

## Geometria esférica: um estudo da interposição entre Matemática e Astronomia

---

MILENKO SCHIAVETTI BASILIO KOVACEVIC<sup>1</sup>

### Resumo

*Este artigo trata do recorte da pesquisa em andamento, que tem por finalidade investigar os conhecimentos que são necessários para os estudos do conceito de Geometria Esférica e a sua interposição entre as disciplinas de Matemática e Astronomia, nos anos finais da Educação Básica. Sendo assim, busca-se responder a seguinte questão: Qual é a base do conhecimento para o ensino de Astronomia Posicional no 3º ano do Ensino Médio? Para responder a essa indagação, recorre-se a um estudo bibliográfico em produções textuais que contemplam a Astronomia Posicional no seu contexto histórico de origem. O referencial teórico pretendido para organização do objeto matemático baseia-se na Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard (1992). Sob esta ótica, os objetos têm inter-relações hierárquicas que permitem identificar as suas respectivas estruturas ecológicas na gênese de conceitos matemáticos apoiados na ideia de nicho, habitat, cadeia alimentar e ecossistema.*

**Palavras-Chave:** *Geometria Esférica; Astronomia Posicional; Organização Matemática; Organização Didática.*

### Abstract

*This article treaties with the research still ongoing that aims to investigate the knowledge needed to study the concept of Spherical Geometry and its interposition between Mathematics and Astronomy in the final years of Basic Education. Thus, we try to answer the following question: What is the knowledge base for the teaching of Positional Astronomy in the 3rd year of High School? To answer this question, a bibliographic study is used in textual productions that contemplate Positional Astronomy in its historical context of origin. The theoretical framework for the organization of the mathematical object is based on Yves Chevallard's (1992) Anthropological Theory of Didactics. From this point of view, objects have hierarchical interrelations that allow their respective ecological structures to be identified in the genesis of mathematical concepts based on the idea of niche, habitat, food chain and ecosystem.*

**Keywords:** *Spherical Geometry; Positional Astronomy; Mathematical Organisation; Didactical Organization.*

### Introdução

A Astronomia é considerada uma das mais antigas ciências por ser a pioneira na utilização do método experimental em observação de fenômenos celestes. A partir das observações das mudanças da aparência da Lua, de minguante à lua cheia, do Sol e de outros corpos celestiais surgiram os primeiros calendários. Quando os astrônomos do antigo Egito e Babilônia começaram a medir as distâncias angulares entre as estrelas, a

---

<sup>1</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: kovaceinvestimentos@aol.com.

trigonometria surgiu (TARDI, 1948). Com o passar dos séculos, os instrumentos de medição e observação avançaram até a perfeição e hoje nos permitem observar até os pontos cada vez mais distantes. Mesmo com todo esse aparato tecnológico moderno, a trigonometria esférica tem um papel fundamental não apenas na Astronomia que lhe deu origem, mas também em outras áreas avançadas do conhecimento humano.

Na escola, a Matemática é ensinada de forma desvinculada de outras disciplinas, situação que não promove pontos de ligação entre matemática na sala de aula e de geografia, por exemplo. Os alunos, quando estudam o globo terrestre, trabalham com pontos, linhas e ângulos sobre a esfera e no seu interior. A geometria com a qual o discente tem contato formal é a geometria plana e espacial, os conhecimentos geométricos abordados em sala de aula se restringem às relações lógicas de uma geometria dedutiva que tem sua origem na Grécia antiga. Tais saberes fundamentaram soluções e se mostraram suficientes para o entendimento dos problemas das Ciências da Natureza até o século XVIII. Contudo, observando a superfície terrestre com sua forma elipsoidal, a esfera celeste e tantos outros objetos encontrados na natureza, é possível observar algumas dificuldades para construir alguns conceitos da Geometria sustentada nos postulados da Geometria Euclidiana, pois o estudo da Geometria Esférica não faz parte do currículo de Matemática do Ensino Básico<sup>2</sup>. Por essa razão, tem-se a seguinte questão: Qual é o modelo geométrico apropriado para representação da superfície do planeta Terra e da esfera celeste? É uma projeção sobre um plano ou uma folha retangular, ou em uma esfera? De fato, a Geometria Esférica é fundamental para se pensar uma concepção do Universo e da Terra como sua parte e buscar elucidar tais questões.

