Organização matemática na articulação de práticas de resoluções de sistemas lineares e posições relativas de retas no ensino superior

RENNE GARCIA PAIVA[1]

CELINA APARECIDA ALMEIDA PEREIRA ABAR[2]

Resumo

O artigo apresenta parte de resultados da tese de doutorado do autor, orientado pela questão: Como construir uma Organização Matemática que favoreça a conexão das práticas docentes entre o estudo das Posições Relativas de Retas e a Resolução de Sistemas Lineares? Para tentar respondê-la, um dos objetivos foi propor um Modelo Epistemológico de Referência, elemento da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard, que auxiliará na descrição e análise da Organização Matemática. Essa é composta por tarefas intermediárias elaboradas com o software GeoGebra. Concluímos que as tarefas possibilitaram considerar alguns aspectos referentes às restrições no GeoGebra, auxiliando na construção do Modelo para Resolução de Sistemas Lineares de duas equações e duas incógnitas sem solução, utilizando a técnica do Método Gráfico.
***Palavras-chave**: Organização Matemática; Sistemas Lineares; Retas.*

Abstract

The article presents part of the results of the doctoral thesis of the author, guided by the question: How to build a Mathematical Organization that favors the connection of teaching practices between the study of Relative Positions of Lines and the Resolution of Linear Systems? In order to try to answer it, one of the objectives was to propose an Epistemological Model of Reference, element of the Anthropological Theory of Didactics, by Yves Chevallard, who will assist in the description and analysis of Mathematical Organization. This is composed of intermediate tasks elaborated with GeoGebra software. We conclude that the tasks made it possible to consider some aspects related to the constraints in GeoGebra, assisting in the construction of the Linear Systems Resolution Model of two equations and two incognitos without solution using the Graphic Method technique.
***Keywords:** Mathematical Organization; Linear systems; Lines.*

Introdução

Este artigo apresenta resultados parciais da tese de doutorado do autor no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. A motivação da pesquisa foi a partir de um problema real docente, vivenciado durante as atividades laborais do pesquisador no Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) na Universidade Federal do Amazonas. Tal problema docente surgiu com a discussão sobre a possibilidade de unificação das disciplinas Álgebra Linear e Geometria Analítica, com intuito de diminuir a carga horária total do

[1] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Doutorando do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – rennegpaiva@gmail.com.
[2] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – abarcaap@gmail.com.

curso de Licenciatura em Ciências: Matemática e Física, considerando a adequação da Resolução CNE/CP nº 1, de 9 de agosto de 2017, que estabelece o prazo de três anos, a contar da data de sua publicação, para que os cursos de formação de professores, que se encontravam em funcionamento, se adaptem à Resolução CNE/CP nº 2 de 1º de julho de 2015, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada.

Além disso, tem-se percebido uma evasão no curso de Licenciatura em Ciências: Matemática e Física, pela falta de estímulo e *déficit* de aprendizado dos alunos, segundo relatos dos educadores das disciplinas de Álgebra Linear e Geometria Analítica. Nesse contexto, é preciso uma reflexão sobre qual é o foco do curso, uma vez que é necessário escolher quais conteúdos serão abordados, tendo em vista a diminuição do tempo no ensino, considerando a possível junção dos dois cursos.

Segundo Andrade (2012), o *fenômeno didático* relacionado com a desconexão do currículo no ensino escolar tem um papel estratégico na formação de professores, pois evidencia o problema oriundo da profissão e não do professor, e deve ser respondido coletivamente mediante a elaboração adequada da Organização Matemática em questão.

Garcia (2005) e Garcia e Higueras (2005) tratam a *atomização* dos objetos de estudo no ensino superior inserido na problemática da desconexão dos conteúdos na Matemática Escolar.

No livro didático de Boldrini (1986), que é utilizado como principal referência no IEAA na disciplina de Álgebra Linear, notamos que a técnica do Método Gráfico para Resolução de Sistemas Lineares se apresenta reduzida e sem conexão com o estudo das Posições Relativas de Retas, como também a ausência de conexões com outros tópicos matemáticos da Álgebra Linear.

No que tange a Geometria Analítica, notamos que o estudo das Posições Relativas de Retas é apresentado desarticulado com a Resolução de Sistemas Lineares no livro didático de Boulos (2005), adotado no IEAA.

