História da Ciência e Ensino
Construindo interfaces

http://dx.doi.org/10.23925/2178-2911.2019v20espp536-549

# Manuais e História da Ciência: a segunda lei de Newton

Ricardo Lopes Coelho


## Resumo

*Aprendemos no liceu e na universidade que a segunda lei de Newton é F=ma. Porém, Newton nunca escreveu a equação. Além disso, não há acordo entre os historiadores da ciência em relação à equação que expressa a segunda lei de Newton. Físicos do séc. XVIII, que citaram e explicaram as leis de Newton, não usaram F=ma. Portanto, se a tese dos manuais contemporâneos fosse correta, teríamos de admitir que todos aqueles físicos interpretaram mal a segunda lei de Newton. Por outro lado, Euler defendeu ter descoberto um novo princípio de mecânica, que é F = ma. Comparando a segunda lei de Newton e o princípio de Euler compreendemos que elas diferem significativamente. Este resultado da pesquisa histórica tem implicações nos problemas conceptuais da mecânica e na resolução de problemas, como iremos ver.*

***Palavras-chave****: A segunda lei de Newton; o princípio de Euler; manuais.*


## Abstract

*We learned at high school and university that Newton's second law is F=ma. However, Newton never wrote this equation. Furthermore, there is no agreement among historians of science as to the equation that expresses Newton's second law. 18th century physicists, who quoted and explained Newton's laws of motion, did not use F=ma. Therefore, if contemporary textbook writers' claim were correct, we would have to admit that all those physicists misunderstood Newton's second law. They did not grasp that his law was F=ma. Furthermore, Euler claimed to have discovered a principle of mechanics, which is F=ma. This paper of Euler provides us with the means of clarifying the issue. We can compare Newton's second law and Euler's principle with each other and verify whether there are significant differences between both laws. The result is that Newton's second law is not Euler's principle. This result of historical research has implications for the conceptual problems of mechanics and problem solving, as we shall see.*


***Keywords****: Newton's second law; Euler's principle; textbooks.*

## Introdução

Aprendemos no ensino pré-universitário e no universitário que a segunda lei de Newton é *F=ma*. Sabendo que Newton escreveu a sua grande obra *Os princípios matemáticos da filosofia da natureza*, nos finais do séc. XVII, pensamos que aí, no capítulo das leis, aparece essa equação. Não aparece. Historiadores da ciência procuraram a equação em toda a obra e não a encontraram; também a procuraram nos manuscritos, mas me vão. Newton nunca escreveu *F=ma*.

Newton não escreveu a equação, mas nós temo-la. Donde veio? 65 anos após a primeira publicação dos *Princípios* de Newton, Euler publicou um artigo, no qual anuncia a descoberta dum novo princípio de mecânica, que é uma equação: *F=ma*. O leitor poderia pensar: para falarmos verdade aos estudantes e ao público em geral, teremos de alterar os manuais. Lembraria fazer o seguinte: até agora disse-se,

- a primeira lei de Newton é a lei de inércia;

- a segunda lei de Newton é *F=ma*;

a partir de agora passar-se-ia a dizer,

- a primeira lei da mecânica é a lei de inércia, que é de Newton;
- a segunda lei da mecânica é *F=ma*, que é o princípio de Euler.

Esta alteração muda nomes e mantém estrutura. A proposta de Euler foi outra: *F=ma* é o único princípio da mecânica. A lei de inércia desaparece como lei. A tradicional sequência de raciocínio é, portanto, truncada. As implicações, como veremos adiante, manifestam-se na própria resolução de problemas. Isto é provavelmente suficiente para fazer surgir a questão: porquê mudar a estrutura, se ela funciona?

Na verdade, há problemas teóricos na mecânica que não são menores e têm implicações na aprendizagem. Há décadas que os físicos vêm assinalando que a lei de inércia não tem demonstração experimental. Sendo assim, como se convence os estudantes que a lei vale? Há mais de dois séculos que os físicos discordam sobre o conceito de força. Mas sendo assim, como se pode esperar que o estudante o perceba adequadamente. Estes assuntos são tratados na próxima secção. A seguinte é dedicada ao resultado histórico. Vamos analisar a segunda lei de Newton, como aparece nos *Princípios*. Num segundo passo, vamos apreciar a diferença entre a segunda lei e *F=ma* em função do desenvolvimento do autor que criou a equação. (Houve um tempo em que Euler usou o procedimento Newtoniano (1736); e mais tarde, *F=ma* (1750).) Finalmente, iremos tratar as implicações destas proposições na resolução de problemas. Vamos ver, nomeadamente, como os autores que seguiam Newton e não dispunham de *F=ma* resolviam problemas mecânicos.

