

O Processo e o Impacto dos Avanços Tecnológicos e Metodológicos dos Telescópios na Detecção e Análise da Nutação da Terra no Século XVIII¹

Lucas Vinicius Antunes

Gerard Emile Grimberg

Resumo

Este artigo investiga as pesquisas sobre os fenômenos de nutação e precessão na primeira metade do século XVIII, articulando a reconstrução histórica com discussões pertinentes ao Ensino de Ciências e à formação científica crítica. Nesse período, o aprimoramento dos telescópios refratores possibilitou a obtenção de dados observacionais mais precisos, enquanto o desenvolvimento do cálculo diferencial leibniziano aplicado à mecânica permitiu o cálculo teórico desses movimentos. Pela primeira vez, a nutação e a precessão foram objeto de uma comparação sistemática entre previsões teóricas e dados experimentais. O trabalho discute como esse caso exemplifica a Natureza da Ciência (NOS), focando na distinção entre observação e inferência, e no papel da idealização e matematização na construção do conhecimento. A análise é estruturada em seções que abordam a evolução tecnológica dos telescópios, o avanço do cálculo diferencial na mecânica e os resultados teóricos obtidos por D'Alembert em 1749 em suas *Recherches sur la précession des équinoxes, et sur la nutation de l'axe de la Terre, dans le système Newtonien*.

Palavras-chave: História do Telescópio. Nutação. Astronomia no Século XVIII. Ensino de Astronomia.

Abstract

This article examines research on the phenomena of nutation and precession during the first half of the 18th century, linking historical reconstruction with discussions relevant to Science Education and critical scientific literacy. In this period, improvements in refracting telescopes allowed for more precise observational data, while the development of Leibnizian differential calculus applied to mechanics enabled the theoretical calculation of these motions. For the first time, nutation and precession became the subject of a systematic comparison between theoretical predictions and experimental data. The study discusses how this case exemplifies the Nature of Science (NOS), focusing on the distinction between observation and inference, and the role of idealization and mathematization in scientific knowledge construction. The research is structured into sections covering the technological evolution of telescopes, the advancement of differential calculus in mechanics, and the theoretical results obtained by D'Alembert in 1749 in his *Recherches sur la précession des équinoxes, et sur la nutation de l'axe de la Terre, dans le système Newtonien*.

Keywords: History of the Telescope. Nutation. 18th-Century Astronomy. Astronomy Education.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste artigo é investigar como as principais comunidades astronômicas do final do século XVII e da primeira metade do século XVIII aprimoraram as medições da precessão e alcançaram

¹ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

uma precisão significativa na medição da nutação. Para isso, aproveitaram os avanços tecnológicos e metodológicos no uso dos telescópios, que impactaram diretamente na detecção do movimento de nutação do eixo de rotação terrestre². Posteriormente, mediante aos métodos e esforços empregados pela academia de Paris para compreender a verdadeira forma da Terra — Outro grande problema da época —, o fenômeno recebeu um tratamento analítico refinado por meio do uso do cálculo diferencial leibniziano. Todo esse processo, destacou figuras como James Bradley (1692-1762), Robert Hooke (1635-1703), Isaac Newton (1643-1727), Christiaan Huygens (1629-1695), Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783), entre outros, a maioria deles ligados a duas grandes comunidades acadêmicas do século XVII: a Royal Society, na Inglaterra, e a Academia de Ciências de Paris, na França.

A inserção das lunetas — telescópios refratores — como ferramenta de trabalho para estudos astronômicos trouxe inúmeras vantagens, as quais não se limitaram apenas ao aumento da precisão no que diz respeito à astronomia de posição. Além disso, em consonância com os interesses das comunidades acadêmicas, foram amplamente adotadas, o que implicou diretamente em frequentes aprimoramentos, a ponto de se tornarem de uso indispensável. Apesar dessa facilitação, no que diz respeito ao movimento de nutação do eixo terrestre, são raros os trabalhos que relacionam sua compreensão com esse avanço tecnológico e metodológico, uma vez que, graças ao progressivo aprimoramento das lunetas refratoras³, a nutação pôde ser detectada com precisão suficiente para que se realizasse um tratamento analítico-matemático mais relevante a seu respeito.

Como principais fontes utilizadas neste artigo temos, Michelle Chapront e Jean Souchay (2006)⁴, que guiam a análise das investigações sobre a nutação até seu tratamento analítico ser formalmente apresentado por D'Alembert em 1749. Jean Eisenstaedt (2001)⁵ complementa a discussão sobre o processo de detecção da nutação por Bradley, enquanto Henry C. King e Harold S. Jones (1979)⁶ servem de base para a investigação histórica sobre o desenvolvimento dos telescópios. Por fim, Grimberg (2001)⁷ será usado como base da discussão a respeito do problema da forma da Terra e os pesquisadores que o investigaram.

² Movimento sutil de oscilação do eixo terrestre enquanto o mesmo exerce outro movimento chamado de precessão.

³ Telescópios do tipo luneta, cuja principal característica é sua composição de lentes para realizar a ampliação das imagens.

⁴ Chapront-Touzé, Michelle; Souchay, Jean. *Traité et mémoires mathématiques, 1736-1756: Précession et nutation*, 1749-1752. Paris: CNRS Editions, 2006.

⁵ Eisenstaedt, J. *Bradley's discovery of nutation*, Laboratoire de Gravitation et Cosmologie Relativistes, Université Pierre et Marie Curie, CNRS/ESA 7065 Tour 22-12, 4ème étage, B.C. 142, 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, 75014, Paris, France. 2001.

⁶ King, H. C., & Jones, H. S. *The history of the telescope*. General Publishing Company, Ltd., 30 Lesmill Road, Don Mills, Toronto, Ontario.1955.

⁷ Grimberg, G., E. A constituição da Teoria Das Funções de Várias Variáveis no século XVIII: O Início da Análise Moderna. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Departamento de Filosofia, 2001.

A argumentação será dividida em cinco partes. A primeira abordará os movimentos de precessão e nutação da Terra, descrevendo suas formas, composições e causas principais. Nesta seção, será indicada uma simulação online desses dois movimentos, desenvolvida pelo Observatório Nacional, para oferecer uma visualização mais clara.

O processo histórico do aprimoramento dos telescópios a partir do século XVII, será discutido de modo que seja possível ligá-lo à primeira detecção do movimento de nutação da Terra. Para isso, será utilizada como principal referência o livro *The history of the telescopes* desenvolvido por King e Jones em 1979. Esta etapa, será iniciada com uma discussão do surgimento de uma demanda por maior precisão nos dados astronômicos, impulsionada pelos equipamentos de Tycho Brahe no início do século XVII que, posteriormente, se juntou à demanda pelo aprimoramento da luneta de Galileu, até que neste processo, cruzasse sua história com Hooke, Flamsteed, Molyneux e Bradley.

Em seguida, será descrito o processo de detecção da nutação realizado por Bradley, iniciado por Hooke e Flamsteed, em uma busca para detectar a paralaxe estelar por meio de grandes telescópios. Essa metodologia foi continuada por Bradley após ser apresentado ao problema por Molyneux, que, por sua vez, disponibiliza as ferramentas necessárias para um primeiro contato com o fenômeno. Como próximo passo, Bradley construiu um ambiente pessoal propício a testes e à precisão que julgou necessária para seus estudos, culminando finalmente na confirmação do movimento de nutação.

Do ponto de vista analítico, o processo histórico de aprimoramento dos tratamentos analíticos dos fenômenos da mecânica, com ênfase no uso do cálculo diferencial, encerrará as discussões a respeito da conciliação entre a descrição empírica e a análise teórico-matemática. A base dessa etapa será o tratamento analítico do problema da forma da Terra proposto por Alexis Claude de Clairaut (1713-1765), após a expedição de Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759) à Lapônia. A partir disso, serão apresentados os principais indícios do tratado de 1749 de D'Alembert, que demonstram seu sucesso matemático ao investigar os fenômenos de precessão e nutação do eixo de rotação da Terra.

Para o encerramento das discussões, será apresentada uma breve análise de como esse exemplo histórico permite ilustrar o processo de desenvolvimento e aprimoramento da pesquisa científico-teórica e experimental nas ciências exatas, desde a coleta de dados observacionais até seu refinamento por meio de métodos matemáticos analíticos. Nesse sentido, a abordagem adotada busca evidenciar de que maneira a prática da pesquisa em astronomia pode ser compreendida a partir de um caso histórico concreto, no qual uma teoria científica é progressivamente articulada ao cálculo diferencial de inspiração leibniziana, por meio do processo de analitização da mecânica ao longo do século XVIII. A análise desse percurso conduz a considerações relativas ao ensino da astronomia, que serão desenvolvidas em uma seção final do artigo.

Como embasamento teórico dessa discussão, serão mobilizados principalmente dois trabalhos. Lederman (2007) argumenta que a compreensão da ciência não deve se restringir apenas ao “fazer”

científico, mas envolver a análise das características e dos processos próprios da atividade científica⁸. Por sua vez, Matthews (2012) discute como a história da filosofia e da ciência recorre sistematicamente a idealizações como instrumentos fundamentais para a construção e a compreensão da realidade científica⁹.

Por fim, os principais pontos de cada tópico serão retomados, conectando-os ao trabalho desenvolvido por D'Alembert em 1749 e por Leonard Euler em 1750. Esse processo será associado ao êxito na formulação dos primeiros tratamentos analíticos corretos dos fenômenos de precessão e nutação.

MOVIMENTOS DE PRECESSÃO E NUTAÇÃO

Tendo em vista a discussão proposta, que busca realizar uma investigação a respeito de um dos movimentos orbitais executados pela Terra — a nutação —, apresentaremos brevemente os movimentos de maior relevância para a astronomia até o século XVIII. Existem, em especial, os que caracterizam a passagem dos dias e dos anos — movimentos de rotação e de translação do eixo da Terra — e os que influenciam as estações do ano e a posição dos pólos celestes — movimentos de precessão e de nutação. Em especial, serão brevemente descritos os dois últimos citados, apresentando alguns esquemas em imagem para facilitar a compreensão.

