

Idoneidad didáctica de un libro de matemáticas de educación secundaria respecto de los significados de la igualdad en Geometría

RUBEN EVERT JARA SANCHEZ¹

ROSA CECILIA GAITA IPARRAGUIRRE²

Resumen

En este artículo, se muestra el uso de dos herramientas teóricas propuestas por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), a saber, la noción de idoneidad epistémica y la noción de idoneidad ecológica, con el objetivo de analizar y valorar la idoneidad didáctica del libro oficial de matemática del tercer año de educación secundaria en el Perú respecto de los diferentes significados que se le asignan a la igualdad cuando esta se emplea en el contexto de la geometría euclidiana. La metodología de investigación es cualitativa del tipo bibliográfico. Se concluye que, respecto de la idoneidad ecológica, el texto es parcialmente idóneo para la enseñanza de la igualdad, ya que enfatiza el significado de congruencia.

Palabras-clave: igualdad; idoneidad epistémica; idoneidad ecológica.

Abstract

In this article we show the use of two theoretical tools proposed by the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Cognition and Instruction (OSA): the notion of epistemic suitability and ecological suitability. The aim is to analyze and value the didactic suitability of the official mathematics textbook for the third year of high school education in Peru in regards to the different meanings assigned to equality when used in the context of Euclidian geometry. The methodology of the research is bibliographic-qualitative. It is concluded that, in regards to the ecological suitability, the textbook is partially suitable for teaching equality, since the meaning of congruence is emphasized.

Keywords: Equality; Epistemic Suitability; Ecologic Suitability.

Introducción

En el trabajo realizado por Jara (2015), se presenta el análisis de la idoneidad didáctica del libro oficial de matemática que utilizan los estudiantes del tercer año de secundaria del Perú en lo referido a los significados de la igualdad en Geometría.

Para realizar el análisis de la idoneidad epistémica, el autor construye un significado de referencia para la igualdad en Geometría, formado por la identidad geométrica, la igualdad como congruencia y la igualdad de áreas y volúmenes (JARA, 2015, p.92).

A continuación, el autor identifica los significados pretendidos de la igualdad en Geometría en el libro oficial de matemática del tercer año de secundaria del Perú y

¹ Pontificia Universidad Católica del Perú. Maestría en Enseñanza de las Matemáticas – rubenejs@hotmail.com

² Pontificia Universidad Católica del Perú - cgaita@pucp.edu.pe

reconoce que este texto solo presenta situaciones problemas relativos al uso de uno de los significados de la igualdad en Geometría: la congruencia.

Tal como señala Godino (2011), el contraste entre los significados de referencia y los pretendidos permite hacer el análisis de la idoneidad epistémica del libro.

Por otra parte, para realizar el análisis de la idoneidad ecológica del mismo libro, Jara (2015) hace uso de los indicadores de idoneidad ecológica propuestos por Godino (2011) los cuales le permiten realizar el análisis y la valoración de esta. En este sentido, presenta el contexto en el que se sitúa el texto analizado, es decir, presenta los lineamientos curriculares establecidos en el Diseño Curricular Nacional del Perú (DCN), que orientan la organización de los contenidos y el uso del texto; además, presenta los criterios de evaluación de la calidad del libro establecidos por el Ministerio de Educación del Perú (MINEDU) y presenta las características de edición, la propuesta de uso y el contenido del libro.

Finalmente, Jara (2015) llega a la conclusión de que el libro analizado es parcialmente idóneo para la enseñanza de la igualdad como congruencia, ya que las situaciones problemas identificadas solo presentan situaciones problemas que permiten el surgimiento de la congruencia de segmentos, ángulos y triángulos, mas no de la congruencia en general (es decir, de todo tipo de objetos geométricos). Asimismo, respecto de la idoneidad ecológica, concluye que el libro analizado cumple con lo requerido en los lineamientos oficiales.

1. Marco Teórico

El EOS brinda herramientas teóricas que permiten analizar la idoneidad didáctica de un libro y luego valorarla.