**Manuais: problemas das leis de Newton**

A primeira lei de Newton ou lei de inércia diz-nos que um corpo livre mantém o seu estado de repouso ou de movimento retilíneo e uniforme. Repouso ou movimento retilíneo-uniforme significa velocidade vetorial constante. Logo, em síntese, a lei diz-nos: o corpo livre tem velocidade vetorial constante. Se basta o corpo ser livre para ter velocidade constante, segue-se, que se a velocidade não é constante, o corpo não é livre. Velocidade não-constante significa aceleração. Se o corpo não é livre, algo externo atua sobre ele. Logo, a lei de inércia exige que a aceleração seja explicada por uma causa externa. Esta exigência tem sido satisfeita pela força.

Há décadas que a definição mais comum, quase geral, de força é essa: força é a causa da aceleração. Como força aparece na equação *F=ma*, a relação entre causa (força) e efeito (aceleração) pode ser dada quantitativamente. Mais, sendo *F=ma* a segunda lei de Newton, a relação entre a lei de inércia e o conceito de força surge reforçada. Afinal, são obra dum mesmo autor, cujo contributo para a ciência é deveras significante. Tudo isto parece consistente e tem sido ensinado há mais dum século. Há, porém, alguns problemas.

Desde finais do séc. XIX, tem sido assinalado que a lei de inércia não tem prova experimental. Poincaré comentava a prova da lei nos seguintes termos:

> habitualmente refere-se o exemplo duma bola rolando um tempo longo sobre uma mesa de mármore; mas porque dizemos que ela não está submetida a nenhuma força? [...] Ela não está mais afastada da Terra do que se se atirasse ao ar; e todos sabem que nesse caso ela sofreria a influência do peso devido à atração da Terra.[1]

Planck colocava a seguinte questão, imediatamente antes de introduzir a lei de inércia:

> como se move um ponto material, não atendendo aos seus antecedentes, quando todas as causas de movimento estão postas de lado, quando se encontra, portanto completamente isolado, a uma distância infinita de todos os outros corpos, no espaço vazio? [e comentava] Evidentemente não se pode realizar esta experiência [...] Pode mesmo duvidar-se se a questão colocada tem algum sentido.[2]

Uns segundos permitem-nos perceber o comentário de Planck: nunca iremos saber como se move um corpo a uma distância infinita de nós. Porque colocamos a questão, como se fossemos capazes de lhe responder? Hanson, um filósofo da ciência, dizia o seguinte, em 1963: ter uma lei como a lei de inércia é como ter uma lei para centauros ou sereias.[3] Centauros e sereias servem aqui para pôr em relevo o carácter fictício do corpo livre. Em 2002, os físicos Scobel, Lindström e Langkau, sem se referirem a Hanson, provavelmente sem o conhecerem, diziam algo similar. Formulam a lei de inércia para a partícula livre e acrescentam: a partícula livre é ficção.[4] Nolting formula a lei de inércia para um corpo livre de forças. Define o corpo livre como aquele que está retirado de toda a ação externa e acrescenta:

> Nesta definição esconde-se uma extrapolação ousada, embora também plausível da nossa experiência. Um corpo completamente isolado não existe.[5]

Poder-se-ia argumentar, o que acontece por vezes nas conferências: não temos um corpo realmente livre, mas quase livre; a lei de inércia não é um caso especial, pois outras leis da física são formuladas para situações ideais. No caso da lei de inércia, o problema é outro: trata-se duma incompatibilidade lógica entre a lei e a gravitação. Se admitimos que dois quaisquer corpos se atraem, não conseguimos observar um corpo livre, porque o observador seria suficiente para inviabilizar o movimento livre.

---

[1] Henri Poincaré, "Sur les Principes de la Mécanique," *1er Congrès International de Philosophie*, Tome 3 (Nendeln, Liechtenstein: Kraus Reprint Limited, 1968): 460.
[2] Max Planck, *Einführung in die Allgemeine Mechanik* (Leipzig: S. Hirzel, 1916), 8.
[3] Norwood Hanson, "The law of inertia: A philosopher's touchstone," *Philosophy of Science* 30 (1963): 118.
[4] Wolfgang Scobel, Gunnar Lindström, & Rudolf Langkau, *Mechanik, Fluiddynamik und Wärmelehre* (Berlin, Heidelberg: Springer, 2002), 30.
[5] Wolfgang Nolting, *Grundkurs: Theoretische Physik*, Vol. 1 (Springer, Braunschweig, 2005), 109.

Se o movimento do corpo livre não pode ser observado, como sabemos como ele se move? Mas se não sabemos, como podemos ter uma lei que nos garante como ele se move? O leitor poderá pensar que estas são questões que os estudantes não colocam. Todavia, já colocaram algumas questões.

O professor de física (David Geelan) ficou embaraçado, como vamos ver, quando ensinava a lei de inércia. O professor estava apresentando a primeira lei de Newton numa forma habitual:[6]

> Um objeto permanece em estado de repouso, ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que atuado por uma força externa.

Um estudante intervém:

> a primeira parte da lei está bem, se um corpo está em repouso é precisa uma força para o mover; mas se em movimento, o corpo desacelera e acaba por parar.

