Conceito de Quantidade na obra de van Roomen: reflexões sobre a História da Matemática no Ensino

Zaqueu Vieira Oliveira

Resumo

Nos últimos anos, tanto os educadores como os historiadores têm valorizado o papel da História da Ciência e da Matemática como importante para a área de Ensino. Os educadores e historiadores da matemática têm voltado suas atenções para as possíveis relações entre história, epistemologia e ensino-aprendizagem da matemática de tal modo que os estudos na interface entre História da Matemática e Ensino têm aumentado significativamente. Com o intuito de fazer os professores refletirem sobre a construção do conhecimento científico, propõe-se uma atividade baseada em trechos do livro In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis (Exposição e Análise da Dimensão do Círculo de Arquimedes) de Adriaan van Roomen (1561-1615), publicado em 1597, que aborda, dentre outras coisas, os conceitos de razão, proporção, quantidade e mathesis unviersalis. A ideia deste trabalho é debater principalmente como o conceito de quantidade era pensado no final do século XVI e como, através dele, outros conhecimentos matemáticos foram pensados. Além disso, pretende-se tratar de alguns aspectos da importância das fontes primárias em sala de aula e mostrar aos professores a importância de ser reflexivo acerca da produção do conhecimento ao longo da história.

***Palavras-chave**: Adriaan van Roomen; Ensino de Matemática; Fontes Primárias em Sala de Aula.*

Abstract

In recent years, educators and historians have valued the role of the History of Science and Mathematics as important to the teaching area. Educators and historians of mathematics have turn their attention to the possible links between history, epistemology, teaching and learning of mathematics. Thus, studies in this interface have increased significantly. In order to make teachers reflect on the construction of scientific knowledge, we propose an activity based on an excerpt from the In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis of Adriaan van Roomen (1561-1615) published in 1597 that addresses the concept of mathesis unviersalis. The main idea of this paper is to discuss how the concept of quantity was thought in the late sixteenth century and how through it other mathematical skills were thought. In addition, we intend to deal with some aspects of the importance of primary sources in the classroom and show teachers the importance of being reflective about the production of knowledge throughout history.

***Keywords**: Adriaan van Roomen; Teaching of Mathematics; Primary Sources in the Classroom.*

INTRODUÇÃO

Neste artigo, traremos algumas reflexões sobre como podemos levar a História da Matemática para a sala de aula do Ensino Básico. Neste caso, utilizaremos como exemplo o conceito de quantidade presente na obra do matemático belga Adriaan van Roomen (1561-1615). Em outras palavras, interessa-nos mostrar como podemos levar para a sala de aula trechos de uma obra publicada em 1597 com o intuito de auxiliar no ensino de razão e de proporção.

Antes de tudo, é importante mencionar que as obras de van Roomen, que serão mencionadas, não foram concebidas com a finalidade de servirem de manuais didáticos. Além do mais, os trechos

Trabalho apresentado na modalidade workshop da *V Jornada de História da Ciência e Ensino: Propostas, Tendências e Construção de Interfaces*, realizada entre 30 de julho e 01 de agosto de 2015, São Paulo, SP, Brasil.

utilizados também não podem ser extraídos de seu contexto, de modo que necessitamos evidenciar os reais motivos pelos quais van Roomen escreveu sobre razão e proporção.

É importante saber o contexto de produção da obra utilizada, pois, a História da Matemática não deve servir de ilustração ou de curiosidade para o ensino dos conceitos matemáticos como vem tradicionalmente sendo feito. A História da Matemática sendo tratada dessa maneira em vez de quebrar algumas correntes historiográficas tradicionais perpetua ideias errôneas do desenvolvimento e da produção científica como, por exemplo, a de que o desenvolvimento científico é linear e organizado segundo uma sucessão de fatos, omitindo debates e questões de cunho sócio-político-religioso que estiveram ligados em cada momento histórico e as relações existentes entre diversos ramos científicos.[1]

Este artigo está dividido em cinco seções: as duas primeiras têm a intenção de contextualizar o leitor através de alguns breves apontamentos acerca da vida de van Roomen – na primeira seção – e do conceito de *mathesis universalis* que está ligado aos trechos que utilizaremos em seguida – na segunda seção; na terceira seção, descrevemos e analisamos alguns trechos com definições matemáticas trazidas por van Roomen numa obra de 1597; na seção seguinte, mostramos os trechos selecionados e preparados para o uso em sala de aula no ensino de razão e proporção; e, por fim, trazemos alguns apontamentos a título de considerações finais.

ADRIAAN VAN ROOMEN: MATEMÁTICO E MÉDICO

Adriaan van Roomen, também conhecido pelo seu nome latino Adrianus Romanus, nasceu em 29 de setembro de 1561, em Louvain, cidade localizada na atual Bélgica, e faleceu em Mainz, na Alemanha, no dia 04 de maio de 1615. Estudou matemática e filosofia no Colégio dos Jesuítas em Colônia e, em seguida, estudou medicina, primeiro em Colônia, depois na Universidade de Louvain e em Bolonha. Entre 1586 e 1592, foi professor de matemática e de medicina na Universidade de Louvain, sendo que, durante o ano de 1592, foi reitor dessa Universidade por seis meses.[2]

A obra intitulada *Ideae Mathematicae Pars Prima*, publicada em 1593, é a mais conhecida do autor. Foi dedicada ao padre jesuíta Christoph Clavius e trouxe o cálculo do número π com 16 casas decimais, fato pelo qual van Roomen normalmente é lembrado na historiografia da matemática.[3]

---

[1] Fumikazu Saito, "História da Ciência e Ensino: Em Busca de Diálogo entre Historiadores e Educadores," *História da Ciência e Ensino: Construindo Interfaces* 1 (2010): 1-6, http://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/view/3069; e Fumikazu Saito, & Marisa da S. Dias, "Interface entre História da Matemática e Ensino: Uma Atividade Desenvolvida com Base num Documento do Século XVI," *Ciência e Educação* 19, nº 1 (2013): 89-111.