## **1 Justificativa**

Um levantamento preliminar durante as aulas de Fundamentos da Didática da Matemática e de Metodologia da Pesquisa Científica, permitiu arrolar uma quantidade pouco significativa de estudos sobre o ensino de geometrias não euclidianas, levando ao seguinte questionamento: Por que a geometria esférica, que já era conhecida dos gregos desde Anaximandro que viveu no século VI a.C. é tão pouco estudada? A partir dessa

---

<sup>2</sup> Como assinala Silva (1969) apud. Souza (2008) a reforma Benjamin Constant de 1890 incluiu no plano de estudos “[...] astronomia (precedida da trigonometria esférica), geometria celeste e noções sucintas de mecânica celeste (gravitação universal) (p. 98-99). Segundo a autora, o ensino de Matemática tinha relativamente o mesmo peso até a década de 1960 (p. 176).

indagação originou-se o tema desta pesquisa, ainda em andamento.

A investigação aqui proposta tem como uma de suas referências iniciais, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (MEC, 1998), no que se refere ao Ensino Fundamental, os PCN-Matemática – 5ª a 8ª Séries, atualmente 6º ao 9º ano, por se tratar do documento norteador para o ensino da matemática aos discentes, disposto da seguinte forma:

[...] fruto da criação e invenção humanas, a Matemática não evolui de forma linear e logicamente organizada. Desenvolve-se com movimentos de idas e vindas, com rupturas de paradigmas. Frequentemente um conhecimento é amplamente utilizado na ciência ou na tecnologia antes de ser incorporado a um dos sistemas lógicos formais do corpo da Matemática. Exemplos desse fato podem ser encontrados no surgimento dos números negativos, irracionais e imaginários. Uma instância importante de mudança de paradigma ocorreu quando se superou a visão de uma única geometria do real, a Geometria Euclidiana, para aceitação de uma pluralidade de modelos geométricos, logicamente consistentes, que podem modelar a realidade do espaço físico (p. 25).

Os PCN's de Matemática (MEC, 1998) também apontam que, historicamente, a matemática foi construída como resposta às perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como a sua importância em organização de projetos de natureza interdisciplinar, que integrem conteúdos da Matemática com outras áreas do currículo, como o da Geografia (p. 138). A interdisciplinaridade da Astronomia é justamente o que os PCN's do Ensino Médio (MEC, 2000) defendem. Na elaboração do programa de ensino de disciplinas de Ciências de Natureza e Matemática, “[...] está se levando em conta o fato de que elas incorporam e compartilham, de forma explícita e integrada, conteúdos de disciplinas afins, como Astronomia e Geologia” (p. 23). Quando se trata o estudo de Universo, Terra e vida, os destaques são na Terra e no Sistema Solar:

Conhecer as relações entre os movimentos da Terra, da Lua e do Sol para a descrição de fenômenos astronômicos (duração do dia e da noite, estações do ano, fases da lua, eclipses etc.).

Compreender as interações gravitacionais, identificando forças e relações de conservação, para explicar aspectos do movimento do

sistema planetário, cometas, naves e satélites (MEC, 2000, p.79).

Sendo assim, é possível ressaltar que, para o estudo compreensível de designados fenômenos astronômicos, os quais pertencem à área do conhecimento de Astronomia Posicional, o estudo da Geometria Esférica é imprescindível.

Ainda no levantamento das referências, desta vez na Base Nacional Curricular Comum – BNCC da educação básica, os conteúdos de Astronomia para os anos iniciais estão na área de ciência da natureza no eixo: Terra, constituição e movimento. Na BNCC os conteúdos em Astronomia estão presentes nos primeiros ciclos do ensino fundamental e incluem movimentos da Terra, Lua, estações do ano, movimento aparente do Sol, e o Sol como fonte de energia (BNCC, 2016). Já na BNCC para o Ensino Médio, Astronomia é considerada como uma competência específica:

Construir e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar decisões éticas e responsáveis (MEC, 2016, p. 539).

