo: FFLCH/USP, 2009). Essa é uma reimpressão *fac-símile* do primeiro anuário da Faculdade de FFCL da USP (1934-1935) confeccionada em ocasião da comemoração dos 75 anos da FFLCH.

<sup>24</sup> Silva, "Prof. J. O. Monteiro de Camargo."

respectivamente, *teoria dos funcionais analíticos*<sup>25</sup> e *cálculo diferencial absoluto e elementos da teoria da relatividade*.

Em 1942, *Análise Matemática* passa a ser ministrada apenas para o primeiro e segundo anos, o terceiro conta com *Análise Superior*, sob responsabilidade de outra cadeira. O programa do primeiro ano fica mais enxuto, os conteúdos de *números complexos*, *integrais múltiplas* e parte do conteúdo de *séries* passam a figurar na disciplina do segundo ano, agora bem delimitada, juntamente com *funções analíticas* e *complementos sobre polinômios e funções algébricas* (ver Figura 1).

### 1951 – 1958

Na década de cinquenta, encontramos algumas disciplinas sendo ministradas para o quarto ano do curso, o que sugere a ampliação de sua duração em um ano. Em 1951, por exemplo, havia *Análise Matemática* nos três primeiros anos. Seguimos descrevendo os programas dessas três disciplinas em 1951<sup>26</sup>. Como no caso dos anos anteriores, não há neles indicações dos objetivos ou bibliografia.

O primeiro ano de *Análise Matemática* não diferia muito do de 1942. Na parte introdutória eram vistos pontos como extremos e pontos de acumulação, limites e continuidade, derivadas e diferenciais, infinitésimos, integral de Riemann, integrais impróprias. Além desses, faziam parte do programa conteúdos de funções de mais de uma variável (limites e continuidade, derivadas parciais, integrais duplas e múltiplas), aplicações geométricas do cálculo diferencial (pontos singulares das curvas planas, curvas reversas, classificação de pontos regulares de uma superfície) e equações diferenciais (tipos elementares e equações lineares de coeficientes constantes).

---

<sup>25</sup> A essa época, Luigi Fantappiè era o docente da disciplina. Essa teoria foi justamente sobre a qual Fantappiè desenvolveu a maior parte de seus trabalhos (Silva, "Prof. J. O. Monteiro de Camargo."; Lima, "Dos Infinitésimos aos Limites.").

<sup>26</sup> Podem ser consultados em Otero-Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise," 427-431.

— 68 —

## ANÁLISE MATEMÁTICA

Prof. Omar Catunda.  
1.º assistente Edison Farah.

A cadeira de Análise Matemática funciona nas 1.ªs e 2.ªs séries dos cursos de Matemática e Física, sendo as aulas realizadas em conjunto para cada série, três vezes por semana, durante uma hora. Além das aulas teóricas há Exercícios de Análise duas vezes por semana, durante duas horas, separadamente para as 1.ªs e 2.ªs séries.

## PROGRAMA

## 1.ª série

## Análise matemática

## FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL

- Números reais (recordação).
- Conceito geral de conjunto; conjuntos lineares.
- Extremos de um conjunto.
- Pontos de acumulação. Classificação dos conjuntos lineares.
- Conceito geral de função. Extremos das funções.
- Teoria dos limites.
- Funções contínuas. Continuidade uniforme.
- Derivadas.
- Infinitésimos e infinitos; diferenciais.
- Teoremas gerais sobre as derivadas.
- Regras de l'Hospital.
- Raízes, máximos e mínimos das funções de uma variável.
- Contacto das curvas planas.
- Fórmulas de Taylor e MacLaurin.

— 70 —

- Formas lineares; diferenciais exatas.
- Retificação das curvas planas e reversas.

## EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

- Conceito geral e teorema de existência (enunciado) para as equações diferenciais.
- Vários tipos de equações diferenciais de 1.ª ordem.
- Equações de ordem superior.
- Equações lineares gerais; equações lineares de coeficientes constantes.

## 2.ª série

## INTEGRAIS MÚLTIPLAS

- Integrais duplas; definições e cálculo.
- Fórmula de Green; mudança de variáveis.
- Integrais múltiplas.
- Cálculo dos volumes.
- Área de uma superfície.

## SÉRIES

- Números complexos (recordação). Funções e limites no campo complexo.
- Conceitos gerais e recordação dos critérios de convergência das séries.
- Convergência absoluta; teoremas de Riemann-Dini e de Dirichlet.
- Soma e produtos de séries.
- Produtos infinitos.
- Séries duplas e múltiplas.
- Séries de funções; convergência uniforme e total; teorema do limite.
- Integração e derivação por séries.

— 69 —

## FUNÇÕES DE MAIS VARIÁVEIS

- Conceito de espaço de dimensões. Conjunto de pontos
- Pontos de acumulação. Região e domínio.
- Conceito geral de função de mais de uma variável. Limites, continuidade e teoremas relativos.
- Derivadas e diferenciais das funções de mais variáveis.
- Derivação das funções compostas.
- Funções homogêneas.
- Fórmula de Taylor para as funções de mais variáveis.
- Funções implícitas. Jacobiano. Dependência funcional.

## APLICAÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL

- Tangentes, normais, círculo osculador das curvas planas.
- Pontos singulares das curvas planas.
- Máximos e mínimos das funções de mais variáveis.

## INTEGRAIS SIMPLES

- Definição e propriedades das integrais definidas.
- Envoltórias das curvas planas.
- Normal e plano tangente a uma superfície.
- Assíntotas das curvas planas.
- Funções integráveis.
- Teorema da média; derivada de uma integral em relação ao extremo superior; funções primitivas.
- Regras de integração.

## SÉRIES

- Integrais impróprias.
- Integração das funções racionais e de outras classes de funções.
- Integração aproximada.
- Integrais curvilíneas.
- Integrais dependentes de um parâmetro.

— 71 —

- Séries de potências; círculo de convergência; teorema de Cauchy — Hadamard; série derivada.
- Transcendentes elementares; fórmula de Euler.

## FUNÇÕES ANALÍTICAS

- Definição de função monôgena segundo Cauchy e segundo Riemann. Representação conforme.
- Integrais no campo complexo. Teorema de Cauchy.
- Fórmula integral de Cauchy.
- Séries de Taylor e de Laurent.
- Esfera complexa. Regiões e domínios sobre a esfera.
- Prolongamento analítico. Função analítica no sentido de Weierstrass. Superfície de Riemann.
- Zeros, polos e pontos singulares isolados essenciais.
- Funções transcendentais inteiras e funções meromorfas. Teorema de Mittag — Leffler.
- Resíduos. Aplicações. Indicador logarítmico de Cauchy. Função inversa.
- Função analítica de mais variáveis. Estensão da fórmula de Cauchy.
- Prolongamento analítico. Função analítica no sentido restrito.
- Funções implícitas.

## COMPLEMENTOS SOBRE POLINÔMIOS E FUNÇÕES ALGÉBRICAS

- Propriedades dos polinômios de uma variável: divisibilidade; campo de racionalidade.
- Teorema fundamental da álgebra e consequências.
- Funções simétricas das raízes.
- Resultante de dois polinômios de uma variável.
- Raízes múltiplas; discriminante.
- Propriedades dos polinômios de mais variáveis.
- Eliminação; teorema de Bézout.
- Funções algébricas; superfícies de Riemann de uma função algébrica.

Figura 1: Parte do Guia da FFCL da USP de 1943 que detalha os programas das disciplinas de *Análise Matemática* para o curso de matemática

No segundo ano, trabalhava-se com os conteúdos de *integrais duplas e múltiplas*, bem como os de *equações diferenciais*, antes dados em *Análise Superior*. Por outro lado, *teoria das funções analíticas* passa para o terceiro que, inclusive, trabalha apenas com esse ponto; *polinômios e funções algébricas* são retirados. Há um tópico inicial de revisão de conceitos, que inclui *números reais, limites, continuidade e séries*, sugerindo uma retomada com mais rigor desses conteúdos dados para o primeiro ano e, a nosso ver, o início do processo de algoritmização dos cursos de análise e especialização de seu ensino.

Em 1953 os programas de *Análise Matemática* permanecem inalterados. Entretanto, nesse ano, o programa de *Análise Matemática* trouxe um quarto ano para a disciplina, na qual são indicados, curiosamente, pontos de geometria elementar: *comprimento de uma circunferência, teorema de Euler e consequências, extensão ao espaço de n dimensões, teoremas isoperimétricos, poliedros equivalentes, elementos de geometrias não-euclidianas*. O programa de *Análise Matemática* pode ser visto na Figura 2.

### 1959 – 1964

Embora não tenha havido modificações profundas no conjunto das disciplinas analisadas, em 1959, algumas mudanças aconteceram, as principais serão destacadas a seguir.

A única alteração em *Análise Matemática* do primeiro ano foi a inclusão de novos pontos de *aplicações geométricas do cálculo diferencial*. Talvez, porque nesse ano, pelo menos, o programa dessa disciplina era o mesmo para os cursos de matemática e de física. Os conteúdos de *equações diferenciais* trabalhados anteriormente na segunda parte de *Análise Matemática* passam para a terceira, que continua a tratar, também, da *teoria das funções analíticas*. Ainda sobre a segunda parte de *Análise Matemática*, pontos de *sucessões e séries* passam a estar presentes em seu programa; além disso, são incluídos alguns novos pontos em seu item *revisão dos conceitos fundamentais*, como *integral de Riemann*,

*integrabilidade, Teorema Fundamental do Cálculo Integral*. O quarto ano da disciplina deixa de ser oferecido.

Esse movimento dos conteúdos nas disciplinas de análise, sobretudo na do segundo ano e no seu item *revisão dos conceitos fundamentais*, parece ser o primórdio do que viria a acontecer nos anos seguintes: a separação do cálculo da análise. De fato, o guia de 1966 da FFCL (Seção de Ciências Físicas e Matemáticas) anuncia que, com a aposentadoria do Prof. Omar Catunda, a cadeira de *Análise Matemática* é dividida em *Cálculo Infinitesimal* e *Equações Diferenciais*<sup>27</sup>. Conforme Silva, essa divisão já apontava o fim das cátedras que viria a ocorrer alguns anos mais tarde e o início da especialização do ensino de análise na FFCL.<sup>28</sup> Antes de detalhar mais esse importante evento, comentaremos as modificações de programas que aconteceram ainda na década de sessenta.

### **(1965 – 1968)**

*Análise Matemática* mantém mesmo programa de 1959 até 1964. Em 1965, embora não haja ainda alterações em sua ementa, passa a ser denominada *Cálculo Infinitesimal*. Nesse ano, não encontramos nenhuma disciplina chamada *Equações Diferenciais*; na realidade, a mudança apontada pelo Guia de 1966 - como ocorrida em 1963 - parece ter se efetivado apenas alguns anos mais tarde, conforme ainda esmiuçaremos<sup>29</sup>.