A despeito do movimento de precessão, pode ser descrito como uma rotação periódica do eixo de rotação da Terra ao redor de um eixo ortogonal ao plano de sua órbita. De modo similar, trata-se de uma rotação do plano equatorial da Terra em relação a um eixo ortogonal ao plano da eclíptica, que passa pelo centro gravitacional da Terra¹⁰. Ambos os elementos mencionados estão, respectivamente, destacados em verde e vermelho na figura 1.

Segundo Chapront e Souchay (2006)¹¹, esse fenômeno tem seu primeiro registro histórico, presente no Almagesto de Cláudio Ptolomeu (90-168)¹². Em especial, trata-se da constatação do astrônomo grego Hiparco de Niceia sobre o fenômeno, onde, ao realizar medições referentes à passagem do ano na Terra, se intriga ao perceber que o retorno do sol aos pontos solsticiais e equinociais¹³ não parece ter exatamente 365 dias e $\frac{1}{4}$, quando comparado com o retorno às mesmas estrelas fixas de onde iniciaram-se

⁸ Lederman, N. G. (org.). *Handbook of Research on Science Education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2007. p. 831-879.

⁹ Matthews, Michael R. The contribution of HPS. In: Matthews, Michael R. *The Nature of Science and Science Teaching*. [S. l.: s. n.], 2012. p. 394-411.

¹⁰ A trajetória quando completa, se vista de forma traçada, forma um cone de revolução, tendo como origem o centro da Terra.

¹¹ Chapront-Touzé, Michelle; Souchay, Jean. *Traité et mémoires mathématiques, 1736-1756: Précession et nutation*, 1749-1752. Paris: CNRS Editions, 2006, p.xiii.

¹² Halma, M. l'Abbé. *Composition mathématique de Claude Ptolémée*, t. I, Paris, 1813 pour le livre III et t. II, Paris, 1816 pour le livre VII.

¹³ Equinócio e solstício são respectivamente: os momentos do ano em que o Sol atinge sua declinação máxima em cada hemisfério e os momentos em que o sol incide igualmente nos dois hemisférios, ou seja, quando ele está exatamente sob a linha do equador terrestre.

as coletas¹⁴. Essas constatações o fazem concluir que o ano acaba sendo mais longo, conjecturando então que a “esfera das estrelas fixa”— esfera celeste — movimenta-se de forma lenta na direção oposta à do movimento de translação da Terra¹⁵. Isso acontece por conta da diferença entre os sentidos de precessão do eixo terrestre e do movimento de translação do planeta em torno do Sol, como ilustra a figura 1.

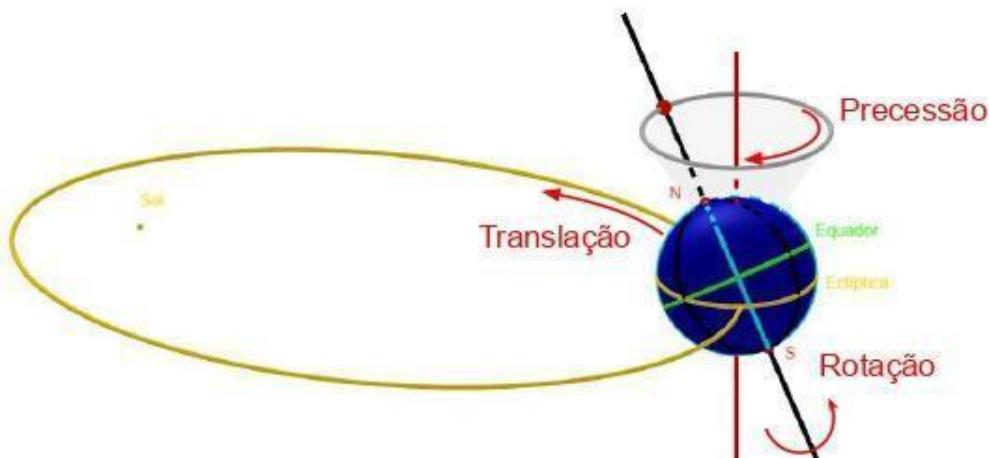


Figura 1 – Representação dos sentidos dos movimentos da Terra¹⁶.

Neste ponto, é interessante destacar uma diferença que será melhor notada posteriormente, ao tratar sobre a nutação. Dadas as considerações anteriores sobre a precessão, evidencia-se que o movimento precessional terrestre já era conhecido desde antes da era comum, ou seja, antes da instrumentação mais sofisticada para observação celeste, aprimoradas e desenvolvidas entre os séculos XVI e XVIII, com o advento das inovações e precisões dos astrônomos Tycho Brahe (1546-1601), Galileu Galilei (1564-1642), Newton e outros. Sendo assim, a precessão se destaca como um fenômeno que pode ser estudado a olho nu — sem o uso de instrumentos de ampliação de imagem — diferente do que veremos com relação a nutação.

Ainda sobre a precessão, Newton na proposição 66 do livro I de sua obra *Princípia*, deduz que a taxa da variação de precessão teria duas principais contribuições gravitacionais: a do Sol e a da Lua, estimando em seguida que a velocidade de rotação da linha dos equinócios seria de $50''$ por ano, no entanto, em 1749 d'Alembert mostra no capítulo XIV de seu tratado que essa solução apresentada continha erros

¹⁴ Ce qui le surprend le plus, c'est qu'en comparant le retours du Soleil aux points solsticiaux et équinoxiaux, l'année lui paroît n'être pas tout à fait de 365 jours 1/4, et qu'en comparant les retours aux mêmes étoiles fixes, il la trouve plus longue ; d'où il conjecture que la sphère des étoiles fixes a elle-même une certaine marche lente qui lui fait parcourir la suite des points du ciel, et qui, comme celles des planètes, est en sens contraire du premier mouvement par lequel tout le ciel est entraîné perpendiculairement au cercle qui passe par les pôles de l'équateur et de l'oblique". (Chapront; Souchay, (2006, p.xiii) apud Ptolomeu (1496)) .

¹⁵ Em termos atuais, o movimento precessional leva cerca de 25 780 anos para completar uma volta

¹⁶ Elaborada pelo autor por meio do software Geogebra.

teóricos¹⁷. Esta consideração é bastante importante para o decorrer do desenvolvimento das pesquisas que aconteceriam posteriormente. Ainda nessa proposição, no desenvolvimento de seus corolários, nota-se que o movimento precessional não ocorre de forma perfeita, uma vez que, ao levar em conta as variações orbitais lunares, bem como sua excentricidade e inclinação com relação ao plano do equador terrestre, conclui que isso resultaria em uma pequena oscilação no eixo de rotação da Terra — fenômeno de nutação —, que no entanto não fora descrito com mais profundidade¹⁸.

Até então, fora discutido brevemente sobre o que é o movimento precessional e como se deu o mais antigo registro de sua constatação. Neste momento, se faz necessária também uma discussão a respeito do movimento de nutação do eixo terrestre. De modo simples, o fenômeno pode ser descrito como uma pequena variação periódica composta ao movimento de precessão, ou seja, trata-se de uma oscilação do ângulo formado entre o plano que divide os hemisférios norte e sul com relação ao plano no qual a Terra se move ao redor do Sol. À medida que o eixo da Terra realiza seu movimento precessional, sofre dessa oscilação angular periódica, delimitando assim uma região na qual o irá varrer enquanto precessiona. Esse fenômeno tem uma causa bastante clara, sua principal influência é constatada como sendo lunar, pois seu período coincide com o período orbital da lua em torno da Terra, sendo ele de aproximadamente 18,6 anos.

Para melhor elucidar esse movimento, note a trajetória em vermelho presente na figura 2, ela evidencia essa composição. A região entre os planos representados respectivamente pelas circunferências em vermelho — plano equatorial — e amarelo — plano da eclíptica —, é onde se apresenta a variação angular entre esses planos, limitando a amplitude de movimento de nutação do eixo da Terra, que por sua vez é tem sua trajetória representada pelo traçado em vermelho. Deste modo, conclui-se que a precessão e a nutação da Terra, quando vistas de forma composta, fazem com que o seu eixo siga uma trajetória senoidal.

¹⁷ Chapront; Souchay, 2006, p.xv.

¹⁸ Ibid.

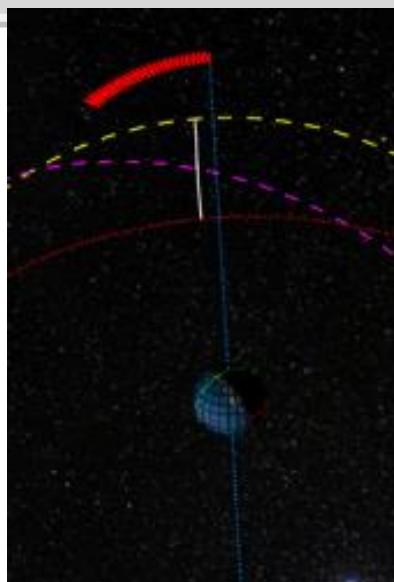


Figura 2 – Representação da composição entre o movimento de precessão e nutação do eixo terrestre¹⁹.

A literatura, de modo geral, atribui a Bradley o êxito em determinar o principal termo da nutação, atribuindo sua origem como sendo lunar e cujo período seria o movimento médio dos nodos da órbita da Lua²⁰, ou seja, diz respeito ao período orbital da Lua em torno da Terra mencionado anteriormente. Ainda sobre a nutação, um fato curioso é que, antes mesmo de Newton ser o primeiro a especular sua existência, ainda que a tenha considerado irrelevante, não foi a primeira vez que o fenômeno apareceu na literatura se relacionando aos movimentos da Terra. Segundo Savoie (2001)²¹, os astrônomos árabes já haviam levantado uma hipótese sobre esse tipo de movimento com relação ao eixo terrestre, tendo como base a estimativa da precessão apresentada por Ptolomeu que, apesar de ser possivelmente uma primeira aproximação para esse fenômeno, tinha suas inconsistências, as quais fizeram com que adotassem uma falsa nutação para conseguir utilizar sua teoria sem questionar a validade de sua estimativa, que no entanto, posteriormente foi desconsiderada.

