

Função seno: um estudo com o uso do *software Winplot* com alunos do ensino médio

CLÁUDIA PEREIRA DOS SANTOS¹

BARBARA LUTAIF BIANCHINI²

Resumo

Este artigo refere-se a uma pesquisa sobre o estudo da função seno em situações que envolvam o uso do computador e a integração com a Física. O objetivo foi investigar de que modo uma estratégia pedagógica apresentada na forma de sequência de atividades, com o uso do software Winplot, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio e ainda se pode contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático. A pesquisa está apoiada na Teoria das Situações Didáticas, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, e como metodologia algumas fases da Engenharia Didática. Os resultados indicam que a sequência de atividades articuladas com a Física e com uso do software Winplot contribui e facilita o aprendizado do aluno.

Palavras-chave: educação algébrica; função seno; software winplot.

Abstract

This article is about a research involving sine function in situations, which involves the use of computer and concepts of Physics. The aim was to investigate how a pedagogical strategy, presented as a sequence of activities using the software Winplot, can promote the learning of sine function for students in second year of high school and in advance, if it can contribute to the comprehension in a physical-mathematical context. The research is supported by the Didactical Situations theory and the Semiotic Registers of Representation theory. The methodology used was the Didactical engineering. The results showed that this sequence of activities using the software Winplot contributed and favored the learning about the subject involved.

Keywords: algebraic education, sine function, software Winplot.

Introdução

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como motivação as situações vivenciadas na sala de aula quando são apresentadas as funções trigonométricas. Entre as possibilidades que a Matemática oferece, pensou-se em um tema que poderia ser articulado com outro, nesta busca viu-se que as funções trigonométricas são utilizadas no ensino da Física. Na investigação notou-se que a função seno é abordada no Caderno de Física da 2ª série do ensino médio (SÃO PAULO, 2010) com o tema: Som –

Trabalho apresentado no III Encontro de Produção Discente em Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, realizado em 23 de novembro de 2013 (modalidade comunicação oral)

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – cla.ps@bol.com.br

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – barbara@pucsp.br

características físicas e fontes, material fornecido aos alunos e professores da rede Estadual de Educação do estado de São Paulo. Algumas dificuldades foram identificadas durante as aulas de Física, pois os alunos não reconhecem a função seno na forma gráfica, algébrica e não notam particularidades que foram abordadas dois bimestres anteriores, quando a função seno fora estudada na disciplina de Matemática. O fato dos alunos não reconhecerem a senóide que até então tem sido abordada no início do ano letivo da 2ª série do ensino médio chama atenção, pois o intervalo de tempo entre o estudo das funções trigonométricas e a física ondulatória é pequeno. A pesquisa tem como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brosseau (2008). Para a análise das questões utilizou-se alguns aspectos da metodologia da Engenharia Didática de Michèle Artigue (1988). As atividades elaboradas, aplicadas e analisadas estão divididas em cinco partes, sendo que nas partes I e II verificam-se os conceitos prévios dos alunos, nas partes III e IV foram desenvolvidas atividades relacionadas à função seno com o uso do *software Winplot* e a parte V contém uma atividade interdisciplinar que envolve a Física e a Matemática. Neste artigo apresentam-se resultados relativos a uma das questões realizadas pelos alunos da sequência de atividades - Parte III.

1. Justificativa

No ambiente escolar há certo desconforto com relação ao ensino da trigonometria, os estudantes questionam dizendo que é difícil aprender e acabam não dando a importância devida a este conteúdo, por outro lado o professor de matemática também não fica satisfeito com o desempenho apresentado pelos alunos e muitas vezes o assunto inicia e termina sem que o aprendizado tenha ocorrido. As dificuldades dos alunos no estudo das funções trigonométricas têm chamado a atenção dos pesquisadores.

A pesquisa de Ribeiro (2011) relata algumas dificuldades apresentadas pelos alunos por não estarem acostumados a trabalhar os conteúdos procedimentais em conjunto com os conceituais. Acredita-se que com o uso de *softwares* gráficos, o estudante possa compreender melhor as funções e assim perceber as mudanças na variação dos coeficientes, no grau do polinômio de função polinomial e que façam vários experimentos, ou seja, entendimentos muitas vezes comprometidos ao utilizar somente lápis e papel.

O uso do computador na área educacional torna-se atrativo aos alunos, porque além de ser instrumento inovador, alia recursos audiovisuais, que acabam por despertar sentidos que facilitam a aprendizagem humana. Além disso, muitos desses alunos já se encontram expostos às tecnologias computacionais em ambientes fora da escola, o que já facilita a aceitação desses recursos no meio escolar. (BERLEZE, 2007, p.16).