Se em 1965 a única alteração ocorrida foi a mudança no nome da disciplina, já em 1966, passou por uma considerável reestruturação. Nesse ano, *Cálculo Infinitesimal* conta com duas partes, *Cálculo I* e *Cálculo II*. A primeira delas trabalhava essencialmente com os mesmos pontos antes vistos no primeiro ano de *Análise Matemática*; e a segunda, com *topologia do  $R^n$ , sucessões e séries*, bem como aprofundamentos de pontos da primeira parte, como *integrais duplas e múltiplas* e *estudo da*

---

<sup>27</sup> Ibid., 447-459.

<sup>28</sup> Silva, "Prof. J. O. Monteiro de Camargo."

<sup>29</sup> Otero-Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise," 461-464.

*diferenciabilidade no  $R^n$ . Não encontramos um programa de Cálculo Infinitesimal para o terceiro ano do curso (Figura 3).*

— 28 —

## CADEIRA DE ANÁLISE MATEMÁTICA (VIII)

Professor: — Omar Catunda (catedrático).

Assistente: — Elza Furtado Gomide.

1.º ano

## INTRODUÇÃO

1. — Conjuntos de pontos sobre uma reta. Extremos (postulado de existência) e pontos de acumulação. Teorema de Bolzano.
2. — Funções de uma variável real. Limites e continuidade.
3. — Estudo das funções elementares. Gráficos.
4. — Derivadas e diferenciais. Infinitésimos; ordem infinitesimal.
5. — Teorema de Rolle. Teorema de valor médio e teorema de Cauchy.
6. — Regras de l'Hospital.
7. — Cálculo de ordens infinitesimais. Máximos e mínimos. Contacto de curvas planas. Sentido da concavidade. Círculo osculador.
8. — Fórmulas de Taylor e de MacLaurin.
9. — Funções primitivas. Regras de integração.
10. — Integração das funções racionais e de outras classes de funções.
11. — Integral de Riemann. Integrabilidade dos funções contínuas e das funções monótonas. Área de uma região plana. Teorema da média.
12. — Integrais impróprias.
13. — Arco de uma curva plana.

— 29 —

3. — Extremo superior de um conjunto.
4. — Conjuntos lineares em geral. Classificação. Teorema de Borel-Lebesgue. Conceito geral de função. Gráfico. Teorema de Weierstrass.
5. — Continuidade uniforme. Teorema de Heine.
6. — Limites. Critério de convergência de Cauchy. Limite máximo, limite mínimo e oscilação.
7. — Revisão do estudo das funções de mais de uma variável.
8. — Sucessões e séries numéricas. Séries de números complexos. Séries duplas. Produtos infinitos.
9. — Séries de funções. Integração e derivação por série. Séries de potências. Noções sobre as séries trigonométricas.

## II — INTEGRAIS DUPLAS E MÚLTIPLAS

10. — Definição de integral dupla segundo Riemann. Fórmulas de cálculo.
11. — Extensão ao espaço de  $n$  dimensões. Mudança de variáveis.
12. — Área de uma superfície. Integral de superfície.
13. — Teorema de Gauss e de Stokes. Aplicações a campos vectoriais particulares.
14. — Fórmula de Green no plano e no espaço. Funções harmônicas.
15. — Problema de Dirichlet. Fórmula de Poisson.
16. — Potências newtonianos de linhas e superfícies. Potencial de camada dupla.
17. — Potencial de volume. Equação de Poisson.

## III — EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

18. — Teorema de existência para sistemas de equações diferenciais ordinárias. Método de Picard.
20. — Demonstração do teorema de existência de uma equação de primeira ordem, pelo método de Cauchy-Lipschitz.
21. — Equações lineares. Propriedades gerais. Equações de Euler.
22. — Equações de derivadas parciais de primeira ordem, lineares e homogêneas. Equações lineares não homogêneas.

## FUNÇÕES DE MAIS DE UMA VARIÁVEL

14. — Conjuntos de pontos no plano e no espaço. Região e domínio.
15. — Funções de mais de uma variável. Limites e continuidade.
16. — Derivadas parciais. Diferencial. Funções diferenciáveis.
17. — Derivação das funções compostas.
18. — Funções homogêneas.
19. — Fórmula de Taylor para funções de mais de uma variável.
20. — Máximos e mínimos.
21. — Funções implícitas. Jacobiano. Dependência funcional.
22. — Integrais curvilíneas.
23. — Integrais duplas e múltiplas. Cálculo de volumes, momentos de inércia.
24. — Derivação de uma integral dependente de um parâmetro.
25. — Formas lineares. Diferenciais exatas.

## APLICAÇÕES GEOMÉTRICAS DO CÁLCULO DIFERENCIAL

26. — Pontos singulares das curvas planas. Assintotas.
27. — Envoltórias.
28. — Curvatura. Evolutas e evolventes.
29. — Curvas reversas. Triedro fundamental. Curvatura e torção.
30. — Classificação dos pontos regulares de uma superfície. Curvatura das curvas situadas em uma superfície.

## EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

31. — Tipos elementares de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.
32. — Equações lineares de coeficientes constantes, homogêneas ou não.

\*

2.º ano

## I — REVISÃO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS

1. — Noções gerais sobre a teoria dos conjuntos.
2. — Teoria dos números reais. Correspondência com os pontos de uma reta.

— 30 —

23. — Sistemas lineares. Sistemas de equações de diferenciais totais.
24. — Equações de derivadas parciais de primeira ordem não lineares. Métodos de Charpit-Lagrange e de Cauchy.

\*

3.º ano

## TEORIA DAS FUNÇÕES ANALÍTICAS

1. — Função analítica, segundo Weierstrass, Cauchy e Riemann.
2. — Cálculo de integrais por meio de resíduos.
3. — Prolongamento analítico. Funções algébricas e suas integrais.
4. — Construção de funções analíticas. Teoremas de Mittag-Leffler e Weierstrass.
5. — Função gama e outras funções especiais.
6. — Função analítica de mais de uma variável.
7. — Teorema de existência de equações diferenciais no campo complexo.

\*

4.º ano

## COMPLEMENTOS DE GEOMETRIA ELEMENTAR

1. — Comprimento de uma circunferência. Cálculo de  $\pi$ .
2. — Teorema de Euler e conseqüências. Poliedros estrelados.
3. — Extensão ao espaço de  $n$  dimensões.
4. — Teoremas isoperimétricos. Círculo e esfera.
5. — Poliedros equivalentes. Teorema de Dehn.
6. — Elementos de Geometria não euclidiana.

**Figura 2: Programa de Análise Matemática do curso de matemática da FFCL da USP em 1953**

— 28 —	— 29 —
<p style="text-align: center;">CÁLCULO INFINITESIMAL</p> <p style="text-align: center;">CÁLCULO I</p> <p>I — Números reais e funções. Corpo real. Axiomas. Funções de uma variável real. Limites e continuidade. Estudo das funções elementares. Gráficos.</p> <p>II — Cálculo diferencial. Derivadas. Regras de derivação. Derivadas das funções elementares. Teorema de Rolle. Teorema dos acréscimos finitos. Aplicações ao estudo de gráficos de funções. Máximos e mínimos. Sentido da cavidade. Regras de l'Hospital. Diferencial. Infinitésimos e infinitos. Fórmula de Taylor. Resto.</p> <p>III — Cálculo Integral. Integral definida. Propriedades. Integrabilidade de funções contínuas. Funções primitivas. Regras de integração. Integração de funções racionais e outras classes de funções. Integral imprópria.</p> <p>IV — Aplicações geométricas do cálculo. Tangentes. Assíntotas. Arco de uma curva. Curvas reversas. Triedro fundamental. Curvatura e torção.</p> <p>V — Funções de mais de uma variável. Conjuntos de pontos no plano e no espaço. Região e domínio. Espaço de <math>n</math> dimensões. Funções de mais de uma variável. Limites e continuidade. Derivadas parciais. Diferencial. Funções diferenciais. Interpretação geométrica. Funções homogêneas. Fórmulas de Taylor e de Maclaurin, para funções de mais de uma variável. Máximos e mínimos para funções de duas ou mais variáveis. Funções implícitas. Cálculo das derivadas sucessivas.</p> <p>VI — Integrais das funções de mais de uma variável. Integrais curvilineas. Integrais duplas e múltiplas. Cálculo de volumes. Momentos e inércia, centro de gravidade etc. Derivada de uma integral dependente de um parâmetro. Formas diferenciais. Diferenciais exatas.</p>	<p>VII — Equações diferenciais. Definições. Tipos elementares de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Equações lineares de coeficientes constantes, homogêneas ou não.</p> <p style="text-align: center;">CÁLCULO II</p> <p>I — Topologia do <math>\mathbb{R}^n</math> e teoremas fundamentais. Estrutura euclidiana do <math>\mathbb{R}^n</math>. Desigualdade de Cauchy-Schwarz. Topologia do <math>\mathbb{R}^n</math>; abertos, fechados, aderência, interior etc. Teorema dos intervalos encaixados. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Compacidade. Teorema de Haine-Borel. Função contínua sobre compacto; máximo e mínimo. Continuidade uniforme. Teorema de Heine. Conexidade. Teorema do valor intermediário. Seqüências no <math>\mathbb{R}^n</math>. Critério de convergência de Cauchy.</p> <p>II — Integrais duplas e múltiplas. Integral de Riemann. Integrabilidade. Teorema fundamental do Cálculo. Cálculo de integrais duplas. Integrais impróprias de uma e de mais de uma variável. Integrais dependendo de um parâmetro. Teorema de Leibniz. Sucessões e séries.</p> <p>III — Sucessões e séries numéricas. Séries de termos positivos. Séries de termos reais quaisquer. Critérios de convergência. Séries duplas. Produtos infinitos. Sucessões e séries de funções. Convergência uniforme. Integração e derivação com séries. Séries de potências. Propriedades de derivação e integração. Estudo da diferenciabilidade no <math>\mathbb{R}^n</math>.</p> <p>IV — Diferenciabilidade. Função inversa. Teorema da função implícita. Jacobiano. Dependência funcional. Mudança de variável nas integrais múltiplas. Integrais curvilineas. Integrais de superfície. Área de uma superfície. Formas diferenciais. Teoremas de Green, Gauss e Stokes. Fórmula de Green. Funções harmônicas. Propriedades. Elementos de teoria do potencial. Equação de Poisson.</p>

Figura 3: Programa de *Cálculo Infinitesimal* para o curso de matemática da FFCL da USP em 1966



**1968 – 1970**

A grade curricular do curso sofre considerável transformação em 1968, passando a compreender no tocante das nossas disciplinas de interesse: *Cálculo Infinitesimal*, *Equações Diferenciais*, *Funções Analíticas*, *Cálculo Avançado*. A divisão de que fala o guia de 1966, assim, concretiza-se. Em Otero-Garcia<sup>30</sup> temos os programas aprovados pela FFCL no ano de 1968, em que, em particular, constam os dessas disciplinas, comentados a seguir. No Quadro 2, há uma reconstrução da grade curricular do curso para 1968. Para elaborá-la, baseamo-nos nos programas disponíveis para 1968 e na grade indicada para 1966.