E mais:

Explicar as interações astronômicas, em diferentes âmbitos, do Sistema Solar ao intergaláctico, utilizando o conhecimento da atração gravitacional para identificar e estimar distâncias, massas, energias e tempos envolvidos (MEC, 2016, p. 611).

Sobre as habilidades relativas à BNCC, existem tópicos como, reconhecer as linhas traçadas nos globos terrestres e planisférios para facilitar a localização, identificar características da Terra como seu formato esférico, com base na observação, manipulação e comparação de diferentes formas de representação do planeta (mapas, globos, fotografias, etc.). Além disso, os BNCC do Ensino Médio defendem que:

Os estudantes, com maior vivência e maturidade, têm condições para aprofundar o exercício do pensamento crítico, realizar novas leituras do mundo, com base em modelos abstratos, e tomar decisões responsáveis, éticas e consistentes na identificação e solução de situações-problema. Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de

figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (MEC, 2016, p. 537).

Desta forma, tem-se a hipótese de que, em um contexto mais amplo, o pensamento geométrico também abrange Geometria Esférica, construindo – se tornando então – a ponte entre Matemática e Astronomia Posicional.

É importante destacar que nas duas últimas décadas foram criadas no âmbito escolar, oportunidades para a inclusão de conteúdos advindos das geometrias não-euclidianas, aos conhecimentos geométricos escolares considerados como adequados à formação de alunos para o século XXI. Como destaca Kaleff (2004),

[...] os materiais e ações pedagógicas visam à criação de um acervo de instrumentos facilmente manipuláveis e de baixo custo, os quais objetivam dar ênfase ao desenvolvimento de habilidades introdutórias à aprendizagem de conceitos geométricos, euclidianos e não-euclidianos a serem utilizados tanto no âmbito de uma sala de aula, quanto da ambientação de museus interativos (KALEFF 2004, p. 16).

Kaleff (2004) se apoia no modelo de van Heile para o desenvolvimento do pensamento em Geometria. Conforme este modelo, a visualização, a análise e a organização informal das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico euclidiano são passos preparatórios para o entendimento da formalização do conceito e estes precedem o nível formal que possibilita a introdução aos conhecimentos geométricos não-euclidianos.

A Geometria Esférica também tem sido tratada por Lénárt (1996), Martos (2002) e Reis (2006), que apresentam atividades didáticas e materiais concretos para sua aplicação no Ensino Médio. Ao apresentar uma proposta para o estudo da Geometria Esférica para o ensino médio, Lénárt (1996) pondera que esta geometria auxilia na compreensão dos conceitos euclidianos, pois o aluno pode ser levado a fazer comparações ao expandir as definições euclidianas para a Geometria da Esfera, bem como a compreender como um sistema de axiomas pode ser modelado em vários campos de estudo.

Ainda em Alves (2008), explora-se o estudo da posição relativa de duas ou mais esferas e as relações entre as coordenadas geográficas e as coordenadas cartesianas. Este estudo constitui-se na fundamentação matemática necessária para o entendimento de alguns sistemas modernos de navegação por satélites, em especial do Sistema de

Posicionamento Global – GPS. Além do mais, apresentam-se a utilização do globo terrestre e questões que envolvem, por exemplo, o cálculo de distâncias e ângulos sobre a esfera, ou ainda, a confecção de mapas por meio de diversas projeções.

A Geometria, nesse sentido, ocupa o ponto central em evolução da Matemática em si. Por meio dela foram desenvolvidos conceitos como abstração, generalização, dedução e prova. Adquirindo intuição espacial e conhecimento de vários conceitos geométricos, os alunos podem chegar a uma compreensão mais profunda da natureza. Na visão de Almouloud (2004), apesar da Geometria ser um ramo importante da Matemática, o seu ensino é caracterizado pela falta de correlação com outras áreas de conhecimento, o que impede uma visão mais ampla por parte do estudante:

Grande parte dos professores que hoje estão em atividade teve formação básica muito precária em geometria. Além disso, os cursos de formação inicial de professores, tanto os cursos de magistério como os de licenciatura, continuam não dando conta de discutir suficientemente com seus alunos, futuros professores, propostas mais eficientes para o ensino de geometria, e, também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido (ainda) o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de Geometria (ALMOULOU, 2004).