[2] Paul Bockstaele, "Roomen, Adriaan van," *Nationaal Biografisch Woondenboek* 2 (1966): 751-755; Paul Bockstaele, "The Correspondence of Adriaan van Roomen," *LIAS – Sources and Documents relating to the Early Modern History of Ideas* 3 (1976): 85-129 e 249-299; e Hyppolitus L. L. Busard. "Adriaan van Roomen," in *Dictionary of Scientific Biography*, ed. Charles. C. Gillispie, 532-534 (New York: Charles Scribner's Sons, 1970-90).

[3] Busard, "Adriaan van Roomen."

Ainda em 1593, van Roomen tornou-se o primeiro professor de medicina da recém-fundada Universidade de Wurceburgo. Sua primeira aula ocorreu em 17 de maio daquele ano, dedicando-se a essa atividade por dez anos.[4]

Van Roomen também foi matemático do capítulo da Catedral de Wurceburgo, porém, devido as suas muitas viagens e a sua saúde debilitada, ficou ausente de suas atividades religiosas e de ensino por algum tempo na virada do século XVI para o XVII. É importante mencionar, ainda, que van Roomen foi um grande intelectual, visitando assiduamente as feiras de livros semianuais, que ocorriam antes da Páscoa e no fim de setembro nas cidades de Frankfurt e Mainz, procurando informar-se sobre as novas publicações e estudos nas áreas de seu interesse. Também manteve contato pessoal e através de correspondências com diversos homens de saber, como Clavius, Chritoph Grienberger, Tycho Brahe, Johannes Kepler, François Viète e Ludolph van Cuelen.[5]

É muito importante ressaltar que, ao longo de sua vida, van Roomen exerceu principalmente a função de professor de medicina nas Universidades de Louvain e de Wurceburgo. A sua correspondência com Clavius nos mostra que, contra a sua vontade, as atividades matemáticas normalmente ficavam em segundo plano.

> No que se refere a meus estudos, muito a profissão médica me retarda as matemáticas, porque aqui eu sozinho exerço o cargo de professor, de outro modo, teria feito maiores progressos na tabela de senos; contudo, lentamente progrido, em breve com a ajuda da graça divina, haverei de editar algum espécime, só a falta de impressores convenientes me retarda.[6]

Isso pode ter acontecido devido à posição subalterna que as disciplinas matemáticas ocupavam em relação à filosofia. Durante os séculos XVI e XVII, ocorreu um intenso debate acerca do estatuto epistemológico da matemática, mais conhecido como *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*, ou seja, a Questão da Certeza das Matemáticas. Enquanto os filósofos afirmavam que as disciplinas matemáticas não poderiam ser consideradas ciência num sentido aristotélico, os matemáticos, por sua vez, defendiam e buscavam demonstrar que as matemáticas possuíam o maior grau de certeza entre as ciências. Esse debate ocorreu mais intensamente dentro dos colégios jesuítas, mas também se estendeu para algumas universidades.[7]

---

[4] Bockstaele, "Roomen."
[5] Bockstaele, "Roomen"; Bockstaele, "Correspondence"; e Busard, "Adriaan van Roomen."
[6] Bockstaele, "Correspondence," 106.
[7] Luís M. Carolino, "João Delgado SJ e a 'Quaestio de Certitudine Mathematicarum' em Inícios do Século XVII," *Revista Brasileira de História da Matemática* 6, nº 11 (2006): 17-49.

Desse modo, para se manter, as atividades como professor de medicina desempenharam papel principal na vida de van Roomen, enquanto as coisas de matemática eram realizadas nas horas vagas. O reflexo disso é que a maior parte das obras do autor são as teses de medicina de seus alunos, tendo sido publicados poucos trabalhos de matemática. Porém, é em matemática que ele parece ter trazido contribuições mais originais, como no caso do conceito de *mathesis universalis* que abordaremos na próxima seção.

ADRIAAN VAN ROOMEN E A *MATHESIS UNIVERSALIS*

A ideia de *mathesis universalis*, ou seja, de uma ciência universal, foi descrita por diversos matemáticos nos séculos XVI e XVII, porém, segundo Giovanni Crapulli[8], van Roomen foi o autor que fez isso mais detalhadamente.

Van Roomen escreveu pela primeira vez sobre a *mathesis universalis* em sua obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Analysis et Expositio* de 1597 (Figura 1). Ele denominou esta ciência universal de *prima mathematica* ou *prima mathesis*.