**Quadro 2: Possível seriação do curso de licenciatura em matemática da FFCL da USP em 1968.**

1º Ano	Cálculo Infinitesimal   Álgebra   Geometria Analítica   Física
2º Ano	Cálculo Infinitesimal   Álgebra Linear   Equações Diferenciais   Física   Complementos de Geometria e Geometria Superior
3º Ano	Análise Superior   Funções Analíticas   Cálculo Avançado   Complementos de Geometria e Geometria Superior   Crítica dos Princípios e Complementos de Matemática
4º Ano	Cálculo Avançado   Análise Superior   Psicologia da Educação   Prática de Ensino   Didática Geral   Administração Escolar

Agora com apenas três semestres, *Cálculo Infinitesimal*, em seus dois primeiros semestres, tratava não só dos pontos anteriormente vistos em *Cálculo I* do programa de 1966 (ver Figura 4), mas também de pontos de *geometria analítica e outras aplicações geométricas do cálculo diferencial e integral. Sucessões e séries, diferenciais, integral de Riemann, integrais duplas e múltiplas e funções definidas por integrais* eram os pontos principais do terceiro semestre do curso. Assim sendo, foram mantidos os pontos II e III de *Cálculo II*, retirados os pontos I e IV e acrescentados novos.

<sup>30</sup> Ibid., 466-472.

Em *Cálculo Avançado*, disciplina de três semestres, vários conceitos já trabalhados em *Cálculo Infinitesimal* são revistos, como *números reais*, *funções de uma variável*, *funções de várias variáveis* e *séries e seqüências numéricas e de funções*. Além disso, também são abordados tópicos de *espaços métricos* (rudimentos) e medida e integral de Lebesgue (alguns pontos introdutórios). Destaca-se que, para o ponto de *números reais*, o programa observa que o conjunto pode ser introduzido quer axiomaticamente, quer por sucessões ou cortes.

Em *Equações Diferenciais*, disciplina de um semestre, trabalhava-se com *equações diferenciais de 1ª ordem* (*definições, interpretação geométrica, resolução de equações diferenciais sob forma normal, forma não-normal*), *teoremas de existência e unicidade de soluções* e *equações diferenciais lineares* (*propriedades algébricas, sistemas fundamentais de soluções de equação homogênea, equações homogêneas a coeficientes constantes, equações não-homogêneas*). Já *Funções Analíticas*, com *números complexos, séries e funções no campo complexo, diferenciabilidade complexa, integração complexa e cálculo de resíduos*. Assim, os programas dessas disciplinas já têm uma estrutura muito parecida com os atuais cursos de *Equações Diferenciais* e *Variáveis Complexas*.

Com os programas acima comentados, percebe-se claramente a tendência de especialização do ensino de análise sobre o qual comentamos antes. Grosso modo, o tratamento mais rigoroso dos conceitos parece ter se focado em *Cálculo Avançado* e *Análise Superior*; a parte algorítmica em *Cálculo Infinitesimal*, *Funções Analíticas* e *Equações Diferenciais*. Essa linha permanecerá anos depois no recém-criado IME que, com a reforma universitária, fica responsável pelos cursos de matemática da FFCL.

### **AS DISCIPLINAS DE ANÁLISE NO IME DA USP**

Com a reforma universitária, a FFCL foi extinta, dando origem a Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) e outros institutos, como o IME, para o qual o curso de matemática foi transferido.

Já nele, a separação entre as modalidades bacharelado e licenciatura é feita de forma mais clara, cada qual com sua grade, embora muitas disciplinas continuassem a ser ministradas conjuntamente. Não só mais clara ficou a separação das modalidades, como também a separação das disciplinas de cálculo das de análise. Dessa forma, restringir-nos-emos a partir de agora apenas às disciplinas de análise da modalidade licenciatura, fazendo referência às de cálculo e ao bacharelado apenas pontualmente. As indicações de bibliografia e objetivos, que inexistiram na FFCL da USP, estão presentes na maioria dos programas do IME; passaremos a tratar delas sempre que estiverem presentes.

### 1971 – 1982

No ano de 1971, os licenciandos contavam com três semestres de *Cálculo Diferencial e Integral*. E no quinto e sexto semestres, respectivamente, havia as disciplinas *Funções Analíticas* e *Introdução à Análise*. Em termos dessas disciplinas, a diferença com relação ao bacharelado é que essa modalidade contava ainda com *Cálculo Diferencial e Integral IV* e no lugar de *Introdução à Análise*, *Análise Matemática I* e *Análise Matemática II*. Desse modo, a disciplina de análise no IME, desde o seu princípio, já era ministrada separadamente para as duas modalidades. A grade curricular desse ano pode ser vista no Quadro 3<sup>31</sup>.

Em *Introdução à Análise* eram trabalhados os seguintes pontos: *topologia de  $R$  e  $R^n$ , conexidade do intervalo, teorema de Borel-Lebesgue, definição geral de topologia, espaços métricos, compacidade e conexidade, espaços produto, funções contínuas, diferenciabilidade, integral de Riemann, critérios de integrabilidade e Teorema Fundamental do Cálculo*. Assim sendo, a disciplina abarcava pontos comuns a disciplinas introdutórias sobre o assunto como continuidade, diferenciabilidade e integrabilidade; entretanto, a discussão de tópicos como espaços métricos e sua topologia sugeriam um tratamento mais topológico.

---

<sup>31</sup> Ibid., 474-479, onde há a reprodução de parte do Catálogo de Graduação do IME do ano de 1971, em que constam os programas das disciplinas mencionadas.

**Quadro 3: Seriação do curso de licenciatura em matemática do IME da USP em 1971.**

	1º Semestre	2º Semestre
1º Ano	Cálculo Diferencial e Integral I   Vetores e Geometria   Física Geral e Experimental I   Introdução à Computação	Cálculo Diferencial e Integral II   Álgebra Linear I   Física Geral e Experimental II   Introdução ao Cálculo de Probabilidades
2º Ano	Cálculo Diferencial e Integral III   Álgebra I   Cálculo Numérico I   Física Geral e Experimental III	Introdução à Estatística   Álgebra II   Desenho Geométrico e Geometria Descritiva   Física Geral e Experimental IV
3º Ano	Teoria dos Conjuntos   Fundamentos da Matemática Elementar I   Funções Analíticas   História da Matemática	Fundamentos da Matemática Elementar II   Introdução à Análise   Optativa I   Disciplina de outra área
4º Ano	Fundamentos de Matemática Elementar III   Optativa II   Português   Educação Moral e Cívica	Disciplinas obrigatórias da Faculdade de Educação e Instituto de Psicologia (c. 480h)

Já no bacharelado, *Análise Matemática I* tinha em seu programa pontos de *teoria dos conjuntos, construção de  $R$ , topologia dos  $R^n$  e dos espaços métricos e continuidade*. *Análise Matemática II: integral dependente de um parâmetro, imprópria dependendo de um parâmetro, curvilíneas, de Riemann-Stieltjes; funções de variação limitada; séries de Fourier; Lema de Riemann; condições de Dirichlet; seqüências de Dirac e transformada de Fourier*. Já a disciplina de *Topologia*, presente nessa modalidade, falava de *espaços topológicos, prolongamento de funções uniformemente contínuas, teorema de Banach do ponto fixo, espaços compactos, conexos, produto e quociente*. Portanto, parece-nos que *Introdução à Análise* funcionava como uma espécie de apanhado geral, com algumas particularidades das disciplinas de análise e de topologia do bacharelado.

Finalmente, comum às duas modalidades, *Funções Analíticas* manteve o corpo geral da sua antecessora na FFCL (*série de potências, derivação e integração complexa, séries de Taylor e de Laurent, teorema dos resíduos*), diferindo, em síntese, apenas na questão da construção dos complexos, não contemplado nessa do IME, e no número de subpontos trabalhados em cada tópico mais geral: maior na FFCL.

Em 1972, sem diferença em suas ementas, passam a citar a bibliografia os programas de *Introdução à Análise* (*Real Analysis* de Alan J. White) e *Funções Analíticas* (*Introdução à Funções de uma Variável Complexa* de Chaim S. Hönl, *Complex Variables* de Churchill, *Complex Analysis* de Lara Ahlfors, *Complex Variables with Physical Applications* de Arthur Hauser Jr. e *Théorie Élémentaire des Fonctions Analytiques d'Une ou Plusieurs Variables Complexes* de Hermann). Tanto a ementa quanto a bibliografia dessas duas disciplinas continuam basicamente as mesmas em 1973. Nesse ano, porém, pela primeira vez, os programas trazem os objetivos das disciplinas. Para *Funções Analíticas*, estudo de funções analíticas e aplicações; já os de *Introdução à Análise* eram apresentar ao licenciando alguns pontos mais delicados da Análise. Nas figuras 4 e 5 temos esses programas retirados dos catálogos de graduação do IME de 1972 e 1973.

### **(1983 – 1993)**

Até meados de 1982, a estrutura geral das disciplinas, sobre as quais estamos nos debruçando, pouco se alterou. A única modificação apresentada no quadro geral foi a inclusão, em 1979, do livro *Curso de Análise* de Elon Lages Lima na bibliografia de *Introdução à Análise*. Na Figura 6, temos a reprodução do programa dessa disciplina.

Um ano mais tarde, em 1983, *Introdução à Análise* tem sua denominação alterada, sem modificações em seu programa, para *Introdução à Análise Real* e *Funções Analíticas* é substituída por *Introdução à Análise Complexa*, nesse caso com alteração de programa. Essa nova disciplina, cujos objetivos incluíam o estudo da extensão das funções elementares ao campo complexo, transformações conformes e geometria; tratava dos seguintes conteúdos: números complexos, séries e séries de potências, derivação complexa, transformações conforme, funções elementares, integração complexa, séries de Taylor e singularidades. Não há indicação de bibliografia recomendada. Convém comentar a alteração da ordem dessas duas disciplinas na grade curricular do curso: agora

*Introdução à Análise*, quinto semestre, é vista antes de *Introdução à Análise Complexa*, sexto<sup>32</sup>.