Leivas (2009), em uma pesquisa com oito Cursos de Licenciatura em Matemática do RS, verificou que todos eles oferecem um semestre de Geometria Plana e um semestre de Geometria Espacial, geralmente desenvolvidos de forma axiomática, e apenas dois projetos contemplam minimamente Geometrias não-euclidianas.

Bongiovani (2010) fez um relato histórico sobre tentativas no passado de demonstrar o quinto postulado de Euclides por meio de demonstrações indiretas. Essas demonstrações, em vez de conduzir a uma contradição, formaram a base de geometrias não-euclidianas.

As Geometrias não Euclidianas têm uma história repleta de hesitações, dúvidas e contradições que só foram eliminadas após um longo trabalho de reflexão e apuramento. É uma história de 20 séculos que rompe com a crença de que a geometria euclidiana é única. Ela se confunde com a história do quinto postulado de Euclides. O fracasso

de todas as tentativas de provar esse postulado levou lentamente a uma nova concepção da Matemática em que todos os elementos de uma teoria devem ser cuidadosamente explicitados (BONGIOVANI, 2010).

Chassot (2011) afirma que a Geometria Esférica, por se tratar de um assunto pouco explorado entre professores do Ensino Médio, é considerada por tema de complexidade bastante alta. Porém, a história da educação matemática mostra que muitos conteúdos como números complexos, polinômios e geometria analítica, já foram considerados de compreensão difícil, e hoje em dia constam sem qualquer questionamento nos currículos de Matemática.

Para Coutinho (2001), a abordagem da Geometria Esférica em sala de aula não significa descartar a Geometria Euclidiana. A abordagem de outras geometrias possibilita relacionar a Geometria a um campo atual e ativo de pesquisa científica que vai além das ideias apresentadas por Euclides 2700 anos atrás. Aprender uma nova Geometria de certa forma resgata a Geometria Euclidiana, pois para apreensão de conceitos em Geometria Esférica é preciso ter a base de conhecimento, ou seja, os conceitos da Geometria Euclidiana.

## **2 Problemática e questão de pesquisa**

Entre as pesquisas realizadas no domínio de geometrias não-euclidianas, ah possível localizar alguns estudos com diferentes objetivos.

A pesquisa de Leite (2004), a qual foi realizada com um grupo de 17 professores de Ensino Fundamental II que lecionam na rede pública mais de 10 anos, constatou que 76% dos pesquisados afirmam:

[...] que o Sol é plano assim como a Terra, e que mesmo conhecendo o modelo teórico que diz que o nosso planeta é esférico, eles não conseguem explicar por que isso é possível. Eles não concebiam um universo tridimensional e não sabiam como se posicionar nele. Como consequência eles tem dificuldades de explicar a seus alunos fenômenos como as estações do ano, as fases da Lua e os eclipses (LEITE 2004 p. A15).

De acordo com Leite (2004) ficou evidente que a falta do conhecimento da Geometria Esférica implica também na baixa qualidade do ensino da Astronomia, já que para

localizar um objeto celeste precisamos optar por um sistema de coordenadas esféricas.

Camargo (2012), em sua dissertação, cita que as Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do Estado do Paraná propõem o ensino das geometrias não-euclidianas no Ensino Fundamental e Médio. Para o Ensino Médio, são destacadas as geometrias Hiperbólica, Elíptica, Projetiva e Fractal. Com essa proposta, surgiram questionamentos acerca das metodologias quais podem ser desenvolvidas para se buscar uma melhor compreensão dos seus conceitos básicos.

O trabalho de Pataki (2003) tem por objetivo levar aos professores de Matemática uma proposta interdisciplinar, que relaciona Geometria Esférica e Geografia. O trabalho proporciona aos professores envolvidos reflexões e questionamentos sobre alguns aspectos do ensino de Geometria Esférica.

Trata-se de um tema que visa a interação entre alguns campos do conhecimento, tais como Geometria, Trigonometria, Geografia e História, contextualizando, proporcionando reflexões e questionamentos aos professores e possibilitando a cumplicidade entre o aprender esses conhecimentos e os diferentes olhares que teremos do nosso dia-a-dia (PATAKI 2003, p. 17).

