

Los cuadriláteros en el libro oficial de educación primaria: del “Saber sabio” al “Saber para enseñar”

ALICIA BECERRA LÓPEZ¹

CINTYA GONZÁLES HERNÁNDEZ²

Resumen

El objetivo de este artículo es analizar cómo se presenta la definición del objeto matemático cuadriláteros desde el punto de vista de los matemáticos (el saber sabio) y cómo es presentado en los libros de texto oficiales del quinto grado de educación primaria (el saber para enseñar). Fundamentamos este trabajo en la teoría de Transposición Didáctica propuesta por Chevallard. Nuestra investigación posee un enfoque cualitativo de tipo bibliográfico porque se desarrolló sobre la base del análisis de los mencionados libros de texto. En los resultados obtenidos se detectaron contradicciones en las definiciones. Además, se evidenciaron representaciones estereotipadas del objeto matemático cuadrilátero.

Palabras-clave: *transposición didáctica, cuadriláteros, libro de texto.*

Abstract

The aim of this article is to analyze how the definition of the mathematical object of quadrilaterals is presented from the mathematicians' point of view (wise knowledge), and how it is presented in official textbooks of fifth grade of primary education (knowledge to teach). We base this work on the theory of Didactic Transposition proposed by Chevallard. Our investigation has a bibliographical qualitative approach because it was developed on the basis of the analysis of the aforementioned textbooks. Contradictions in the definitions were detected in the results; also, stereotyped representations of the mathematical object of quadrilaterals were evidenced.

Keywords: *Didactic Transposition, Quadrilaterals, Textbook.*

Introducción

El libro de texto constituye uno de los principales recursos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Alumnos y maestros de todas las instituciones públicas de nuestro país disponen de este material, el cual es elaborado y distribuido a nivel nacional en forma gratuita por encargo del Ministerio de Educación del Perú. Estos materiales son denominados textos oficiales. Al respecto, Martínez y Penalva (2006, citado en BECERRA, 2015) señalan lo siguiente:

El libro de texto de matemática es, en los niveles escolares, el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no solo son un medio para la enseñanza, sino también una manera de

¹ Pontificia Universidad Católica del Perú. Maestría en Enseñanza de las Matemáticas - a20146960@pucep.pe

² Pontificia Universidad Católica del Perú - cintya.gonzales@pucep.pe

entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y esta se halla condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos (p. 285)

Asimismo, para que un objeto matemático aparezca en un libro de texto, se requiere un proceso de adaptación. Este proceso es conocido como *transposición didáctica*, nombre introducido por Chevallard en 1985, el cual se describe más adelante.

Por lo anteriormente expuesto, consideramos relevante realizar el estudio de la transposición didáctica de los objetos matemáticos. En este trabajo, realizamos, en particular, el estudio de los cuadriláteros en los cuatro últimos libros de texto oficiales del quinto grado de educación primaria. El estudio de este objeto es importante, ya que está presente en todos los niveles de Educación Básica Regular (nivel inicial, nivel primario y nivel secundario).

1. Marco teórico: Transposición didáctica

Según Chevallard (1991), uno de los procesos de la transposición didáctica se da cuando elementos del “saber sabio” pasan al “saber enseñado”; a partir de ese momento, el conocimiento matemático formal y riguroso debe ser adaptado de tal manera que sea entendible por el alumno.

Al respecto, el investigador señala:

Un contenido del saber que ha sido designado como saber para enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber para enseñar en un objeto de enseñanza es denominado transposición didáctica” (p.45)

En otras palabras, se señala que la transposición didáctica “designa el paso del saber sabio al saber enseñado”. A continuación, se describe cada uno de los saberes considerados, según Lucas (2010).

Saber sabio: saber matemático producido por matemáticos e investigadores.

Saber para enseñar: saber matemático tal como se designa oficialmente en los programas y libros tratados por la enseñanza.

Saber aprendido: saber matemático disponible para los alumnos al término del proceso de aprendizaje

Esta investigación se centra en el segundo “saber”, correspondiente al “saber para enseñar”, que se encuentra en los libros de texto.