Os Telescópios No Século XVII e Primeira Metade Do Século XVIII

O objetivo desta seção é explorar a relação entre o desenvolvimento dos telescópios de refração e a descoberta do movimento de nutação da Terra, destacando como os avanços tecnológicos foram essenciais para a precisão observational e para a validação desse fenômeno astronômico. Para isso, será

¹⁹ Imagem retirada do site <https://daed.on.br/astro/obliquidade-da-ecliptica> administrado pelo Observatório Nacional, onde apresenta-se uma excelente simulação desses movimentos.

²⁰ Chapront-Touzé, Michelle; Souchay, Jean. *Traité et mémoires mathématiques, 1736-1756: Précession et nutation, 1749-1752*. Paris: CNRS Editions, 2006, p.xvii.

²¹ Savoie, D. The precession of the equinoxes from Hipparchus to Tycho Brahe. Edited by N. Capitaine, Paris: Observatoire de Paris, p.128.

traçada uma linha histórica que parte das ferramentas observacionais utilizadas por Tycho Brahe — cujos instrumentos pré-telescópicos marcaram o início da astronomia de alta precisão —, passando pela adaptação da luneta por Galileu Galilei, até os desenvolvimentos técnicos mais avançados do século XVIII, culminando nos trabalhos de Samuel Molyneux (1689-1728).

A escolha de Molyneux como figura central neste contexto não é aleatória, pois ele desempenhou um papel crucial ao investigar o fenômeno da paralaxe estelar, um tema intimamente relacionado à detecção da nutação. Trabalhando em parceria com James Bradley, Molyneux utilizou telescópios refratores para observar a estrela γ Draconis, dando continuidade às investigações iniciadas por Robert Hooke²². Essa colaboração não apenas levou à primeira detecção da nutação da Terra, como também revelou o impacto direto do aprimoramento tecnológico na observação de fenômenos astronômicos sutis.

O início do século XVII foi fortemente marcado pela demanda de dados observacionais coletados com precisão e em larga escala. Para atender a essa demanda, Berry (1899)²³ aponta como medida principal o desenvolvimento de duas escolas de excelência astronômica na segunda metade do século XVI²⁴. Segundo ele, essa medida foi impulsionada pelo rápido desenvolvimento da álgebra e suas ramificações, destacando-se especialmente o desenvolvimento da notação arábica, a adoção das frações decimais e dos logaritmos, que tiveram seu uso disseminado a partir do início do século mencionado.

Ao citar essa demanda observacional neste período, é naturalmente necessário mencionar as significativas contribuições metodológicas e observacionais do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe. Conhecido por suas precisas observações, as melhores da época, e por seus equipamentos de grande qualidade e precisão, de acordo com Linton (2004)²⁵ alcançou precisões em suas medições de 4' de arco, conseguindo alcançar posteriormente o marco de 1' de arco²⁶, Brahe revolucionou a astronomia de seu período histórico. Desfrutando do privilégio de subsídios irrestritos fornecidos pelo rei da Dinamarca

²² Eisenstaedt, J. (2001) Bradley's discovery of nutation, Laboratoire de Gravitation et Cosmologie Relativistes, Université Pierre et Marie Curie, CNRS/ESA 7065 Tour 22-12, 4ème étage, B.C. 142, 4, place. p.131.

²³ Berry, A. A Short History of Astronomy. Nabu Press, 2010 (1899). p.128.

²⁴ Embora não as cite nominalmente, as duas escolas mencionadas coincidem com a fundação do observatório projetado por Tycho Brahe na ilha de Hveen no final do século XVI, sendo ele a maior referência em observação celeste da época.

²⁵ Linton, C. M. From Eudoxus to Einstein: A History of Mathematical Astronomy, Cambridge University Press, New York, 2004. p.157.

²⁶ Para uma análise mais detalhada a respeito dos instrumentos desenvolvidos por Brahe vide: Wesley, W. G. *The accuracy of tycho brahe's instruments*. Journal for the History of Astronomy, 1978, Vol. 9, p.42.

Frederick II, Brahe teve à sua disposição uma ilha em Hveen — atualmente conhecida apenas como Ven, localizada na Suécia — onde pôde construir seus aposentos e seu observatório com tudo o que precisava, respondendo às demandas observacionais citadas.

O advento do telescópio se consolidou nas mãos do construtor e astrônomo Galileu Galilei. Embora possivelmente não tenha sido o primeiro a apontar uma luneta ao céu noturno²⁷, Galileu desenvolveu aprimoramentos especificamente para a astronomia, consolidando-se popularmente, como o "inventor do telescópio". Dentre suas ferramentas, Linton (2004)²⁸ cita dois fatores de ampliação que Galileu foi capaz de atingir. Seu primeiro projeto, desenvolvido em 1609, tinha uma capacidade de ampliação de até 8 vezes, enquanto, em 1610, foi capaz de construir outro mais aprimorado, obtendo uma melhora nesse fator em até 20 vezes. O impacto de seus instrumentos e sua curiosidade em investigar os objetos celestes reverberaram por toda a comunidade astronômica do século XVII, trazendo outro salto ainda mais significativo para a história da astronomia, desta vez, voltado para as observações através das lentes de ampliação.

Apesar das adaptações e melhorias desenvolvidas por Galileu, ainda havia um grande defeito: as distorções de imagem causadas pela refração das lentes, em especial a aberraçāo esférica e a aberraçāo cromática, o que atrasou a inserção de suas lunetas como ferramentas de medição²⁹. Esse entrave impulsionou um amplo interesse nos estudos sobre lentes e refrações. René Descartes é destacado por King e Jones (1955)³⁰ como um dos precursores da investigação acerca dos fenômenos citados, e seus resultados foram desenvolvidos e publicados em sua obra *Dioptrique*, lançada em 1637.

De acordo com King e Jones (1955)³¹, para contornar as aberrações e obter imagens de melhor qualidade, os astrônomos se dedicaram ao desenvolvimento de lentes com a menor abertura angular possível combinada a grandes distâncias focais. Foi constatado que em uma lente de pequena razão de abertura, a aberraçāo é também pequena, o que consequentemente implica em uma menor incidência da aberraçāo cromática. Entretanto, essa combinação encontrou limites físicos, devido às proporções que as

²⁷ Thomas Harriot (1560-1621) foi responsável pela primeira observação celeste na América do Norte com registro de uso de uma ferramenta de ampliação. Linton, C. M. *From Eudoxus to Einstein: A History of Mathematical Astronomy*, Cambridge University Press, New York, 2004. p.204, apud Montgomery 1999, p.106.

²⁸ Ibid, p.203-205.

²⁹ A aberraçāo esférica diz respeito a uma diferença na refração dos feixes de luz que atingem a lente ou o espelho na região mais próxima à borda, o que faz com que a imagem do objeto observado fique com regiões desfocadas. A outra distorção, também gera uma imagem com regiões desfocadas, mas dessa vez, a causa diz respeito aos diferentes comprimentos de ondas de cada cor, o que implica em diferentes distâncias focais. Mais detalhes podem ser encontrados em Bennett (2016, p.532-533).

³⁰ King, H. C., & Jones, H. S. *The history of the telescope*. General Publishing Company, Ltd., 30 Lesmill Road, Don Mills, Toronto, Ontario.1955. p. 48.

³¹ Ibid, p. 49-50.

lunetas passaram a ter para entregar imagens bastante ampliadas e com o mínimo possível de aberração³². Isso levou à construção de ferramentas ópticas com razão de até 1:150, referente ao raio da lente em relação à sua distância focal. Essa magnitude exigia grandes estruturas compostas por cordas e roldanas, presas em grandes mastros, implicando em alguns defeitos posteriores como desalinhamentos das lentes ou vibrações. No entanto, esses problemas se tornaram menores diante das aberrações contornadas, pois a ampliação atingida reduziu drasticamente os indesejados problemas óticos.

Dentre os construtores de grandes telescópios, Johannes Hevelius (1611-1687) destacou-se como um dos primeiros. Ele construiu um observatório em sua própria casa em Danzig, ao norte da Polônia. Usufruindo de suas ferramentas, Hevelius observou o Sol, a Lua, os planetas e também cometas, publicando em 1647 seu primeiro trabalho astronômico, chamado *Selenographia*. Neste trabalho, o foco principal foi apresentar um atlas lunar, com desenhos da lua em todas as suas fases e cerca de 250 formações lunares, superando os mapas apresentados por Christoph Scheiner (1573-1650) e Michel Florent Van Langrenus (1598-1675). Além disso, Hevelius descreveu um breve relato sobre seus instrumentos, que, segundo King e Jones (1955)³³, incluíam ferramentas com distâncias focais de até 12 pés — aproximadamente 3,6 metros — e ampliação de até 50 vezes.

Seguindo essa tendência de grandes telescópios e motivado pela insatisfação com os exemplares disponíveis no mercado, em 1659, Christian Huygens publica seu trabalho denominado *Systema Saturnium*, apresentando novos resultados sobre o planeta Saturno. Apesar de ter descoberto Titã, o satélite mais brilhante de Saturno, em 25 de março de 1655, com um telescópio de apenas 2 polegadas de abertura e cerca de 4 metros de distância focal, Huygens só obteve resultados significativos no final deste mesmo ano, após desenvolver, junto com seu irmão Constantijn Huygens Jr. (1628-1697), telescópios ainda maiores. Essas novas construções, com dimensões de até 123 pés — aproximadamente 37,5 metros — permitiram a identificação da sombra do anel do planeta sobre o mesmo e também sua forma plana e circular.