Prestes (2006) também investiga a interdisciplinaridade da Geometria Esférica e Geografia, a favor do estudo da geografia do globo terrestre e em particular o estudo de mapas. A relação entre Matemática e Geografia ainda é presente nas pesquisas de Andrade (2011) e Brum (2013).

Ainda, a pesquisa de Marqueze (2006) por meio de sólidos platônicos na superfície esférica, analisa possíveis contribuições de conceitos já adquiridos da Geometria Plana para a aprendizagem dos conceitos básicos da Geometria Esférica, como por exemplo, como são formados os ângulos de um triângulo esférico.

Já Matos e Silva (2011), discutem as reformulações da Matemática que afetam, interferem e modificam propostas curriculares para o ensino de Geometria no Brasil e em Portugal. O currículo de Geometria é identificado pelos pesquisadores como um problema que atravessa os dois países.

Os estudos apresentados até aqui, refletem alguns problemas relacionados à presença e ou ausência da Geometria Esférica em relação ao currículo da Educação Básica. As explicações a respeito dos motivos desse quadro são as mais variáveis, que vão desde



“os alunos não têm base”, ausência das geometrias não-euclidianas nos livros didáticos e até as faltas de horas-aula para a inclusão de Astronomia no roteiro da disciplina de Ciências, e deixaram o ensino dessas áreas da Matemática pouco atrativa. Também, embora seja evidente que existem estudos que apresentam considerações acerca interdisciplinaridade entre Matemática e Astronomia, nenhum estava diretamente intencionado em investigar a relação entre Geometria Esférica e Astronomia. Sendo assim, podemos formular a questão da presente pesquisa: *Qual é a base do conhecimento para o ensino de Astronomia Posicional no 3º ano do Ensino Médio?*

### **3 Metodologia e fundamentação teórica**

Com base nos seguintes questionamentos: a Geometria Esférica era ensinada antigamente? No seu contexto histórico ela fazia parte de estudos das quais outras ciências, além da Matemática? No que a disciplina ensinada no passado difere da atual? No conteúdo? Nos tipos de preocupações didáticas dos professores, levando em consideração os avanços tecnológicos? Nos livros-textos adotados? Se a Geometria Esférica já fazia parte do currículo, a partir de que momento seu processo de ensino e de aprendizagem se tornou complicado? Busca-se elucidar essas e outras inquietações tendo como ponto de partida a história da Geometria, da Geometria Esférica e Astronomia. Em sequência, a análise de livros didáticos, com a finalidade de tentando compreender se o conceito de Geometria Esférica é trabalhado levando em consideração os conhecimentos anteriores dos alunos. Por fim, atrelar um dos procedimentos matemáticos utilizados por navegadores no século XVIII com exercícios propostos em livro didático *Astronomia e Astrofísica* dos autores S. O. Kepler e M. F. O. Saraiva, e publicado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2017). Tais etapas servirão aqui, como modelo epistemológico de referência, para análise de uma organização matemática e uma possível organização didática para Geometria Esférica e Astronomia Posicional.

No concernente à metodologia adotada, a presente pesquisa possui um recorte qualitativo, uma vez que o interesse é compreender as questões que examinam a realidade tratada. Nessa perspectiva, os dados foram levantados a partir de técnicas de pesquisa bibliográfica, haja vista, explora na literatura o aprofundamento do assunto por meio de fontes específicas. Entende-se que o termo pesquisa bibliográfica na perspectiva das autoras Marconi e Lakatos (2011, p. 43-44), representa:

[...]trata-se do levantamento de toda a bibliografia já publicada em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo aquilo que foi escrito sobre determinado assunto [...] (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 43-44).

Tendo como fonte o livro didático e paradidático, enquadra-se aqui Gil (2002, p. 44), que define como livros de leitura corrente, na medida em que abrange também “as obras de divulgação, isto é, as que objetivam proporcionar conhecimentos científicos ou técnicos”.

Para análise da fonte bibliográfica, baseia-se na análise do conteúdo que, Segundo Vergara, (2005, p. 15), é considerada uma técnica para o tratamento de dados que visa identificar o que está sendo dito a respeito de determinado tema. Ainda, sobre essa técnica Bardin (2009) conceitua:

[...] a análise de conteúdo como um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção de variáveis inferidas destas mensagens (BARDIN 2009, p. 44).