Ainda a essa época, os bacharelados contavam com dois cursos de análise que tratavam de: *construção dos números reais, topologia dos espaços métricos, funções, integral de Riemann, séries e transformações de Fourier, problemas de equações diferenciais*. Os objetivos apenas resumiam o programa da disciplina e a bibliografia diferia completamente de *Introdução à Análise: Teoria Ingênua dos Conjuntos* de Halmos, *Elements of Real Analysis* de Robert Bartle, *Analysis* de Lang e *A Integral de Lebesgue e suas Aplicações* de Höning.

Passados três anos, em 1985, os programas das duas disciplinas que acompanhamos são quase completamente reformulados. *Introdução à Análise Real* abandona, aparentemente, o tratamento mais topológico dado outrora e passa a tratar de: *números reais; construção e estrutura algébrica de  $\mathbb{R}$ ; ordem; expansão decimal; alguns números irracionais; cardinalidade; seqüências e séries numéricas; convergência de séries; critérios da razão e da raiz; critério da integral; continuidade e diferenciabilidade; integrabilidade; integral de Riemann; integrabilidade de funções contínuas; Teorema Fundamental do Cálculo*. A ementa de *Introdução à Análise Complexa* conta com nove pontos principais: *números complexos, séries de funções em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{C}$ , séries de potências, derivação complexa, transformações conforme, funções elementares, integração complexa, séries de Taylor, singularidades*. Com relação aos objetivos, os de *Introdução à Análise Real* tocam, pela primeira vez, a questão da formação do professor; falam da apresentação ou reapresentação com detalhes de tópicos do cálculo diferencial e integral que são delicados e importantes para o futuro professor secundário. No caso de *Introdução à Análise Complexa*, falam do estudo da extensão das funções elementares ao campo complexo e das transformações e geometria. Relativamente à bibliografia, *Introdução à Análise Real*, além dos dois livros que já figuravam anteriormente dentre

---

<sup>32</sup> Ibid., 481-485.

suas indicações, traz *Análise I* de Djairo Figueiredo. *Introdução à Complexa* indica *Variáveis Complexas e suas Aplicações* de Hönlig, além das que já contavam no programa de *Introdução às Funções Analíticas* (ver Figura 7).

<p>Instituto de Matemática e Estatística</p> <p style="text-align: center;"><u>FUNÇÕES ANALÍTICAS</u></p> <p>MAT 225</p> <p>3hs. por semana</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 - Séries de potências e funções elementares.</li> <li>2 - Derivação complexa. Condições de Cauchy-Riemann.</li> <li>3 - Integração complexa, fórmula integral de Cauchy, fórmula integral para derivadas de todas as ordens. Teorema do máximo módulo, teorema de Liouville.</li> <li>4 - Séries de Taylor e de Laurent. Domínio de convergência e classificação de singularidades.</li> <li>5 - Teorema dos resíduos. Aplicação ao cálculo de integrais.</li> <li>6 - Tópico livre.</li> </ol> <p><u>BIBLIOGRAFIA</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. "Introdução às funções de uma variável complexa" - Chaïm Samuel Hönlig - 1968.</li> <li>2. "Complex Variables" - Churchill.</li> <li>3. "Complex Analysis" - Lara Ahlfors.</li> <li>4. "Complex Variables with Physical Applications" - Arthur A. Hauser Jr.</li> <li>5. "Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes" - Hermann - Paris - 1961.</li> </ol>	<p style="text-align: right;">Universidade de São Paulo</p> <p>I - Sigla e nome da disciplina MAT-225 - "FUNÇÕES ANALÍTICAS"</p> <p>II - Obrigatória <input checked="" type="checkbox"/> Optativa <input type="checkbox"/></p> <p>III - Código dos requisitos prévios MAT-211</p> <p>IV - Objetivos Estudo de funções analíticas e aplicações.</p> <p>V - Conteúdo</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Séries de potências e funções elementares.</li> <li>2. Derivação complexa.</li> <li>3. Integração complexa, fórmula de Cauchy, fórmula integral para as derivadas; teorema do máximo módulo, teorema de Liouville.</li> <li>4. Séries de Taylor e Laurent, domínio de convergência e classificação de singularidade.</li> <li>5. Resíduos, aplicações.</li> </ol> <p>VI - Métodos utilizados Aulas expositivas.</p> <p>VII - Atividades discentes Comparcimento às aulas, resolução de exercícios, provas.</p> <p>VIII - Carga horária semanal e número de créditos Aulas práticas e teóricas: 5 hs</p> <p>IX - Distribuição ideal: 2º ano 2º semestre</p> <p>X - Número básico de alunos por turma: 60</p> <p>XI - Critério de avaliação da aprendizagem Média <math>M = (3P + E)/4</math> onde P e E são respectivamente as médias ponderadas de provas e de exercícios.</p> <p>XII - Bibliografia básica Hönlig, C. "Introdução às funções de uma variável complexa"; Churchill, "Complex Variables"; Ahlfors, L. "Complex Analysis". - 42 -</p>
--	--

**Figura 4: Programas de Funções Analíticas para os anos de 1972 (abaixo) e 1973 (acima), retirados dos catálogos de graduação do IME/USP**

<p>Instituto de Matemática e Estatística</p> <p>I - <u>Sigla e nome da disciplina</u> MAT-314 - "INTRODUÇÃO À ANÁLISE"</p> <p>II - <u>Obrigatória</u> <input checked="" type="checkbox"/> <u>Optativa</u> <input type="checkbox"/></p> <p>III - <u>Código dos requisitos prévios</u> MAT-211 e MAT-123</p> <p>IV - <u>Objetivos</u> Apresentar ao Licenciado, alguns pontos mais delicados de Análise.</p> <p>V - <u>Conteúdo</u> 1. Topologia de <math>R</math> e <math>R^n</math>, conexidade do intervalo; teorema de Borel Lebesgue. 2. Espaços métricos e sua topologia; compacidade e conexidade; espaço produto. 3. Funções contínuas, teoremas clássicos com relação a compacidade e conexidade. 4. Diferenciabilidade; teorema da média. 5. Integral de Riemann; critérios de integrabilidade; teorema fundamental do cálculo diferencial e integral.</p> <p>VI - <u>Métodos utilizados</u> Aulas expositivas e de exercícios.</p> <p>VII - <u>Atividades discentes</u> Comparecimento às aulas, resolução de exercícios e provas.</p> <p>III - <u>Carga horária semanal e número de créditos</u> Aulas práticas e teóricas: 5 hs</p> <p>IX - <u>Distribuição ideal</u>: 3º ano 1º semestre</p> <p>X - <u>Número básico de alunos por turma</u>: 60</p> <p>XI - <u>Critério de avaliação da aprendizagem</u> Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>(II - <u>Bibliografia básica</u> White - "Real Analysis".</p>	<p>Universidade de São Paulo</p> <p><u>INTRODUÇÃO À ANÁLISE</u></p> <p>MAT 314 3hs. por semana</p> <p>1 - Topologia de <math>R</math> e <math>R^n</math>, conexidade do intervalo, teorema de Borel-Lebesgue. Definição geral de topologia.</p> <p>2 - Espaços métricos e sua topologia. Compacidade e conexidade. Espaço produto.</p> <p>3 - Funções contínuas. Teoremas clássicos com relação à compacidade e conexidade.</p> <p>4 - Diferenciabilidade, teorema da média (revisão).</p> <p>5 - Integral de Riemann. Critérios de integrabilidade. Teorema fundamental do cálculo diferencial e integral.</p> <p><u>BIBLIOGRAFIA</u></p> <p>1. "Real Analysis" - White.</p>
--	---

Figura 5: Programas de *Introdução à Análise* para os anos de 1972 (abaixo) e 1973 (acima), retirados dos catálogos de graduação do IME/USP



INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA	-45-
I-MAT-313 - ÁLGEBRA III	
II- <u>OBJETIVOS</u> : Dar ao estudante uma primeira apresentação da Teoria de Galois.	
III- <u>CONTEÚDO</u> : 1. Grupos: subgrupos normais; grupos quocientes; teorema de homomorfismo; grupos cíclicos, grupos de permutação. 2. Extensões algébricas normais e separáveis, corpo de raízes de um polinômio. 3. Automorfismos de um corpo; teorema fundamental da teoria de Galois. 4. Aplicações: frações racionais simétricas, raízes da unidade corpos finitos. 5. Resolução de equações algébricas.	
IV- <u>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS</u> : Aulas práticas e teóricas: 5 horas - 5 créditos.	
V- <u>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM</u> : Média ponderada de provas e exercícios.	
I-MAT-314 - INTRODUÇÃO À ANÁLISE	
II- <u>OBJETIVOS</u> : Apresentar ao Licenciando, alguns pontos mais delicados de Análise.	
III- <u>CONTEÚDO</u> : 1. Topologia de $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}^n$ , conexidade do intervalo; teorema de Borel Lebesgue. 2. Espaços métricos e sua topologia; compacidade e conexidade; espaço produto. 3. Funções contínuas, teoremas clássicos com relação a compacidade e conexidade. 4. Diferenciabilidade; teorema da média. 5. Integral de Riemann; critérios de integrabilidade; teorema fundamental do cálculo diferencial e integral.	
IV- <u>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS</u> : Aulas práticas e teóricas: 5 horas - 5 créditos.	
V- <u>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM</u> : Média ponderada de provas e exercícios.	
VI- <u>BIBLIOGRAFIA BÁSICA</u> : WHITE, A.G.-Análise Real, São Paulo, Ed.1973 LIMA, E.L.-Curso de Análise - Rio de Janeiro, CNPq (Projeto Euclides) 1976.	