O professor responde:

> Não, isso é porque não nos apercebemos de forças que estão agindo, como o atrito, a resistência do ar ou outras. Isso é que torna os corpos mais lentos.

O estudante não desiste:

> Sim, mas a questão é que a lei de Newton não é correta, porque se algo se está movendo, vai desacelerar. Então, porque inventar uma lei que diz que não vai? Para que serve uma lei dessas?

O professor argumenta:

> mas pensa o que acontece no espaço, onde não há forças como o atrito ou resistência do vento. Aí um objeto continuará em linha reta para sempre.

Agora intervém uma estudante:

> como sabemos isso? Nunca estivemos no espaço.

Um outro estudante entra na discussão, dirigindo-se ao professor:

> o senhor está-nos sempre a dizer que a ciência explica as nossas próprias experiências. Pela nossa experiência, as coisas desaceleram e acabam por parar. Então a Lei de Newton não é boa para explicar nossas experiências.

O professor não prosseguiu a defesa da lei de Newton e finalizou a discussão dum modo insatisfatório, segundo ele próprio:

> se vierem a fazer física na universidade, terão de saber isto.

Facto histórico: não apenas quase todos os físicos defenderam a lei de inércia, como mesmo aqueles que lhe apontaram a fraqueza de não ter expressão experimental (Planck, Scobel, Lindström,

[6] John Wallace, & William Louden, *Dilemmas of Science Teaching: Perspectives on problems of practice* (London e New York: Routledge/Falmer, 2002), 23-25. Agradeço a Calvin Kalman and Gyoungho Lee terem-me dado a conhecer este texto.

Langkau, Nolting, etc.) a usaram. Ora, se se admite a lei, vale a consequência lógica: uma causa externa é condição necessária da aceleração. Aqui emerge a definição comum de força.

Todos autores seguintes defenderam que a força é a causa da aceleração: Euler,[7] Lagrange,[8] Poisson,[9] Neumann,[10] Webster,[11] Planck,[12] Lenard,[13] Schaefer,[14] Eisberg and Lerner,[15] Knudsen and Hjorth,[16] Nolting,[17] entre muitos outros. Todos os seguintes criticaram o conceito de força: d'Alembert,[18] Carnot,[19] Mach,[20] Kirchhoff,[21] Hertz,[22] Poincaré,[23] Hamel,[24] Ludwig,[25] Wilczek,[26] entre outros. Podíamos pensar que há diferentes opiniões sobre a força, o que acontece com outros tópicos da física. Mas não é apenas isso. A divergência entre os autores tem crescido com o tempo.

Euler e d'Alembert aparecem em conjuntos diferentes. Porém têm pontos de convergência. Ambos admitem a lei de inércia e, consequentemente, que um corpo precisa duma força para acelerar.[27] Ambos estão de acordo com a dificuldade de observar forças.[28] Eles discordam sim na maneira de desenvolver a mecânica: Euler usa o conceito de força, mas d'Alembert não.[29]

---

[7] Leonhard Euler, *Opera Omnia*, serie II, Vol. 1 (Leipzig, 1912), § 100.
[8] Joseph-Louis Lagrange, *Mécanique Analytique*, 4ª ed. (Paris: Gauthier Villars, 1888-1889), 1.
[9] Siméon Denis Poisson, *Traité de Mécanique* (Paris: Bachelier, 1833), 2.
[10] Franz Neumann, *Einleitung in die theoretische Physik* (Leipzig: Teubner, 1883), 5.
[11] Arthur Gordon Webster, *The dynamics of particles and of rigid, elastic, and fluid bodies* (Leipzig: Teubner, 1904), 21.
[12] Planck, *Mechanik*, 10.
[13] Philipp Lenard, *Deutsche Physik,* Vol. 1. (Muenchen: Lehmanns, 1936), 43.
[14] Clemens Schaefer, *Einführung in die Theoretische Physik* (Berlin: de Gruyter, 1962),12.
[15] Robert M. Eisberg & Lawrence S. Lerner, *Physics: Foundations and applications*. (Hamburg: McGraw-Hill, 1981), 138.
[16] Jens Knudsen & Poul Hjorth, *Elements of Newtonian Mechanics,* 2ª ed. (Berlin: Springer, 1996), 28.
[17] Nolting, *Grundkurs*, 118.
[18] Jean d'Alembert, *Traité de Dynamique*, 2ª ed. (New York: Johnson Reprint Corporation Republished, 1968), x-xii, xvi-xvii, xxviii.
[19] Lazare Carnot, *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement* (Paris: Deterville, 1803), xi-xvi.
[20] Ernst Mach, Ueber die Definition der Masse. *Repertorium Experimental-Physik* 4 (1868), 356.
[21] Gustav Kirchhoff, *Vorlesungen ueber Mathematische Physik,* Vol. I, 4th ed. (Leipzig: Teubner, 1897), v.
[22] Heinrich Hertz, *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt* (Leipzig: J. A. Barth, 1894), 6-7, 15.
[23] Henri Poincaré, "Les Idées de Hertz sur la Mécanique," *Rev Gen Sci* 8 (1897): 734-735.
[24] Georg Hamel, *Elementare Mechanik* (Leipzig: Teubner, 1912), 56.
[25] Günther Ludwig, *Einführung in die Grundlagen der Theoretischen Physik,* Vol. 1, 3ª ed. (Wiesbaden: Vieweg, 1985), 145.
[26] Frank Wilczek, "Whence the force of F = ma? I: culture shock," *Phys Today* 57, 10 (2004): 11–12.
[27] Euler, *Opera*, 1, § 99, d'Alembert, *Traité*, 17.
[28] Forças são devidas a movimentos de massas invisíveis (Euler, *Opera*, 2, § 29); as forças não são observáveis, com exceção do choque (d'Alembert, *Traité*, 22).
[29] Por isso, encontramos as componentes da força na *Mecânica* de Euler (Ib., 1, § 550), mas não no *Tratado* de d'Alembert (Ib., 38-39).