No capítulo seis, intitulado *A aritmética e a geometria são ciências comuns que consideram quantidade geralmente como mensurável*, o autor mostrou que a aritmética e a geometria servem de base para essa ciência universal, que não leva em conta somente as coisas mensuráveis abstratas, como números – objetos de estudo da aritmética – e magnitudes – objetos de estudo da geometria –, mas também as coisas concretas que podiam ser quantificadas, como os corpos celestes, o tempo, o som, os movimentos e as forças.[9]

No capítulo seguinte, intitulado *É proposta a ideia de certo conhecimento universal, que chamamos prima mathesis*, van Roomen descreveu essa ciência:

> E, embora tanto pela razão, quanto pela autoridade de Eutócio, mostraremos existir certa "mathesis universalis" para que toda ambiguidade seja removida. Nós a proporemos em certa autoridade ou ideia para que daí seja feita a clareza dela. As proposições e as suas demonstrações que são atribuídas ao conhecimento universal, não são puramente aritméticas, porque em nenhuma ou na maioria das vezes não se faz menção aos números, mas em outras também são assumidas quantidades de outros gêneros exceto os números; nem também geométricas porque não faz menção a nenhuma magnitude, isto é, longitude, latitude ou profundidade. Por outro lado, inscrevemos a essa ciência o nome de "prima mathematica" ou "prima mathesis" pela similitude à primeira filosofia. Pois, assim é

[8] Giovani Crapulli, *Mathesis Universalis: Genesi di Una'idea nel XVI Secolo* (Roma: Edizioni dell'Ateneo, 1969).
[9] Adriaan Van Roomen, *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis* (Wurceburgi, 1597), 22-23.

> dita: "prima" porque compreende os sujeitos de todas as outras ciências sob ela, de fato, demonstra os princípios das [ciências] restantes se necessitem de demonstração; assim também essa "prima mathematica" versa sobre os sujeitos de todas as ciências matemáticas, tanto puras, quanto mistas. Prova também os princípios das ciências restantes. Pois, todas as conclusões dessa ciência podem ser assumidas nas ciências restantes através de seus princípios. Isso sobre o nome. O método de proceder será este: os princípios serão anunciados, a saber, as definições e os axiomas; seguem então diversos teoremas. Mas não desejei proferir muitas coisas ao público porque nossa mente pode estar segura a partir dessas poucas que trouxemos. Mas alguém, se desejar, junte aos nossos todo o quinto livro dos Elementos de Euclides. Pois, todas as proposições que são propostas aqui sobre magnitudes podem ser acomodadas para uma quantidade qualquer, a fórmula permanece a mesma para toda a demonstração. Porque os princípios que são assumidos por sua demonstração são comuns para toda quantidade, mas sobrepõe à própria coisa abordada.[10]

Desse modo, percebemos que para van Roomen, a *prima mathesis* buscava princípios mais corretos e mais perfeitos do que qualquer ciência matemática. O conhecimento gerado por tal ciência deveria ser anterior ao conhecimento aritmético e geométrico, pois, além de subsidiar estas ciências, deveriam também servir para casos em que não há menção aos números e às magnitudes geométricas. Por isso, ela deveria preceder todas as matemáticas, tanto puras, como mistas, ocupando o primeiro lugar entre as ciências matemáticas.

É importante lembrar que, naquele tempo, muitos estudiosos se dedicaram a escrever (embora não houvesse um consenso) obras sobre a classificação das matemáticas, ou seja, havia um conjunto de disciplinas denominadas matemáticas, no plural. Esse conjunto de disciplinas estava ligado ao fato de que as matemáticas eram disciplinas que tinham como objeto algo quantificável que poderia ser abstrato ou concreto. Van Roomen escreveu sua classificação nas obras *Universae Mathesis Idea* de 1602 e *Mathesis Polemica* de 1605.[11]

A distinção entre matemáticas puras e mistas – termos utilizados correntemente nas classificações das matemáticas – está relacionada aos conceitos criados ainda na Antiguidade de que existiam conhecimentos e substâncias inteligíveis e sensíveis: inteligível é aquilo que só podia ser

[10] Ibid., 23.

[11] Zaqueu V. Oliveira, "A Classificação das Disciplinas Matemáticas e a Mathesis Universalis nos Séculos XVI e XVII: Um Estudo do Pensamento de Adriaan van Roomen" (tese de doutorado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2015).

conhecido através do intelecto, ou seja, através do pensamento, enquanto que o sensível podia ser conhecido através dos sentidos – visão, olfato, tato, paladar e audição.