Segundo Lucas et al. (2014) existem muitas outras restrições que vão além da estrutura das organizações matemáticas escolares, tais como, a interpretação da atividade matemática pelas instituições, que denominamos por modelo epistemológico dominante em tais instituições, e a forma de organizar o estudo das mesmas, que denominamos por modelo didático dominante.

Dessa forma, pretendemos propor e analisar práticas docentes que favoreçam a articulação do estudo das Posições Relativas de Retas e a Resolução de Sistemas Lineares.

Apresentaremos, na próxima seção, alguns elementos estruturantes necessários e que orientaram essa pesquisa, oriundos da Teoria Antropológica do Didático (TAD): *Organização Matemática e Didática*, *Problema didático na perspectiva da TAD*, *Modelo Epistemológico de Referência*, *Momentos Didáticos*, entre outros.

1 Elementos da TAD

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) é uma atividade de investigação de problemas humanos, que em nossa pesquisa constituiu o principal referencial teórico. A TAD foi desenvolvida por Yves Chevallard (1998, 2007, 2009), a partir da obra de Guy Brousseau (1998), e nos auxiliou principalmente com a noção de *Organização Praxeológica* ou *Organização Matemática* (OM), que responde a exigências práticas, fornecendo técnicas que resolverão problemas e viabilizarão a realização de tarefas.

A OM é qualquer atividade humana que realiza uma tarefa t de algum tipo T, usando alguma técnica τ, justificada por um *modo de pensar* - tecnologia θ, que, por sua vez, é argumentada por uma teoria Θ. Tal organização é a junção de dois blocos: *práxis* refere-se ao *saber fazer* de alguma tarefa, bloco técnico-prático [T / τ], e o *logos*, do grego, que significa *razão*, refere-se ao saber, bloco tecnológico-teórico [θ / Θ]. Em outras palavras, a OM relaciona-se ao próprio saber matemático (GASCÓN, 2011).

Paralelamente, surge a noção de Organização Didática (OD) com dois blocos, sendo o primeiro, a *práxis* das tarefas e técnicas didáticas. Depois, o bloco da razão *logos* sobre esta prática, constituído pelas tecnologias e teorias didáticas. A OD refere-se à *modelização didática* da OM, isto é, como será organizado o conteúdo matemático para ser ensinado. Além de modelizar a OM, o professor terá que conduzir a reconstrução da OM na sala de aula por meio de uma OD.

De acordo com Gascón (2011), um *problema didático* na perspectiva da TAD tem que ter referência de modo mais ou menos explícita de todas as etapas da Transposição Didática. Este deve conter uma *praxeologia* matemática suficientemente ampla, contendo a unidade mínima de análise dos processos didáticos.

Na constituição de um autêntico problema didático, de acordo com Gascón (2011), as dimensões do desenvolvimento de tal problema devem ser consideradas como características constitutivas e definidoras da noção de um problema didático e não consideradas como propriedades de uma análise *posteriori* de problemas didáticos previamente definidos ou estabelecidos.

Estruturalmente, o modelo proposto por Gascón (2011), do desenvolvimento de modo esquemático de um problema didático, não necessariamente histórico, que representamos simbolicamente por $\{[(P_0 \oplus P_1) \hookrightarrow P_2] \hookrightarrow P_3\} \hookrightarrow P_\delta$, sendo P_0 a formulação do problema inicial, denominado problema docente P_0 e o problema didático P_δ, que contém as três dimensões: dimensão Epistemológica P_1; a dimensão Econômica-Institucional P_2 e a dimensão Ecológica P_3. O símbolo $\oplus$ refere-se a P_0 por ser incompleto, sendo necessário adicionar ao menos a dimensão epistemológica P_1 para ser considerado um problema.

O símbolo $\hookrightarrow$ não deve ser interpretado como uma inclusão. Esse indica que cada uma das dimensões P_i é logicamente anterior às dimensões P_{i+1} ou pelo menos P_i vem antes de P_{i+1} em um desenvolvimento hipotético do problema. Dizemos que para uma formulação completa de P_{i+1} requer certa formulação prévia, mesmo que implicitamente, de P_i.

Por fim, P_δ é denominado problema didático e definido como uma formulação, contendo *as três dimensões fundamentais, as relações entre elas e algumas questões novas que não aparecem em nenhuma das dimensões anteriores*. (GASCÓN, 2011, p. 206, tradução nossa).