Por meados do séc. XIX, a par dos físicos para quem força é a causa da aceleração, surgem outros que defendem que a força é um mero produto de massa e aceleração.[30] Nos finais do século, Kirchhoff e Hertz alteram os fundamentos da mecânica, que era a ciência fundante de toda a física, para evitar o conceito de força como causa.[31] Poincaré é radical na crítica ao conceito: afirmar que a força é a causa da aceleração é fazer metafísica.[32]

Enquanto muitos manuais do séc. XX continuam a definir a força como causa da aceleração, outros defendem que a força é um mero ser de razão.[33] Wilczek, prémio Nobel da física em 2004, dizia que as nossas afirmações sobre a força são um 'tipo de folclore.[34] Estamos, portanto, longe do teor da crítica do séc. XVIII. A hodierna é claramente mais drástica.

Nesta panorâmica sobre o conceito, percebemos que o problema reside na força como causa. A força ser causa da aceleração dá, porém, consistência à teoria, na medida em que a lei de inércia exige uma causa da aceleração. Não poderíamos eliminar a lei de inércia, que afinal não tem fundamento experimental? Mas esta é a primeira lei de Newton, que fundou a mecânica que usamos. Eliminamos a primeira e ficamos com a segunda? A dificuldade que esta questão coloca é ultrapassada pelo seguinte resultado de pesquisa histórica.

### História da Ciência: a segunda lei de Newton não é *F=ma*

A equação *F=ma* não aparece nos *Princípios matemáticos de filosofia da natureza*, publicados em 1687,[35] nem nos manuscritos de Newton.[36] Isto impressiona, porque atribuímos a Newton uma equação que ele nunca escreveu. Este dado não é, porém, suficiente, porque na época os autores não expressavam leis em forma algébrica. Usavam palavras. Assim, a questão, se Newton é o autor de *F=ma*, passa por uma interpretação da proposição da segunda lei nos *Principia*.

Newton escreveu:

---

[30] Adhémar de Saint-Venant, *Principes de Mécanique fondés sur la Cinématique* (Paris: Bachelier, 1851), § 81; Mach "Definition der Masse", 359. Ernst Mach, *The science of mechanics: A critical and historical account of its development* (La Salle, Illinois: The Open Court Pub. Co.,1902), 243-244.
[31] Kirchhoff, *Mechanik*, v; Hertz, *Prinzipien*, 6-7, 15. Nas suas teorias mecânicas, força não é conceito primitivo, mas construído (Kirchhoff, vi, 5, 10; Hertz, 33, § 455).
[32] Poincaré, "Les Idées de Hertz," 734.
[33] Hamel, *Mechanik*, 56; Charles Platrier, *Mécanique Rationnelle*, Vol. I (Paris: Dunod, 1954), 112, Ludwig, *Grundlagen*, 145.
[34] Frank Wilczek, "Whence the force of F = ma? III: cultural diversity." *Phys Today,* 58, 7 (2005), 10–11.
[35] Isaac Newton, *Isaac Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 3ª ed. eds. A. Koyré & I. B. Cohen (Cambridge MA: Harvard University Press, 1972).
[36] Bruce Pourciau, "Newton's interpretation of Newton's second law," *Arch. Hist. Exact Sci.* 60 (2006), 157–205. O autor percorre manuscritos de Newton ao longo de todo o artigo.