Figura 6: Reprodução de parte do Catálogo de Graduação do IME/USP para o ano de 1979, onde consta o programa de *Introdução à Análise* para aquele ano

-26-	IME-USP	-27-
MAT-313 - ÁLGEBRA III	<p>OBJETIVOS: Dar ao estudante uma primeira apresentação da Teoria de Galois.</p> <p>CONTEÚDO: 1. Grupos: subgrupos normais; grupos quocientes; teorema de homomorfismo; grupo: cíclicos, grupos de permutação. 2. Extensões algébricas normais e separáveis, corpo de raios de um polinômio. 3. Automorfismos de um corpo; teorema fundamental da teoria de Galois. 4. Aplicações: frações racionais simétricas, raízes da unidade de corpos finitos. 5. Resolução de equações algébricas.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Herstein, I.N., <i>Tópicos de Álgebra</i>, USP, São Paulo, 1970; Adanson, I.T., <i>Introdução to Field Theory</i>, Oliver &amp; Boyd, Edinburgh, 1964; Kaplansky, I., <i>Fields and Rings</i>, Lecture Note in Mathematics, University of Chicago, Chicago, 1972; Artin, E., <i>Galois Theory</i>, Notre Dame University Press, 2nd. ed., 1944.</p>	<p>OBJETIVOS: Estudo da extensão das funções elementares ao campo complexo. Transformações e geometria.</p> <p>CONTEÚDO: Números complexos. Séries de funções em <math>\mathbb{R}</math> e <math>\mathbb{C}</math>. Séries e potências. Derivação Complexa. Transformações conformes. Funções elementares. Integração complexa. Séries de Taylor. Singularidades.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Churchill, R.V., 1975, <i>Variáveis complexas e suas aplicações</i>, São Paulo, Edusp-MacGraw-Hill, 270p.; Hönig, C.S., 1981, <i>Introdução as funções de uma variável complexa</i>, 4a. ed., Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 168p.; Ahlfors, L.V., 1966, <i>Complex Analysis: an Introduction to the theory of analytic functions of one variable</i>, N.York, MacGraw-Hill, 247p.</p>
MAT-314 - INTRODUÇÃO À ANÁLISE REAL	<p>OBJETIVOS: Apresentar em resumo com detalhes tópicos de Cálculo Diferencial e Integral e tópicos e importantes para o futuro professor secundário.</p> <p>CONTEÚDO: Números reais. Construção do <math>\mathbb{R}</math> (por seqüências de Cauchy ou Cortes de Dedekind. Estrutura algébrica de <math>\mathbb{R}</math>. Ordem. Expansão Decimal. Alguns números irracionais importantes (<math>\pi</math>, <math>e</math> etc.). Cardinalidade. Seqüências e séries numéricas. Convergência de séries. Critérios da razão e da raiz. Critério de integral. Continuidade e Diferenciabilidade. Integrabilidade. Integral de Riemann. Integrabilidade de funções contínuas. Teorema Fundamental do Cálculo.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Figueiredo, D.G., 1975, <i>Análise I</i>, Rio de Janeiro, IMPA-Livros Técnicos e Científicos, 259p.; WHITE, A.J., 1973, <i>Análise Real: uma introdução</i>, São Paulo, Edgar Blücher-IMPSP, 259p.; Lima, E.L., 1976-81, <i>Cursos de Análise</i>, Rio de Janeiro, IMPA-CNPq, vol. 1, texto mais avançado.</p>	<p>MAT-320 - INTRODUÇÃO À ANÁLISE COMPLEXA</p> <p>OBJETIVOS: Desenvolver diversas técnicas de Análise e dar suas aplicações à Análise Clássica (Séries de Fourier, transformação de Fourier, problemas de Equações Diferenciais Parciais, etc.).</p> <p>CONTEÚDO: Produto interno; espaços normados, desigualdade de Hölder e Minkowsky, 2. Medida de Lebesgue no <math>\mathbb{R}^n</math>, Integral de Lebesgue. 3. Teorema da convergência e aplicações. 4. Espaços <math>L^p</math>. 5. Transformação de Fourier, produto de convolução. Aplicação às fórmulas integrais de Equações diferenciais parciais; seqüências de Dirac. 6. Topico Livre.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Hönig, C.S., <i>A Integral de Lebesgue e suas Aplicações</i>, 11º Colóquio Brasileiro de Matemática, Póços de Caldas, CNPq, 1977.</p>
MAT-317 - TOPOLOGIA	<p>OBJETIVOS: Apresentar as noções de topologia geral necessárias ao aprofundamento do conhecimento de Análise Geométrica.</p> <p>CONTEÚDO: 1. Espaços topológicos: homeomorfismos, produtos finitos. 2. Espaços métricos: continuidade uniforme, prolongamento de função uniformemente contínua. Completção de espaço métrico. Teorema do ponto fixo de Banach. 3. Espaços compactos e localmente compactos: compacidade nos espaços metrizáveis. 4. Espaços conexos e localmente conexos. 5. Produtos quaisquer de espaços topológicos. 6. Espaços quocientes: exemplos clássicos.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Lima, E.L., <i>Elementos de Topologia Geral</i>, 2 vol., IMPA, Rio de Janeiro, 1970; Lima, E.L., <i>Espaços Métricos</i>, IMPA, Rio de Janeiro, 1977; Hönig, C.S., <i>Aplicações da Topologia à Análise</i>, IMPA, Rio de Janeiro, 1976.</p>	<p>MAT-324 - ANÁLISE MATEMÁTICA II</p> <p>OBJETIVOS: Desenvolver diversas técnicas de Análise e dar suas aplicações à Análise Clássica (Séries de Fourier, transformação de Fourier, problemas de Equações Diferenciais Parciais, etc.).</p> <p>CONTEÚDO: Produto interno; espaços normados, desigualdade de Hölder e Minkowsky, 2. Medida de Lebesgue no <math>\mathbb{R}^n</math>, Integral de Lebesgue. 3. Teorema da convergência e aplicações. 4. Espaços <math>L^p</math>. 5. Transformação de Fourier, produto de convolução. Aplicação às fórmulas integrais de Equações diferenciais parciais; seqüências de Dirac. 6. Topico Livre.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Hönig, C.S., <i>A Integral de Lebesgue e suas Aplicações</i>, 11º Colóquio Brasileiro de Matemática, Póços de Caldas, CNPq, 1977.</p>
MAT-327 - TEORIA DOS CONJUNTOS	<p>OBJETIVOS: Apresentar o assunto como teoria sistemática servindo de fundamento às teorias matemáticas.</p> <p>CONTEÚDO: 1. Introdução: paradoxos, método axiomático; teoria axiomática dos conjuntos. 2. A relação de pertinência e inclusão; par ordenado; produtos cartesianos. 3. Funções: função composta, função inversa. 4. Remissões, indução finita. 5. Equipotência: teoremas de Cantor e Bernstein-Cantor. Conjuntos finitos: teorema de Dedekind; conjuntos enumeráveis. 6. Relação de equivalência e de ordem. Axioma da escolha; teorema da boa ordem e Lema de Zorn.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Halmos, P.R., <i>Teoria Ingênuas dos Conjuntos</i>, USP, São Paulo, 1970; Pinter, C.C., <i>Set Theory</i>, Addison-Wesley, Reading, 1971; Suppes, P., <i>Axiomatic Set Theory</i>, Van Nostrand, Princeton, 1960.</p>	<p>MAT-326 - GEOMETRIA DIFERENCIAL</p> <p>OBJETIVOS: Estudo de curvas e superfícies em <math>E_3</math>.</p> <p>CONTEÚDO: 1. Curvas em <math>E_3</math>, equações de Frenet, curvatura, torção. 2. Transformações afins, semelhança, movimentos rígidos, medida de ângulos. 3. Superfícies em <math>E_3</math>; cartas, vetores tangentes, plano tangente e normal; campos de vetores e formas diferenciais, noção de variedade diferenciável de dimensão 2. 4. Formas fundamentais, curvatura normal, curvaturas e direções principais, curvaturas de Gauss e média; superfícies de resolução e regradas; equações de Codazzi; derivação covariante, paralelismo, geodésicas. 5. Topico Livre.</p> <p>CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS: Aulas práticas e teóricas: 5 horas, 5 créditos.</p> <p>CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Média ponderada de provas e exercícios.</p> <p>BIBLIOGRAFIA BÁSICA: Carmo, M.P., <i>Elementos de Geometria Diferencial</i>, Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1971; Stocker, J.J., <i>Diferencial Geometry</i>, John Wiley, New York, 1969; Klingenberg, W., <i>Introduction to Differential Geometry</i>, Springer-Verlag, 1977; Carmo, M.P., <i>Differential Geometry of Curves and Surfaces</i>, Prentice Hall, 1976; O'Neill, B., <i>Elementary Differential Geometry</i>, Academic Press, 1971.</p>

Figura 7: Parte do Catálogo de Graduação do IME/USP (1986), no qual constam os programas de *Introdução à Análise Real* e *Introdução à Análise Complexa*

**(1994 – 2000)**

De 1986 até 1993, não observamos modificações nos programas das disciplinas de interesse. Em 1994, com a grade curricular do curso de licenciatura em matemática reformulada, alterações nos programas acontecem. Em Otero-Garcia<sup>33</sup>, é possível encontrar uma reprodução do catálogo de graduação do IME para aquele ano; há os programas das disciplinas sobre os quais comentaremos a seguir, bem como a nova grade da licenciatura e também a do bacharelado, que entrou em vigor dois anos antes.

*Introdução à Análise Real* volta a ser chamada *Introdução à Análise*, agora oferecida no oitavo período; uma vez que *Introdução à Análise Complexa* é retirada da grade, passa a abarcar alguns pontos dessa, como *números complexos e extensão das funções elementares aos complexos*; outros pontos são: *sequências e séries numéricas, séries de potências, enumerabilidade dos naturais e racionais, números reais, funções de uma variável real, continuidade, integral de Riemann, Teorema Fundamental do Cálculo*. Curioso observar que pontos de derivação continuam ausentes. Os seus objetivos, ainda que em suma tenham se mantido, deixam de citar a questão da formação de professores. Com relação à bibliografia, são adicionadas as obras de Aragona (*Introdução à Análise*), Churchill (*Variáveis Complexas e suas Aplicações*) e Hönig (*Introdução às Funções de uma Variável Complexa*).

Voltamos a falar dos objetivos de *Introdução à Análise*. Isso porque em 1997, a palavra *professor* volta a ser citada: *apresentar ou reapresentar com detalhes tópicos delicados de Cálculo Diferencial e Integral, importantes para o futuro professor secundário. Apresentar funções de variável complexa*. A menos dessa questão pontual da citação do professor secundário, os objetivos são os mesmos de 1994, que, por sua vez, eram muito parecidos com os que figuravam no programa da disciplina desde

---

<sup>33</sup> Ibid., 487-494.

1986. Não há outras alterações no programa da disciplina, que pode ser visto na Figura 8.

Para efeito ilustrativo, desde 1992, o bacharelado em matemática deixou de contar com duas disciplinas de análise. *Análise Matemática I* prossegue como obrigatória, mas *Análise Matemática II* torna-se optativa. A obrigatória tratava de pontos relacionados à *integral de Riemann, Riemann-Stieltjes e de Lebesgue*. A optativa dava conta de pontos de *análise funcional*. A essa época, os cursos de cálculo da licenciatura já eram diferentes dos do bacharelado. É fácil supor, pelo conteúdo mais avançado de *Análise Matemática I*, que o apelo dos cursos de cálculo do bacharelado devia ser muito mais analítico que algorítmico.

Seja como for, a partir de 1996, os bacharelados voltam a contar com duas disciplinas de análise: *Análise Real*, no terceiro semestre, e *Análise Matemática I*, no sexto. Entretanto, os programas dos cálculos não se alteram, tampouco o de *Análise Matemática I* ou *Análise Matemática II*, que continua optativa. *Análise Real*, por sua vez, tem a ementa que podemos considerar *canônica* dessa disciplina: *números reais, sequências e séries numéricas, continuidade, derivada, integral e sequências e séries de funções*. Os livros de Djairo (Análise I) e Spivak (Calculus) fazem parte da bibliografia. Curioso é a presença do *Análise Real* de Elon Lages Lima em vez de seu *Curso de Análise*<sup>34</sup>.