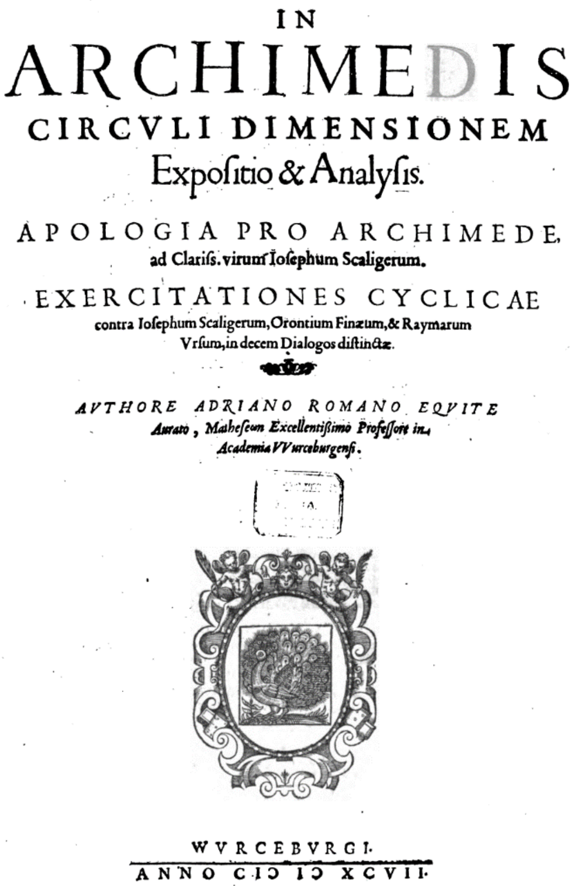

IN
ARCHIMEDIS
CIRCVLI DIMENSIONEM
Expoſitio & Analyſis.
APOLOGIA PRO ARCHIMEDE,
ad Clariſs. virum Ioſephum Scaligerum.
EXERCITATIONES CYCLICAE
contra Ioſephum Scaligerum, Orontium Finæum, & Raymarum
Vrſum, in decem Dialogos diſtinctæ.
AVTHORE ADRIANO ROMANO EQVITE
Aurato, Matheſeon Excellentiſſimo Profeſſore in
Academia VVurceburgenſi.
WVRCEBVRGI.
ANNO CIↃ IↃ XCVII.

Figura 1: Frontispício da obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Analysis et Expositio* de 1597.

Desse modo, a aritmética e a geometria eram chamadas de matemáticas puras, pois, para que se compreendessem os números ou as magnitudes geométricas, fazia-se necessário recorrer ao pensamento, ao intelecto. Por outro lado, a música e a astronomia eram chamadas de matemáticas mistas, pois o conhecimento destas ciências era obtido em parte pelos sentidos e em parte pelo intelecto.

Na obra *Mathesis Polemica*, van Roomen apresentou um diagrama com sua classificação das disciplinas matemáticas (Figura 2). Na classificação de van Roomen, vemos que a *prima mathesis* ou *mathesis universalis* é considerada uma matemática pura. Isso, porque essa disciplina, antes de ser aplicada a qualquer objeto, deveria ser compreendida do modo mais abstrato possível.

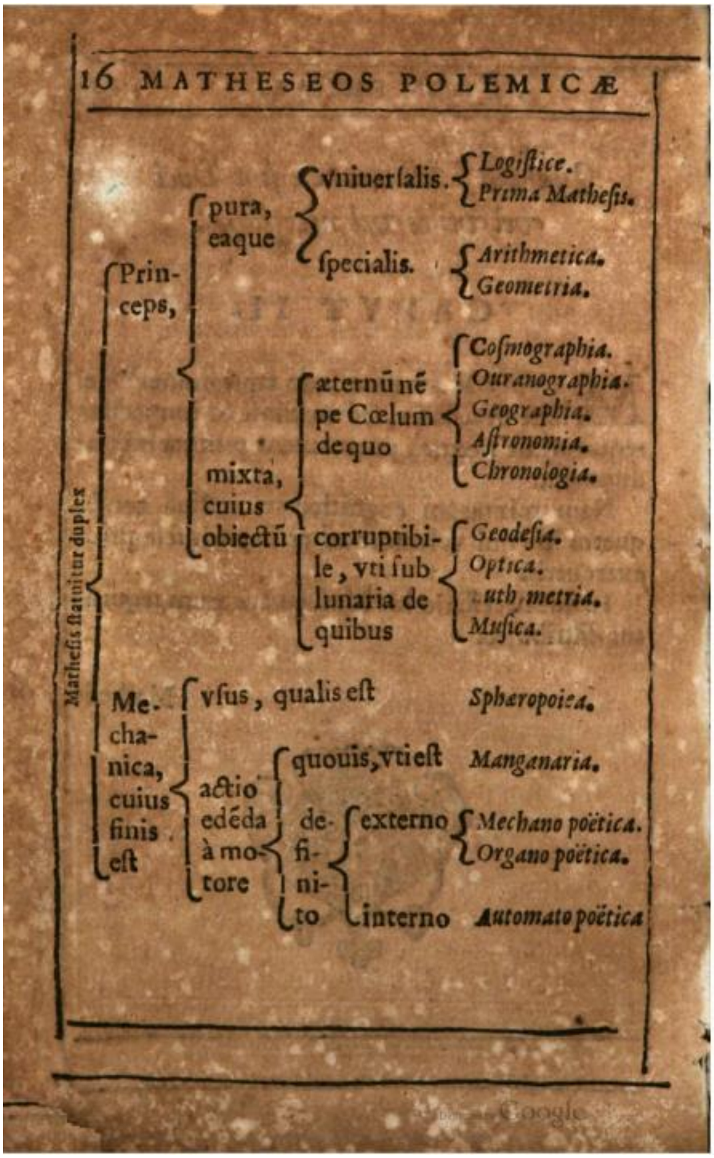


Figura 2: Diagrama com a classificação das disciplinas matemáticas de Adriaan van Roomen na obra *Mathesis Polemica* de 1605.

Devido à certeza produzida pela *prima mathesis*, o autor afirma que esta ciência é uma disciplina necessária para remover todas as ambiguidades e dúvidas das demais ciências. Sendo assim, o conceito de *prima mathesis* de van Roomen não deve ser entendido somente como uma disciplina matemática, mas como uma ciência que poderia ser aplicada fora do "campo" das ditas matemáticas.