Como consequência dos investimentos de Huygens em construir telescópios mais potentes, Hevelius, ao tomar nota, deu início à construção de telescópios ainda mais potentes em termos de ampliação e dimensão. Dentre suas novas construções, destacam-se três, com distâncias focais de 60, 70 e 150 pés, respectivamente — aproximadamente 18, 21 e 45,7 metros de comprimento. Todas essas construções foram descritas em seu trabalho publicado em 1673, intitulado *Machinæ, Coelestis*³⁴. A maior delas, ilustrada pela figura 3, teve suas lentes desenvolvidas por um especialista local e, apesar de apresentar problemas

³² A partir daqui, as lunetas serão chamadas por telescópios, o critério para essa nomenclatura é o inicio do processo de grandes ferramentas, com grande poder de ampliação e medição posicional, não atribuindo o termo as lunetas de Galileu, apesar de ter sido cunhado em sua homenagem em 1611 pelo matemático grego Giovanni Demisiani.

³³ King; Jones. p. 51.

³⁴ Ibid.

devido aos defeitos presentes nas lentes de refração da época, o maior obstáculo desse ambicioso projeto foi sua robusta estrutura:

Para isso, Hevelius optou por usar madeira. Um tubo constituído de papel, apesar de ser mais leve, seria pouco resistente e frágil, enquanto um tubo de metal, seria muito mais caro e pesado. A estrutura fora seccionada, de modo que cada seção consistia em duas tábuas de 40 pés fixadas de forma ortogonal entre si. Três ou quatro dessas seções, unidas ponta a ponta, formavam uma algo similar a uma calha, onde em cada extremidade se localizavam de um lado a lente objetiva e do outro a lente ocular. Essa composição, reforçada por fios, era suficiente para a utilização noturna, no entanto, nos períodos de crepúsculo ou de presença lunar, era preciso proteger a lente ocular da luz excessiva. Por conta disso, Hevelius fixou tábuas ao longo do tubo para devida contenção. Essas por sua vez, além de contribuir para o realinhamento do equipamento, também o tornava mais rígido em cada seção. Para sua fixação e manuseio, fora utilizado um mastro de 90 pés para realizar sua suspensão, sendo manipulado pela parte de baixo por meio de cordas e roldanas³⁵.

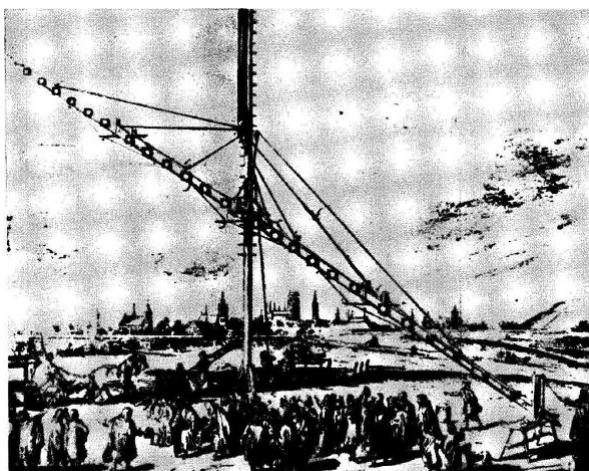


Figura 3 – Telescópio de 150 pés suspenso em Danzing³⁶.

³⁵ For this, Hevelius used wood. A paper tube, although light, would have been too flimsy and fragile, an iron tube too heavy and costly. The tube was sectional, each section consisting of two 40-foot wooden planks fixed at right angles to each other. Three or four of these sections, joined end to end, made a two-sided trough; at the further end was the objective cell, at the other, the eyepiece. This arrangement, braced by wire stays, answered for night use but, during twilight or moonlight, the eyepiece had to be shielded from stray light. Hevelius, therefore, fixed wooden apertures or 'stops' at intervals along the tube. These not only assisted in its-re-alignment but added to the rigidity of each section. The entire apparatus was suspended from a mast 90 feet high and was operated from below by means of ropes and pulleys. 14 (King; Jones; 1955, p.52, Tradução do autor).

³⁶King; Jones; 1955, p.53.

Os problemas apresentados por tamanha estrutura não demoraram a aparecer: umidade, vibração, desalinhamento, grande contingente de auxiliares, além de condições climáticas específicas para ser passível de uso ocasional. Deparando-se com esse dilema estrutural, como então contornariam os problemas mencionados? Huygens, segundo King e Jones (1955)³⁷, sendo um dos primeiros a descartar os telescópios de Hevelius, teve como estratégia inicial a não adesão aos longos tubos rígidos conectando as lentes objetiva e ocular. Para isso, fixou a primeira delas no topo de um longo mastro, de modo que pudesse ter sua posição ajustada por meio de um contra-peso, mantendo-a conectada com a segunda através de um longo fio. Dessa forma, o observador deveria se apoiar em um suporte no solo e, em seguida, apontar a lente ocular para a objetiva para então, poder observar o objeto celeste em questão. Isso é ilustrado pela imagem 4.

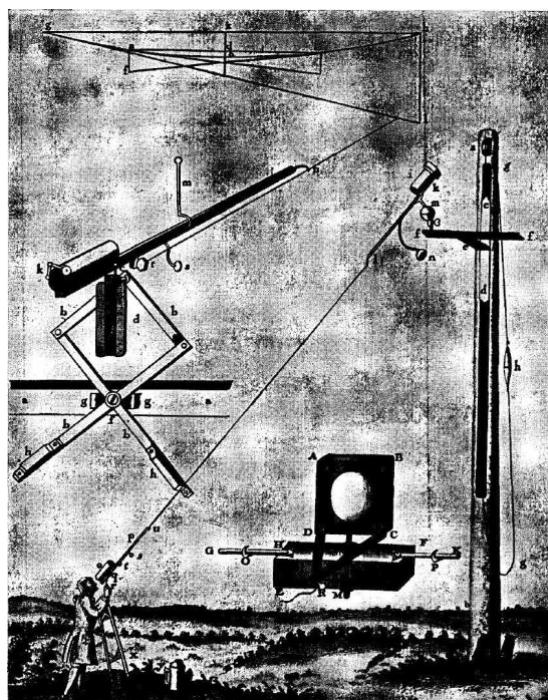


Figura 4 – Telescópio de Huygens sem tubo³⁸.

Essa mudança estrutural lhe rendeu elogios vindos de Newton:

Para tubos muito longos [ele escreveu] eles são complicados e de difícil manuseio, dado seu comprimento, está sujeito a vibrações, fazendo com que os objetos observados fiquem trêmulos, dificultando sua observação, enquanto, o artifício de Huygens, as lentes

³⁷ King; Jones; 1955, p.55

³⁸ Ibid.

oculares são mais facilmente manejáveis e as lentes de ampliação estão firmemente fixadas verticalmente, tornando o polo mais estável.³⁹

Como segunda medida de melhoria, Huygens desenvolveu uma combinação específica de lentes⁴⁰ que proporcionava uma melhor definição de imagem com um maior campo de visão. Seu sucesso foi tamanho que chamou a atenção de diversos óticos da época, de modo que em 1661, viajou para a Inglaterra para comunicar aos seus colegas da Royal Society. A partir deste ponto, o processo histórico da evolução dos telescópios passa a apresentar indícios mais diretos sobre seu impacto no trabalho de constatação do movimento de nutação do eixo terrestre realizado por Bradley e que, posteriormente, permitiria a D'Alembert ter subsídios de dados suficientes para realizar seu tratamento analítico do problema. Essa questão se evidencia pela relação de Bradley com Samuel Molyneux (1689-1728), uma vez que, King e Jones (1955)⁴¹ o conectam a Huygens no seguinte trecho:

Algum tempo depois da visita de Huygens, Samuel Molyneux descreveu a técnica de Huygens na obra Opticks de Robert Smith. O seu pai, William Molyneux, visitou Huygens em 1685 e quem lhe mostrou os vários instrumentos no seu jardim em Haia. É provável que este contato pessoal com Huygens tenha contribuído muito para despertar o interesse de Molyneux pelos problemas do telescópio.⁴²

Deste modo, conseguimos apresentar parte do processo histórico do desenvolvimento e aprimoramento dos telescópios refratores até que se apresentassem seus primeiros indícios de impacto nos estudos sobre a descoberta da nutação da Terra, conectando assim o processo a Molyneux, o qual será apresentado como fonte direta para James Bradley na seção seguinte. Para além dele, Hooke e Flamsteed tiveram um importante papel neste processo, entretanto suas contribuições não serão aprofundadas neste trabalho.

A Constatação Da Nutação Por James Bradley

³⁹ For very long tubes [he writes] are cumbersome, and scarce to be readily managed, and by reason of their length are very apt to bend, and shake by bending, so as to cause a continual trembling of the Objects, whereby it becomes difficult to see them distinctly, whereas by his [Huygens'] Contrivance the Glasses are readily manageable, and the Object-glass being fixed upon a strong upright Pole becomes more steady. (Newton (1931), p.104, Apud. King & Jones; 1955, p.55, tradução do autor) .

⁴⁰ King; Jones; 1955, p.54-57.

⁴¹ Ibid, p.56.

⁴² Some time after Huygens' visit, Samuel Molyneux gave an account of Huygens' technique in Robert Smith's Opticks. His father, William Molyneux, visited Huygens in 1685 and was shown the various instruments in his garden at the Hague. Probably this personal contact with Huygens did much to kindle Molyneux's interest in the problems of the telescope. King e Jones(1955, p.56).

A confirmação do movimento de nutação da Terra realizada por Bradley só aconteceria cerca de 20 anos após sua detecção. Ainda que não soubessem sobre o fato, os responsáveis pela primeira detecção foram Robert Hooke (1635-1703), John Flamsteed (1646-1719) e outros astrônomos do século XVII. Neste trabalho que partilhavam, buscava-se a detecção de um fenômeno conhecido por paralaxe estelar⁴³, porém não contavam com que seus dados estivessem sob influência de uma nutação do eixo da Terra.

Especificamente, para que essa detecção fosse possível, segundo Eisenstaedt (2001)⁴⁴, notou-se que um método bastante vantajoso seria trabalhar com observações realizadas em um setor zenital⁴⁵, pois assim, as medições das paralaxes estelares seriam realizadas com mais precisão. Isso se dá porque ao coletar constantemente dados posicionais de estrelas ideais para observação — em termos de brilho e região zenital —, poderiam ser descartados erros por mau ajuste posicional das ferramentas de coleta.