### **(2001 – 2011)**

Com a reformulação do curso em 2001, as disciplinas de cálculo têm suas ementas alteradas, *Introdução à Análise*, no entanto, sofre modificações apenas no ano seguinte, tendo sua ementa bastante reduzida com relação à anterior. São pontos abordados em 2002: *sequências e séries numéricas, séries de potência e propriedades, desenvolvimento de funções em séries de potência, séries de Taylor e de Fourier, a construção de  $\mathbb{R}$ , expansão decimal dos números reais, demonstrações de alguns teoremas*

---

<sup>34</sup> Ibid., "496-502, onde estão reproduzidos os programas dessas disciplinas às quais fizemos referência.

do Cálculo. Os objetivos, novamente, deixam de tocar a formação de professores: *introduzir conceitos básicos da Análise Real e apresentar formalmente a noção de completude dos números reais e suas consequências*. Não há bibliografia indicada, porém, em 2003, com o mesmo programa de 2002, constam como referências as mesmas obras constantes no programa anterior, o de 1994. Assim sendo, optamos por reproduzir na Figura 9, o programa de 2003<sup>35</sup>.

---

<sup>35</sup> Já em Otero-Garcia, "Uma Trajetória da Disciplina de Análise," 504-518, há o *Manual do Curso de Lic. em Matemática* de 2002, no qual consta o programa de *Introdução à Análise* e a grade curricular do curso para aquele ano. Vale destacar que, embora na grade a disciplina de análise conste como *Introdução à Análise Real*, em seu programa, é chamada *Introdução à Análise* (em guias posteriores isso é corrigido).

de de funções do  $\mathbb{R}^n$  no  $\mathbb{R}^p$ . Demonstração dos teoremas da função inversa e da função implícita. Formas diferenciais em  $\mathbb{R}^n$  e em  $\mathbb{R}^p$  como funcionais de curvas e superfícies. Relação entre derivação de formas e os operadores vetoriais. Enunciado unificado dos teoremas de Green, Gauss e Stokes.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-122 + MAT-211.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 6 horas, 6 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** R. Buck, E. F. Buck, *ADVANCED CALCULUS*, 2nd. ed., McGraw-Hill, 1965 • W. Rudin, *PRINCIPLES OF MATHEMATICAL ANALYSIS*, 3rd.ed., McGraw-Hill, 1976.

**MAT-313 ÁLGEBRA III**  
**OBJETIVOS:** Apresentar a teoria de Galois e algumas aplicações da álgebra.  
**CONTEÚDO:** Extensões algébricas. Corpo de raízes de um polinômio. Extensões de Galois. Grupos de Galois. Corpos finitos. Corpos ciclotômicos. Correspondência de Galois. Teorema fundamental da teoria de Galois. Grupos solúveis. Simplicidade de  $A_n$  para  $n$  maior ou igual a 5. Resolução de equações por radicais. Aplicações.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-213 ou MAT-231.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** I.T. Adamson, *INTRODUCTION TO FIELD THEORY*, Oliver&Boyd, Edinburgh, 1964 • E. Artin, *GALOIS THEORY*, Notre Dame University Press, 1944 • I.N. Herstein, *TÓPICOS DE ÁLGEBRA*, Polígono, São Paulo, 1964 • I. Kaplanski, *FIELDS AND RINGS*, 2nd.ed., Univ. of Chicago Press, 1972 • N. Jacobson, *BASIC ALGEBRA I*, Freeman, San Francisco, 1974 • G. Birkhoff, T.C. Barte, *MODERN APPLIED ALGEBRA*, McGraw-Hill, 1970 • I.F. Blake, R.C. Mullin, *AN INTRODUCTION TO ALGEBRAIC AND COMBINATORIAL CODING THEORY*, Academic Press, 1976 • J.D. Lipsion, *ELEMENTS OF ALGEBRA AND ALGEBRAIC COMPUTING*, Benjamin, 1981.

**MAT-314 INTRODUÇÃO À ANÁLISE REAL**  
**OBJETIVOS:** Apresentar ou respatenar com detalhes tópicos de cálculo diferencial e integral delimitados e importantes para o futuro professor secundário.  
**CONTEÚDO:** Números reais. Construção de  $\mathbb{R}$  (seqüências de Cauchy ou cortes de Dedekind). Estrutura algébrica de  $\mathbb{R}$ . Ordem. Expansão decimal. Alguns números irracionais importantes ( $\pi$ ,  $e$ , etc.). Cardinalidade. Seqüências e séries numéricas. Convergência de séries, critério da razão e da raiz, critério do integral. Continuidade e diferenciabilidade. Integrabilidade. Integral de Riemann. Integrabilidade de funções contínuas. Teorema fundamental do cálculo.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-121 ou MAT-135.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** D.G. Figueiredo, *ANÁLISE I*, IMPA-Livros Técnicos e Científicos, 1975 • E.L. Lima, *CURSO DE ANÁLISE*, (vol. 1, texto mais avançado), IMPA, 1976-81 • A.J. White, *ANÁLISE REAL: UMA INTRODUÇÃO*, Edgard Blücher-EDUSP, 1973.

**MAT-315 INTRODUÇÃO À ANÁLISE**  
**OBJETIVOS:** Apresentar ou respatenar com detalhes tópicos delicados de Cálculo Diferencial e Integral, importantes para o futuro professor secundário. Apresentar funções de variável complexa.  
**CONTEÚDO:** 1. Seqüências e séries numéricas; critérios de convergência; alguns números importantes. 2. Série de potências; raio de convergência. 3. Enumerabilidade dos naturais e racionais. 4. Números reais; construção por seqüências de Cauchy; estrutura algébrica; ordem; expansão decimal; cardinalidade. 5. Números complexos. 6. Funções de uma variável real; continuidade de funções de uma variável real definidas em intervalos; aplicações; integral de Riemann de funções contínuas; Teorema Fundamental do Cálculo. 7. Série de potências de números complexos; extensão das funções elementares ao campo complexo.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-131 ou MAT-135.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** J. Aragona, *INTRODUÇÃO À ANÁLISE*, notas de aula, IME-USP, 1991 • D.G. Figueiredo, *ANÁLISE I*, IMPA, 1976-81 • A.J. White, *ANÁLISE REAL: UMA INTRODUÇÃO*, Edgard Blücher-EDUSP—McGraw-Hill, São Paulo, 1975 • R.V. Churchill, *VARIÁVEIS COMPLEXAS E SUAS APLICAÇÕES*, EDUSP—McGraw-Hill, São Paulo, 1975 • C.S.Höning, *INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA*, 4ª ed., Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

**MAT-317 TOPOLOGIA**  
**OBJETIVOS:** Apresentar noções de topologia geral e algumas aplicações. Espaços de funções. **CONTEÚDO:** 1. Espaços métricos: definição, exemplos e conceitos básicos; convergência, completude e o teorema de Baire; funções contínuas, homeomorfismos, espaços de funções contínuas; espaços normados — exemplos. 2. Espaços topológicos: definição, exemplos e conceitos básicos; base de abertos e sub-base de abertos; axiomas de enumerabilidade; funções contínuas e homeomorfismos; axiomas de separação; lema de Urysohn e teorema de Tietze (enunciado); espaços conexos e localmente conexos; espaços compactos e localmente compactos; teorema de Baire; compactificação e o teorema de Tichonoff (enunciado); espaços de funções; topologia de convergência simples e uniforme sobre compactos; teoremas de Arzela-Ascoli e Stone-Weierstrass; tópico livre (se houver tempo).

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-206 ou MAT-311 ou MAT-235.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** E.L. Lima, *ESPAÇOS MÉTRICOS*, 10ª Colóquio Brasileiro de Matemática, 1975 • E.L. Lima, *ELEMENTOS DE TOPOLOGIA GERAL*, Livros Técnicos e Científicos • G.F. Simmons, *INTRODUCTION TO TOPOLOGY AND MODERN ANALYSIS*, McGraw-Hill, 1963 • C.S. Höning, *APLICAÇÕES DE TOPOLOGIA À ANÁLISE*, IMPA, 1976.

**MAT-319 ESTUDO DE PROBLEMAS BRASILEIROS**  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 2 horas, 3 créditos.

**MAT-320 INTRODUÇÃO À ANÁLISE COMPLEXA**  
**OBJETIVOS:** Estudo da extensão das funções elementares ao campo complexo. Transformações e geometria.  
**CONTEÚDO:** Números complexos. Séries de funções em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{C}$ . Séries de potências. Derivação complexa. Funções elementares. Transformações conformes. Integração complexa. Séries de Taylor. Singularidades.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-235 ou MAT-206 + MAT-236 ou MAT-211.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** L.V. Ahlfors, *COMPLEX ANALYSIS: AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF ANALYTIC FUNCTIONS OF ONE COMPLEX VARIABLE*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1966 • R.V. Churchill, *VARIÁVEIS COMPLEXAS E SUAS APLICAÇÕES*, EDUSP/McGraw-Hill, São Paulo, 1975 • C.S. Höning, *INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA*, 4ª ed., Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

**MAT-321 CÁLCULO INTEGRAL**  
**OBJETIVOS:** Estudo da integral de Riemann em  $\mathbb{R}^n$ , integração de formas diferenciais, Teorema de Stokes.  
**CONTEÚDO:** 1. Integral de Riemann em  $\mathbb{R}^n$ . Integrabilidade de funções contínuas. Critérios de integrabilidade. Demonstração do teorema de mudança de variáveis e de Fubini. 2. Formas diferenciais em  $\mathbb{R}^n$ . Campos vetoriais. Relação entre formas e operadores vetoriais. 3. Teorema de Stokes (em linguagem de formas diferenciais). Aplicações à análise vetorial clássica. 4. Formas exatas e formas fechadas.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-311 + MAT-236 ou MAT-311 + MAT-218 ou MAT-311 + MAT-211.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** R. G. Bartle, *THE ELEMENTS OF REAL ANALYSIS*, 2nd ed., John Wiley, 1976 • R. Buck, E. F. Buck, *ADVANCED CALCULUS*, 2nd ed., Mc Graw-Hill, 1965 • E. L. Lima, *CURSOS DE ANÁLISE*, vol. 2 • W. Rubin, *PRINCÍPIOS DE ANÁLISE MATEMÁTICA*, Mc Graw-Hill.