O autor reforça que suas ideias não deveriam estar dissociadas daquelas debatidas no quinto livro dos *Elementos* de Euclides – obra da Antiguidade e imensamente importante por muitos séculos para quem decidia estudar geometria. O quinto livro apresenta a teoria das proporções de Eudoxo de uma forma puramente geométrica, tratando de magnitudes ou grandezas. Desse modo, van Roomen ampliou as ideias geométricas de Euclides, partindo do conceito de magnitudes para aplicar tais proposições a quaisquer quantidades ou "objetos quantificáveis".

Após a breve descrição da *mathesis universalis*, van Roomen traz 29 definições que, segundo ele, seriam suficientes para demonstrar sua ideia acerca dessa disciplina, porém a elas poderia ser juntado todo o quinto livro dos *Elementos* de Euclides. Segundo Bockstaele, "muito frequentemente, não existem nada mais que definições de coisas, em outros casos eles podem ser chamados de postulados e, em poucos casos, eles são de fato teoremas"[12].

Eventualmente, a *mathesis universalis* de van Rommen é interpretada como sendo um tipo de álgebra – pois a álgebra surgiu inicialmente como um método para resolver problemas aritméticos e geométricos. Entretanto, temos que tomar cuidado ao transformarmos as definições trazidas pelo autor em equações utilizando o conhecimento algébrico atual, pois acabamos cometendo um anacronismo. Também, não podemos perder a noção do que ele denomina quantidade envolvida no conceito de *prima mathesis*.

Como dito anteriormente, a *mathesis universalis* apareceu novamente em duas obras de van Roomen: no quarto capítulo das obras *Universae Mathesis Idea* de 1602 e *Mathesis Polemica* de 1605. Em tais obras, o autor definiu muito mais brevemente a *mathesis universalis*:

> A prima mathesis é aquele [conhecimento] que versa sobre a quantidade tomada absolutamente.
> Seu objeto é a quantidade tomada absolutamente.
> Mas, a finalidade é exibir disposições comuns a todas as quantidades.
> Tem somente princípios próprios.
> Obtém o primeiro lugar no conhecimento pela mesma razão que a primeira filosofia está entre as ciências filosóficas restantes.[13]

Depois dessa breve explicação, van Roomen passou a tratar da importância da *prima mathesis* para as atividades bélicas, "pois", segundo o autor, "nas batalhas, a vitória é maximamente esperada a partir [do conhecimento] da proporção". Tal proporção é importante para a organização do exército, como por exemplo, nos intervalos ordenados entre os soldados, ou no modo como serão enviados os subsídios ou ainda como serão concedidas ajudas para a defesa daqueles que já estão em guerra.[14]

---

[12] Bockstaele, "Between Viète and Descartes: Adriaan van Roomen and the Mathesis Universalis," *Archive for History of Exact Sciences* 63, nº 4 (2009): 443-444.
[13] Van Roomen, *Mathesis Polemica* (Frankfurt: Levinus Hulsius, 1605), 20-21.
[14] Ibid., 21.

Na *Mathesis Polemica*, van Roomen quis mostrar que as definições, axiomas e teoremas da *mathesis universalis* explorados na obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Analysis et Expositio* de 1597 possuiam aplicações práticas: neste caso, na atividade bélica.

RAZÃO E PROPORÇÃO NA OBRA DE VAN ROOMEN

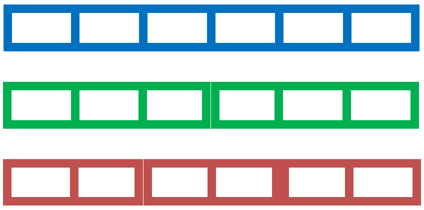
As definições trazidas por van Roomen na obra de 1597, dentre outras coisas, tratam de soma, diferença e comparação da medida de quantidades, parte e múltiplos de uma quantidade, razão entre duas quantidades, denominador de uma razão, razões comensuráveis e incomensuráveis, proporção entre quantidades e algumas propriedades.

Aqui não descreveremos todas as definições e focaremos em duas, a definição oitava – sobre razão – e a vigésima terceira – sobre proporção:

> 8. Razão ou λόγος de quantidades é a comparação de duas ou várias quantidades, já que uma enquanto ela mesma ou segundo sua potência existe igual à outra, ou é parte ou partes da maior, ou finalmente contém uma ou várias vezes perfeitamente a menor, ou adicionalmente parte ou partes dela. O denominador da razão é um número que exprime distintamente e abertamente a condição de uma quantidade para a outra.
>
> [...]
>
> 23. Quantidades são proporcionais quando a primeira com a segunda, e a terceira com a quarta são igualmente múltiplas, ou a mesma parte, ou as mesmas partes. Ou quando a primeira contém igualmente a segunda, e a terceira [contém igualmente] a quarta, e adicionalmente aquela mesma parte ou mesmas partes dela. Ou como geralmente a definição é trazida: Magnitudes são proporcionais quando igualmente os múltiplos da primeira e da terceira, qualquer que seja esta multiplicação, e por ambos os lados ou, ao mesmo tempo, faltam ou, ao mesmo tempo, são iguais ou, ao mesmo tempo, excedem igualmente aos múltiplos da segunda e da quarta, se elas são somadas entre si, responderão.[15]

Antes de dar continuidade, é importante saber o que significa “parte” e “partes”, conceitos trazidos na quinta e sexta definições. “Parte” é uma quantidade que tomada algumas vezes mede exatamente outra, por exemplo, o número 2 cabe exatamente três vezes no número 6. O mesmo ocorre com o número 3, que cabe exatamente duas vezes no número 6. Logo, os números 2 e 3 são “parte” de 6.