Ao analisar algumas pesquisas correlatas como Berleze (2007), Borges (2009), Ribeiro (2011) averiguou-se que o uso adequado dos *softwares*, pode propiciar ao aluno uma compreensão diferenciada do ensino da Matemática, conseqüentemente existe a possibilidade de favorecer reflexões e despertar o interesse pelo estudo. Isto não quer dizer que o aluno deva abandonar o uso do lápis e do papel, mas reforça a necessidade de acrescentar ao material didático o uso dos *softwares*. O uso do computador nas escolas pode favorecer um aprendizado de qualidade, portanto a formação do professor é primordial para as aulas serem mais proveitosas com *softwares* adequados. Além disso, é necessário à escola possuir laboratórios ou ambientes informatizados para que as aulas possam ser mais atrativas, propiciando aos alunos articulações dos conteúdos e construindo o conhecimento matemático.

Na investigação buscou-se a integração da Matemática com a Física, que provavelmente facilita a compreensão dos alunos. Para explicar alguns conceitos da função seno é possível fazer a articulação entre ambas vislumbrando ao estudante à construção de saberes.

Interação: É condição de efetivação da interdisciplinaridade. Pressupõe uma integração de conhecimentos visando novos questionamentos, novas buscas, enfim, a transformação da própria realidade. (FAZENDA, 2011, p.12).

Para Fazenda (2011) a integração não pode ser pensada somente para unir conteúdos e métodos, mas de conhecimentos parciais, específicos visando o conhecimento global

2. Aportes Teóricos e Metodológicos

2.1 Teoria das Situações Didáticas

Modelo teórico desenvolvido por Guy Brousseau (2008) na França e que a partir deste estudo possibilita compreender melhor o fenômeno da aprendizagem da Matemática. Segundo Freitas (2010) baseado nos estudos sobre o construtivismo em pedagogia, originados na teoria de Piaget, Brousseau desenvolveu um tratamento científico do trabalho didático tendo como base a problematização Matemática com a hipótese de que

se aprende por adaptação a um *meio* produtor de contradições e desequilíbrios. A sua teoria apresenta como uma contraposição à forma didática clássica, centrada no ensino com ênfase na divulgação de conteúdos sistematizados, incluindo a forma axiomática. Na pesquisa as sequências de atividades propostas têm como base a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008), portanto as situações são *adidáticas*.

2.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Raymond Duval desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pesquisando as dificuldades que os alunos apresentam na compreensão da Matemática. De acordo com Duval (2003) o professor e o pesquisador não podem prender-se somente ao campo Matemático ou à sua história, sendo necessária uma abordagem cognitiva, presumindo que possivelmente não serão formados professores de Matemática, mas pode-se contribuir para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, análise e visualização dos alunos. A diferença da atividade cognitiva exigida pela Matemática ou em outros domínios do conhecimento não está nos conceitos, mas na importância das representações semióticas. Para Duval (2003) as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados como, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. É importante que o aluno perceba no caso da função seno as diferentes formas de representação deste objeto. Saber construir o gráfico da função f , dada por $f(x) = a \sin(bx) + c$ a partir do gráfico da função f , dada por $f(x) = \sin x$, e compreender o significado das transformações associadas aos coeficientes a , b e $c \in \mathbb{R}$ das funções. Segundo Damm (2010) com base nas ideias de Duval (1998) o que se constatou em diversas pesquisas em Educação Matemática é a dificuldade do aluno em mudar de uma representação para a outra. O estudante consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representações de um mesmo objeto matemático, porém não faz as conversões necessárias para tal entendimento. Nesta pesquisa os diferentes registros de representação semiótica estão presentes nas sequências de atividades, admite-se que podem facilitar aos alunos a compreenderem os comportamentos de fenômenos, interpretações e nas construções gráficas. A figura a seguir mostra as conversões abordadas:

