Generalização de padrões e tecnologias digitais: aportes sobre uma investigação em andamento[1]

GERSON PASTRE DE OLIVEIRA [2]

MARCOS LOPES DE OLIVEIRA [3]

Resumo

Este estudo apresenta componentes de uma pesquisa em fase inicial que procura entender como o professor da escola básica pode potencializar o aprendizado de álgebra, empregando problemas e/ou situações que envolvam a generalização de padrões como tema central. Neste sentido, a investigação tende a assumir um caráter de pesquisa qualitativa, com um delineamento experimental suportado pelos conceitos da Engenharia Didática. Em termos teóricos, encontrará suporte na Teoria das Situações Didáticas e nos autores relacionados à temática central, como Zazkis e Mason, por exemplo. A revisão da literatura aponta a possibilidade de empregar estratégias didáticas envolvendo atividades relacionadas à generalização de padrões utilizando tecnologias diversas, inclusive as de caráter digital, de modo a incentivar a reflexão, por parte dos sujeitos, acerca das formas pelas quais poderão envolver seus alunos em atividades que busquem a descoberta de padrões algebricamente válidos.
Palavras-Chave*: Educação Matemática; Generalização de Padrões; Tecnologias Digitais; Engenharia didática; Teoria das Situações Didáticas.*

Abstract

This study presents components of a research work in progress that seeks to understand how the elementary school teacher can enhance algebra learning by employing problems and / or situations that involve a generalization of patterns as the central theme. In this sense, the investigation tends to assume a character of qualitative research, with an experimental design supported by the concepts of Didactic Engineering. In theoretical terms, the investigation has support in Theory of Didactic Situations and in authors related to the central theme, such as Zazkis and Mason, for example. The literature review points to the possibility of using didactic strategies involving activities related to the generation of patterns using diverse technologies, including digital ones, in order to encourage a reflection on the ways in which the subjects will can involve their students in activities that seek to discover algebraically valid patterns.
Keywords: *Mathematics Education; Pattern generalization; Information and Communication Technologies; Didactical Engineering; Theory of Didactical Situations.*

Introdução

Procura-se tratar, no âmbito deste artigo, dos elementos relativos a uma pesquisa em desenvolvimento, ligada à dissertação de mestrado de um dos autores, e que se processa no âmbito do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP. A referida pesquisa se insere, mais especificamente, no contexto das

[1] Trabalho apresentado no V Encontro de Produção Discente dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Afins, realizado em 26 de novembro de 2016, *campus* Marquês de Paranaguá, PUCSP.

[2] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – gpastre@pucsp.br.

[3] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática –

investigações em andamento no âmbito do grupo PEA-MAT (Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática)[4].

Em relação ao processo de construção deste trabalho, entende-se, como Fiorentini e Lorenzato (2006), que o desenvolvimento de uma investigação em geral, e no contexto da Educação Matemática em particular, envolve um planejamento que deve refletir a busca do pesquisador por respostas às questões formuladas, de modo a alinhar, da melhor forma possível, encaminhamentos às eventuais hipóteses indicadas. É, sobretudo, um trabalho de múltiplas revisitas ao texto provisório e de reformulações em relação aos objetivos iniciais, os quais vão recebendo sucessivos refinamentos à medida que a investigação avança.

Os mesmos autores destacam a relevância da definição de um tema e a busca por uma problematização que justifique, contextualize e dê, aos procedimentos estruturados, o *status* de problema de pesquisa, movimento este que envolve, na maioria dos casos, a busca por fundamentos epistemológicos, didáticos, históricos e cognitivos que deem suporte à argumentação. A partir da definição do problema, então, alinham-se os movimentos pela busca relativa à revisão bibliográfica, aos suportes teóricos, aos procedimentos metodológicos, entre outros procedimentos relevantes. Justamente neste sentido, a ideia do problema de pesquisa assim pode ser definida:

> [...] cada problema surge da descoberta de que algo não está em ordem com o nosso suposto conhecimento, ou, examinando logicamente, da descoberta de uma contradição interna entre nosso suposto conhecimento e os fatos, ou, declarado mais corretamente, da descoberta de uma contradição entre nosso suposto conhecimento e os supostos fatos (POPPER APUD FIORENTINI E LORENZATO, 2006, p. 90).