> A mudança de movimento é proporcional à força motriz impressa, e dá-se ao longo da linha reta em que aquela força é impressa.[37]
>
> Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, & eri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.[38]

Vamos focar na primeira parte da proposição, que é decisiva para a questão: A mudança de movimento é proporcional à força motriz impressa.[39]

Newton não definiu 'movimento', porque, dizia, todos sabem o que é.[40] A nós interessa-nos perceber 'mudança de movimento'. Jammer, entendia por isso 'taxa da mudança de movimento'.[41] Cohen, um especialista em Newton, criticava o acréscimo 'taxa de' e defendia que se tratava da 'mudança da quantidade de movimento'.[42] Pourciau criticava o acréscimo de Cohen com o argumento: Newton escreveu a lei catorze vezes entre 1684 e 1693 e nunca escreveu "quantidade de movimento", mas apenas "movimento".[43] Como o nosso objeto de análise é a lei de Newton, não a vamos modificar. Portanto, vamos ter de a interpretar sem acréscimos.

Passemos à outra parte da proposição "força motriz impressa". Newton definiu força impressa:

> A força impressa é a ação exercida num corpo, para mudar o seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta.[44]

O 'estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta' é o estado que o corpo por si mantém. Porque mantém? Porque todo o corpo tem uma força ínsita, cujo efeito é esse. Por definição: "cada corpo, tanto quanto dele depende, persevera no seu estado de repouso ou de movimento uniforme ao longo de uma linha reta."[45] Com estes dados compreendemos o seguinte: como todos os corpo têm uma força inerente, que tem como efeito, o corpo manter-se no estado de repouso ou de movimento uniforme e retilíneo, então, posso concluir que todo o corpo se mantém em repouso ou em movimento retilíneo-uniforme, a menos que uma força impressa atue sobre ele. Esta conclusão, tirada das definições é conforme com a primeira lei de Newton, que diz:

---

[37] Nesta e restantes passagens, sigo a tradução de: Raquel Balola, "Princípios matemáticos da filosofia natural: a lei de inércia" (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, 2010), 22.
[38] Newton, *Principia*, 13.
[39] Para detalhes sobre o argumento que se segue: Ricardo L. Coelho, "On the deduction of Newton's second law," *Acta Mechanica*, 229 (2018), 2288.
[40] Newton, *Principia*, Escólio à definição VIII.
[41] Max Jammer, *Concepts of force: A study in the foundations of Dynamics* (Mineola: Dover Publications, 1999), 125.
[42] I. Bernard Cohen, "Newton's second law and the concept of force in the Principia." In *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666–1966*, ed. R. Palter (Cambridge MA: MIT Press, 1970), 144.
[43] Pourciau, "Newton's Interpretation," 172.
[44] Newton, *Principia*, Definição IV.
[45] Newton, *Principia*, Definição III. Newton admite apenas uma única força inerente aos corpos, que é chamada 'força de inércia' (*vis inertiae*). Newton, *Principia*, 389.

> Todo o corpo persevera no seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a não ser na medida em que é obrigado a mudar o seu estado pelas forças que lhe são impressas.[46]

Agora podemos voltar à segunda lei: a força impressa é uma ação sobre um corpo que muda o seu movimento. Ora, o seu movimento é retilíneo e uniforme. Logo, a mudança significa que o movimento é ‘não retilíneo ou não uniforme’. Repare-se que ‘não retilíneo ou não uniforme’ é apenas a negação lógica de ‘retilíneo e uniforme’. Assim chegamos àquela parte da lei que procurávamos interpretar: ‘mudança do movimento’ significa ‘movimento não retilíneo ou não uniforme’.

Passemos a Euler, um estudioso dos *Principia* de Newton. Ele diz-nos que era capaz de seguir a resolução de problemas apresentada por Newton, mas incapaz de resolver um problema por si.[47] Por esta razão passou duma mecânica, cujos métodos eram geométricos, como a dos *Principia*, para uma mecânica analítica, a sua obra de 1736: *Mecânica ou a ciência do movimento exposta analiticamente*. Esta mudança não alterou os fundamentos. Euler aceita que um corpo, por si, se move retilínea e uniformemente ou permanece em repouso.[48] Força é, por definição, o que muda esses estados.[49] Logo, se o movimento de um corpo por si é retilíneo e uniforme, então uma alteração a esse movimento significa "não retilíneo ou não uniforme". Os termos desta disjunção caracterizam as componentes da força. Euler decompõe força em duas componentes: a radial, que causa a não retilinearidade do movimento, e a tangencial, que causa a não uniformidade.[50]

Este esquema de raciocínio reaparece na abordagem do movimento condicionado por uma superfície. Euler parte do movimento que um corpo por si teria, se constrangido por uma superfície. O corpo move-se uniformemente ao longo duma geodésica. As componentes da força são determinadas através da negação das características deste movimento. Se o corpo não descreve uma geodésica, temos uma componente da força; se o corpo não se move uniformemente, temos outra.[51] Em conclusão, em ambos os casos, movimento livre e movimento condicionado, encontramos o mesmo procedimento na decomposição da força:

1 - movimento de referência: caracterizado pela trajetória e o modo de percurso;

2 – componentes da força: alteram uma ou outra das características daquele movimento.