O *problema docente* P_0 foi o ponto de partida dessa pesquisa, originado do problema real vivenciado pelo pesquisador relatado anteriormente. Considerando que *os Sistemas Lineares podem ser explorados com uso da tecnologia, abrangendo a integração de alguns tópicos das disciplinas de Álgebra Linear e Geometria Analítica*, construímos um problema docente genérico P_0 de acordo com a noção do modelo padrão heurístico, da seguinte maneira:

P_0: *O que tenho que ensinar sobre resolução de Sistemas Lineares e Posições Relativas de Retas para os alunos do IEAA e como ensinar no escopo da Álgebra Linear e Geometria Analítica?*

Tendo em vista o problema docente enfrentado, a partir da formulação inicial do problema P_0 e considerando o tempo de dedicação para tais práticas, geramos nova formulação do problema docente:

$P_{0'}$: *De que forma podemos construir uma Organização Matemática que favoreça a conexão entre as práticas docentes do estudo das Posições Relativa de Retas e a Resolução de Sistemas Lineares?*

No que se refere à *dimensão epistemológica* P_1 nessa pesquisa, realizamos um estudo histórico-epistemológico do objeto Sistemas Lineares, objetivando entender como tal objeto se constituiu e consolidou sua razão de ser. Além disso, propomos *um Modelo Epistemológico de Referência* (MER) que, segundo Gascón (2011), surgiu da necessidade de explicitar o modelo epistemológico durante o desenvolvimento de um problema didático, na perspectiva da TAD, mesmo implicitamente com uma descrição e uma interpretação.

O MER é útil para estudar o saber antes que se transforme a ser ensinado. Assim, ao propor um MER, podemos construir e reconstruir as *praxeologias*, cuja difusão intrainstitucional e interinstitucional se pretende analisar, pois os mesmos devem ser comparados e revisados (GASCÓN, 2011).

As questões no âmbito da *dimensão epistemológica* P_1 são de certa maneira transparentes e não as consideramos de maneira explícita (GASCÓN, 2011). De acordo com o autor, se colocarmos a dimensão epistemológica de um problema didático como prioridade do foco de pesquisa, então se faz um esforço em explicitar o MER com questões relativas à forma e modo de descrever e interpretar os conhecimentos matemáticos.

O MER, segundo Gascón (2001), é constituído por meio de uma sucessão crescente de *tarefas* com, pelo menos, duas *técnicas* diferentes para uma *tarefa*, objetivando articular as OM por intermédio de uma OD, que pode ser (re)construída artificialmente em uma dada instituição como sendo o resultado final de um processo de ampliação e complementações progressivas que partem de uma OM com um tipo de tarefa e passa por uma série de *Organizações Matemáticas Intermediárias* (OMI), que são geradas sucessivamente por um determinado desenvolvimento evolutivo de questões problemáticas e dos tipos de tarefas associadas que decidimos ser *a razão de ser* de uma *tarefa* em uma instituição.

Nesse contexto, o processo de estudo das reconstruções das *tarefas* em uma instituição é orientado pela atividade Matemática que será possível realizar em cada uma dessas OMI e, em particular, pelas restrições específicas que aparecerão em cada uma delas e que evoluem à medida que o processo de ampliação progride (GASCÓN, 2001).

Para auxiliar na constituição do MER, consideramos a questão: *Como organizar tarefas que articulem as práticas de Posições Relativas entre Retas e Resolução de Sistemas Lineares?*

A *dimensão econômica-institucional* P_2 delimita *a unidade mínima de análise dos processos de investigação*. Questões da *dimensão econômica-institucional* P_2, de um problema didático, requerem previamente o estudo da *dimensão epistemológica* P_1 e estão em torno da pergunta: *Como estão atualmente as OM e as OD na contingência institucional?* (GASCÓN, 2011). Na tentativa de configurar a *unidade mínima de análise*, propomos antes um estudo histórico-epistemológico, com base em pesquisas sobre o objeto em estudo, a investigação de livros didáticos, projetos políticos pedagógicos de curso e planos de aula, entre outros documentos.

Segundo Gascón (2011), um problema didático está relacionado com a forma de organizar o estudo em certas OM, em determinadas instituições, e exige uma OD institucional. Analogamente à ideia do MER, o *Modelo Didático de Referência* (MDR) proporcionará descrever e analisar as características da OD expressa em termos da teoria dos *Momentos Didáticos,* permitindo descrever a dinâmica das OD (CHEVALLARD, 1998). Este deve estabelecer profunda relação com a característica do processo da OD e o produto da OM na atividade matemática institucionalizada (GASCÓN, 2001).