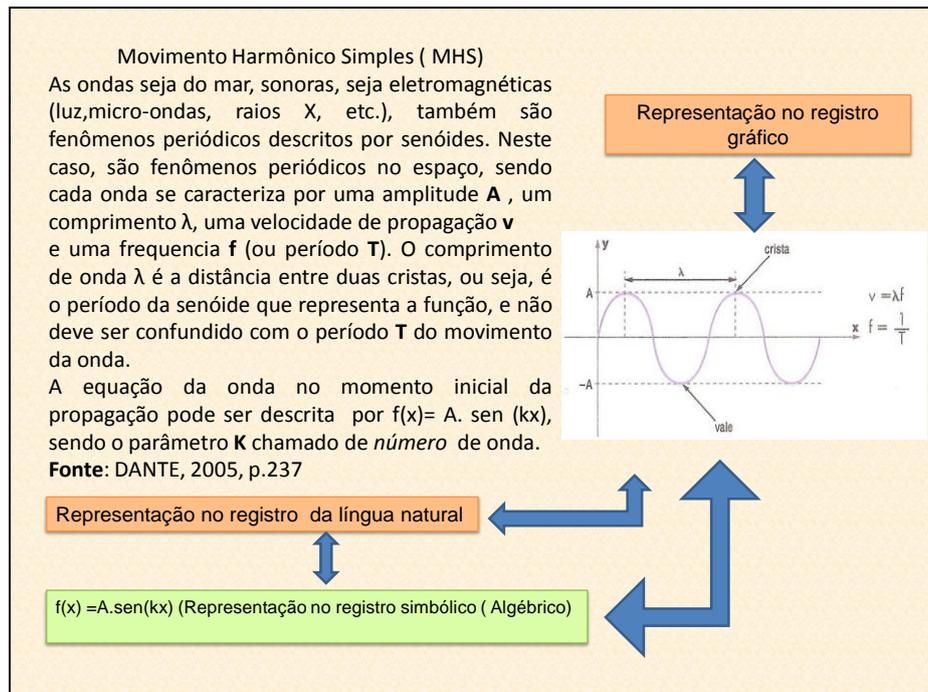


FIGURA 1: Exemplo de conversões de registros de representação semiótica da função seno

Como metodologia esta pesquisa utiliza alguns princípios da engenharia didática de Michèle Artigue (1988). Com base nas pesquisas, documentos e experiências, foram desenvolvidas as sequências de atividades e as análises dos possíveis resultados obtidos (análise *a priori*), buscou-se também articular com as competências e habilidades indicadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999) Matemática e Física.

3. Sequências de Atividades

As sequências têm como objetivo que o aluno identifique as mudanças ocorridas: pela constante A de uma função f , dada por $f(x) = A \text{sen}x$, pela constante B de uma função f , dada por $f(x) = \text{sen}Bx$, pela constante C de uma função f , dada por $f(x) = C + \text{sen}x$. Com este objetivo é proposto aos alunos verificarem as transformações que as constantes A , B e C impõem aos gráficos da função elementar f , dada por $f(x) = \text{sen}(x)$, como no exemplo da função f , dada por $f(x) = C + A \text{sen}Bx$, sendo $A, B, C \in \mathbb{R}$. A aprendizagem dos alunos terá como objeto matemático a função seno e suas propriedades com o auxílio do *software Winplot*, pois segundo Duval (2003) quanto maior a articulação entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto. Assim pretende-se favorecer a conversão de registros de representação algébrica para representação gráfica e vice-versa. Os alunos

utilizaram o registro na língua natural para descreverem alguns acontecimentos decorrentes do registro de representação gráfico e algébrico da função seno. As sequências de atividades programadas são *adidáticas*, desenvolvidas pelos alunos por meio da ação, formulação, validação e por fim a institucionalização realizada pela pesquisadora, segundo Brousseau (2008).

As sequências de atividades foram divididas em 5 partes descritas da seguinte forma:

Parte I e II – A atividade tem por objetivo verificar conhecimentos prévios e os alunos devem relacionar o registro algébrico com o registro gráfico das funções polinomial de 1º grau, constante, polinomial do 2º grau e seno. Na parte II da sequência de atividades, tem-se por objetivo verificar se os alunos identificam nas funções do tipo $f(x) = ax+b$ e $f(x) = ax^2+bx+c$ com ($a \neq 0$) e a variação dos seus coeficientes sendo ($a, b, c \in \mathbb{R}$), assim como a verificação da mudança de registro de representação semiótica, por meio das conversões dos registros algébricos para os registros gráficos. Analisando a parte II percebeu-se que os alunos compreenderam as conversões de registros algébricos para registros gráficos e vice-versa. Segundo Duval (2003) relacionar as conversões dos registros de representação semiótica, constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática.

Parte III e IV- As sequências de atividades estão relacionadas à função seno e ao uso do *software Winplot*, ressaltando que segundo Duval (2003) em uma resolução de um problema, um registro pode aparecer em evidência, mas deve existir sempre a possibilidade de converter e um registro ao outro e a articulação desses diferentes registros é uma condição necessária para a compreensão Matemática. Como já foi explicado, neste artigo mostrar-se-á uma das questões realizadas pelos alunos da sequência de atividades - Parte III.