**MAT-326 GEOMETRIA DIFERENCIAL**  
**OBJETIVOS:** Estudo de curvas e superfícies em  $E^3$ .  
**CONTEÚDO:** 1. Curvas em  $E^3$ , equações de Frenet, curvatura, torção. 2. Transformações afins, semelhança, movimentos rígidos, medida de ângulos. 3. Superfícies em  $E^3$ , cartas, vetores tangentes, plano tangente e normal; campos de vetores e formas diferenciais, noção de variedade diferenciável de dimensão 2. 4. Formas fundamentais, curvatura normal, curvaturas e direções principais, curvaturas de Gauss e métricas; superfícies de revolução e regradas; equações de Codazzi; derivação covariante, paralelismo, geodésicas. 5. Tópico livre.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT-311 (até 96) ou MAT-236 + MAT-311 (após 96).  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:** Média ponderada de provas e exercícios.

Figura 8: Parte do Catálogo de Grad. do IME (1997) no qual consta o programa de *Introd. à Análise*



16

**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** J.N. Herstein, *TÓPICOS DE ÁLGEBRA*, Polígono, São Paulo, 1964. \* I. Stewart, *GALOIS THEORY*, Chapman and Hall, 1989. Dean, R., *ELEMENTS OF ABSTRACT ALGEBRA*, Wiley, 1967.\* N. Jacobson, *BASIC ALGEBRA I*, Freeman, 1974.\*P.A. Martin, *INTRODUÇÃO À TEORIA DE GALOIS*, IME-USP.  
**BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR:** \* G. Birkhoff e T.C. Barte, *MODERN APPLIED ALGEBRA*, Mc Graw-Hill, 1970.\* I.F. Blake e R.C. Mullin, *AN INTRODUCTION TO ALGEBRAIC AND COMBINATORIAL CODING THEORY*, Academic Press, 1976.\* J.D. Lipson, *ELEMENTS OF ALGEBRA AND ALGEBRAIC COMPUTING*, Benjamin, 1981.

**MAT0315 INTRODUÇÃO À ANÁLISE**  
**OBJETIVOS:** Introduzir os conceitos básicos de análise real. Apresentar formalmente a noção de completude dos números reais e suas consequências.  
**CONTEÚDO:** Sequências e séries numéricas; critérios de convergência; Série de potências e propriedades; desenvolvimento de funções em séries de potências, séries de Taylor e de Fourier. A Construção de  $\mathbb{R}$  e o axioma da completude; a expansão decimal dos números reais. Demonstrações de alguns dos principais teoremas do Cálculo Diferencial e Integral.

**PRÉ-REQUISITOS:** MAT2352  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** J. Araozna, *INTRODUÇÃO À ANÁLISE*, NOTAS DE AULA, IME-USP, 1991; D.G. Figueiredo, *Análise I*, IMPA - Livros Técnicos e Científicos, 1975; E.L. Lima, *CURSO DE ANÁLISE*, vol.1, IMPA, 1976-81; A.J. White, *ANÁLISE REAL: UMA INTRODUÇÃO*, Edgar Blücher, EDUSP, McGraw-Hill, São Paulo, 1975; R.V. Churchill, *VARIÁVEIS COMPLEXAS E SUAS APLICAÇÕES*, EDUSP, McGraw-Hill, São Paulo, 1975; C.S.Höng, *INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA*, 4 ed., Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

**MAT0317 TOPOLOGIA**  
**OBJETIVOS:** Apresentar noções de topologia geral e algumas aplicações. Espaços de funções.  
**CONTEÚDO:** 1. Espaços métricos: definição, exemplos e conceitos básicos; convergência, completude e o teorema de Baire; funções contínuas, homeomorfismos, espaços de funções contínuas; espaços normados exemplos. 2. Espaços topológicos: definição, exemplos e conceitos básicos; base de abertos e sub-base de abertos; axiomas de enumerabilidade; funções contínuas e homeomorfismos; axiomas de separação; lema de Urysohn e teorema de Tietze; espaços conexos e localmente conexos; espaços compactos e localmente compactos; teorema de Baire; compactificação e o teorema de Tichonoff; espaços de funções; topologia de convergência simples e uniforme sobre compactos; teoremas de Arzelà-Ascoli e Stone-Weierstrass.  
**PRÉ-REQUISITOS:** Para BM: MAT0211 ou MAT0206. Para LM: MAT2352. Para BMA: MAP0215. Para BMAC: MAT3120.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** E.L. Lima, *ESPAÇOS MÉTRICOS*, 10ª Colóquio Brasileiro de Matemática, 1975 \* E.L. Lima, *ELEMENTOS DE TOPOLOGIA* GERAL, Livros Técnicos e Científicos \* G.F. Simmons, *INTRODUCTION TO TOPOLOGY AND MODERN ANALYSIS*, McGraw-Hill, 1963 \* C.S. Höng, *APLICAÇÕES DE TOPOLOGIA À ANÁLISE*, IMPA, 1976.

**MAT0320 INTRODUÇÃO À ANÁLISE COMPLEXA**  
**OBJETIVOS:** Estudo da extensão das funções elementares ao campo complexo. Transformações e geometria.  
**CONTEÚDO:** Números complexos. Séries de funções em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{C}$ . Séries de potências. Derivação complexa. Funções elementares. Transformações conformes. Integração complexa. Séries de Taylor. Singularidades.  
**PRÉ-REQUISITOS:** MAT0315  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** L.V. Ahlfors, *COMPLEX ANALYSIS: AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF ANALYTIC FUNCTIONS OF ONE COMPLEX VARIABLE*, 2nd.ed., McGraw-Hill, New York, 1966 R.V. Churchill, *VARIÁVEIS COMPLEXAS E SUAS APLICAÇÕES*, EDUSP/McGraw-Hill, São Paulo, 1975 C.S. Höng, *INTRODUÇÃO ÀS FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA*, 4 ed., Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

**MAT0321 CÁLCULO INTEGRAL**  
**OBJETIVOS:** Estudo da integral de Riemann em  $\mathbb{R}^n$ , integração de formas diferenciais, Teorema de Stokes  
**CONTEÚDO:** 1. Integral de Riemann em  $\mathbb{R}^n$ , integrabilidade de funções contínuas. Critérios de integrabilidade. Demonstração do teorema de mudança de variáveis e de Fubini. 2. Formas diferenciais em  $\mathbb{R}^n$ . Campos vetoriais. Relação entre formas e operadores vetoriais. 3. Teorema de Stokes (em linguagem de formas diferenciais). Aplicações à análise vetorial clássica. 4. Formas criadas e formas fechadas.  
**PRÉ-REQUISITOS:** MAT0311 + MAT0205 ou MAT0311 + MAT0218 ou MAT0311 + MAT0211.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** R. G. Bartle, *THE ELEMENTS OF REAL ANALYSIS*, 2nd ed., John Wiley, 1976 R. Buck, E. F. Buck, *ADVANCED CALCULUS*, 2nd ed., Mc Graw-Hill, 1965 \* E. L. Lima, *CURSOS DE ANÁLISE*, vol. 2 \* W. Rubin, *PRINCÍPIOS DE ANÁLISE MATEMÁTICA*, Mc Graw-Hill.

17

**MAT0326 GEOMETRIA DIFERENCIAL**  
**OBJETIVOS:** Estudo de curvas e superfícies em  $\mathbb{E}^3$ .  
**CONTEÚDO:** 1. Curvas em  $\mathbb{E}^3$ , equações de Frenet; curvatura, torção. 2. Transformações afins, semelhança, movimentos rígidos, medição de ângulos. 3. Superfícies em  $\mathbb{E}^3$ ; curvas, vetores tangentes, plano tangente e normal; campos de vetores e formas diferenciais; noção de variedade diferenciável de dimensão 2. 4. Formas fundamentais, curvatura normal, derivação e direções principais, curvaturas de Gauss e média; superfícies de revolução e regradas; equações de Codazzi; derivação covariante, paralelismo, geodésicas. 5. Tópico livre.  
**PRÉ-REQUISITOS:** Para BM: MAT0311. Para BMA: MAP0215+MAP0217. Para BMAC: MAP0217+MAT3120.

**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** M.P. Carmo, *DIFFERENTIAL GEOMETRY OF CURVES AND SURFACES*, Prentice-Hall, 1976. W. Klingenberg, *A COURSE IN DIFFERENTIAL GEOMETRY*, Springer, 1978 B. O'Neill, *ELEMENTARY DIFFERENTIAL GEOMETRY*, Academic Press, 1966 J.L. Stoker, *DIFFERENTIAL GEOMETRY*, John Wiley, 1969. K. Tenenblat, *INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL*, Ed. Universidade de Brasília, 1990. Gray, *MODERN DIFFERENTIAL GEOMETRY OF CURVES AND SURFACES*, CRC Press Inc, 2000.

**MAT0330 TEORIA DOS CONJUNTOS**  
**OBJETIVOS:** Desenvolver uma das teorias axiomáticas  $ZF$ ,  $MGB$  ou  $KM$  como teoria unificadora da formalização da matemática, dando ênfase, no final, à aritmética cardinal.  
**CONTEÚDO:** 1. Os paradoxos semânticos e as linguagens de 1ª ordem: exemplos. 2. O cálculo de predicados de 1ª ordem: a noção de dedução e o teorema da dedução. 3. Os paradoxos lógicos e as teorias formalizadas dos conjuntos ou classes  $ZF$ ,  $MGB$  ou  $KM$ . 4. Axiomas. Uniões, interseções, complementos; partes, pares ordenados, relações, funções. Ordinais e cardinais: recorrência transfinita, os naturais e os axiomas de Peano, conjuntos finitos e enumeráveis. 5. Aritmética cardinal: operações com cardinais, o teorema de Cantor-Bernstein. 6. Formas equivalentes do axioma da escolha.  
**PRÉ-REQUISITOS:** Para BMA e BMAC: MAP0216+MAT0123. Para BM: MAT0205+MAT0213 ou MAT0206+ MAT0213.  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** H.B. Enderton, *ELEMENTS OF SET THEORY*, Academic Press, 1973 \* J. Kelley, *GENERAL TOPOLOGY*, Springer, 1955 \* F. Miraglia Neto, *TEORIA DOS CONJUNTOS: UM MÍNIMO*, EDUSP \* J.D. Monk, *INTRODUCTION TO SET THEORY*, McGraw-Hill, 1969 \* C. Pinter, *SET THEORY*, Addison-Wesley, 1971.