Para isso, um telescópio de longa distância focal — aproximadamente 36 pés — foi construído e fixado em uma estrutura de gimbals⁴⁶ que, com a ajuda da ação da gravidade da Terra, favorecia o apontamento para o zênite local do instrumento. A figura chave para o estudo da nutação foi Bradley, que, por sua vez, teve contato com um instrumento muito similar ao de Hooke, contendo 24 pés de comprimento; a ferramenta foi construída por George Graham, a pedido de seu amigo Samuel Molyneux. Em especial, essa estrutura foi usada para estudar a mesma estrela estudada por Hooke, chamada γ Draconis. Eisenstaedt (2015) apresenta em seu livro *Antes de Einstein: relatividade, luz y gravitación*⁴⁷ uma imagem que representa o modelo do telescópio de Bradley, vide figura 5.

⁴³ Técnica utilizada para estimar a distância de estrelas com relação ao Sol, mediante um deslocamento aparente de uma estrela resultante da mudança de posição do observador, neste caso, essa mudança considerava a posição da Terra em pontos opostos de seu período orbital.

⁴⁴ Eisenstaedt, J. (2001) Bradley's discovery of nutation, Laboratoire de Gravitation et Cosmologie Relativistes, Université Pierre et Marie Curie, CNRS/ESA 7065 Tour 22-12, 4ème étage, B.C. 142, 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, 75014, Paris, France.

⁴⁵ Região celeste localizada sob um arco perpendicular ao plano onde se encontra o telescópio.

⁴⁶ Base multi articulada que permite estabilizar a imagem de ferramentas de observação a depender do objetivo.

⁴⁷ Eisenstaedt, J. Antes de Einstein: relatividad, luz y gravitación, Fondo de Cultura Económica, Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14738 México, D. F. 2015.

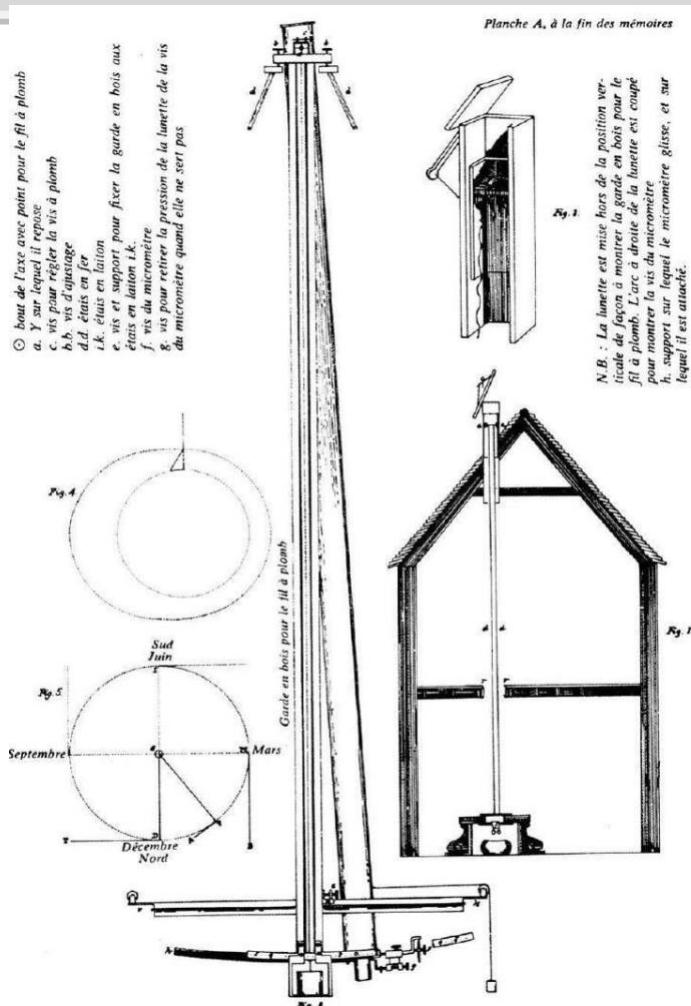


Figura 5 – Modelo do telescópio e observatório de Bradley⁴⁸.

No estudo de Hooke, γ Draconis apresentou uma paralaxe de 27", entretanto, este dado não foi bem aceito pela comunidade acadêmica da época, sendo apontado como excessivo segundo Allan Chapman (1990)⁴⁹. Em contrapartida, Bradley (1729)⁵⁰, parece estar mais favorável aos dados de Hooke, uma vez que, considerando a descrição do ferramental usado e, tendo em vista o comprimento focal de trinta e seis pés do telescópio, sua argumentação tende a duvidar de que a medição da paralaxe estivesse sujeita a um erro tão grande.

Como os primeiros contatos de Bradley com a paralaxe de Hooke esteve associado aos estudos de Molyneux, que por sua vez, no ano de 1726 direciona sua atenção a outras demandas⁵¹ enquanto, concomitantemente seu telescópio quebra, Bradley acaba por perder acesso a essa fonte. Em contrapartida, no ano seguinte, conseguiria com que Graham construísse um telescópio de aproximadamente 12,5 pés na

⁴⁸Charles Kittel et al., *Cours de physique de Berkeley*, t. I: Mécanique, Armand Colin, París, 1972, lámina, apud Eisenstaedt (2015, p.57).

⁴⁹ Chapman, 1990, p.87 apud Eisenstaedt, 2001, p.131.

⁵⁰ Bradley, 1729, p.661, apud Eisenstaedt, 2001, p.131.

⁵¹ Eisenstaedt, 2001, p.131.

casa de uma tia em Wansted, considerando suficiente as dimensões adotadas para o grau de precisão que sua pesquisa demandava. Tendo isso em vista, prosseguiu com seus trabalhos até conceber em 1728, uma explicação a respeito de uma aberração detectada, que fora publicada nas *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* do ano seguinte.

Em sua explicação, Bradley segundo Eisenstaedt (2001) aponta a seguinte descrição da aberração:

De modo similar, encontrei algumas pequenas variações na declinação de outras estrelas em anos diferentes, que não parecem proceder da mesma causa. [...] No entanto, essas mínimas alterações procedem de alguma causa regular, ou são ocasionadas por alguma mudança nos materiais do meu instrumento, ainda sou incapaz de determinar com certeza.⁵²

É interessante perceber que, apesar de toda a dimensão dos telescópios usados por Bradley, a detecção do fenômeno ainda é vista como uma variação muito sutil. Isso justifica o fato de Newton ter ignorado sua relevância, consolidando, concomitantemente, a eficácia dos processos de aprimoramento dos telescópios e suas metodologias. Neste artigo de 1748, Bradley ainda apresenta uma longa descrição dos métodos, ferramentas e testes por ele realizados. Dessa forma, obteve a certeza de que a precisão de suas técnicas e ferramentas seria suficiente para detectar o fenômeno investigado. Em outro comentário apresentado por Eisenstaedt (2001)⁵³, Bradley revela que para ele já era razoável imaginar que, segundo a descrição de Newton sobre a influência do Sol e da Lua na precessão da Terra, esta haveria de sofrer diferentes variações em diferentes anos.

Apesar de a existência da nutação ter sido verificada por meio de métodos observacionais rigorosos e precisos, a simples constatação empírica não era mais considerada suficiente para a época. A comunidade científica do período passou a direcionar seus esforços para a conciliação entre o empirismo e os tratamentos analíticos, sobretudo quando se tratava de fenômenos físicos. Nesse contexto, coube à mecânica analítica a tarefa de fornecer uma explicação matemática sistemática capaz de dar conta desse fenômeno.

O Cálculo Diferencial Leibniziano e a Analitização Da Mecânica De Newton

⁵² I have likewise met with some small Varieties in the Declination of other Stars in different Years which do not seem to proceed from the same Cause. [...]. But whether these small Alterations proceed from a regular Cause, or are occasioned by any Change in the Materials, etc., of my Instrument, I am not yet able fully to determine."(Bradley (1729, p. 652) apud Eisenstaedt (2001)).

⁵³ Eisenstaedt, 2001, p.132.

A demanda observacional mencionada no início do trecho sobre os telescópios, nos primeiros anos do século XVII, consolidou-se junto à necessidade de criar e fortalecer comunidades científicas na Europa. Em meio a uma crise nas ideias científicas, que contrapunham os ideais newtonianos e cartesianos, destacaram-se duas grandes comunidades acadêmicas: a Royal Society e a Academia de Ciências de Paris. Cohen (1980)⁵⁴ destaca esse início do século XVII como o período de surgimento de uma nova ciência, reforçando a dualidade entre o newtonianismo e o cartesianismo.

Dessa disputa de narrativas, o cálculo diferencial leibniziano ganha espaço como uma ferramenta de enorme importância. Em 1696, L'Hôpital publica seu trabalho *Nova Methodus de Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, onde apresenta de forma sintética a base do cálculo diferencial de Leibniz. Esse trabalho torna-se uma referência na França para a difusão dessa nova abordagem na análise de problemas matemáticos e, posteriormente, de problemas da mecânica, especialmente aqueles relacionados a conceitos e grandezas ligados ao movimento.

A aplicação do cálculo leibniziano no estudo das grandezas de movimento pode ser observada no caso do problema da curva isócrona⁵⁵, proposto inicialmente por Leibniz aos cartesianos. Contudo, Johan e Jacob Bernoulli, cada um à sua maneira, ofereceram um tratamento analítico do problema utilizando o cálculo diferencial de Leibniz. Após esse desenvolvimento, seguiu-se uma discussão sobre a relação entre força viva e quantidade de movimento, que também foi abordada de maneira analítica, sendo apresentada por Leibniz em seu *Specimen Dynamicum*.