Catorze anos após a *Mecânica*, Euler apresentou uma comunicação com o título, 'Descoberta de um novo Princípio de Mecânica'.[52] O princípio era $F=ma$. Neste artigo, Euler não usa a lei de inércia

46 Newton, *Principia*, 13.
47 Euler, *Opera*, 1, 8.
48 Ib. §§ 56, 63, 65.
49 Ib. § 99.
50 Ib. § 550.
51 Euler, *Opera*, 2, § 79.
52 Leonhard Euler. “Découverte d’un Nouveau Principe de Mécanique,” *Mémoires de l’académie des sciences de Berlin* 6 (1752): 185-217. Este artigo foi comunicado em 1750.

para chegar às componentes da força. O que ele usa é a distância do ponto móvel a um sistema de três planos perpendiculares entre si. Se a distância a um dos planos é simbolizada por *x*, a alteração do movimento é dada por

$$\frac{d^2x}{dt^2}$$

A força é decomposta da mesma maneira, ou seja, em

$F_x$, $F_y$, $F_z$.[53]

A primeira lei de Newton é um caso particular do princípio, assinala Euler: aquele em que as componentes das forças são nulas. Nesse caso, as acelerações são nulas, pelo que a trajetória é retilínea e o movimento uniforme.

Em suma, há duas diferenças significativas entre segunda lei de Newton e o princípio de Euler:

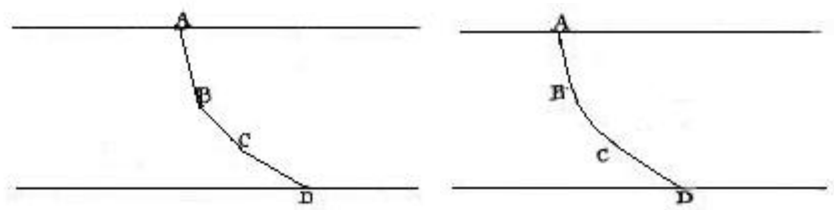
1 - a lei de Newton precisa do movimento de referência, porque a decomposição da força depende das características deste movimento. Este movimento é caracterizado pela primeira lei. Logo, a segunda lei de Newton precisa da primeira. Euler tem um outro processo de decomposição. Como não usa o movimento de referência, pode prescindir da primeira lei de Newton. Assim, Euler pode ter um único axioma, enquanto Newton precisa de dois.

2 - A decomposição a partir do movimento de referência leva a duas componentes (radial e tangencial). A decomposição em função dos três planos leva a três componentes ($F_x$, $F_y$, $F_z$).

**Resolução de problemas**

Há problemas de mecânica do séc. XVIII que desapareceram dos manuais hodiernos e há outros que se mantêm. Vou usar um destes, o pêndulo, para comparar as estratégias de resolução. Como era então resolvido o problema pêndulo, após Newton e antes de *F=ma*?

Manuais do séc. XVIII que seguiam as leis de Newton, tomavam o arco de circunferência descrito pelo corpo na ponta do fio como um conjunto de planos inclinados muito pequenos (fig. 1)




[53] Leonhard Euler, "Découverte," 196. Cf. Dieter Suisky, *Euler as Physicist* (Springer: Heidelberg 2009)155-156.

**Figura 1: Imagens dos meados do séc. XVIII, simbolizando os planos inclinados AB, BC e CD e a curva que passa por A, B, C e D** [54]

Para o plano inclinado, eles usavam a seguinte proporção

$$\frac{a}{g} = \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{L}}$$

onde *a* representa a aceleração ao longo do plano, *g* a constante gravítica, *H* a altura do plano e *L* o comprimento do plano. Repare-se que se a altura do plano for um metro e o comprimento dois metros (o que são dados do problema), o problema está resolvido: $\mathrm{a} = \frac{1}{2}g$. Alguns autores chamaram à aceleração *a* 'gravidade relativa' e a *g* 'gravidade absoluta'.[55] A relação entre ambas no caso do pêndulo era dada por:

$$\frac{a}{g} = -\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L}}$$

onde *x* representa a distância ao eixo (fig. 2) e *L*, o comprimento do fio.

[54] Willem J. Gravesande, *Mathematical elements of natural philosophy confirm'd by experiments: or, an introduction to Sir Isaac Newton's philosophy,* 1, 6ª ed. Trad. J T Desaguliers. (London: W. Innys, T. Longman and T. Shewell, 1747) plate 15, figuras 4, 5. A explicação era a seguinte: "a Body acquires the same Velocity, in falling from a certain Height, whether it falls directly or comes down along an inclin'd Plane. But a Body may also run down along several Planes differently inclin'd, and even along a Curve ([…]) and the Celerity will be the same when the Height is equal" (p. 86, § 393). Na época, o problema era abordado desta maneira (Thomas Rutherforth, *A system of natural philosophy being a course of lectures in mechanics, optics, hydrostatics, and astronomy*, Vol. 1 (Cambridge: J. Bentham, for W. Thurlbourn, 1748), 117; J. Rowning, *A compendious system of natural philosophy* (London: John, Francis, and Ch. Rivington, 1779), 43; Georg Adams, *Lectures on natural and experimental philosophy*, Vol. III (London: Hindmarsh, 1794), 206; William Emerson, *The principles of mechanics* (London: G.G. and J. Robinson, 1800), 45).