De todo modo, pode-se pensar que a descoberta de novas possibilidades advindas do confronto entre o conhecimento atual e os fatos, na argumentação de Popper, pede o esforço em torno da consideração da complexidade dos elementos envolvidos no tema e no problema em si, e suas articulações. No caso da pesquisa que aqui se relata, a temática envolve a generalização de padrões e o uso de tecnologias digitais por professores da escola básica. De forma mais específica, pretende-se construir sequências didáticas envolvendo o trabalho com padrões algébricos e que serão investigadas por professores da escola básica, potenciais sujeitos da pesquisa, por meio

bortoliveira@uol.com.br.

[4]CNPq (Processo no. 477783/2013-9) e FAPESP (Processo no. 13/23228-7)

de interações mediadas por tecnologias digitais, como o Geogebra, o Microsoft Excel e o Logo, por exemplo. A questão que direciona esta trajetória, provisoriamente, pode ser especificada da seguinte forma: *quais avanços podem ser proporcionados no ensino do tema "generalização de padrões" na escola básica a partir do uso de estratégias didáticas com tecnologias digitais?*

No âmbito deste trabalho, entende-se, como em Oliveira (2013; 2015), que o uso de tecnologias digitais nos processos de ensino de matemática não representa um fim em si, mas um componente de uma estratégia didática que tem o conhecimento matemático a ser construído como foco. Esta visão influencia, entre outros pontos, a escolha das interfaces que comporão as atividades e os processos pelos quais os participantes de determinada atividade formarão, em relação aos dispositivos midiáticos envolvidos, configurações que representam coletivos de pessoas-com-tecnologias. Esta proposta é, por sua vez, inspirada nas ideias de Borba e Villarreal (2005), que mencionam que a construção do conhecimento matemático deve ser vista como produto das interações constituídas a partir de um coletivo de seres-humanos-com-mídias, de forma indissociável. Parte-se do princípio, também, de que o uso de tecnologias possibilita a reorganização do pensamento das pessoas em torno de novas possibilidades que vão além da mera substituição ou suplementação de seus recursos originais (Tikhomirov, 1981).

Este entendimento, relacionado às tecnologias digitais no trabalho de construção do conhecimento matemático, implica, também, na compreensão de que construção do coletivo descrito pelos autores supramencionados não dispensa o desenvolvimento de fluência em relação aos elementos tecnológicos envolvidos, tanto em relação ao funcionamento dos dispositivos presentes nas interfaces utilizadas como à lógica subjacente às distintas ferramentas (Oliveira, 2013).

Neste sentido, o trabalho que aqui se descreve levará em consideração, em seu desenvolvimento, a construção de problemas a serem solucionados por grupos de professores de matemática da escola básica, em conjunto com as tecnologias digitais mais apropriadas a cada tarefa. Os problemas, os quais, neste ponto, ainda estão em fase de elaboração, deverão permitir que os sujeitos reflitam, conjecturem e proponham respostas por conta própria, de acordo com o que recomenda a Teoria das Situações Didáticas (TSD), proposta por Brousseau (1986).

Assim, em relação a estas asserções, são alinhadas, nas próximas seções, as reflexões constituídas até o momento.

1. Generalização de padrões

Emprega-se, no contexto da matemática, a expressão “padrão” quando se quer referir à tentativa de encontrar regularidade, repetição e simetria, com propósito de compreender ordem ou estrutura (ORTON; ORTON, 1999). Assim, a ideia de padrão abrange repetições e mudanças, podendo ser entendida, na matemática escolar, não apenas como um tema a investigar, mas como um componente que perpassa por toda a trajetória de aprendizagem da disciplina (VALE, 2013).

Neste sentido, a generalização de padrões é, sem dúvida, um tema bastante esmiuçado em pesquisas e artigos acadêmicos que de alguma forma se debruçam sobre elementos da álgebra. A exploração deste tema, de modo geral, pode ser justificada pela importância atribuída a ele em todos os cenários de formação de pessoas que aprendem ou ensinam Matemática.