Os apontamentos anteriores culminam na elaboração da mecânica leibniziana, impulsionada pelas críticas à física cartesiana. Leibniz apresenta um tratamento analítico a respeito do choque de dois corpos, rediscutindo a lei da continuidade por meio do cálculo infinitesimal, consolidando sua metodologia como fundamental na mecânica dos corpos. Grimberg (2001)⁵⁶ afirma que "o laço entre o algoritmo leibniziano e a ciência do movimento é o caráter espetacular que reveste o desenvolvimento da mecânica a partir de 1690."

Maupertuis, uma das figuras centrais na discussão desenvolvida nesta seção, foi um importante defensor do newtonianismo dentro da Academia de Ciências de Paris — assim como Alexis Clairaut e Jacques Cassini. Interessado em aprimorar seus conhecimentos em cálculo diferencial, no final da década de 1720, buscou a orientação de Johann Bernoulli em Basileia. Durante esse período, insatisfeito com a

⁵⁴ Cohen, I. Bernard. *The Newtonian revolution: with illustrations of the transformation of scientific ideas*. Edição ilustrada, revisada. Cambridge. Cambridge University Press, 1980. 404 p. ISBN 0521273803. p.4-5.

⁵⁵ Problema cinemático que buscava a construção de uma curva tal que o tempo necessário para que um objeto percorra dois pontos quaisquer fosse constante.

⁵⁶ Grimberg, G., E. A constituição da Teoria Das Funções de Várias Variáveis no século XVIII: O Início da Análise Moderna. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Departamento de Filosofia, 2001. p.35.

forma como Newton havia abordado certas equações diferenciais, ele passou a buscar métodos alternativos e mais diretos, mas não obteve sucesso.

Apesar de sua admiração por Newton, Maupertuis identificava em Leibniz um maior potencial para expressar as leis da natureza de forma mais eficaz. Ele via o método leibniziano como mais direto e adaptável ao tratamento de problemas complexos, em contraste com a abordagem apresentada no Principia, Newton tendia a utilizar métodos geométricos, muitas vezes omitindo processos diferenciais por hábito ou pela intenção de manter certos detalhes em segredo. Dessa forma, Maupertuis desempenhou um papel fundamental na introdução das ideias newtonianas na Academia de Paris, mas com uma perspectiva que reconhecia o valor do cálculo diferencial leibniziano.

Esse cenário caracteriza o período a partir da década de 1730 como o início de uma nova era para os tratamentos analíticos dos problemas da mecânica, atendendo à demanda por uma abordagem mais algebrizada, reproduzível e com uma linguagem mais objetiva. No entanto, haviam duas vertentes de pensamento matemático em alta, a newtoniana, defendida por Maupertuis e a cartesiana, defendida por Voltaire, Montesquieu e outros. A corrente cartesiana defendia a teoria de Huygens, que propunha que a Terra era achatada no equador e alongada nos pólos, em oposição à teoria newtoniana, que afirmava exatamente o contrário. Essa controvérsia levou a Academia de Ciências de Paris a encomendar duas expedições no ano de 1735 buscando resolver o problema por meio de medições. Uma delas fora para a Lapônia, com Maupertuis, Clairaut para medir a curvatura do meridiano próximo ao polo norte e outra para o Peru, com Charles-Marie de La Condamine (1701-1774), Pierre Bouguer (1698-1758), para medir a curvatura do meridiano perto do equador. Ambas expedições concluíram a favor da teoria newtoniana. De volta da expedição, Clairaut utilizando do cálculo diferencial, passa a trabalhar em um tratamento analítico para o problema que será descrito mais à frente.

No que diz respeito aos novos métodos aplicados aos problemas físicos, a busca por formas de resolver equações diferenciais por meio do conceito de integração de funções com mais de uma variável — onde essas variáveis não são separáveis — ganha protagonismo. Esses métodos são representados, por exemplo, na seguinte equação:

$$A(x, y)dx + B(x, y)dz = o(1)$$

A resolução dessa equação diferencial envolve a busca por uma função $P(x, y)$ cuja diferencial tenha a forma $dP = Adx + Bdy$. Louis de Launay de Fontaine (1709- 1779) e Clairaut desempenharam papéis significativos nas discussões sobre o desenvolvimento desse tipo de tratamento analítico. Embora Fontaine tenha proposto uma solução inicial e promissora, que marcaria o início do que viria a ser conhecido como o cálculo diferencial parcial, foi Clairaut quem formalizou uma abordagem mais rigorosa. Ele apresentou suas

resoluções nos trabalhos *Recherches générales sur le calcul intégral* e *Sur l'intégration et la construction des équations différentielles du premier ordre* publicados em 1739 e 1740, respectivamente. De forma independente, em 1739 Euler em seu trabalho *Nova Methodus pro Tractandis Aequationibus Differentialibus* também obtém os mesmos resultados.

Paralelamente a esses avanços, Thomas Le Seur (1703-1770) e François Jacquier (1711-1788) publicaram, em 1739, uma edição comentada dos *Principia* de Newton, com observações e notas de rodapé que traduziam as relações matemáticas originais para a linguagem do cálculo diferencial leibniziano. Essas anotações facilitavam a interpretação analítica das leis de Newton, evidenciando a crescente influência do cálculo diferencial na abordagem dos problemas da mecânica na primeira metade do século XVIII. Esse processo culminaria posteriormente no tratamento analítico sobre a forma da Terra publicado por Clairaut em 1743, denominado *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique*, que será apresentado a seguir.

O Problema Da Forma Da Terra Por Clairaut

Com relação aos dois principais tratamentos analíticos, em debate até então a respeito da forma da Terra, temos os desenvolvidos por Newton e Huygens respectivamente, onde adotavam diferentes princípios para a condição de equilíbrio da camada fluida da Terra. Na teoria de Newton, era levado em conta uma igualdade de peso entre canais de mesma profundidade. Huygens, por outro lado, partia da ideia de que o equilíbrio entre as forças centrífugas — oriundas da rotação da Terra — e gravitacional resultante, ocorria por meio de uma terceira força perpendicular atuando em cada ponto da superfície terrestre. Ambos os princípios apresentavam limitações, uma vez que derivavam exclusivamente de conceitos qualitativos e conceituais. A igualdade proposta por Newton não permitia a determinação precisa da forma da superfície, enquanto a intensidade da força proposta por Huygens em direção à superfície não era passível de cálculo.

Por volta de 1740, Colin Maclaurin (1698-1746), ao considerar a Terra como um fluido em rotação, propôs uma forma achatada nos pólos como solução para descrever o equilíbrio dinâmico da massa fluida. Apesar de seguir os princípios de Newton, Maclaurin chegou à mesma conclusão utilizando uma série rigorosa de cálculos aplicados a um modelo bidimensional.

Clairaut, por sua vez, investigou sistematicamente os conceitos apresentados por Newton e Maclaurin, primeiramente compreendendo as condições de equilíbrio dinâmico de um corpo fluido, e posteriormente desenvolvendo uma generalização para o caso bidimensional. Ele representou essas componentes de aceleração utilizando componentes de aceleração denotadas por P e Q em função das variáveis x e y, que atuavam sobre um ponto S qualquer da massa terrestre que, Após algumas deduções, concluiu que os canais entram em equilíbrio em um ponto determinado.

Ao generalizar as conclusões apresentadas para o caso bidimensional, no capítulo IX de seu trabalho, Clairaut introduziu uma terceira componente da aceleração, R , agora como função de três variáveis: x , y e z . Assim, ele conseguiu expandir o problema para o espaço tridimensional, tratando um canal cujo eixo também é tridimensional. A equação que descreve a forma da Terra, de acordo com suas descobertas, aparece nos seguintes termos:

$$\int (P dz + Q dy + R dx) - \frac{f(yz + zx)}{2r} = A, \quad (2)$$

podendo ser observada nos termos originais através da imagem 6.

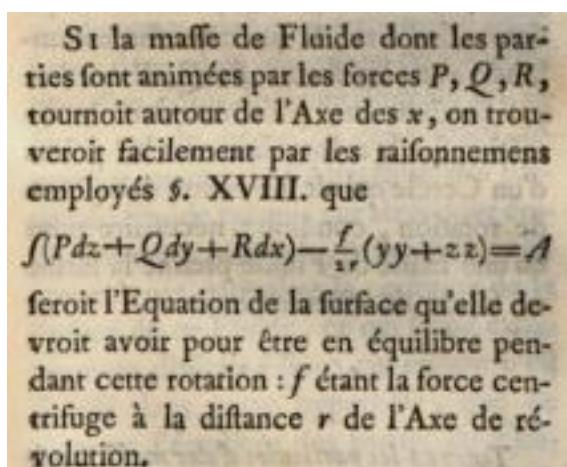


Figura 6 – Equação da forma da Terra apresentada por Clairaut⁵⁷.

Na expressão apresentada, o termo externo à integral refere-se à força centrífuga gerada pela rotação, exercida sobre um ponto $M(x, y, z)$ da massa do fluido. Nesse contexto, f representa o valor dessa força a uma distância r qualquer do eixo de rotação. Já a integral da equação diferencial, que aparece no primeiro termo, corresponde à equação que descreve a forma da Terra⁵⁸.

Associado ao formalismo proposto por Clairaut, D'Alembert aplica seu método a vários de seus trabalhos. Seu objetivo, era a partir de uma equação diferencial, aplicar o princípio que havia estabelecido em seu tratado de dinâmica, que pode ser visto como uma versão refinada das leis de Newton. Essa abordagem o levou a formular equações diferenciais que caracterizam fenômenos de movimento, tais como o comportamento dos fluidos, das cordas vibrantes e das marés atmosféricas. Ou seja, o uso do cálculo

⁵⁷Clairaut, Alexis Claude. *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique*. Paris: David l'aîné, 1743. p.101.

⁵⁸ Para mais detalhes sobre o desenvolvimento desses cálculos, ver Grimberg (2001, p.183) ou Clairaut (1743, p.99).

diferencial e do cálculo diferencial parcial permitiu a D'Alembert derivar equações que descrevem fenômenos mecânicos⁵⁹.