Na atividade espera-se que o aluno note as amplitudes dos gráficos continuam sendo as mesmas, verifiquem também o deslocamento vertical de uma unidade para cima na função f , dada por $f(x) = 1 + \sin 5x$ e depois na função f , dada por $f(x) = 5 + \sin 5x$ de 5 unidades para cima e também o período foi dividido por 5.

Após as análises os alunos deverão preencher a tabela na qual envolve alguns elementos da função seno, ou seja, domínio, imagem, período, amplitude e provavelmente tenham dificuldades com relação ao período, de como registrar este número.

4) Utilizando o *software Winplot* construa em um único sistema de eixos cartesianos os seguintes gráficos:

a) $f(x) = \text{sen}x$

b) $f(x) = \text{sen}5x$

c) $f(x) = 1 + \text{sen}5x$

d) $f(x) = 5 + \text{sen}5x$

Quadro 1: Questão 4- Parte III

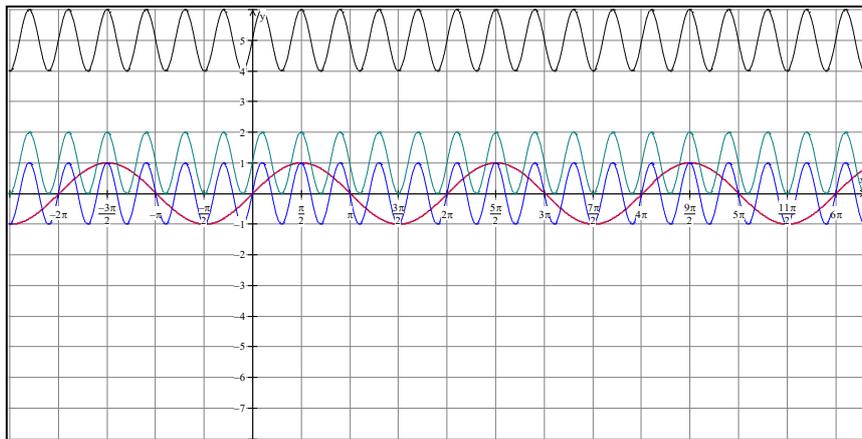


FIGURA 2: Protocolo da questão 4 - Parte III. Construído pelo aluno por meio do *software Winplot*

Comparação entre os gráficos				
	$f(x) = \text{sen}x$	$f(x) = \text{sen}5x$	$f(x) = 1 + \text{sen}5x$	$f(x) = 5 + \text{sen}5x$
Domínio	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
Período	2π	40π	10π	10π
Imagem	$-1; 1$	$-1; 1$	$0; 2$	$4; 6$
Amplitude	1	1	1	1

Quadro 2: Protocolo da análise da questão 4 – Parte III realizada pelo aluno

Ao verificar as repostas percebem-se alguns elementos relacionados à função seno, e algumas propriedades como o domínio e a amplitude estão corretas e que as atividades anteriores foram importantes para realização desta. Pode-se observar que os alunos não tiveram dúvidas com relação ao domínio da função, respondendo com o símbolo do conjunto dos números reais, percebe-se a dificuldade no registro da imagem. Com relação ao período, somente para a função f , dada por $f(x) = \text{sen}x$, conseguiram registrar corretamente. Os outros períodos foram registrados sem verificar o gráfico deduzindo que o período foi multiplicado por 2π na f , dada por $f(x) = \text{sen}5x$.

Parte V – Atividade de aplicação da função seno, reforçando assim a

interdisciplinaridade das duas disciplinas, Matemática e Física. A seguir as análises de uma das questões.

Nesta atividade os alunos deverão identificar a função seno numa onda sonora, em um contexto retirado do Caderno do aluno de Física da 2ª série do ensino médio - volume 3, espera-se de imediato que identifiquem a senóide e apropriem-se de um elemento da função seno ao analisarem o comprimento da onda.

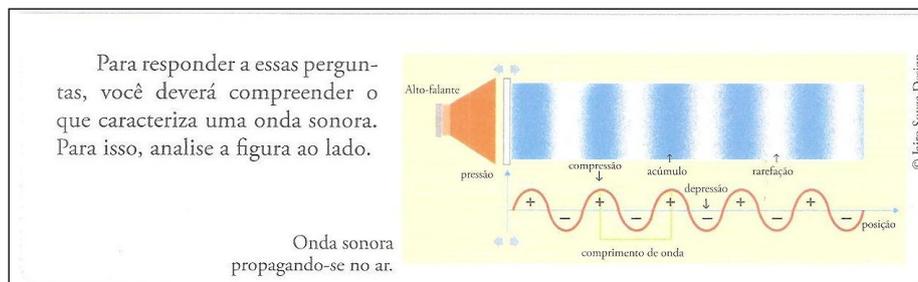


FIGURA 3: Atividade de integração da Matemática com a Física
FONTE: Caderno do Aluno da 2ª série do ensino médio volume 3. (2009, p.9)

4) A partir do gráfico pressão x espaço, é possível determinar a amplitude da onda?