Uno de los análisis que permite valorar la idoneidad global de un proceso de enseñanza y aprendizaje es el análisis de la idoneidad epistémica, la cual permite señalar si las matemáticas que se enseñan son “buenas” matemáticas. Es decir, se refiere al grado de representatividad de la matemática a enseñar respecto del significado de referencia del objeto matemático que se va a enseñar.

Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi (2006) indican que “se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos) respecto de un significado de referencia” (p.4).

Los indicadores de idoneidad epistémica son:

Muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; presentación de los enunciados y procedimientos básicos del tema y adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; establecimiento de relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado. (Font, Adán & Ferreres, 2015, pp. 3-4).

En el presente trabajo, la idoneidad epistémica se ha determinado al realizar un contraste entre el significado pretendido de la igualdad, que está presente en el libro del tercer año de secundaria, y el significado de referencia que ha sido construido en Jara (2015).

La otra herramienta teórica que brindará el EOS al desarrollo de este trabajo es la que permite analizar la idoneidad ecológica, entendida como el “grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla” (GODINO, 2011, p. 6). El proceso de estudio está condicionado por el contexto donde se desarrolla, ya que este fija los fines y valores para la educación de las personas y estos son plasmados en documentos oficiales que rigen la misma

Los indicadores propuestos por Godino (2011), que permiten valorar la idoneidad ecológica son los siguientes: si la implementación y evaluación de los contenidos corresponden a lo establecido en el currículo; si la investigación promueve una práctica docente reflexiva e innovadora; si se integran las nuevas tecnologías en el desarrollo curricular; si los contenidos contribuyen al desarrollo social y profesional de los estudiantes; si se contempla la educación en valores y el pensamiento crítico; si los contenidos están relacionados con otros contenidos de la matemática y de otras áreas.

Por otro lado, en la investigación realizada por Jara (2015), se identifican tres significados de referencia para la igualdad en Geometría. Estos son:

1. Identidad Geométrica; que surge de asumir que un objeto geométrico es un conjunto de puntos de modo que dos objetos geométricos son iguales si hacen referencia al mismo conjunto de puntos (...).

2. Congruencia; que se sustenta en la definición de congruencia como una isometría, es decir que si una figura es el resultado de una transformación o isometría que se le hace a otro objeto, entonces son congruentes o “iguales” (...).
3. Igualdad de Áreas y volúmenes. es otro significado de la igualdad, que actualmente se nombra como igualdad con poca frecuencia. Se sustenta en asumir que si dos objetos geométricos tienen la misma medida de área o volumen, entonces, es posible realizar cambios en estos, mediante composición o descomposición en objetos elementales de manera que se obtienen objetos congruentes (JARA, 2015, pp. 110-111)

2. Metodología

La investigación realizada por Jara (2015) es una investigación cualitativa del tipo bibliográfico, ya que se parte del análisis de libros, tesis y artículos científicos que permiten hacer el análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un texto, según lo establecido por el EOS.

En este sentido, el autor parte de la construcción de los significados de referencia de la igualdad en Geometría. Luego, realiza el análisis del libro oficial de matemática del tercer año de secundaria del Perú para identificar los significados pretendidos y seguidamente, el contraste entre estos significados permite la valoración de la idoneidad epistémica de la sección de Geometría del libro oficial del tercer año de secundaria.

A continuación, se hace el análisis de los aspectos referidos a la legislación que norma la estructura y temas que debe contener el libro analizado para poder determinar si cumple, o no, con los indicadores de idoneidad ecológica.

Por último, se presentan las conclusiones que resultan de la valoración de los indicadores de idoneidad epistémica y ecológica.

3. Resultados

La identificación del significado institucional pretendido presentado en Jara (2015) muestra que los problemas presentados en el libro permiten la emergencia de solo uno de los tres significados de referencia para la igualdad en Geometría: el de congruencia, no habiéndose identificado situaciones problema que requieran el uso de los otros dos significados, tal como se muestra en la tabla 1.

En la Tabla 1 se muestra que el significado pretendido de congruencia, como significado de la igualdad, está referido solo a la congruencia de segmentos, ángulos y triángulos,

de manera que es tratado de manera parcial, ya que no se llega a su generalización para polígonos, circunferencias o cualquier otro objeto geométrico.