Levando esses princípios em consideração, posteriormente D'Alembert propõe a análise de um canal infinitesimal, no qual as forças atuantes sobre seus pontos são decompostas em duas componentes proporcionais às funções de x e y, bem como às suas densidades. Após um desenvolvimento diferencial detalhado das componentes envolvidas, e ao desconsiderar termos de segunda ordem, chega a uma generalização que estabelece a base para a descrição do movimento da Terra⁶⁰.

Clairaut, seguido por D'Alembert e Euler, dispunham de ferramentas teóricas que lhes permitiram confrontar cálculos analíticos com dados observacionais. Esse procedimento, combinado com o crescente interesse por estudos astronômicos no início da década de 1740, levou D'Alembert a investigar as irregularidades do movimento lunar, realizando um tratamento analítico do problema envolvendo os três corpos celestes: Sol, Terra e Lua. Esse interesse astronômico levou D'Alembert a adaptar seus princípios às pesquisas sobre a precessão e a nutação da Terra, tal como havia feito em trabalhos anteriores. Sua metodologia buscava decompor movimentos e forças que atuam sobre fenômenos em casos infinitesimais, viabilizando o tratamento analítico dos problemas relacionados.

Motivações De D'alembert e o Tratado De 1749

Dados os processos apresentados até o momento, que impulsionaram o desenvolvimento da mecânica analítica, era natural que essas inovações se refletissem em problemas da astronomia. D'Alembert, como mencionado, dedicou-se ao estudo da teoria da Lua, buscando apresentar uma solução analítica para seu movimento. Após esse trabalho, ele começou a investigar os movimentos de precessão e de nutação da Terra. Um questionamento pertinente a ser feito é: quais foram suas motivações para adentrar especificamente neste tema?

Na introdução de seu livro, D'Alembert relata o seguinte:

“[...] A perfeição com que a análise está progredindo dia a dia nos dá motivos para ter esperança. Pelo menos estará contribuindo para o avanço da ciência o cumprimento de alguma parte de um objetivo tão grande. Motivado por isso, empreendi este trabalho para

⁵⁹ Armado com esses métodos, D'Alembert enfrentaria posteriormente o problema da precessão e da nutação, desenvolvendo um estudo sobre esses fenômenos.

⁶⁰ Euler, seguindo caminhos tanto independentes quanto dependentes dessas análises, também desenvolveu seus próprios resultados sobre esses fenômenos físicos.

*discutir os meios que a atração pode fornecer para explicar um dos principais fenômenos celestes."*⁶¹

Aqui podemos observar claramente a ênfase proposta nesta seção, que destaca a importância do desenvolvimento da análise para a elaboração de um tratamento analítico consistente dos problemas da mecânica do seu período. Souchay, em seu artigo intitulado *D'Alembert's theory of precession-nutation* publicado em 2001⁶², apresenta outras possíveis motivações para o interesse de D'Alembert nesse problema. Ele inicia a discussão dessas hipóteses com uma breve abordagem sobre os resultados de Bradley a respeito da nutação, obtidos e apresentados em 1748 em sua carta endereçada à Royal Society.

É possível observar, em seus resultados, a relação entre o período de nutação do eixo terrestre e o período orbital da Lua em torno da Terra. Dado que D'Alembert já havia realizado investigações sobre esse movimento, era de se esperar que esses achados o incitariam a se aprofundar nesse fenômeno, especialmente como uma oportunidade de ser um dos primeiros a formular uma explicação detalhada para esses movimentos.

Para além da influência de Bradley, no período que antecede a publicação da obra de 1749 de D'Alembert, destaca-se, a partir dos estudos sobre a teoria da Lua, a disputa entre Clairaut, Euler e D'Alembert na busca por determinar com precisão o movimento do apogeu lunar. Além disso, havia uma competição para estabelecer os fundamentos da física matemática. Outra hipótese levantada por Souchay (2001) é que D'Alembert poderia estar insatisfeito com as inconsistências no trabalho de Newton a respeito dos fenômenos mencionados, o que também ganha destaque na discussão sobre suas motivações. Em uma carta endereçada a Euler em 1749, D'Alembert sugere que suas tentativas de tratamento analítico dos movimentos do eixo de rotação da Terra foram motivadas pelo desejo de confirmar a validade das leis de Newton.

Como D'Alembert Apresenta As Problemáticas Discutidas

O tratado de 1749 é dividido em 15 capítulos, além da introdução, que é elogiada por Souchay (2001) como um ponto de partida essencial para quem deseja compreender o estado do conhecimento sobre o movimento de rotação da Terra no século XVII. Além da introdução, os três primeiros capítulos da obra

⁶¹"[...] Quoique l'examen de cette importante question renferme de grandes difficultés de calcul, peut-être touchons-nous au moment de sa décision: la perfection à laquelle l'analyse s'élève de jour en jour, nous donne lieu de l'espérer. Ce sera du moins contribuer à l'avancement des sciences, que de remplir quelque partie d'un si grand objet. Animé par ce motif, j'ai entrepris de discuter dans cet ouvrage les moyens que l'attraction peut fournir d'expliquer un des principaux phénomènes célestes."(D'Alembert, 1749, p.8,tradução do autor).

⁶² Souchay, J. *D'Alembert's theory of precession-nutation*. Edited by N. Capitaine, Paris: Observatoire de Paris, p. 136-14. 2001.

contém toda a solução analítica para o problema da combinação dos movimentos de precessão e nutação do eixo terrestre. No quarto capítulo, D'Alembert apresenta um confronto entre os cálculos teóricos e os dados observacionais, validando, assim, o êxito de seu tratamento analítico.

No primeiro capítulo, D'Alembert apresenta um estudo sobre o torque exercido por um corpo externo em um esferoide. A amplitude e a direção desse torque são determinadas com base na lei da gravitação de Newton. Nessa etapa, já é possível identificar o uso do cálculo integral para estabelecer de forma precisa a fórmula do torque, que inclui uma variável representando a posição angular do corpo externo em relação ao plano equatorial da Terra.

O segundo capítulo levanta algumas proposições básicas necessárias para a solução do problema. D'Alembert também apresenta seu princípio desenvolvido no *Traité de Dynamique*, que já discutimos como a ferramenta utilizada para realizar seu tratamento analítico em problemas de mecânica. No terceiro capítulo, ele apresenta as equações de movimento resultantes da aplicação desse princípio. Essas equações possuem caráter de equações diferenciais de segunda ordem, onde os parâmetros ϵ e π correspondem a posição angular do eixo da Terra em com relação ao plano da eclíptica e a um eixo fictício perpendicular a esse plano. Ambos se referem diretamente aos movimentos de precessão e nutação. Esses deslocamentos são apresentados em dois momentos principais por um sistema duplo de equações diferenciais, primeiro apresenta-se o sistema (Y) e (Z) no capítulo III com equações de segunda ordem que, após serem aproximadas desconsiderando termos negligenciáveis e, posteriormente integradas resultam em um segundo sistema (A') e (B') de primeira ordem presente no capítulo VIII. Essa simplificação aparece em um novo sistema contendo as equações (4) e (5):

$$k d(\operatorname{sen}\pi) = Y dz \quad (4)$$

$$k \cos\pi d\epsilon = Z dz, \quad (5)$$

onde a variável independente z corresponde a variação da longitude média da Terra durante o tempo, enquanto k é uma constante que representa a razão entre o período do movimento orbital da Terra e o período de seu movimento diurno. O termo Y representa a soma de quatro termos: uma constante aditiva, a longitude trópica do nó ascendor da órbita lunar na eclíptica, duas vezes a longitude trópica da órbita lunar na eclíptica, a diferença dos dois argumentos anteriores e por fim, duas vezes a longitude trópica do Sol. O termo Z por sua vez, representa a soma de um termo constante e de quatro termos proporcionais ao cosseno dos mesmos argumentos.

D'Alembert, no capítulo IV, após apresentar no artigo 52 algumas considerações a respeito de termos negligenciáveis, com relação às equações (Y) e (Z), integra as novas expressões obtidas e desenvolve um confrontamento entre sua teoria desenvolvida até o capítulo III com as observações

astronômicas disponíveis até então, em especial as apresentadas por Bradley à Royal Society em 1748. Essas expressões estão representadas a seguir nas equações (6) e (7):

$$\pi = \varpi - \frac{3A(1+\beta)}{2K} \frac{m' \operatorname{sen} \varpi}{k(n'-M) \operatorname{cos} \varpi} \operatorname{cos}(n'z - Mz) \quad (6)$$

$$\epsilon = \frac{3A(2+\beta)}{2K} \frac{\operatorname{sen} \varpi}{k} z - \frac{3A(1+\beta)}{2K} \frac{m' \operatorname{cos} 2\varpi}{k(n'-M) \operatorname{cos} \varpi} \operatorname{sen}(n'z - Mz), \quad (7)$$

de modo que os termos constantes ϖ , m' , $n' - M$, AK e $1 + \beta$ representam respectivamente: O valor médio de π ; a tangente da inclinação da órbita lunar com relação à eclíptica; a razão entre o período orbital sideral da Terra e o período trópico dos nós da órbita da lua sobre a eclíptica; a elipticidade dinâmica — dependendo da forma e da constituição da Terra — e a razão entre as massas da Lua e do Sol multiplicadas pela razão inversa dos cubos de suas distâncias a Terra. Os três primeiros termos mencionados são conhecidos com precisão suficiente, enquanto que os dois últimos são pouco conhecidos⁶³.

Tendo em mãos essas constantes, D'Alembert então realiza os ajustes necessários para que seu tratamento analítico fosse coerente com os dados coletados por Bradley. Essa articulação entre tratamento analítico e dados precisos, que de fato é inédita no período em questão, sendo fortemente possibilitada pela consolidação do cálculo diferencial de Leibniz dentro da mecânica.

Interesse desse exemplo histórico para o ensino de astronomia

O primeiro elemento de interesse para o ensino de astronomia, à luz dessa análise histórica, é a construção de um modelo analítico capaz de explicar o duplo movimento do eixo de rotação da Terra, observado por meio de telescópios refratores. Tal modelo envolve o uso do cálculo diferencial e a formulação de equações diferenciais, as quais D'Alembert precisou simplificar a fim de obter resultados numéricos compatíveis com as observações. Esse processo de elaboração analítica constitui um aspecto central no ensino de astronomia, uma vez que os fenômenos astronômicos observados demandam processos de modelização matemática para sua interpretação.