Desta forma, a finalidade da análise de conteúdo é produzir inferência, trabalhando com vestígios e índices postos em evidência por procedimentos quais nos permitem entender a realidade baseando-nos em critérios estabelecidos com referência em estudos da área.

Como alicerce teórica para essa pesquisa arrola-se a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard (1992), que com suas propostas formam um importante marco teórico das pesquisas desenvolvidas no âmbito da Didática da Matemática. O olhar antropológico sobre o saber sugere, segundo Chevallard (1992) uma nova epistemologia, que está preocupada não apenas com construção dos saberes, mas sobre sua utilização, seu ensino e sua aprendizagem. Ao referir à Transposição Didática como uma noção que apoia compreensão dos percursos pelos quais os saberes passam até se tornarem objeto de ensino, Chevallard (1996) chama atenção para as etapas e os agentes envolvidos nessa transformação:

O alargamento do quadro, levado a cabo por necessidades de análise conduziu-me a propor uma teorização em que todo objeto possa

aparecer: a função logarítmica é, evidentemente, um objeto (matemático), mas há também o objeto “escola”, o objeto “professor”, o objeto “aprender, o objeto “saber”, o objeto “dor de dente”, o objeto “fazer pipi”, etc. Assim, passa-se de uma máquina a pensar um universo didático restrito a um conjunto de máquinas de alcance mais amplo, apto, em princípio, a nos permitir situar a didática no seio da antropologia (CHEVALLARD, 1996, p.127).

A TAD, como ampliação da Transposição Didática, permite analisar o papel desses atores e as relações estabelecidas com o saber de forma mais sistemática e dinâmica. A partir desta teoria, é possível analisar os processos de transposição de maneira detalhada. O núcleo da teoria está em considerar o estudo das relações mantidas entre objetos, pessoas e instituições a partir da *problemática ecológica*, isto é, o questionamento do *que existe e por quê?*

A análise de livros didáticos continua a ser a entrada principal para questionamento ecológico ou antropológico. Nesses trabalhos, o pesquisador realiza uma seleção de manuais e adota uma metodologia de análise com base nas perguntas que ele produz. A *análise ecológica* de um objeto de saber é organizada em torno de dois conceitos: o *habitat* que significa o lugar onde o objeto vive e ambiente conceitual desse objeto de saber, e o *nicho* que se refere à função desse objeto no sistema de objetos com os quais interage.

A ideia de ecossistema é utilizada por Chevallard (1991) para identificar um conjunto de saberes que ali vivem e evidenciar como esses saberes interagem entre si. Segundo Almouloud (2014, p.114):

[...] introduz a noção de habitat de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, que por sua vez determinara a função desse saber, ou seja, determinara seu nicho.

Sendo assim, pode-se questionar: O objeto de saber Geometria Esférica faz parte das recomendações curriculares para a Educação Básica? Está presente nos livros didáticos? Como é apresentado e com qual finalidade? Esse objeto de saber é efetivamente trabalhado na escola? Se sim, em quais condições? Se não, quais são os motivos para ser deixado de lado? Além disso, como destaca Gascón (2001), o modelo epistemológico dominante de um certo nível de conhecimento matemático ensinado em

uma determinada instituição fortalece não apenas o tipo de atividades de matemática que serão realizadas na instituição em torno do campo matemático em questão, mas também as atividades didáticas que se materializam em um modelo de ensino. Conseqüentemente, a emancipação epistemológica implica, em certa medida, emancipação no que diz respeito ao modelo de ensino dominante na instituição em questão, que proporciona autonomia para questioná-lo e propor modelos alternativos de ensino.

Sob essa ótica, investiga-se o estudo dos conceitos da Geometria Esférica, empregando conceitos da Geometria Euclidiana.

## Considerações

A opção pela pesquisa bibliográfica, como metodologia, tem por objetivo buscar publicações que possam contribuir para a elucidação da hipótese da presente pesquisa. A escolha de um dos procedimentos matemáticos utilizados pelos navegadores no século XVIII, servirá como modelo epistemológico de referência, para análise de uma organização matemática e uma possível organização didática para Geometria Esférica e Astronomia Posicional. Essas referências são consideradas fundamentais para a construção de um cenário fértil para ensino de Geometria Esférica.