**MAT0331 ELEMENTOS DA TEORIA DOS CONJUNTOS**  
**OBJETIVOS:** Discutir a questão de ser a teoria dos conjuntos fundamento para a análise e para as teorias matemáticas em geral. Propiciar ao aluno uma vivência sistemática com o método axiomático, através do desenvolvimento de algumas teorias  $ZF$ ,  $MGB$ ,  $KM$ . Discutir a inadequação do ensino da teoria dos conjuntos na escola de 1º e 2º graus.  
**CONTEÚDO:** Introdução: motivação histórica e paradoxos lógicos e semânticos; a construção de  $Q$  a partir de  $N$  e de  $R$  a partir de  $Q$ ; a dificuldade de definir número natural; várias tentativas históricas; a noção de finito e infinito  $N \subset Q \subset \mathbb{R}$  e enumerável; as provas da enumerabilidade de  $Q$  e da não enumerabilidade de  $\mathbb{R}$ . Discussão sobre os caminhos utilizados para a eliminação dos paradoxos e o surgimento de dois tipos de teorias: conjuntos e classes. Rudimentos do Cálculo de Predicados. A álgebra dos conjuntos segundo alguma das teorias axiomáticas  $ZF$ ,  $KM$  ou  $MGB$  uniões, interseções, inclusões, complementos, par ordenado, produto cartesiano, relações e funções. As definições de naturais, ordinais e cardinais. O teorema de Bernstein-Schroeder (ou Cantor-Bernstein) e o teorema de Cantor. Propriedades de conjuntos finitos e infinitos. Indução finita; aplicações. Noções de aritmética ordinal e cardinal.  
**PRÉ-REQUISITOS:** MAT0120 + MAT2352 ou MAT0230 + MAT2352

**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** J.L. Kelley, *TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS*; apêndice do livro "GENERAL TOPOLOGY", tradução de I.F. Druick; E. Ailenkar, *TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS*, 10ª ed., Nobel, São Paulo, 1971; C. Pinter, *SET THEORY*, Addison-Wesley Pub. Co., Mass., 1971; P.R. Halmos, *TEORIA INGENUÁ DOS CONJUNTOS*, EDUSP, São Paulo, 1970; D. Monk, *INTRODUCTION TO SET THEORY*, McGraw-Hill, New York, 1969; F. Miraglia, *TEORIA DOS CONJUNTOS: UM MÍNIMO*, EDUSP, São Paulo, 1991.

**MAT0334 ANÁLISE MATEMÁTICA II**  
**OBJETIVOS:** Introduzir os métodos de análise funcional e aplicações à análise clássica.  
**CONTEÚDO:** 1. Equação do calor na barra finita e o método de separação de variáveis. Séries de Fourier clássicas. 2. Espaços de Hilbert: aspectos geométricos, teorema de Riesz, teorema da base. Séries de Fourier ( $L_2$ ). 3. Espaços de Banach: operadores lineares contínuos, teorema de Hahn-Banach, teorema de separação de conjuntos. 4. Teoremas fundamentais dos espaços de Banach: teorema de Hahn-Banach, princípio da limitação uniforme e o teorema de Banach-Steinhaus, teorema de aplicação aberta e do gráfico fechado. Aplicações.  
**PRÉ-REQUISITOS:** Para BM: MAT0234 + MAT0317 ou MAT0234 + MAT0311. Para BE: MAT0234. Para BMA e BMAC: MAP0217+MAT0234  
**CARGA HORÁRIA SEMANAL E NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4 horas, 4 créditos.  
**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:** C.S. Höng, *ANÁLISE FUNCIONAL E APLICAÇÕES*, 2 vols., IME-USP, São Paulo, 1970 \* L. Kantorovich, G.P. Akilov, *ANALYSE FONCTIONNELLE*, 2vols., Mir, Moscou, 1981 \* A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin, *ELEMENTS DE LA THEORIA DE FUNCIONES Y DEL ANALISIS FUNCIONAL*, Mir, Moscou, 1972.

Figura 9: Parte do Catálogo de Graduação do IME/USP para o ano de 2003

A grade do curso de licenciatura em matemática sofreria ainda modificações em 2006 e 2009; entretanto, o programa da disciplina *Introdução à Análise*, até ao menos 2011, é aquele de 2002, sem qualquer alteração. No Quadro 4, temos a grade curricular do curso para o ano de 2009, elaborada a partir da do *Catálogo de Graduação do IME*<sup>36</sup>.

**Quadro 4: Grade Curricular do curso de licenciatura em matemática do IME da USP para 2009.**

Geometria Analítica   Cálculo para Funções de uma Variável Real I   Estatística para Licenciatura I   Laboratório de Matemática   Óptica	1º Sem.	Geometria e Desenho Geométrico II   Álgebra II para Licenciatura   Termodinâmica   Optativa Livre I   Didática   Projetos de Estágio	5º Sem.
Introdução à Álgebra Linear   Cálculo para Funções de uma Variável Real II   Estatística para Licenciatura II   A Matemática na Educação Básica   Gravitação	2º Sem.	Introdução à Análise   História da Matemática   Eletricidade I   Projetos de Estágio   Optativa Livre II   Eletiva da Faculdade de Educação	6º Sem.
Álgebra I para Licenciatura   Cálculo para Funções de Várias Variáveis I   Introdução à Computação   Introdução à Med. em Física   Política e Organização da Educação Básica no Brasil	3º Sem.	Geometria III   Metodologia do Ensino de Matemática I   Experimentação e Modelagem Eletiva de Bloco   Eletiva IME	7º Sem.
Geometria e Desenho Geométrico I   Cálculo para Funções de Várias Variáveis II   Cálculo Numérico e Aplicações   Mecânica para Licenciatura em Matemática   Eletiva de Psicologia da Educação	4º Sem.	Elementos da Teoria de Conjuntos   Estágio de Vivência e Investigação em Gestão Escolar e Políticas Públicas   Eletiva de Bloco   Eletiva do IME II	8º Sem.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

De uma maneira geral, na FFCL da USP, os primeiros cursos de *Análise Matemática* eram uma espécie de eixo condutor do curso de matemática. Os conteúdos de análise eram ensinados desde a sua criação, entretanto, o que entendemos por uma disciplina de análise, hoje em dia, só começa a ganhar forma na década de 40 e efetivamente compõe a grade do curso na década de 60. Esse movimento se deu por meio do processo

<sup>36</sup> Ibid., 520-528, onde há a reprodução de parte do *Catálogo de Graduação* do IME de 2009.



de algoritmização pelo qual passaram os primeiros cursos de análise que, num primeiro momento, cumpriam tanto a parte rigorosa quanto a algorítmica. Entretanto, a ênfase aparentemente dada era a analítica que pouco a pouco se perdeu, migrando para as disciplinas optativas, até ser reincorporada novamente ao curso já em disciplinas específicas de análise. Paralelamente a isso, os antigos cursos de análise também, paulatinamente, foram se aproximando dos atuais cursos de cálculo.

Dessa pesquisa, assim, concluímos algo que já tínhamos em mente: a disciplina de análise está cristalizada. Expusemos, no parágrafo anterior, considerações mais gerais sobre isso, achamos conveniente e necessário, no entanto, retomar também os três pontos que guiaram a nossa pesquisa e que, em particular, também confirmam a nossa hipótese: *objetivos, conteúdos, bibliografia*.

Os *objetivos*, bastante sucintos e, em certa medida, vazios de sentido: embora citada, a questão da formação de professores de matemática pareceu-nos carecer de aprofundamento e especificidade. Seria possível, por exemplo, substituir os termos em destaque “apresentar ou reapresentar com detalhes tópicos delicados de Cálculo Diferencial e Integral, importantes para o futuro *professor secundário*” por *engenheiro, matemático, físico* ou qualquer outro profissional da área de exatas sem prejuízo para a compreensão do enunciado. Apesar disso, vemos ao menos uma aparente preocupação em se justificar a presença dessa disciplina tão problemática no curso, o que já seria algo positivo, visto que essa questão muitas vezes sequer é tocada nas ementas das disciplinas de análise.

Os *conteúdos*, a não ser por permutações em alguns anos e eventos isolados, herdaram seus pontos e ordem dos primeiros cursos de *Análise Matemática*, e assim se mantém até os dias de hoje. Entretanto, olhando-se sob um ponto de vista mais geral, não dos conteúdos da disciplina de análise atual, mas das disciplinas de conteúdo analítico que foram ministradas para os cursos de licenciatura, a conclusão é outra: enxugamento. Ano a ano, o tratamento analítico vem sendo restrito a cada vez menos conteúdos, juntamente com o processo de algoritmização dos

cursos. De um estado inicial onde ele era dado não só às funções de uma variável, mas até variáveis complexas, passando por funções de várias variáveis, equações diferenciais, chegamos a um ponto no qual apenas alguns pontos mais “importantes” é que são destacados.

A relativa inércia que descrevemos com relação aos objetivos e conteúdos também pode ser notada com relação à *bibliografia*. Muitas das referências utilizadas, nos primeiros anos do curso, ainda podem ser encontradas em ementas de disciplinas atuais; esse fato se torna mais evidente quando consideramos apenas as disciplinas específicas de análise. Obras comuns, hoje em dia, como as de Bartle, Rudin, Ávila, Elon e Djairo, começaram a ser adotadas logo quando tiveram as suas primeiras edições publicadas, pelo começo da década de setenta e, de lá para cá, mantiveram-se presentes nos programas das disciplinas.

Destarte, os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua sequência, foram herdados daqueles primeiros cursos que, indistintamente, tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de 70, sua estrutura geral pouco se alterou até os dias de hoje, apesar de as modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática nesse período de quase quarenta anos.

Por fim, essas considerações gerais que ora trouxemos não se distanciam muito do que observamos para o curso do IGCE da UNESP de Rio Claro; grosso modo, a não ser por pequenas questões pontuais e temporais, o movimento visto no curso da USP é seguido alguns anos depois pelo da UNESP. Mas, conforme já adiantamos em nossa introdução, a apresentação mais detalhada dos resultados do curso da UNESP encontra-se em nosso artigo publicado nesta revista: *Disciplinas de Análise na*

*História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro*<sup>37</sup>.

**SOBRE O AUTOR:**

Sílvia César Otero-Garcia

Licenciado em Ciências pela Universidade de São Paulo (USP). Mestre e doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atualmente é docente do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP). Atua junto aos Grupo de Pesquisa em História da Matemática (GPHM/UNESP) e Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática (GPHEM/IFSP). Tem experiência nas áreas de matemática, educação e história, com ênfase em educação matemática e história das ciências, atuando nos seguintes temas: a disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática, história da análise matemática e hermenêutica das profundidades como referencial metodológico para a pesquisa em educação matemática.

(e-mail: oterogarcia@ifsp.edu.br)

Artigo recebido em 21 de abril de 2014

Aceito para publicação em 30 de dezembro de 2014

---

<sup>37</sup> Sílvia César Otero-Garcia, "Disciplinas de Análise na História de seu Ensino: uma trajetória no curso de licenciatura em matemática da UNESP de Rio Claro," *História da Ciência e Ensino: construindo interfaces* 7 (2013): 1-44.