Para orientar a construção do MDR, consideramos a questão: *Como organizar práticas que articulem o estudo de Posições Relativas entre Retas e Resolução de Sistemas Lineares?*

A *dimensão ecológica* P_3 de um problema didático, conforme Gascón (2011), contém questões que estão em torno da seguinte pergunta: Como se constitui as OM e as OD em uma instituição e, em que condições são modificáveis dentro de um universo possível?

Chevallard (2009) propõe níveis hierárquicos de co-determinação didática entre as OM e suas correspondentes OD estruturadas em níveis sucessivos que surgem reciprocamente dependente entre as OM e OD: Civilização ↔ Sociedade ↔ Escola ↔

Pedagogia ↔ Disciplina ↔ Área ↔ Tema ↔ Questão. Cada nível contribui para determinar a *ecologia institucional* das OM e OD. A interpretação e estruturação das OM, em cada nível de hierarquia, condicionam as formas possíveis de organizar seu estudo. Reciprocamente, a natureza e as funções dos dispositivos didáticos existentes em cada nível podem determinar os tipos possíveis de OM que se possa reconstruir.

Nesta perspectiva, toda *questão,* neste caso matemática, que gera um processo de estudo em uma instituição, faz parte de um *tema* que pertence a um *setor,* o qual está incluído em uma *área* de uma certa disciplina. Se esta é a matemática, denominaremos de *níveis matemáticos*, em contraposição aos níveis que vão além da disciplina. Estes, denominados *níveis genéricos*, são considerados culturalmente como *níveis pedagógicos* no sentido de *não matemáticos*; entretanto, incluem restrições que possuem forte incidência na matemática escolar e, portanto, devem formar parte do objeto de estudo da Didática da Matemática (GASCÓN, 2011).

Na próxima seção, apresentaremos brevemente nosso referencial metodológico e como foi abordado nessa pesquisa.

2 Procedimentos Metodológicos: Momentos Didáticos

Percursos de Estudo e Investigação (PEI) estão relacionados com a implantação das condições necessárias para que a conexão das práticas docentes do estudo das Posições Relativas de Retas e a Resolução de Sistemas Lineares possam viver com a efetiva razão de ser nas instituições.

Com base em Chevallard (2005), consideramos olhar para condições e restrições para favorecimento da aprendizagem, propusemos a utilização do dispositivo didático, os PEI. Os PEI possibilitam reestruturar, modificar, corrigir e interpretar os modelos estudados mediante a progressiva ampliação das hipóteses sobre o sistema e a construção de outros modelos mais amplos e complexos.

Dessa forma, começaremos a investigar o desenvolvimento do problema didático, com uma OMI para integrar novas OM, em crescente complexidade, permitindo estabelecer critérios e procedimentos de delinear o desenvolvimento do problema didático, constituindo o MER.

Os procedimentos metodológicos para realização dessa pesquisa foram pautados nos *Momentos Didáticos* de Chevallard (1998). Tal teoria propõe seis momentos didáticos do processo de modelização de uma organização didática.

Os procedimentos metodológicos dessa pesquisa são definidos a partir dos momentos didáticos expostos a seguir, não necessariamente em ordem cronológica:

1° Momento da Pesquisa: é o encontro ou reencontro, a menos que fique na superfície do objeto matemático em análise, para situarmos como se apresentam as organizações matemáticas atualmente e a *razão de ser,* tal qual se encontram, realizaremos um estudo epistemológico, resgatando alguns breves aspectos históricos do objeto matemático: sistemas lineares.

2° Momento da Pesquisa: é o da exploração do tipo de tarefa T_i e da *elaboração da técnica* τ_i relativa a este tipo de tarefas e o estudo e a resolução de um problema vão sempre em conjunto com a criação de, pelo menos, um embrião de técnica (CHEVALLARD, 1998). Criamos conjecturas que determinam os critérios da exploração de técnicas, dos tipos de tarefas da OM, com intuito de construir o entorno tecnológico do tema estudado.

A partir da caracterização de elementos constituintes do entorno tecnológico nas organizações matemáticas de Resolução de Sistemas Lineares no Ensino Superior, escolhemos a técnica do *Método Gráfico* como possibilidade de articulação das práticas de Resoluções de Sistemas Lineares e as práticas do estudo da Posições Relativas de Retas.