## Referências

ALMOULOUD, S. Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2014.

\_\_\_\_\_. **A Geometria na escola básica: que espaços e formas têm hoje?** Disponível em: <[http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr21-Saddo.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Saddo.doc)> Acesso em: 30/01/2019.

ALVES, S. **Geometria Não Euclidiana**. [Material para oficina, Semana da Licenciatura]. São Paulo: IME-USP, 2008.

ANDRADE, M. L. T. D. **Geometria Esférica: Uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no Ensino Básico**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2011.

BARDIN, L. **A análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2002.

BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; FIGUEIREDO, V. L.; WETZLER, H. G. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

BONGIOVANI, V. De Euclides às geometrias não euclidianas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v.1, n. 22, 2010.

BRASIL. Ministério de Educação. **Parametros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.

- \_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.
- \_\_\_\_\_. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2016.
- BRUM, W. P. **Abordagem de conceitos de Geometria Esférica e Hiperbólica no Ensino Médio usando uma sequência didática**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Blumenau: FURB, 2013.
- BUSEMANN, H. **The Geometry of Geodesics**. New York: Dover Publications, 2005.
- CAJORI, F. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.
- CAMARGO, K. C. A. **A expressão gráfica e o ensino das geometrias não euclidianas**. Dissertação de Mestrado em Ciências e Matemática. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2012.
- CHASSOT, A. **A alfabetização científica: questões e desafios para a educação**. Ijuí: Unijuí, 2011.
- CHEVALLARD, Y. **Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In BRUN, J. (org.) **Didáticas das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- COUTINHO, L. **Convite às Geometrias Não-Euclidianas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT**, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.
- \_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**. São Paulo: Proem, 2011.
- FRENKEL, E. **Amor e Matemática**. São Paulo: Casa da Palavra, 2014.
- GASCÓN, J. Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. **Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa (RELIME)**, v. 4, n. 2, p. 129-159, 2001.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2001.
- GREEN, R. M. **Astronomy**. Glasgow: University of Glasgow, 1998.
- KALEF, A. M. **Desenvolvimento de Atividades Introdutórias ao Estudo das Geometrias não Euclidianas**. Atividades Interdisciplinares para Sala de Aula e Museus Interativos. Congresso Brasileiro de Extensão Universitária, nº 2. Belo Horizonte: 2004.
- KEPLER, S.; O. SARAIVA, M. F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Porto Alegre: Departamento de Astronomia – Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia Científica: teoria da ciência e prática da pesquisa**. 17. Ed. Petropolis: Vozes, 2000.
- LEITE, C. A Lua, em show real e virtual. Artigo publicado In: **O Estado de S. Paulo**. p. A-15, edição: 27/10/2004.
- LEIVAS, J. C. P. Educação geométrica: reflexões sobre ensino e aprendizagem em geometria. **Revista SBEM-RS**, v. 1, n 13, v.1, 2012.
- LÉNÁRT, I. **Euclidean and non-euclidean geometries**. Berkley: Keypress Academy, 1996.

- MARQUESE, J. P. **As faces dos sólidos Platônicos na superfície esférica: Uma proposta para o ensino-aprendizagem de noções básicas de Geometria Esférica.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2006.
- MARTOS, Z. G. **Geometrias não-euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado em Educação matemática. Rio Claro: UNESP, 2002.
- PATAKI, I. **Geometria Esférica: uma conexão com a geografia.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2003.
- PRESTES, I. C. R. **Geometria Esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2006.
- REIS, J. D. S. **Geometria esférica por meio de materiais manipuláveis.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: UNESP, 2006.
- SOUZA, R. F. **História da organização do trabalho escolar e do currículo no século XX (ensino primário e secundário no Brasil).** São Paulo: Cortez, 2008.
- TARDI, P. In: RUDAUX, L., et. al. **Astronomie, les astres, l'Universe.** Paris: Larousse, 1948.
- VERGARA, S. C. **Métodos de pesquisa em administração.** São Paulo: Atlas, 2005.