[55] John T. Desaguliers. *Lectures of experimental philosophy* (London: W. Mears, B. Creake and J. Sackfield, 1719), 21; Adams, *Lectures*, 157.

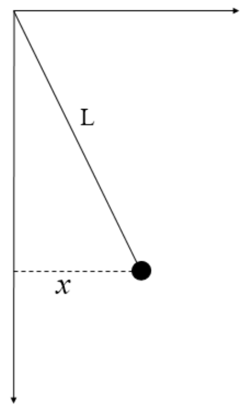



**Figura 2:** ***x*** **representa a distância ao eixo perpendicular e** ***L*** **o comprimento do fio**

O resultado obtido coincide com o atual:

$$a = -\mathrm{g}\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{L}} = -gsen\theta.$$

Vemos que a massa não aparece na resolução do problema, diferentemente do que acontece com a resolução hodierna. Não o faziam no séc. XVIII, porque tinham verificado experimentalmente, que o corpo não interferia no movimento.[56] Ainda nos finais do séc. XIX se encontram manuais, onde não se usa a massa na resolução do problema (fig. 3).


**Figura 3: O autor considera a aceleração gravítica; não inclui a massa** [57]

[56] Robert Gibson, *A course of experimental philosophy; being an introduction to the true philosophy of Sir Isaac Newton* (Dublin: R. Gibson and O. Nelson), 56; Adams, *Lectures*, 203; Emerson, *Principles*, 56.
[57] Henry Crew, *The elements of physics* (New York, London: The Macmillan Company), 84.

Passemos à resolução hodierna. Nós partimos de ***F***=*m**a***, que atribuímos a Newton. Dizemos que existem duas forças: a tensão do fio, ***T***, e o peso, ***P***. Tal como ***F***, ***T*** e ***P*** são vetores.

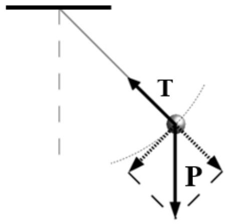



**Figura 4: Decomposição nas componentes radial e tangencial**

Os vetores foram introduzidos na física nos anos 90 do séc. XIX,[58] portanto mais de dois séculos depois dos *Principia* de Newton. Decompomos ***P*** segundo a direção normal e tangente à trajetória. Repare-se o que estamos a fazer: a direção normal é a direção do fio. O fio faz com que o movimento não seja retilíneo; a outra componente faz com que o movimento não seja uniforme. Portanto, o que estamos a fazer consiste em partir do movimento da lei de inércia (retilíneo e uniforme) e tomar como componentes da força, o que é a negação desse movimento (não-retilíneo ou não-uniforme).

Esta não foi a decomposição de Euler no artigo da descoberta de *F*=*ma*. O que ele considerava era a distância do móvel relativamente a 3 planos perpendiculares. Conceptualmente próximo disto, está a distância do móvel ao plano, que usavam os autores do séc. XVIII (fig. 2). Então temos, a resolução hodierna não usa a equação *F*=*ma* com a decomposição de Euler. Portanto, a equação que se usa hoje na mecânica elementar inclui uma generalização de *F*=*ma*. Esta equação passou a enquadrar a decomposição que Euler usava antes de *F*=*ma*, como ainda outras.[59]

Embora decompondo o vetor peso em duas componentes, os manuais contemporâneos abandonam uma e focam-se na outra, a componente tangencial da força:[60]

$$-mgsen\,\theta = m\frac{d^2s}{dt^2}\,.$$

---

[58] Michael Crowe, *A History of Vector Analysis: The Evolution of the Idea of a Vectorial System* (New York: Dover, 1994), 182.

[59] Demorou tempo a adoptar *F=ma* como a equação fundamental (Giulio Maltese, The Ancients' Inferno: The Slow and Tortuous Development of 'Newtonian' Principles of Motion in the Eighteenth Century. In *Essays on the History of Mechanics. In Memory of Clifford Ambrose Truesdell and Edoardo Benvenuto,* A. Becci, M. Corradi, F. Foce and O. Pedemonte, Eds. (Basel: Birkhäuser, 2003), 199-222). Uma vez adoptada, a resolução de problemas foi adaptada.

[60] Raymond Serway & John Jewett, *Physics for scientists and engineers*, 6ªth ed. (Belmont, CA: Thomson, 2004), 468; Nolting, *Grundkurs*, 143–144.