Cabe resaltar que de la manipulación del saber para ser transformado en saber para enseñar se encarga la noosfera, que es el centro operacional del proceso de transposición.

2. Metodología

La investigación realizada es cualitativa. Hernández, Fernández & Baptista (2010, citado en BECERRA, 2015) afirman que en una investigación cualitativa “Se cuestiona el valor de los documentos”. Se menciona, además, el análisis de textos como una de las características del método cualitativo (p.63).

Por otra parte, de acuerdo con Gil (citado en BECERRA, 2015), el tipo de investigación es bibliográfica, pues señala que “una investigación bibliográfica es desarrollada con base en material ya elaborado, establecido principalmente en libros, quienes constituyen fuentes bibliográficas por excelencia” (p.64).

3. Presentación de los libros de texto analizados

El material didáctico elegido para nuestro análisis son los libros de texto oficiales del quinto grado de educación primaria elaborados de acuerdo con los diseños curriculares propuestos por el Ministerio de Educación.

- El libro *Lógico Matemática 5*

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	2004-2008	Lógico Matemática 5	Armas, Julia Dos Reis, Isabel Hurtado, Katya Ramírez, Carmen Ozejo, Tulio Sebastiani, Felipe

Tabla 1 - Información del libro del Minedu del quinto grado de primaria

Fuente: Tomado de Becerra (2015)

En la tabla 1, se muestra el libro que fue distribuido para los alumnos del quinto grado de educación primaria en el periodo 2004-2008 en nuestro país y hoy forma parte del banco de libros.

- El libro *5 Matemática*

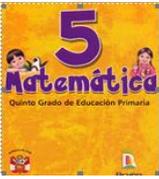
Grado: 5to	Año	Título	Autor
	2009-2011	5 Matemática	Quiroz Quiroz, Enrique Sagredo Sagredo, Máximo

Tabla 2 - Información del libro del Minedu del quinto grado de primaria

Fuente: Autoría propia

En la tabla 2, se muestra el libro utilizado en los colegios públicos del Perú en los años 2009 al 2011.

- El libro *Matemática 5*

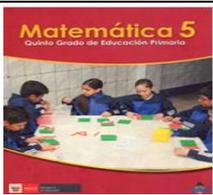
Grado: 5to	Año	Título	Autor
	2012-2015	Matemática 5	Cuba Samané, Rosa Montagnoli de Herrera, Isabel Martel Orrego, Filena Lapa Huincho, Zenobia

Tabla 3 - Información del libro del Minedu del quinto grado de primaria

Fuente: Autoría propia

En la tabla 3, se muestra el libro de texto oficial que se viene utilizando en los colegios públicos del país, cuyo uso es monitoreado por el Ministerio de Educación.

4. Análisis de la transposición didáctica del objeto matemático en libros de texto de referencia.

Es importante iniciar este apartado haciendo una revisión del objeto matemático cuadriláteros considerando el “saber sabio”. Para ello, hemos tomado el libro *Los elementos* (PUERTAS, 1991) en el que se encuentran las definiciones, los axiomas y los postulados propuestos por Euclides. En la definición 19 de dicho libro, se encuentra la primera definición de cuadriláteros: “Figuras rectilíneas son las comprendidas por

rectas: triláteras las comprendidas por tres; **cuadriláteras las comprendidas por cuatro**; multiláteras las comprendidas por más de cuatro rectas” (p. 195).

Cabe mencionar que Euclides no hace ninguna representación gráfica de las definiciones. Por ello, es necesario adaptar este “saber”, que se encuentra en el saber de los matemáticos, desde el momento que es elegido para ser enseñado de acuerdo al nivel de cada institución (superior, secundaria, primaria).

A continuación, presentamos una revisión del objeto matemático cuadrilátero presentado en un libro de educación superior, que confirma la legitimidad matemática de dicho objeto. Para ello, el libro *Geometría Plana* propuesto por Helfgott (2009) es de suma utilidad.