Neste sentido, os *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) indicam que os padrões formam o alicerce do pensamento algébrico e que, por meio de sua exploração, é possível envolver os estudantes em tarefas de identificação de relações e na percepção de generalizações. Desta forma, o referido documento propõe que o reconhecimento de padrões conste entre os objetivos de todos os níveis escolares.

Da mesma forma, para Mason (1996), por exemplo, construir conhecimentos que permitam, com desenvoltura, a expressão de generalidades é uma conquista sobremaneira relevante, uma vez que este saber é básico em relação ao desenvolvimento e consolidação do aprendizado sobre álgebra. O conhecimento desta natureza deve, entre outras possibilidades, habilitar um aprendiz a reconhecer a existência de padrões em seu cotidiano, perceber a generalidade envolvida nesta iniciativa e, sobretudo, prover descrições matematicamente válidas, do ponto de vista da correção, em um primeiro momento, e da formalidade, em um segundo (OLIVEIRA, 2008).

Esta ideia da centralidade do conhecimento acerca de padrões na aprendizagem de álgebra, em particular, e de matemática, de forma mais ampla, remete a uma trajetória que reconhece vários personagens, estes vistos como autores que defenderam este ponto de vista em suas investigações. Sobre este aspecto, Vale (2013) menciona que uma série de estudiosos já se referia à matemática como “ciência dos padrões” (p. 65). Entre eles, em uma recuperação de caráter temporal, de 1940 a 1991, a autora menciona Devlin, Steen, Sawyer e até, de certa forma, Hardy. É neste sentido que a autora menciona, repercutindo o trabalho de 1981 de David e Hersh, que "o próprio objetivo da matemática é, em certa medida, descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão" (VALE, 2013, p. 66).

Em relação a definições acerca da ideia, para Dreyfus (1991), generalizar é tirar como resultado ou induzir a partir de dados, para reconhecer particularidades comuns; ir de um caso particular para um caso geral e estender os domínios de validade de uma conclusão. Neste sentido, ainda, outras proposições devem ser destacadas: para Mason (1999, p.9), "a generalização tem a ver com a observação de padrões e com propriedades comuns a várias situações". Com o intuito de destacar a importância deste tema no desenvolvimento da aprendizagem, o mesmo autor indica que "a generalização é um batimento cardíaco da matemática. Se os professores não estão conscientes de sua presença e não têm o hábito de fazer com que os alunos trabalhem para expressar suas próprias generalizações, então o pensamento matemático não está ocorrendo" (MASON, 1996, p. 65).

Para Vale (2012), a generalização de padrões envolve pensamentos de ordem superior, o que inclui o raciocínio abstrato, o pensamento holístico, a visualização e a flexibilidade.

> A literatura descreve vários estudos, com alunos e com professores, que nos permitem concluir que as tarefas de padrões (e.g. de repetição e de crescimento, lineares e não-lineares, numéricos e figurativos), com as suas diferentes naturezas e contextos, tem-se revelado potenciadoras no desenvolvimento de capacidades de generalizar e em promover o pensamento algébrico e, em particular, o simbolismo que lhes está associado (VALE, 2012).

Para além das definições, interessa a esta investigação encontrar meios de apresentar a generalização de padrões a um grupo de sujeitos, professores da escola básica, por meio de problemas e atividades significativas[5]. Em relação à forma pela qual o trabalho com generalização de padrões pode ser realizado, então, várias propostas poderiam ser descritas, mas uma, em particular, interessa à esta investigação, justamente pelo fato de possibilitar a implementação de uma estratégia que inclui tecnologias digitais: trata-se da proposta indicada por Zazkis, Liljedahl e Chernoff (2007). Em seu texto, os autores

[5] A ideia de "problema significativo" aparece atrelada ao conceito de "bom problema", de Brosseau (1986), ou seja, um problema a partir do qual o aluno pode refletir, conjecturar, discutir e organizar soluções com autonomia.