Igualdad en Geometría	Significados de referencia de la igualdad	Significados pretendidos de la igualdad en el libro del tercer año de secundaria
	➤ Igualdad como Identidad	
	➤ Congruencia	➤ Congruencia de segmentos, ángulos y triángulos.
	➤ Igualdad de Áreas y Volúmenes	

Tabla 1 - Significados de referencia y pretendido de la igualdad en Geometría
Fuente: Jara (2015, p. 101).

3.1 Análisis de la idoneidad epistémica

A continuación se muestra el contraste del significado de referencia de la congruencia como igualdad con el significado pretendido de la congruencia, que está presente en el libro del tercer año de secundaria. Se debe observar que la valoración del cumplimiento de los indicadores es parcial. Esto es debido a que el significado pretendido de la igualdad como congruencia está centrado en la congruencia de segmentos, ángulos y triángulos, mientras que el significado de referencia de la congruencia, como significado de la igualdad, está referido a la congruencia en general, es decir, la congruencia de dos objetos geométricos cualesquiera.

Por ello, se afirma que el texto tiene una idoneidad epistémica media, debido, precisamente, a que no abarca toda la amplitud de casos que se dan para la congruencia y, por el contrario, se restringe a unos casos específicos. Así se observa en la figura 1 presentada a continuación.

3.2 Análisis de la idoneidad ecológica

Está referida al grado en que el libro de matemática del tercer año de secundaria es adecuado respecto de lo propuesto en el Diseño Curricular Nacional (Perú, 2009), que es el marco curricular de la educación peruana, en relación al estudio de la igualdad en Geometría.

En el DCN se establece que el nivel de Educación Secundaria pretende que:

Cada estudiante desarrolle su pensamiento matemático con el dominio progresivo de los procesos de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, conjuntamente con el dominio creciente de los conocimientos relativos a Número, relaciones y funciones, Geometría y medición, y Estadística y probabilidad. (PERÚ, 2009, p. 317)

Figura 1 - Análisis de la idoneidad epistémica de la congruencia como significado de la igualdad

Tabla 17. Indicadores de idoneidad epistémica de la congruencia como significado de la igualdad.

COMPONENTE	INDICADORES	CUMPLE		OBSERVACION
		SI	Parcialmente NO	
SITUACIONES PROBLEMA	Se presentan varios problemas contextualizados que requieren del uso de la congruencia.		X	
	Se ejemplifica con ejercicios que requieren del uso de la congruencia.	X		Están restringidos a la congruencia de triángulos.
	Se resuelven ejercicios algorítmicos sobre congruencia.	X		
	Se proponen situaciones de problematización que requieren del uso de la congruencia.	X		
Uso del modo de expresión verbal en las actividades sobre congruencia.		X		
LENGUAJES	Se usa la expresión gráfica en aplicaciones de congruencia.		X	
	Se usa la expresión simbólica en la ejemplificación de congruencias.	X		Se restringe a las definiciones.
	Se usan traducciones y conversiones entre los diferentes modos de expresión matemática en la actividad con congruencias.	X		
	Nivel de lenguaje adecuado a los estudiantes de secundaria, tanto en la ejemplificación como en los casos de aplicación	X		
	Se proponen situaciones de expresión matemática en distintos lenguajes (simbólico, gráfico, algebraico)	X		Con énfasis en la expresión gráfica.
	Se proponen situaciones de interpretación de los resultados de los problemas contextualizados usando el lenguaje verbal, gráfico y algebraico.	X		
REGLAS (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	Las definiciones y conceptos de congruencia son claros y correctos.	X		Respecto de la congruencia de triángulos.
	Los procedimientos utilizados en la ejemplificación y en la actividad matemática son correctos	X		
	Los procedimientos son apropiados al nivel de educación secundaria	X		
	Se presentan los enunciados principales de congruencia.	X		Respecto de la congruencia de triángulos
	En caso que se propongan problemas contextualizados, se muestran procedimientos básicos para resolver estos problemas con congruencias.	X		
	Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones o proposiciones de congruencias.	X		
	Se proponen situaciones de congruencia donde los alumnos tengan que generar o negociar procedimientos.	X		
ARGUMENTOS	Las explicaciones de los objetos matemáticos presentados y los emergentes son adecuadas al nivel educativo secundario.	X		
	Las demostraciones de ciertas propiedades de las congruencias son adecuadas desde la matemática.	X		
	Se promueven situaciones-problemas de congruencia para que el alumno argumente.	X		Respecto de la congruencia de triángulos
RELACIONES	Los objetos matemáticos primarios (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan entre sí.	X		
	Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.		X	