3° Momento da Pesquisa: constituição do entorno tecnológico-teórico relativo a τ_i e esse momento tem inter-relação com cada um dos outros momentos, momento em que construímos o entorno tecnológico, a partir das conjecturas para análise da exploração de técnicas dos tipos de tarefas do livro didático escolhido.

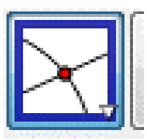
4° Momento da Pesquisa: é o do *trabalho da técnica*, para isso construímos as atividades com a tentativa de retocar a técnica nas tarefas constituintes de uma nova OM por intermédio do *software* GeoGebra e as possibilidades de tentativas de propor trabalhos de, pelo menos, um *embrião de técnica,* conforme o autor menciona no segundo momento.

5° Momento da Pesquisa: é quando distinguimos os elementos que participaram, mas não entraram na OM definitiva. Nesse momento, apresentamos a criação OM, a proposta das atividades e como se constituíram as técnicas para aplicação com os sujeitos da pesquisa.

6° Momento da Pesquisa: desenvolvemos as atividades com os sujeitos da pesquisa e analisamos os resultados. O sexto momento se articula com o quinto momento, que é o momento da avaliação.

3 Resultados Parciais

Conforme Almouloud e Bianchini (1996), os alunos apresentam dificuldade em encontrar as soluções de um sistema indeterminado porque acreditam que devem encontrar uma resposta numérica. Dessa forma, na tentativa de articular a aritmética com a geometria, propomos a tarefa para averiguar *saberes* referentes à realização do *trabalho da técnica* do Método Gráfico, por intermédio do GeoGebra com a sua interpretação geométrica do Sistema Linear de duas equações e duas incógnitas, conforme Quadro 1.

	Em um arquivo do GeoGebra, deixe visível a janela de álgebra e a janela de visualização.
Entrada	Digite na entrada cada uma das equações x+3y=7 e 3x+5y=9, teclando Enter em seguida. Escreva abaixo o que representa cada equação na janela de visualização.
	Encontre o ponto de intersecção das retas obtidas. Identifique na Janela de Álgebra as coordenadas desse ponto e escreva abaixo.

Quadro 1: Método Gráfico para resolver Sistemas Lineares de duas incógnitas e duas equações.
Fonte: o autor.

Para isso, consideramos as retas paralelas e distintas $2x + y = 1$ e $2x + y = 2$. Por um lado, procurando encontrar a intersecção das retas no GeoGebra, a janela de álgebra fornece a representação *A=?* que indica um conjunto vazio (Figura 1a).

Figura 1a – Limitação do GeoGebra no caso de intersecção de retas paralelas distintas.

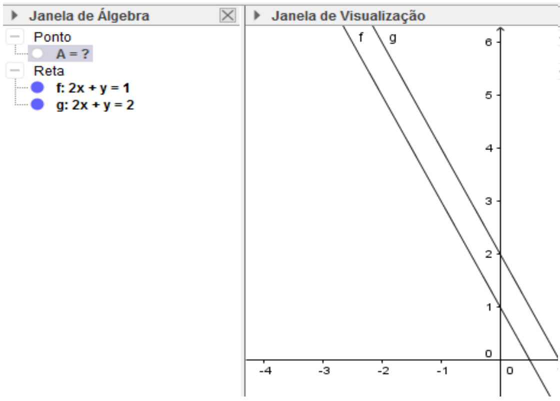
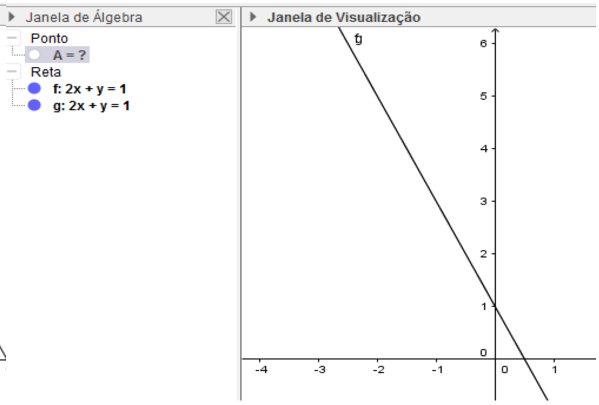


Figura 1b – Limitação do GeoGebra no caso de intersecção de retas paralelas coincidentes.



Fonte: Elaborado pelo autor com o GeoGebra.