mencionam, com base nos trabalhos de Mason (1996; 1999) que a generalização pode ser compreendida a partir da constituição de exemplos típicos, estratégia que encontra suporte na noção de “espaço de exemplos”, proposta por Watson e Mason (2005), e que se refere ao conjunto a partir do qual os exemplos são constituídos. Para estes autores, então, a eleição dos exemplos empregados na estratégia didática destinada a promover a generalização depende do contexto no qual as atividades relacionadas são definidas. No trabalho que descrevem os autores, envolvendo professores em formação, dois são os principais recursos orientadores das estratégias empregadas: o que chamam de “big numbers” (números grandes, o que envolve, inclusive, uma discussão de quais números poderiam ser assim classificados), e a variação numérica. No caso, ainda, da experiência definida por Zazkis, Liljedahl e Chernoff (2007), foi relevante incluir, segundo os autores, como uma das bases da proposta apresentada, alguns contraexemplos, de modo a auxiliar os aprendizes a refutar generalizações incorretas ou imprecisas.

Outra forma de trabalhar com o tema foi descrita por Oliveira (2008), ao revisitar a investigação descrita por Zazkis e Liljedahl (2002). O autor propôs que um grupo de pós-graduandos em Educação Matemática analisasse o mesmo problema aos quais os sujeitos da pesquisa original foram submetidos, que tem por base o exposto na Figura 1, uma matriz numérica com uma conformação peculiar.

FIGURA 1 – Matriz numérica

1	2	3	4	
	8	7	6	5
9	10	11	12	
	16	15	14	13
17	18	19	20	
...				

FONTE: Zazkis e Liljedahl (2002, p. 383)

Em relação à matriz mencionada, eram propostos, originalmente, os seguintes questionamentos:

> Como você pode continuar este padrão? (Ou: como você pode estender este arranjo, preservando alguma regularidade?);
>
> Suponha que você continue [o arranjo], indefinidamente. Existem números os quais você saberia "com certeza" onde colocar? Como você decidiria?
>
> Você pode prever onde o número 50 estaria? 150? E o 86? 87? 187? 392? 7386? 546?
>
> Em geral, dado um número qualquer, como se poderia prever onde o mesmo apareceria neste padrão? Explique a estratégia que você propõe (ZAZKIS; LILJEDAHL, 2002, p. 383).

Na abordagem diferenciada proposta por Oliveira (2008), os sujeitos puderam utilizar uma planilha eletrônica do Microsoft Excel, construída com fórmulas que visavam implementar a continuidade da referida matriz até um ponto qualquer, limitado ao tamanho da própria planilha em linhas. Além disso, outras fórmulas, que podiam ser editadas, indicavam o número que ocuparia certa posição da matriz, dadas suas coordenadas em linha e coluna. A partir, então, da manipulação da interface, os sujeitos propuseram respostas contendo a generalização solicitada, apresentando um nível de acerto mais acentuado do que no estudo original, e em um tempo consideravelmente menor. Entre as considerações do autor, ao relatar os resultados de sua pesquisa, deve-se considerar o papel exercido pelo trabalho dos pós-graduandos com o Excel:

> Entre as impressões surgidas no debate, grande parte dos integrantes do grupo concordou que a transposição para o contexto de TIC pode facilitar a atividade de generalização de padrões por parte do professor, na medida em que, ao buscar uma lógica que atenda à construção solicitada em um problema determinado, o professor engendra fórmulas computacionais e/ou configura ferramentas do programa que geram uma formalização, a partir da qual é possível criar uma formalização algébrica em forma de notação (OLIVEIRA, 2008, p. 309).

As construções efetuadas pelos sujeitos, segundo o autor, concorreram para diminuir o intervalo cognitivo, descrito como "tensão" por Zazkis e Liljedahl (2002), entre o pensamento algébrico e a notação equivalente. Desta forma, as reflexões abertas por Oliveira (2008), principalmente no que se refere à estratégia empregada com o uso de tecnologias, podem auxiliar na construção dos problemas que serão tratados pelos sujeitos da pesquisa que aqui se descreve.