Fuente: Jara (2015, p. 101)

Además, se indica que Geometría es una componente del área de matemática que:

Se relaciona con el análisis de las propiedades, los atributos y las relaciones entre objetos de dos y tres dimensiones. Se trata de establecer la validez de conjeturas geométricas por medio de la deducción y la demostración de teoremas y criticar los argumentos de los otros; comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones con objetos en el plano de coordenadas cartesianas; visualizar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones transversales. La Medida le

permite comprender los atributos o cualidades mensurables de los objetos, así como las unidades, sistemas y procesos de medida mediante la aplicación de técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas. (PERÚ, 2009, p. 318)

En la figura 2, se muestran las competencias para la componente geometría y medición en el VI y VII ciclos de la educación secundaria peruana.

Figura 2 - Competencias de Geometría y medida en el nivel secundaria del Perú.

GEOMETRÍA Y MEDICIÓN	Resuelve problemas que relacionan figuras planas y sólidos geométricos; argumenta y comunica los procesos de solución y resultados utilizando lenguaje matemático.	Resuelve problemas que requieren de razones trigonométricas, superficies de revolución y elementos de Geometría Analítica; argumenta y comunica los procesos de solución y resultados utilizando lenguaje matemático.
-----------------------------	--	---

Fuente: Perú (2009, p. 318)

Asimismo, el DCN peruano establece los conocimientos de la componente Geometría, para el tercer año de secundaria, que se muestran en la figura 3.

Figura 3- Conocimientos específicos del componente de Geometría en el DCN

CICLO	VII
Grado	Tercero
Conocimientos	<p>Geometría plana</p> <ul style="list-style-type: none"> · Área de regiones poligonales y relación entre el área y el perímetro de figuras planas. · Relaciones de las medidas de lados y ángulos en los triángulos isósceles y equilátero. · Congruencia y semejanza de triángulos. · Relación entre los ángulos formados por dos rectas paralelas y una tercera que las corta. · Bisectrices de un triángulo. · Convexidad y dilataciones de figuras geométricas. <p>Medida</p> <ul style="list-style-type: none"> · Sistemas radial y sexagesimal de medida de ángulos. <p>Geometría del espacio</p> <ul style="list-style-type: none"> · Volumen de poliedros: prisma, cilindro, cubo y pirámide. <p>Trigonometría</p> <ul style="list-style-type: none"> · Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. · Ángulos de elevación y depresión. · Identidades trigonométricas elementales.

Los libros que emplean los estudiantes del tercer año de secundaria en las instituciones educativas peruanas deben contribuir al desarrollo de las competencias, capacidades, conocimientos y valores establecidos en el DCN. Al respecto, el MINEDU tiene establecido un conjunto de criterios para la evaluación de la calidad de estos libros, como:

1.- Los contenidos y tratamiento pedagógico deben estar alineados con el Currículo Nacional y ser apropiados para el grado escolar y enfoque pedagógico del área curricular.

3.- La información contenida debe presentar claridad conceptual y precisión, estar explicada con una estructura sintáctica sencilla, adecuadamente dosificada, articulada y jerarquizada, considerando una paulatina graduación de complejidad y esclareciendo o definiendo términos complejos para asegurar su comprensión.