Sim, pois o quanto maior a pressão, maior a amplitude

Quadro 3: Protocolo da análise da questão 4 - Parte III realizado pelo aluno.

Na resposta dos alunos mostra que houve compreensão da amplitude, uma vez que a mesma pode ser modificada não sendo estático, elemento muitas vezes não percebido pelos estudantes. Assim pode-se verificar algumas habilidades a serem desenvolvidas no ensino médio em Matemática e Física de acordo com os PCNEM (BRASIL, 1999):

- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico;
- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões;

Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.

Considerações finais

Os resultados mostram que as sequências de atividades apresentadas na forma de situação *adidática* podem ser uma das estratégias a promover a aprendizagem do aluno no estudo da função seno em conjunto com o uso do *software Winplot* e ainda auxiliar a compreensão, num contexto interdisciplinar com a Física. Foram percebidas as dificuldades dos alunos ao registrarem corretamente no registro algébrico, sendo habilidades apontadas pelos documentos oficiais que precisam ser desenvolvidas ao longo da educação básica como exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna como na linguagem matemática, usando terminologia correta.

Os alunos reconheceram a função seno e conseguiram analisar a onda sonora que é um fenômeno físico e as suas propriedades como amplitude, período, frequência, empregaram o registro na língua natural usando algumas habilidades do conjunto representação e comunicação. Acredita-se que estas sequências de atividades possam ser utilizadas na sala de aula modificando-as ou não. Ressalta-se que com relação ao período que precisava ser identificado pelos alunos nas sequências de atividades não foram suficientes para que eles validassem corretamente as respostas. Logo, os *softwares* precisam ser adequados para cada tipo de conteúdo e/ou situação, também antes do seu uso é importante que o professor conheça todas as possibilidades oferecidas pelo mesmo, promovendo ao estudante possibilidades de aprendizagens.

Referências

- BERLEZE, Caren Saccol. *Uma sequência de ensino usando o programa Winplot em busca de uma aprendizagem autônoma do aluno*. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática. Santa Maria, RS 2007. Unifra.
- BORGES, Carlos Francisco. *Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: Uma sequência para ensino (2009)*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2009. PUC-SP.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília: MEC – Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 1999.
- BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino*. Apresentação de Benedito Antonio da Silva; consultoria técnica José Carlos Miguel; tradução Camila Bogéa. – São Paulo: Ática, 2008.
- DAMM, R. Registros de Representação. In: MACHADO, S.D.A.(org.); FRANCHI, A. *Aprendizagem Matemática: Registros de representação semiótica. Educação Matemática: Uma (nova) introdução*. 3 ed. Revisada, I reimpr.. São Paulo: EDUC, 2010.

p. 176–188.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática*. Volume único. Livro do professor. 1.ed. São Paulo. Ática, 2005.

DUVAL, Raymond. Registro de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2003.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e Interdisciplinaridade no ensino brasileiro efetividade ou ideologia*. 6ª edição. São Paulo: Loyola, 2011.

FREITAS, J.L.M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S.D.A.(org.);FRANCHI, A. *Educação Matemática: Uma (nova) introdução*. 3 ed. Revisada, I reimpr..São Paulo: EDUC, 2010.p.77-111.

MACHADO, S.D.A. Engenharia Didática. In: MACHADO S.D.A. (org.) et al. *Educação Matemática: Uma (nova) introdução*. 3 ed. Revisada, I reimpr..São Paulo: EDUC, 2010.p.233-247.

RIBEIRO, Márcia Regina Ramos Costa. *Possibilidades e dificuldades no desenvolvimento de situações de aprendizagem envolvendo funções trigonométricas*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2011. PUC-SP.

SANTOS, Cláudia Pereira. *Função Seno: Um estudo com o uso do software Winplot com alunos do ensino médio*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, 2013. PUC-SP.

SÃO PAULO. *Secretaria da Educação. Caderno do Professor: Física, Ensino Médio – 2ª série, volume 3*; Coordenação geral: Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009.

_____. *Secretaria da Educação. Currículo do Estado de São Paulo: Ciências da Natureza e suas tecnologias*. Coordenação geral: Maria Inês Fini; coordenação de área: Luís Carlos de Menezes. São Paulo. SEE, 2010.