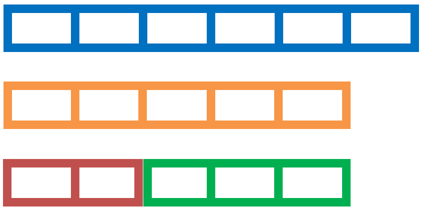
[15] Van Roomen, *In Archimedis*, 24 e 27.



3 é “parte” de 6, pois tomado duas vezes, mede exatamente 6.

2 também é “parte” de 6, pois tomado três vezes, mede exatamente 6.

“Partes” é uma quantidade que tomada algumas vezes excede ou falta para completar outra, por exemplo, 5 não é “parte” de 6, pois falta para completá-lo, porém é “partes” de 6, pois 5 contém os números 2 e 3 que são “parte” de 6.



5 não mede 6, por isso não é “parte” de 6.

Mas 5 é “partes” de 6, pois contém os números 2 e 3 que são “parte” de 6.

Razão, segundo van Roomen, era simplesmente a comparação entre duas ou mais quantidades. Essa comparação pode levar a três resultados distintos:

1. Uma quantidade é igual à outra;
2. Uma quantidade é menor que a outra: neste caso, a menor “é “parte” ou “partes” da maior”, como o número 2 que é “parte” ou o 5 que é “partes” de 6;
3. Uma quantidade é maior que a outra: neste caso, a maior “contém uma ou várias vezes perfeitamente a menor”, como o número 6 que contém duas vezes o número 3 ou três vezes o número 2. Ou nos casos em que a quantidade maior contém “partes” como o número 5 que é contido uma vez pelo 6.

Van Roomen mostrou nas definições seguintes que o número que expressa a razão entre duas quantidades é chamado de denominador da razão: por exemplo, a razão entre os números 6 e 3 pode ser expressa pelo 2. Mostrou, ainda, que quando temos uma razão com dois números elas podem eventualmente ser simplificadas e quando chega a um ponto em que não podem mais ser tomados números inteiros menores é dito que tais números são terminações: por exemplo, a razão entre os números 10 e 8 podem ser reduzidos para 5 e 4, ditos terminações.

Van Roomen definiu também que o primeiro termo de uma razão, aquele que está sendo comparado, é chamado antecedente, e o segundo, aquele ao qual está sendo comparado, é o consequente. Além disso, para que possa haver uma razão, mostrou que deve ter no mínimo dois termos, porém podem ser mais que dois, desde que para cada antecedente exista um consequente.

Já na definição vigésima terceira, van Roomen explicou o conceito de proporção. O que se percebe logo é que a proporção é dada a partir de duas razões, ou seja, proporção é a comparação de razões.

Utilizemos, como exemplo, as seguintes razões:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Van Roomen explicava que existindo duas razões, multiplicando o primeiro e terceiro termos por um número *m* e multiplicando o segundo e quarto termos por outro número *n*, teríamos:

$$\frac{A.m}{B.n} = \frac{C.m}{D.n}$$

Então, três possibilidades de resultados:

$$A.m > B.n \text{ e } C.m > D.n$$
$$A.m = B.n \text{ e } C.m = D.n$$
$$A.m < B.n \text{ e } C.m < D.n$$

Nas definições seguintes, o autor passou a mostrar algumas propriedades das proporções, as quais estão resumidas na tabela 1:

Tabela 1: propriedades das proporções

Propriedade		Exemplo algébrico
Proporção Alternada ou Permutada		$\frac{A}{C}=\frac{B}{D}$
Razão Inversa		$\frac{B}{A}=\frac{D}{C}$
Proporção Conjunta	Composição Direta da Razão	$\frac{A+B}{B}=\frac{C+D}{D}$
	Composição Invertida da Razão	$\frac{A+B}{A}=\frac{C+D}{C}$
	Composição Contrária da Razão	$\frac{A}{A+B}=\frac{C}{C+D}$ ou $\frac{B}{A+B}=\frac{D}{C+D}$
Proporção Disjunta	Composição Direta da Razão	$\frac{A-B}{B}=\frac{C-D}{D}$
	Composição Invertida da Razão	$\frac{B}{A-B}=\frac{D}{C-D}$
	Composição Contrária da Razão	$\frac{A}{B-A}=\frac{C}{D-C}$
Proporção Virada ou Conversão da razão		$\frac{A}{A-B}=\frac{C}{C-D}$

As definições de van Roomen são extremamente parecidas com as do Livro V dos *Elementos* de Euclides. A diferença essencial está no uso da palavra quantidade, enquanto em Euclides aparece o termo magnitude. Devido a seu contato com Clavius, van Roomen provavelmente se baseou no *Euclidis Elementorum Libri XV*, comentários amplos e detalhados da obra euclidiana.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Pretendemos aqui mostrar que as definições acima podem ser utilizadas no ensino de razão e de proporção no Ensino Básico. Porém, enfatizamos que o contexto histórico também deve ser abordado, ou seja, a História da Matemática deve ser levada para a sala de aula a fim de mostrar aos alunos que o desenvolvimento do conceito em questão provém de interesses socioculturais.