Resta dizer, sobre o uso de problemas significativos para a investigação acerca da generalização de padrões, que este parece ser um caminho promissor, já que a abordagem em questão permite engajar os sujeitos em uma trajetória que prioriza o trabalho com experimentações e conjecturas. Na visão de Alvarenga e Vale (2007):

> Os problemas que envolvem a descoberta de padrões contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e para o estabelecimento de conexões entre diferentes temas matemáticos. Em particular, é um modo de envolver os alunos nalgumas das componentes fundamentais do pensamento algébrico como sejam o particularizar, o conjeturar, o generalizar e, eventualmente, o simbolizar das relações encontradas (p. 28).

As considerações feitas até aqui sobre o tema não esgotam o trabalho que será realizado ao longo da investigação em curso. Do ponto de vista do suporte teórico, além dos aportes relativos à TSD, alinhados inicialmente na próxima seção, resta a realização de mais ampla pesquisa bibliográfica acerca da generalização de padrões, o que deve envolver leituras e sínteses de pesquisas realizadas, expressas tanto na forma de teses e dissertações, quanto na de artigos e capítulos de livros. Um dos pontos a ser mais amplamente coberto por esta busca se refere à classificação dos processos de generalização, que podem encontrar propostas distintas, como a Dörfler (1991), cuja divisão abarca duas categorias (empírica e teórica), e a de Radford (2006), que alinha três categorias (factual, contextual e simbólica).

De todo modo, o tratamento didático das questões e o trabalho com os sujeitos pede, nesta e em qualquer outra investigação no âmbito da Educação Matemática, um arcabouço teórico e um direcionamento metodológico, elementos essenciais cujo delineamento inicial está descrito na próxima seção.

2. Aportes teóricos e metodológicos

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) formará o principal elemento teórico no qual se apoiarão os processos relativos à análise dos dados a serem coletados. Este constructo deverá dar conta de subsidiar as reflexões que terão lugar a partir do trabalho dos sujeitos com a resolução de problemas no âmbito das chamadas situações adidáticas.

Neste sentido, Brousseau (1986) defende o engajamento dos aprendizes nestas situações, que seriam aquelas em relação às quais não é dado perceber a intencionalidade didática do professor. Como um dos elementos primordiais da dinâmica subjacente, surge o processo de devolução, que consiste na propositura de um problema pelo docente e sua aceitação, em relação à responsabilidade pelo provimento de respostas, por parte dos aprendizes. Além disso:

> Deste ponto de vista, a propositura do problema prevê

> um contexto material, didático e teórico de caráter antagônico (o *milieu*), no âmbito do qual o processo investigativo do estudante segue por três dialéticas distintas: de ação, de formulação e de validação. O professor retoma o caráter didático da proposta quando se propõe a discutir e esclarecer sobre o estatuto do conhecimento matemático válido, o que se dá pela dialética de institucionalização (OLIVEIRA; MARCELINO, 2015, p.822).

Estes elementos da TSD serão adaptados, no âmbito da investigação, de modo a envolver os professores selecionados como sujeitos, já que se pretende que os mesmos percorram, no âmbito das tarefas, “um percurso investigativo, não direcionado pelo pesquisador, e mediado pelas tecnologias” (OLIVEIRA; MARCELINO, 2015, p.823).

Os esquemas experimentais que serão empregados com os sujeitos terão, por embasamento metodológico, a engenharia didática, método este baseado nas chamadas “realizações didáticas” em ambientes como os da sala de aula, ou seja, com base

> [...] na construção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e pelos modos de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste (ALMOULOUD, 2014).

Assim, as sequências didáticas que serão construídas para esta pesquisa deverão ser adequadas aos pressupostos supramencionados, ou seja, engajar os sujeitos em trajetórias autônomas constituição de conjecturas, de validações das mesmas, de revisitas às formulações iniciais, tendo o *milieu*, do qual as tecnologias farão parte, o elemento a partir do qual se espera que surjam as retroações capazes de consolidar a construção do conhecimento acerca do tema generalização de padrões. O arcabouço estrutural da engenharia didática será mobilizado para a organização dos esquemas experimentais almejados.