Mathews (2012), em consonância com o trecho anterior, argumenta que a ciência moderna depende da capacidade de simplificar a realidade por meio de idealizações, de modo que leis fundamentais

⁶³ Para mais detalhamentos a respeito dos desenvolvimentos realizados por D'Alembert, ver Chapront; Souchay, (2006, Ixiii-lxx).

capazes de descrever com precisão os fenômenos naturais possam ser formuladas. Esse princípio pode ser exemplificado pelo trabalho de D'Alembert, que, ao negligenciar termos de baixa influência em seus modelos, torna as equações de movimento passíveis de integração com as ferramentas matemáticas disponíveis em seu tempo, ilustrando de forma concreta o conceito de idealização discutido por Matthews⁶⁴.

Por sua vez, Lederman (2007) oferece suporte teórico para reforçar a análise do tratamento analítico desenvolvido por D'Alembert, ao evidenciar a transição das constatações empíricas para a inferência matemática⁶⁵. Enquanto os telescópios forneciam dados observacionais por meio da observação sistemática dos movimentos celestes, a descrição analítica permitia traduzir essas variações posicionais em expressões matemáticas, possibilitando uma compreensão mais profunda e estruturada dos fenômenos astronômicos.

Outro aspecto relevante para o ensino reside na confrontação entre os resultados numéricos provenientes do cálculo teórico e os dados observacionais. Essa comparação frequentemente conduz à revisão e ao refinamento do modelo analítico, de modo a torná-lo mais adequado à descrição precisa dos fenômenos observados. Segundo Lederman (2007), esse aspecto evidencia o caráter provisório do conhecimento científico, que permanece aberto a revisões à medida que novos dados, instrumentos ou métodos mais refinados se tornam disponíveis⁶⁶.

Esse processo pode ser ilustrado pelo caso da nutação do eixo terrestre: embora o fenômeno tenha sido identificado observacionalmente por James Bradley em 1728, sua explicação teórica exigiu sucessivos refinamentos. No tratado de 1749, D'Alembert propôs um tratamento analítico mais elaborado para a precessão e a nutação, ajustando e estendendo a estrutura newtoniana de modo a obter resultados mais compatíveis com os dados observacionais então disponíveis. Esse episódio exemplifica como a articulação entre teoria matemática e observação empírica desempenha papel central no desenvolvimento do conhecimento científico.

Matthews (2015), por sua vez, descreve esse processo de confrontação entre o empírico e o analítico como um movimento de matematização da natureza⁶⁷, no qual os fenômenos físicos são reformulados em termos matemáticos de modo a permitir sua análise sistemática e sua confrontação com a observação. No contexto aqui considerado, o fenômeno da nutação do eixo terrestre passa a ser tratado analiticamente por meio do cálculo diferencial, possibilitando que as previsões teóricas sejam comparadas de forma rigorosa com os dados observacionais. Esse processo contribuiu para a consolidação da astronomia do século XVIII como uma ciência progressivamente mais rigorosa, fundamentada na articulação entre observação empírica, modelização matemática e métodos analíticos.

⁶⁴ Matthews(2012, p. 401-402)

⁶⁵ Lederman(2007. p. 833)

⁶⁶ Ibid, p.834.

⁶⁷ Matthews (2015, p.403)

Por fim, a questão dos instrumentos de observação e de sua precisão desempenha um papel fundamental no desenvolvimento dessas elaborações analíticas. No caso da nutação, esse aspecto mostra-se particularmente emblemático, pois somente com os avanços tecnológicos na construção das lunetas — bem como com o aprimoramento metodológico de seu manuseio —, ao longo da primeira metade do século XVIII, tornou-se possível a detecção precisa e amplamente aceita desse fenômeno.

Ao destacar que o progresso científico está diretamente conectado ao desenvolvimento da tecnologia⁶⁸, Matthews (2015) oferece subsídios para discutir o papel da construção e do aprimoramento dos telescópios no avanço da astronomia moderna. Nesse contexto, os esforços empreendidos por Huygens e Hevelius na construção de grandes telescópios, apesar dos significativos desafios técnicos e estruturais envolvidos, evidenciam um empenho coletivo da comunidade científica em obter observações cada vez mais precisas e confiáveis dos movimentos celestes.

Sendo assim, o caso da nutação apresentado neste artigo pode ser compreendido como um “laboratório” pedagógico para discutir que o ensino de ciências não deve se restringir à coleta de dados observacionais por meio de instrumentos como os telescópios, mas deve priorizar a compreensão das propriedades epistemológicas associadas a esses dados, bem como das diferentes formas de interpretá-los. Nesse sentido, destaca-se a importância dos refinamentos analítico-matemáticos que, de maneira explícita, clara e sistemática, permitem validar teoricamente os fenômenos observados.

Conclusão

Na primeira parte do artigo, investigamos como a obtenção de dados observacionais precisos sobre a nutação e a precessão foi facilitada por instrumentos astronômicos mais avançados. O século XVIII testemunhou a formação de uma comunidade internacional de observadores astronômicos, consolidada principalmente por meio da Academia de Ciências de Paris, na França, e da Royal Society, no Reino Unido.

Simultaneamente, o desenvolvimento do cálculo diferencial leibniziano e suas aplicações à mecânica por Euler, Clairaut e D'Alembert possibilitou um tratamento analítico rigoroso desses fenômenos, utilizando as equações da dinâmica newtoniana. Assim como em outros domínios da mecânica, houve a necessidade de confrontar os cálculos teóricos com os dados experimentais, um processo que ocorreu pela primeira vez na astronomia com os trabalhos de D'Alembert: *Recherches sur la précession des équinoxes, et sur la nutation de l'axe de la Terre, dans le système Newtonien*, seguidos pelas memórias de Euler sobre o mesmo problema, denominadas *Recherches sur le mouvement des corps célestes en général, et des planètes en particulier* e publicadas a partir de 1751.

⁶⁸ Ibid, p.398

Embora a nutação tenha sido prevista por Newton e detectada por Hooke e Flamsteed, sua confirmação definitiva foi consolidada apenas com o trabalho de Bradley. No entanto, os avanços no tratamento analítico do fenômeno ocorreram por meio de métodos rigorosos, desenvolvidos e aplicados a diversas problemáticas da mecânica da época por Maupertuis, Clairaut, D'Alembert, Euler e outros. O uso do cálculo diferencial de Leibniz estabeleceu uma tendência de resolver problemas físicos de maneira analítica, alinhando-os de forma mais precisa com os dados observacionais. Para esta pesquisa, o resultado desse processo se concretiza na publicação da memória de D'Alembert em 1749, seguida pelo tratamento analítico aprofundado de Euler em 1751.

Por fim, a problemática de D'Alembert e Euler, no estudo da nutação pode servir de guia no ensino da astronomia para mostrar aos estudantes o quanto é importante a confrontação dos modelos analíticos teóricos com os dados observacionais, a fim de se obter descrições matemáticas precisas da natureza do que se observa.

Referências

- Bennett, J. A Companion to the History of Science: Telescopes, First Edition. Edited by Bernard Lightman. Published 2016 by John Wiley Sons, Ltd.
- Berry, A. A Short History of Astronomy. Nabu Press, 2010 (1899).
- Bradley, J. A letter to the right honourable George Earl of macclesfield concerning an apparent motion observed in some of fixed stars, Phil. Trans. vol. 45, nº485 (janiver 1747-48), p. 1-43.
- Chapront-Touzé, Michelle; Souchay, Jean. Traité et mémoires mathématiques, 1736-1756: Précession et nutation, 1749-1752. Paris: CNRS Editions, 2006.
- Eisenstaedt, J. Antes de Einstein: relatividad, luz y gravitación, Fondo de Cultura Económica, Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14738 México, D. F. 2015.
- Eisenstaedt, J. (2001) Bradley's discovery of nutation, Laboratoire de Gravitation et Cosmologie Relativistes, Université Pierre et Marie Curie, CNRS/ESA 7065 Tour 22-12, 4ème étage, B.C. 142, 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France, 75014, Paris, France.
- Grimberg, G., E. A constituição da Teoria Das Funções de Várias Variáveis no século XVIII: O Início da Análise Moderna. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Departamento de Filosofia, 2001.
- Huygens, C. Systema Saturnium: sive, De causis mirandorum Saturni phaenomenon, et comite ejus Planeta Novo, 1629-1695; Vlacq, Adriaan, 1600-1667, printer; Hollingworth, Jacob, 17th century.

Lederman, N. G. (org.). *Handbook of Research on Science Education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2007. p. 831-879.

Linton, C. M. *From Eudoxus to Einstein: A History of Mathematical Astronomy*, Cambridge University Press, New York, 2004.

Matthews, Michael R. The contribution of HPS. In: Matthews, Michael R. *The Nature of Science and Science Teaching*. [S. l.: s. n.], 2012. p. 394-411

Nacional, O. ASTRO - Ferramentas Básicas de Astronomia. Disponível em: <<https://daed.on.br/astro/obliquidade-da-ecliptica>>. Acesso em: 31 maio. 2024.

Savoie, D. *The precession of the equinoxes from Hipparchus to Tycho Brahe*. Edited by N. Capitaine, Paris: Observatoire de Paris, p. 125-130.

Souchay, J. (2001) D'Alembert's theory of precession-nutation. Edited by N. Capitaine, Paris: Observatoire de Paris, p. 136-141.

SOBRE O AUTOR:

Lucas Vinicius Antunes
Universidade Federal do Rio de Janeiro
lucas.antunes_98@hotmail.com

Gerard Emile Grimberg
Universidade Federal do Rio de Janeiro
gerard.emile@terra.com.br

Artigo recebido em 24 de junho de 2025
Aceito para publicação em 16 de dezembro de 2025



Todo conteúdo desta revista está licenciado em Creative Commons CC By 4.0.