Não podemos negligenciar a complexidade de se abordar um conceito como a *mathesis universalis* para crianças do Ensino Fundamental II ou para o Ensino Médio. Isso porque o assunto não está ligado somente às questões matemáticas envolvidas, mas também às questões epistemológicas: a certa “crença” de que poderia existir uma disciplina científica que servisse de fundamento para qualquer ciência existente. Isso, apesar das inúmeras tentativas, sabemos que nunca ocorreu.

Para levar este assunto para a sala de aula, pode ser interessante discutir duas concepções de matemática bastantes presentes atualmente na sociedade: (i) a matemática é um conhecimento abstrato e (ii) a matemática se justifica pelas aplicações práticas de seus conceitos.

No que diz respeito à primeira concepção, Nilson José Machado[16] afirma que há uma grande confusão em relação à matemática, pois muitos acreditam que partindo das demonstrações abstratas da matemática pode-se descrever fielmente o mundo real, como se o processo de elaboração do conhecimento não tivesse sido feito de modo contrário. É preciso ter em mente que a elaboração do conhecimento envolve a passagem do concreto ao abstrato e o retorno deste para o concreto novamente. Porém, ainda segundo o autor, o concreto do ponto de partida é diferente do concreto do ponto de chegada, pois o primeiro é multifacetado e o segundo é reduzido a representações abstratas do real. De qualquer modo, não é correto pensar que o mundo do matemático está restrito às abstrações, que o seu trabalho independe destas abstrações terem ou não raízes empíricas e sensoriais, que a matemática é uma ciência superior criada pelo espírito humano, ignorando, por exemplo, que as abstrações nunca levariam a resultados aplicáveis ao concreto se não tivessem partido ou mantido alguma relação com o mundo real; ou, ainda, que o abstrato não pode ser compreendido sem esta relação com o concreto e que de nenhum modo é hierarquicamente superior.

[16] Nilson J. Machado, *Matemática e Realidade: Das Concepções às Ações Docentes* (São Paulo: Cortez, 2013).

Ainda segundo Machado[17], há um problema com a visão de que a matemática se justifique pelas aplicações práticas. Talvez "esta justificativa possa ser adequada em séries mais avançadas, bem como na formação de técnicos ou de especialistas", mas parece muito difícil de sustentar que a matemática sempre será justificada por suas necessidades práticas. Em muitos casos, a utilidade da matemática atualmente pode ficar restrita somente à comunicação e à expressão. Diferentemente, nos séculos XVI e XVII, alguns estudiosos das disciplinas matemáticas buscavam uma explicação para a realidade prática em seus diferentes aspectos. Vemos, então, uma grande quantidade de obras de atividade náuticas, tratados de guerra, trabalhos de astronomia e astrologia, livros sobre a construção de instrumentos mecânicos e tratados de perspectiva e arte recorrerem a explicações aritméticas e geométricas. Também é neste período que floresce a álgebra como método de resolução de problemas matemáticos.

Para debater ambas as concepções, faz sentido discutir a dicotomia atual matemática pura *versus* matemática aplicada e, também, os debates históricos acerca do que era considerado conhecimento matemático, como por exemplo, a maneira como van Roomen e outros estudiosos concebiam tais disciplinas nos séculos XVI e XVII.

Outro fato importante, agora já no âmbito das definições de van Roomen, é debater o uso da palavra quantidade. Como dissemos acima, o autor não se refere somente às coisas abstratas, como os números e as formas geométricas, mas também aos objetos concretos, como os corpos celestes, os sons etc. Para os antigos, a palavra quantidade tinha significado bastante amplo:

> Em geral, a possibilidade de medida [...] Platão afirmou que a quantidade está entre o ilimitado e a unidade, e que só ela é o objeto do saber; por exemplo, conhece realmente os sons quem não admite que eles sejam infinitos nem procura reduzi-los a um único som, mas conhece a quantidade deles, ou seja, seu número. Aristóteles, por sua vez, definiu a quantidade como o que é divisível em partes determinadas ou determináveis. Uma quantidade numerável é uma pluralidade divisível em partes descontínuas. Uma quantidade mensurável é uma grandeza divisível em partes contínuas, em uma, duas ou três dimensões. Uma pluralidade completa é um número; um comprimento completo é uma linha; uma extensão completa é um plano; uma profundidade completa é um corpo.[18]

[17] Machado, "Matemática e Língua Materna: Uma Aproximação Necessária," *Revista da Faculdade de Educação* 15, nº 2 (1989): 161-166.

[18] Nicolá Abbagnanno, *Dicionário de Filosofia* (São Paulo: Martins Fontes, 2007), 818.

Van Roomen afirmava, então, que as matemáticas consideram o estudo de "alguns acidentes, por exemplo, o movimento, o peso, o som, o raio etc, assim como substâncias, como o céu, a terra, os campos, as montanhas etc, igualmente as coisas artificias, como barris, esferas etc, não somente como tais, mas também como quantificáveis"[19].

Desse modo, pensamos que é importante debater o conceito de quantidade de van Roomen e o que hoje denominamos grandeza e medida. Grandezas são as qualidades dos objetos que podem ser medidas como, por exemplo, o volume, a massa, o comprimento, a altura. Desse modo, não podemos chamar de grandeza a cor e a utilidade de um objeto, pois são qualidades que não são passíveis de serem medidas.

Medida é um modo de comparar duas grandezas de mesma espécie, ou seja, medir é comparar dois tamanhos, duas áreas, dois volumes etc. E aqui nos aproximamos de van Roomen novamente, pois para ele as definições de *mathesis universalis* só podiam ser utilizadas quando fossem submetidas às quantidades de mesma espécie.