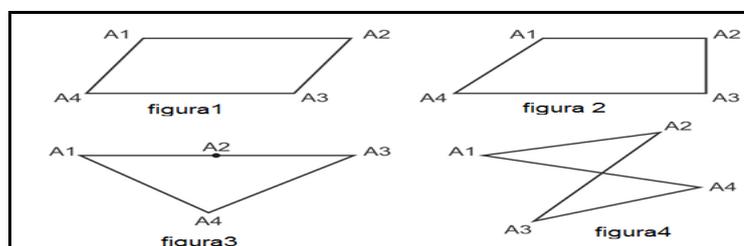
Definición de cuadrilátero:

Sean $A_1, A_2, A_3,$ y A_4 cuatro puntos distintos del plano. Construimos los segmentos $A_1 A_2, A_2 A_3, A_3 A_4$ y $A_4 A_1$. La unión de estos segmentos recibe el nombre de un cuadrilátero si se cumplen dos propiedades:

- (i) No es posible que descansen, sobre una misma recta, dos segmentos con un punto en común.
- (ii) Dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos. (p.97)

Las representaciones geométricas que se presentan en la figura 1 ejemplifican cuáles de ellos representan un cuadrilátero de acuerdo con la definición dada por el autor.

Figura 1 - Condiciones para ser un cuadrilátero



Fuente: Becerra (2015, p. 42)

Teniendo en cuenta las dos propiedades dadas por el autor para que exista un cuadrilátero, se puede concluir que los gráficos (1) y (2) de la figura 1 representan cuadriláteros, pues cumplen las dos propiedades dadas por el autor; (3) no representa cuadrilátero porque no cumple la condición uno (no es posible que descansen sobre una misma recta dos segmentos); y el gráfico (4) tampoco representa un cuadrilátero, ya que

no cumple la segunda propiedad (dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos).

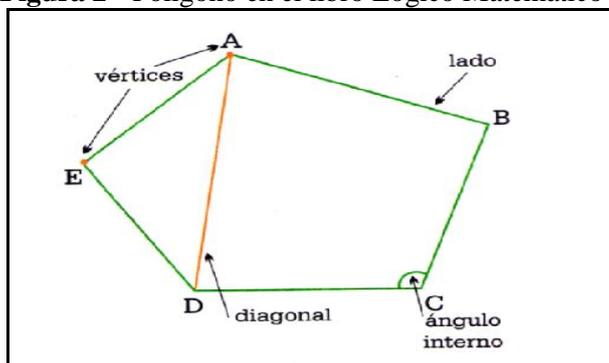
En este caso, el autor hace una definición más detallada de los cuadriláteros y utiliza la representación gráfica para ejemplificar las propiedades.

5. Transposición didáctica a los libros de primaria

Libro *Lógico Matemática 5*

Aquí se presenta la definición de cuadriláteros tal como aparece en el libro de texto oficial del quinto grado de primaria editado el año 2004. Puede verse que no existe la definición específica de cuadrilátero; sin embargo, la definición está incluida dentro de la definición de polígonos, la cual dice: “El polígono está formado por segmentos de recta consecutivos no contenidos en la misma recta” (p.43).

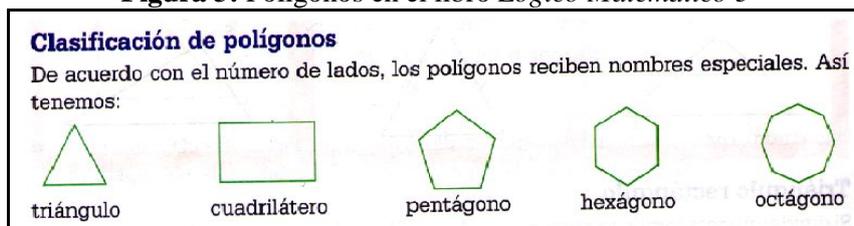
Figura 2 - Polígono en el libro *Lógico Matemático 5*



Fuente: Becerra (2015, p. 54)

Como se percibe en la figura 2, la definición de polígono hace referencia a los segmentos que forman los lados. A continuación, el libro de texto clasifica a los polígonos de acuerdo con el número de lados.