5.- El texto debe señalar los contenidos a desarrollar y estar estructurado en capítulos o unidades secuenciales, que se inician informando a los estudiantes sobre los aprendizajes esperados. (PERÚ, 2003, pp. 36-39)

El libro oficial del tercer grado de secundaria, titulado *3 Matemática*, fue editado en el año 2012 por la editorial Norma, con el fin de:

Servir de consulta y apoyo al estudiante en su aprendizaje de la matemática a lo largo de su desarrollo durante el año escolar, abarca todos los conocimientos especificados para el tercer año de secundaria y cuenta con actividades a desarrollar durante y después de las clases, que son propuestas como actividades para los alumnos y actividades de contexto extra matemático basadas en la resolución de problemas como fuente del aprendizaje. Además presenta una sección para explicar el uso del software Geogebra en el trabajo con triángulos. (JARA, 2015, p. 107)

Cada capítulo del libro tiene una sección de evaluación de los aprendizajes y otra de proyectos para llevar a la práctica lo aprendido a través del estudio de situaciones problemáticas.

La matemática que presenta se caracteriza por el empleo de fórmulas, que expresan relaciones algebraicas o aritméticas, entre características medibles de objetos geométricos como longitud de segmentos, medida de ángulos, de áreas o de volumen, o relaciones entre estas medidas.

Las fórmulas son empleadas para la solución de un problema. Por ello, se realiza el trabajo con la característica medible, haciendo uso de la propiedad o relación que le es aplicable al emplear números o variables que representan a las características a ser usadas en la solución del problema. Esto significa que se pasa del contexto geométrico

al contexto algebraico o aritmético, donde se emplea la fórmula adecuada para obtener un resultado. Luego, se vuelve al contexto geométrico para dar una interpretación geométrica del resultado obtenido.

En la figura 4 se muestra la valoración de los indicadores de Idoneidad ecológica de la sección de Geometría del libro del tercer año de secundaria.

Figura 4 - Análisis de la idoneidad ecológica de la congruencia como significado de la igualdad.

COMPONENTE	INDICADORES	CUMPLE		OBSERVACIÓN
		SI	NO	
Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares	X		
Apertura hacia la innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva	X		
	Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo	X		
Adaptación socio-profesional y cultural.	Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes	X		
Educación en valores	Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico	X		
Conexiones intra e interdisciplinares	Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares	X		

Asimismo, en la figura 4, se muestra que el libro oficial de matemática del tercer año de secundaria sí cumple con todos los indicadores de idoneidad ecológica. Sin embargo, se debe remarcar que el análisis ha sido hecho a las secciones correspondientes al organizador *Geometría* del Área de Matemática; no se ha considerado la sección correspondiente a Trigonometría, sino solo la referida a aspectos de Geometría plana y del espacio, donde se hace uso de la congruencia como significado de la igualdad.

Conclusiones

Así, como resultado del análisis de la idoneidad ecológica del texto, se ha observado que el texto desarrolla lo establecido en el DCN y en la legislación peruana. Sin embargo, del análisis de la idoneidad epistémica, se obtiene que el texto es parcialmente

idóneo para la enseñanza y aprendizaje de la congruencia como significado de la igualdad debido a que solo abarca situaciones problema que involucran la congruencia de segmentos, ángulos y triángulos. No incluye situaciones que contribuyan a que emerjan significados más amplios para la igualdad.

Se hace necesario realizar un estudio para identificar todos los significados de la igualdad presentes en otros libros de matemática empleados por los alumnos de educación secundaria.

Agradecimientos

El presente artículo ha sido posible gracias al apoyo de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas-Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Agradecemos al Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo (PRONABEC) que, mediante su beca “Presidente de la República”, permitió seguir estudios en la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Referencias

FONT, V. A. Valoración de la idoneidad de las matemáticas enseñadas. **XIV CIAEM-IACME**, México, p. 3-4, 2015.

GODINO, J. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)**. Brasil, 2011.

_____. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, v. 27, n. 2, p. 221-252, 2006.

JARA, R. **Análisis de los diferentes significados de la igualdad en el contexto de la Geometría Euclidiana en el nivel secundaria**. Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, 2015.

PERÚ, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Criterios pedagógicos e indicadores de calidad para la evaluación de textos escolares de educación primaria y secundaria**, 2003.

_____. **Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular**. Lima, 2009.