Razão é uma comparação relativa entre duas grandezas, porém na definição atual normalmente recorremos à álgebra. Uma possibilidade de definição é a seguinte: Dados dois números reais *a* e *b*, com *b* diferente de zero, chamamos de razão entre *a* e *b* ao quociente:

$$\frac{a}{b} = k$$

O número *k* é o que van Roomen chamou de denominador da razão.

Proporção pode ser definida atualmente do seguinte modo:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = k$$

Onde a_1, a_2, b_1, b_2 são números reais com b_1 e b_2 diferentes de zero. O número *k* é o que chamamos de constante da proporção.

Podemos definir também da seguinte maneira: Dados os números *A*, *B*, *C* e *D*, diz-se que *A* está para *B*, assim como *C* está para *D*, se quaisquer que sejam os números *m* e *n*, então:

$$mA > nB \leftrightarrow mC > nD$$

ou

$$mA = nB \leftrightarrow mC = nD$$

[19] Van Roomen, *Universae Mathesis Idea* (Wurceburgo: Georgius Fleischmann, 1602), 6.

ou

$$mA < nB \leftrightarrow mC < nD$$

Porém, muitas vezes, a álgebra não é totalmente compreendida pelos estudantes. Desse modo, pensamos que uma adaptação das definições de van Roomen (ou mesmo dos *Elementos* de Euclides) possa ser útil em sala de aula. Exemplos geométricos e numéricos podem ser bastante úteis para tornar as definições mais compreensíveis.

Considerações Finais

> A menção a nomes de personagens da história das ciências relacionados às leis e conceitos ou a experimentos históricos não é rara em diversos exames vestibulares, mas, em geral, esse enfoque se restringe a "cobrar" os conceitos científicos como aceitos atualmente, e, o conteúdo histórico, propriamente dito, tem um papel mais ilustrativo do que reflexivo e não interfere na resolução desse tipo de exercício.[20]

A História da Matemática como vem sendo ensinada (e mais especificamente, cobrada nos exames vestibulares, como citado acima) acaba por se tornar um obstáculo para o Ensino. Essa perspectiva tradicional acaba por perpetuar ideias de que o desenvolvimento matemático é linear e organizado segundo uma sucessão de fatos, mantém a ideia de que a matemática é um conhecimento restrito a um grupo seleto de "gênios", transmitem ideologias estereotipadas e romantizadas da ciência, inflando o drama das descobertas e simplificando demasiadamente o processo científico.

Ao perpetuar estas concepções tradicionais, a matemática acaba sendo vista como se ela não tivesse nenhuma relação com a realidade do estudante.

Considerando a vida e obra de van Roomen e os trechos debatidos mais acima, acreditamos que a História da Matemática deve ter outro papel em sala de aula. Ela deve servir para o professor e para o estudante refletirem sobre o processo de produção do conhecimento matemático.

Nos últimos anos, historiadores e educadores têm percebido a importância da História da Matemática para o Ensino. As pesquisas dessa interface têm buscado maneiras de inserir a História da Matemática no Ensino da mesma para servir como subsídio para que professores e alunos se tornem cidadãos mais reflexivos acerca do desenvolvimento e da produção científica.

Van Roomen certamente não foi um gênio, nem um matemático que "pensou à frente dos homens de seu tempo", mas foi um intelectual que esteve ligado através de correspondência e visitas

[20] Thais Forato, Andreia Guerra, & Marco Braga, "História das Ciências e Ensino de Ciências: – Historiadores das Ciências e Educadores: Frutíferas Parcerias e para um Ensino de Ciências Reflexivo e Crítico," *Revista Brasileira de História da Ciência* 7, nº 2 (2015): 137.

pessoais a diversos estudiosos de seu tempo, como mencionamos anteriormente. Também se mantinha informado das mais recentes publicações, participando assiduamente das importantes feiras de livros que ocorriam em Mainz e Frankfurt para comprar livros e negociar com os livreiros sobre as suas próprias publicações.

A vida e obra de Van Roomen também se tornam um caso extremamente interessante, pois seus trabalhos matemáticos surgiram de um modo mais "informal" já que a sua principal função durante a vida foi o ensino de medicina nas Universidades de Louvian e de Wurceburgo, além de atividades religiosas. As suas principais obras de matemática foram escritas no tempo livre que sobrava. Somente no final de sua vida, teve tempo para se dedicar à matemática e ao ensino da mesma.

Conhecer um pouco da história de van Roomen é interessante para mostrar aos estudantes a complexidade histórica do desenvolvimento da ciência e da matemática. Certamente, a História da Matemática não possui todas as respostas para essa crise no Ensino de Matemática. Porém, levar para a sala de aula questões históricas de cunho sócio-político-religioso, que estão ligadas ao desenvolvimento do conceito, pode, dentre outras coisas, motivar e atrair os alunos, humanizar a matéria aproximando a matemática dos interesses pessoais, culturais, políticos e éticos dos alunos, tornar as aulas momentos de desafio e reflexão auxiliando no desenvolvimento do pensamento crítico, contribuir para uma maior significação dos conceitos e demonstrar que a ciência é mutável e instável.

SOBRE O AUTOR:
Zaqueu Vieira Oliveira
Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo

Artigo recebido em 11 de janeiro de 2016
Aceito para publicação em 12 de março de 2016