Por outro lado, quando digitamos na caixa de entrada as retas paralelas coincidentes $2x + y = 1$ e $4x + 2y = 2$ aparece na Janela de Álgebra a mesma equação, o que pode gerar confusão no entendimento de equações equivalentes, uma vez que $2x + y = 1$ é equivalente a $4x + 2y = 2$. No entanto, como as retas são coincidentes, a intersecção não é um conjunto vazio. Além disso, o GeoGebra apresenta a equação das duas retas equivalentes como sendo $2x + y = 1$, isto é, a unicidade equação de uma reta. O que não é verdade, pois para uma reta existem infinitas equações (Figura 1b).

Considerações finais

Apresentamos uma pequena parte do *Modelo Epistemológico de Referência* que consideramos ao estruturar os Percursos de Estudo e Investigação da pesquisa com a abordagem metodológica adaptada da *Teoria dos Momentos Didáticos*. Tal abordagem possibilitou considerar a restrição apresentada na construção das atividades elaboradas com o *software* GeoGebra.

Após analisar os dados, concluímos que tais atividades propostas são importantes *tarefas intermediárias* para integrar e constituir um modelo, considerando as restrições mencionadas nesse artigo, quando utilizamos a técnica do *Método Gráfico.*

Pretendemos a partir dos resultados a serem obtidos, contribuir com a motivação de pesquisas que almejam uma estruturação consistente de metodologia que utilizam como aporte, a *Teoria Antropológica do Didático*.

Agradecimentos

Agradeço à Capes pela bolsa concedida.

Referências

ALMOULOUD, S. A.; BIANCHINI, B. L. O Erro Ligado ao Ensino Aprendizagem de Sistemas Lineares. In: **Anais do IV EPEM**. São Paulo: SBEM, 1996. p. 216-223.

ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores:** o caso da Geometria Analítica. Tese de doutorado. Belém: Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, Universidade Federal do Pará, 2012.

BOULOS, P; CAMARGO, I. **Geometria Analítica**: **Um tratamento Vetorial**. 3ª edição. Editora Pretince Hall do Brasil, 2005.

BRASIL, CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Parecer CNE/CP n. Resolução CNE/CP nº 1, de 9 de agosto de 2017 que estabelece o prazo de três anos, a contar da data de sua publicação, para que os cursos de *formação de professores* que se encontram em funcionamento. Brasília, 2017.

BROUSSEAU G. **La Théorie des Situations Didactiques.** Grenoble: La pensée sauvage, 1998.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. In: L'UNIVERSITE D'ETE. **Actes de l'Université d'été La Rochelle**. Clermont-Ferrand, France: IREM, 1998. p.91-118.

_____. La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire. In: DUCOURTIOUX, C.; HENNEQUIN, P.-L. (ed.). **La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire**. Paris: Publications de l'APMEP, 2005. p. 239-263.

_____. Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons. In: **IIe congrès international sur la TAD qui se tiendra à Uzès du 31 octobre au 3 novembre 2007**.

_____. **TAD face au professeur de mathématiques.** Toulouse: 2009.

_____. **On the Teaching of Linear Algebra:** The Obstacle of Formalismin Linear Algebra. Kluwer Academic Publishers, 2000.

GARCIA, F. J. **La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar**. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales. Tese de doutorado. Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén, 2005.

_____.; HIGUERAS, L. R. Mathematical praxeologies of increasing complexity: variation systems modelling in secondary education. In: **European Congress of Mathematics Education, 4. St. Feliu de Guixols**. Espanha, 2005.

GASCÓN, J. **Algunos Problemas de Investigación Relacionados Con la Práctica Docente del Profesor de Matemática** [Ponencia presentada en las XVI Jornadas del SI-IDM celebradas en Huesca]. Barcelona 2001.

_____. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n. 1, p.11-37, 2003.

_____. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico: El caso del álgebra elemental**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 14, n. 2, p. 203-231, 2011.

GEOGEBRA. Disponível em: <www.GeoGebra.org>. Acesso em: 06 Set de 2017.

LUCAS, C.; FONSECA, C.; GASCON, J. y CASAS, J. O Fenômeno Didático Institucional da Rigidez e a Atomização das Organizações Matemáticas Escolares. **Revista Bolema**, v. 28, n.50, p.1327-1347, 2014.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM. A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM**. Boletim SBEM**, n. 21, p. 1- 42, 2013.

WIEMAN, C; PERKINS, K. & ADAMS, W. Oersted Medal Lecture: Interactive Simulations for teaching physics: What works, what doesn't and why. **American Journal of Physics**, v. 76, p. 393-99, 2007.