Figura 3: Polígonos en el libro *Lógico Matemático 5*



Fuente: Becerra (2015, p. 55)

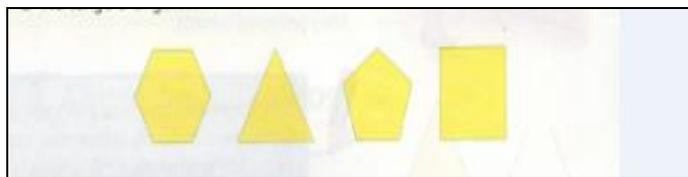
En el libro de texto se considera al cuadrilátero como un polígono de cuatro lados (figura 3). En este libro se observa consistencia en la definición de polígono y cuadrilátero.

El libro 5 Matemática

Este libro se utilizó en los años 2009 al 2011. El objeto matemático se encuentra en el capítulo 2 titulado “Geometría: polígonos regulares, triángulos y cuadriláteros”. Con respecto a los cuadriláteros, señala: “Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados”. Al analizar la definición de polígono, observamos que lo define como sigue: “Un polígono es una línea poligonal cerrada, que está formada por un número finito de segmentos, unidos a continuación de otros. Los segmentos consecutivos no están alineados” (p.48).

Sin embargo, en la representación gráfica se observa lo siguiente:

Figura 4 - Polígonos en el libro Lógico 5 Matemática



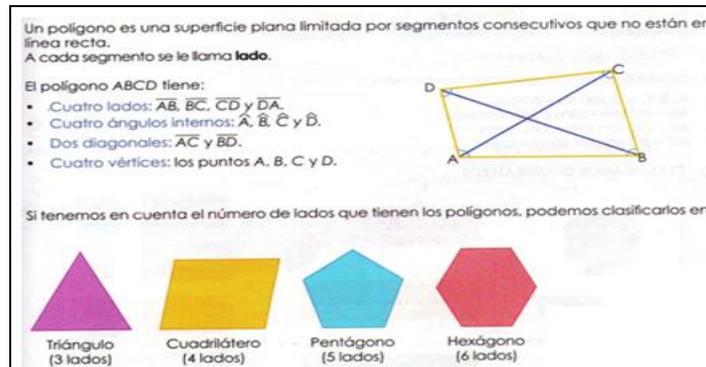
Fuente: Libro 5 Matemática (2009, p. 46)

Como se constata, no existe consistencia con respecto a la definición de polígono y su representación gráfica. Creemos que la manera en la que se representa aquí el polígono puede generar confusión entre los estudiantes respecto de si el cuadrilátero son solo los bordes o si es el borde con su interior.

Libro Matemática 5

En el libro de texto oficial del quinto grado, editado en el año 2012, el cual se usa actualmente, se define cuadrilátero también como polígono. “Un polígono es una superficie plana limitada por segmentos consecutivos que no están en línea recta”.

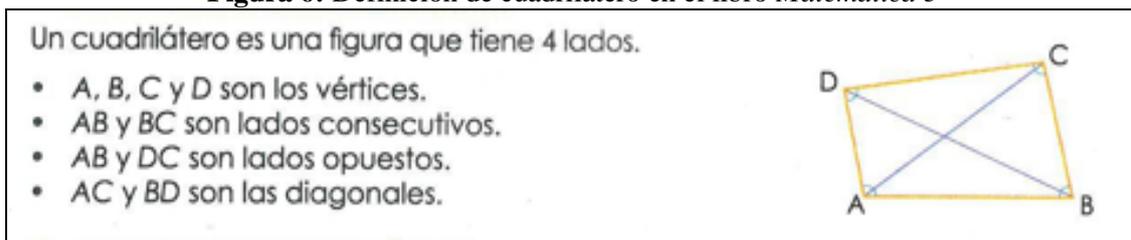
Figura 5 - Polígonos en el libro Matemática 5



Fuente: Libro Matemática 5 (2012, p. 99)

En este texto, el cuadrilátero es un polígono, es decir, una superficie plana limitada por segmentos y se considera también el interior del polígono, el cual está sombreado. Sin embargo, como presentaremos a continuación en la figura 6, en el mismo texto se presenta la definición de cuadrilátero de la siguiente manera.