Considerações Finais

Como se indicou ao longo do texto, a investigação relatada neste trabalho está em progresso. Como próximas etapas, constam o aprofundamento da revisão bibliográfica e do referencial teórico, a organização mais detalhada das análises preliminares, a construção das sequências didáticas e a constituição das análises matemática e didática dos problemas envolvidos nas sequências, no âmbito das análises a priori. A partir deste ponto, será necessário eleger os sujeitos da pesquisa, providenciando as descrições acerca dos mesmos e do ambiente no qual trabalham e, eventualmente, exercem ações de formação continuada. Em seguida, de acordo com a metodologia adotada, virão as organizações das sessões para a coleta de dados, a partir das quais se concretizarão as experimentações, as quais, por sua vez, permitirão evidenciar as análises a posteriori.

Além disso, em atenção às recomendações de Fiorentini e Lorenzato (2006), já enunciadas no início deste texto, não se descartam as reorganizações e reconstruções acerca do problema de pesquisa, o que pode incluir refinar os objetivos, hipóteses e questões de trabalho.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: UFPR, 2014.

ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Quadrante**, XV, 1, 2007. pp. 27-55.

BORBA, M. C.; VILLAREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Ed. Springer, 2005. 229 p.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble, n.7.2, p.33-115, 1986.

DEVLIN, K. **Matemática, a ciência dos padrões**. Porto: Porto Editora, 2002.

DÖRFLER, W. Forms and means of generalization in mathematics. In: BISHOP, A. J. (Ed.). **Mathematical knowledge**: its growth through teaching (pp. 63–85). Dordrecht: Kluwer Academic, 1991.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, D. (Ed.) **Advanced Mathematical Thinking.** Dordrecht: Kluwer Academic, 1991. pp. 25-41.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

MASON, J. **Learning and doing mathematics**. York: QED, 1999.

MASON, J. Expressing generality and roots of algebra. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Eds.). **Approaches to algebra**: perspectives for research and teaching. Dordrecht: Kluwer Academic, 1996.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

OLIVEIRA, G. P.; MARCELINO, S. B. Estratégias didáticas com o software Superlogo: adquirir fluência e pensar com tecnologias em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v.17, n. 4, 2015. p. 816 – 842.

OLIVEIRA, G. P. Numerical representations and technologies: possibilities from a configuration formed by teachers-with-GeoGebra. **Educação Matemática Pesquisa**, v.17, n. 5, 2015. p. 897 – 918.

OLIVEIRA, G. P. Tecnologias digitais na formação docente: estratégias didáticas com uso do Superlogo e do Geogebra. VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática – CIBEM 2013. **Anais...**. Montevidéu: FISEM, 2013.

OLIVEIRA, G. P. (2008). Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 2, 2008. pp. 295 – 312.

ORTON, A; ORTON, J. Pattern and the approach to algebra. In: ORTON, A. (Ed.). **Pattern in the teaching and learning of mathematics**. London: Cassell, 1999.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: ALATORRE, S.; CORTINA, J.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (Eds.). 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. **Proceedings...** 1, 1-2. 2006.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Ed.). **The Concept of Activity in Soviet Psychology.** New York: M.E. Sharpe Inc., 1981. pp. 256 – 278.

VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. **Revemat**, v.8, n. 2, 2013. pp. 64 – 81.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, n. 20, 2012. pp. 181 – 207.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal no currículo. **Revista Educação e Matemática**. n. 85, 2005. pp. 14-20.

WATSON, A.; MASON, J. **Mathematics as a constructive activity**: learners generating examples. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2005.

ZAZKIS, R.; LILJEDAHAL, P.; CHERNOFF, E. J. The role of examples in forming and refuting generalizations. **ZDM Mathematics Education**. DOI 10.1007/s11858-007-0065-9. 2007.

ZAZKIS, R.; LILJEDAHAL, P. Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics**, n. 49, pp. 379-402, 2002.