Agora cortam-se as massas em cada lado da equação. Para alguns físicos esta operação não é tão simples como possa parecer, porque uma massa é gravitacional e a outra é inercial.[61] O recurso à experiência para o corte das massas remete para as demonstrações da igualdade de massa inerte e gravítica.[62]

A comparação desta estratégia de resolução do problema com a do séc. XVIII mostra-nos o seguinte: a massa não vem da experiência com pêndulos (nas condições em questão), razão pela qual não era usada. Se não vem da experiência, porque a usamos? O que podemos responder com certeza: nós temos de a usar, porque partimos de *F=ma*. A equação obriga-nos a entrar com a grandeza 'força'.[63]

## Conclusão

Os manuais ensinam-nos que a segunda lei de Newton é ***F****=m****a***. Admitido que a segunda lei de Newton é ***F****=m****a***, esta equação é interpretada em função da primeira lei de Newton. A lei de inércia, tal como é entendida hoje, não é expressável por nenhuma experiência. Isto representa uma inconveniência para uma lei física, segundo alguns autores. Se, porém, a lei é admitida, segue-se que qualquer aceleração exige uma causa externa. Esta exigência é satisfeita pela força. Isto torna a teoria consistente. Admitido que a força é a causa da aceleração, físicos, como também filósofos, debateram-se com a dificuldade em conciliar o conceito com os fenómenos. O desenvolvimento da crítica ao conceito criou uma discrepância invulgar: entre 'força é a causa da aceleração' e 'isso é folclore'. Algo significativo pode ser alterado neste contexto.

---

[61] "we set $ma_T$ equal to $-mg \sin\theta$ and then canceled the mass. Well, that really was more significant than it might seem. The mass in *F=ma* is the inertial mass, the mass associated with the object's tendency to resist changes in its motion. It seems to have nothing to do with gravity and perhaps might even be labeled $m_i$ to underscore the difference in its conceptual origins. On the other hand, the weight of a body is determined by a physical property it possesses called gravitational mass, $m_g$. That property is proportional to the gravitational interaction between objects and seemingly has nothing to do with inertia. Thus, assuming these masses to be different (since they certainly seem to define different characteristics), $T \approx 2\pi\sqrt{m_i L / m_g g}$. But experiments […] all confirm […] that the period is independent of the mass of the bob, which implies that $m_i = m_g$" Eugen Hecht, *Physics* (Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company), 413-414. Teses similares defendem: Klaus Dransfeld, Paul Kienle, & Georg Kalvius, *Physik I: Mechanik und Wärme*, 9ª ed. (München: Oldenbourg, 2001), 94; Paul Fishbane, Stephen Gasiorowicz, & Stephen Thornton, *Physics for scientists and engineers* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996), 130–131; Nolting, *Grundkurs*, 144.

[62] Os autores têm-se debatido com a discrepância entre a teoria e experiência neste ponto e adoptado o resultado experimental: Hans Stephani & Gerhard Kluge. *Theoretische Mechanik: Punkt- und Kontinuumsmechanik* (Heidelberg e Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 1995), 15; Jens Knudsen and Poul Hjorth, *Newtonian Mechanics*, 78; Paul Fishbane, Stephen Gasiorowicz, & Stephen Thornton, *Physics*, 335; Jerry Faughn et al., *Serway's college physics* (Belmont: Thomson Brooks/Cole, 2006), 866.

[63] Pode parecer-nos estranho que as pessoas falassem de força (força impressa) e não usassem a dimensão da força. Nós sabemos, porém, que a análise dimensional não era uma exigência no séc. XVIII, graças à pesquisa de Roberto de Andrade Martins "The origin of dimensional analysis." *Journal of the Franklin Institute* 311 (1981): 331–337.

Não precisamos de interpretar força *F* em *F=ma* em função da primeira lei de Newton, se *F=ma* não é a segunda lei de Newton. Ora, vimos que *F=ma* não é a segunda lei de Newton, pois existem diferenças significativas:

1. as decomposições diferem: a newtoniana é realizada em função do movimento da lei de inércia e a euleriana em função da distância a 3 planos perpendiculares;
2. as axiomáticas diferem: Newton precisa de dois axiomas para decompor; Euler, apenas dum.

Além disso, a decomposição de Euler está na origem da decomposição através de coordenadas (retangulares e generalizadas) e o princípio de Euler inaugurou a prática dum princípio físico ser uma equação.

Vimos ainda que os fundamentos das teorias têm implicações na resolução de problemas. As estratégias de resolução do problema do pêndulo, como do plano inclinado, anteriores ao uso de *F=ma*, mostram diferenças significativas relativamente às hodiernas. Embora nunca tenham sido exploradas no ensino, as resoluções do passado estão próximas dos fenómenos, na medida em que se baseiam na recolha e comparação de dados. Em contrapartida, o ponto de partida hodierno é um resultado de décadas de elaboração científica.

**SOBRE O AUTOR:**

Ricardo Lopes Coelho
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
e Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia
rlc@fc.ul.pt