Figura 6: Definición de cuadrilátero en el libro *Matemática 5*



Fuente: Libro *Matemática 5* (2009, p. 100)

Se observa entonces una contradicción en las definiciones presentadas en dicho libro de texto. Por un lado, se define cuadrilátero como una superficie plana limitada por segmentos que no se hallan en una recta y, por otro lado, como una figura que tiene cuatro lados. Al respecto, Chevallard (1991) señala: “Con mucha frecuencia, el saber enseñado se encontró profundamente modificado...” (p.23). Asimismo, en los libros de texto analizados, se pudo comprobar que la mayoría de representaciones de los cuadriláteros son representaciones geométricas estereotipadas. Sobre este punto, la Real Academia Española (citado en BECERRA, 2015), indica:

Un estereotipo es una imagen estructurada y aceptada por la mayoría de las personas como representativa de un determinado colectivo. Esta imagen se forma a partir de una concepción estática sobre las

características generalizadas de los miembros de esa comunidad. (p. 21).

Representaciones estereotipadas de los cuadriláteros en el libro de texto

El análisis de los libros de texto oficial del quinto grado de primaria permite constatar que, generalmente, se utilizan representaciones geométricas estereotipadas para la representación de las clases de cuadriláteros, a saber:

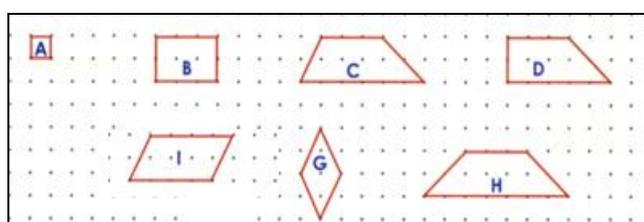
- Cuadrados, rectángulos romboides y trapecios apoyados en uno de los lados paralelos, es decir, con la base siempre horizontal.
- Rombos apoyados sobre uno de sus vértices e incluso, en la mayoría de ellos se grafican las diagonales.
- Rectángulos siempre con un par de lados más grande que el otro par.

Al respecto, Moriena (2003, citado en BECERRA, 2015) señala:

[...] la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos [...] podría generar dificultad para identificar una figura geométrica cuando su representación gráfica es diferente de las posiciones estándar (p.21).

A continuación, se presenta un ejemplo de la mayoría de representaciones geométricas encontrado en el libro de texto que se viene usando actualmente.

Figura 7 - Representación estereotipada de los cuadriláteros



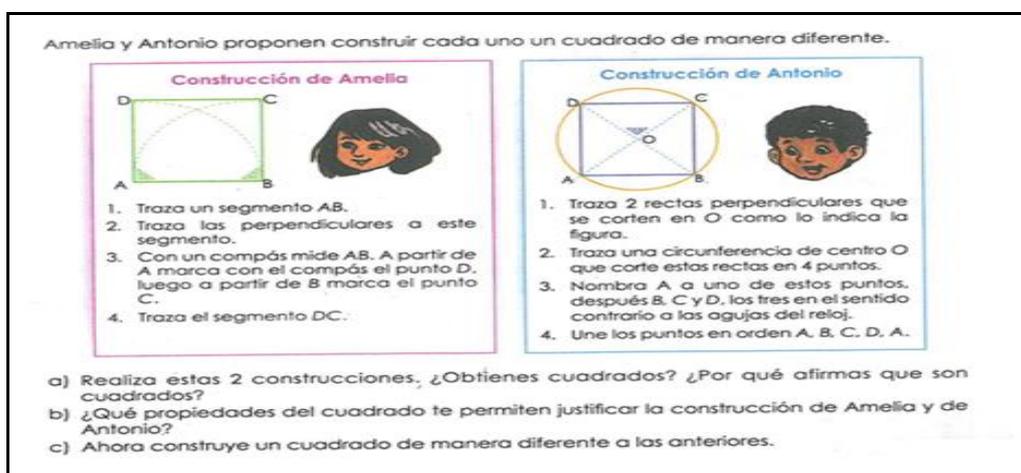
Fuente: Adaptado de Becerra (2015, p.102)

De todas las representaciones geométricas de los cuadriláteros que se encuentran en el capítulo 4 del libro de texto de quinto grado del año 2012, solo cinco de ellas están en posición diferente a la estándar.

De igual forma, se puede observar que, en el mismo libro de texto, solo existe un problema en el que se le pide al alumno construir un cuadrado presentando dos formas

de construirlo. Sin embargo, en los dos casos, el cuadrado obtenido como resultado también está en posición estándar o estereotipada. A continuación, se ve un ejemplo de lo antes mencionado.

Figura 8 - Construcción de un cuadrado



Fuente: Becerra (2015, p. 96)

Resultados del análisis

1. Existen diferentes formas de definir un mismo objeto matemático en los libros de texto presentados por el Ministerio de Educación del Perú.
2. Existen contradicciones con respecto a la definición del objeto matemático cuadrilátero en el libro de texto oficial del quinto grado de educación primaria desde el 2009 hasta 2012.
3. Las representaciones geométricas de los diferentes tipos de cuadriláteros se presentan en posición estereotipada o estándar.

Conclusiones

Las definiciones que se presentan en el libro de texto son el resultado de la transposición didáctica del saber sabio al saber para enseñar que se encuentran en los libros de texto. Por esta razón, los docentes debemos analizar y contrastar estas definiciones y no transmitir las a los estudiantes tal cual se encuentran en los libros de texto.

Agradecimientos

El presente artículo ha sido posible gracias al apoyo de la Maestría en Enseñanza de las

Matemáticas-Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Agradecemos al Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo (PRONABEC) que, mediante su beca “Presidente de la República”, permitió seguir estudios en la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Referencias

BECERRA, A. **Análisis de una organización matemática asociada al objeto cuadriláteros que se presenta en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.** Tesis de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, 2015.

CHEVALLARD, I. BOSH, M.; GASCÓN, I. **El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.** Barcelona: Horsori, 1997.

CHEVALLARD, I. **La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.** Edición Argentina, 1991.

GIL, A. **Cómo elaborar proyectos de pesquisa.** 4°. ed. Sao Paulo: Atlas S/A. Recuperado de: <https://evdpastpdf.files.wordpress.com/2015/05/gil-como-elaborar-projetos-de-pesquisa-pdf.pdf>

HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C. & BAPTISTA, P. **Metodología de la investigación.** México: McGraw-Hill Interamericana, 2010.

HELFGOTT, M. **Geometría plana.** Lima: Escuela Activa, 2009.

GONZALES, C. **Una praxeología matemática de proporción en un texto universitario.** Tesis de maestría en Enseñanza de la Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, 2014. Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5225/gonzales_hernandez_cintya_praxeologia_matematica.pdf?Sequence=1

LUCAS, C. **Organizaciones matemáticas locales relativamente completas Memoria de investigación de Diploma de Estudios Avanzados.** Universidad de Vigo. Recuperado de http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/DEA-CatarinaLucas_versi%20C3%B3n-preliminar.pdf

MARTINEZ, G.; PENALVA, M. Proceso de simbolización del concepto de potencia: Análisis de libros de texto de secundaria. **Enseñanza de las ciencias**, v. 24, n. 2, p. 285-297, 2006.

MORIENA, S.; SCAGLIA, S. Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. **Educación matemática**, v. 15, n. 1, p. 5-19, 2003. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515101>

PERÚ, MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Diseño curricular nacional de educación básica regular.** Lima Recuperado de:

<http://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/DisenoCurricularNacional.pdf>

PUERTAS, M. *Elementos*. Madrid Recuperado de:
[http://www.ict.edu.mx/acervo_ciencias_mate_Euclides%20I-IV%20-.pdf](http://www.ict.edu.mx/acervo_ciencias_mate_Euclides%20I-IV%20.pdf)