

Uma engenharia didática para a formação continuada de professores polivalentes: o conceito de número

EMERSON BASTOS LOMASSO¹

SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI²

Resumo

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado que tem como temática a formação de professores polivalentes. A proposta é a participação de professores em atividades na perspectiva de uma Engenharia Didática. O estudo epistemológico aborda questões da construção do conceito de número e, em especial, sua dualidade intensionista e extensionista; o estudo cognitivista aborda a teoria de Piaget em confronto à de Dehaene. A parte empírica terá como metodologia a Engenharia Didática de 2ª Geração, que particulariza a produção de recursos pedagógicos e a formação de professores, aliada aos trabalhos desenvolvidos por Lee Shulman. Acredita-se que essa metodologia, aliada às concepções de Otte e Shulman, poderá contribuir na capacitação de professores, favorecendo o ensino e a aprendizagem na construção do conceito de número.

Palavras-chave: Número; Engenharia Didática; Formação de Professores.

Abstract

This article is a cut of a doctoral research whose theme is the formation of multipurpose teachers. The proposal is the participation of teachers in activities in the perspective of a didactic engineering. The epistemological study addresses issues of the construction of the concept of number, and especially its intensionist and extensionist duality; the cognitive study approaches Piaget's theory in contrast to that of Dehaene. The empirical part will have as methodology the 2nd Generation Didactic Engineering, which specializes in the production of pedagogical resources and teacher training, allied to the work developed by Lee Shulman. It is believed that this methodology, combined with the conceptions of Otte and Shulman, can contribute to the training of teachers, favoring teaching and learning in the construction of the concept of number.

Keywords: Number; Didactic Engineering; Teacher training.

Introdução

Nos últimos 200 anos, houve três grandes mudanças na Matemática: a arimetização da Matemática, a mudança na noção de axioma e a nova noção de objeto matemático (SCHÖN, 2006). Assim, vê-se significativo analisar as consequências cognitivas e didáticas dessas mudanças. Portanto, estudar a epistemologia do conceito de número é relevante para a Matemática e, por consequência, para a Educação Matemática, visto que a busca da sistematização desse conceito representou um avanço de muitos ramos

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Doutorando do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – elomasso@hotmail.com.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – sigliori@pucsp.br .

da Matemática (SCHÖN, 2006).

Houve muitos contrapontos históricos a respeito do conceito de número natural. Schön (2006) salienta o quão complexo e enriquecedor foi todo o contexto no qual ocorreu o desenvolvimento desse conceito.

Para Dedekind (1831-1916), o conjunto N dos números naturais é aquele conjunto que contém um elemento particular chamado zero, é munido de uma aplicação $S: N \rightarrow N$, chamada sucessor ou função de sucessão que satisfaz aos axiomas: S é injetiva; 0 não pertence a $S(N)$; N é a única parte de N contendo o zero e estável por $S(N)$ (SCHÖN, 2006).

Não menos importante, Peano também apresentou sua definição para números naturais por meio de cinco axiomas. A interpretação desses axiomas em termos de conjuntos equivale à definição apresentada por Dedekind. Entretanto, Peano buscou axiomatizar os inteiros numa linguagem formal e Dedekind, construir em termos de conjunto os números naturais (GUÉNARD, 1998).

Já para Russell, número é o que é característico de números, assim como homem é característico de homens. Uma pluralidade não é uma instância de número, mas de um número determinado, ou seja, número não pode ser confundido com pluralidade, mas, sim, com algo que é característico de certas coleções ou classes (SCHÖN, 2006).

A concepção de número natural e sua complexa conceituação implica na possibilidade do quanto esse objeto matemático é relevante. Segundo Fonseca (2005):

Quando analisamos processos matemáticos, descobrimos que na maioria das vezes eles se apoiam em dois conceitos fundamentais, o número e a função e que, o próprio conceito de função pode ser reduzido ao conceito de número. (FONSECA, 2005, p. 3)

Diante desse complexo cenário relacionado às inúmeras conceituações para número, a relação desse objeto com o seu ensino e aprendizagem não poderia ser diferente. Pesquisas mostram as dificuldades dos estudantes nos diversos níveis de ensino em relação ao conceito de número real (IGLIORI; SILVA, 2001; TALL; PINTO, 1996 *apud* FONSECA, 2010).

Para Otte (2003a), há que se buscar uma nova perspectiva para a conceituação de número. Para ele, as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem do conceito de

número são consequências da introdução tradicional dos números, que é geralmente apresentada nos diversos níveis de ensino (básico ou superior). Isso porque tal introdução apresenta algumas “desvantagens” para a aprendizagem, por exemplo, não possibilita uma construção de maneira uniforme ou geral dos números (dos naturais aos reais).

O ser humano apresenta uma capacidade de perceber variações de quantidades, ou seja, o senso numérico. Essa aptidão lhe é intrínseca e vem sendo analisada há tempos pela Psicologia e Neurociência. Este trabalho aborda a epistemologia do número e a sua construção dentro da teoria piagetiana.

Para Ferrari (2008), os estudos piagetianos sobre a construção do número partem da hipótese de que esse é decorrente do desenvolvimento da própria lógica e que ao nível pré-lógico corresponde um período pré-numérico. Ainda segundo esses estudos, esse conceito se organiza gradativamente e de acordo com os sistemas de inclusões (a hierarquia das classes lógicas) e relações assimétricas (as seriações qualitativas).

A noção de número natural e a forma com que esse objeto matemático é assimilado pela criança diante da relação ensino e aprendizagem será aqui compartilhada, tendo como outro foco norteador os estudos realizados por Michael Otte (2003) sobre a complementaridade. Para Otte (2003a), a noção de complementaridade é relevante para todo o estudo da fundamentação epistemológica da Educação Matemática.

Segundo Schön (2006):

Em Matemática e em outros campos da Ciência, a noção de complementaridade tem sido muito usada. Vários autores têm feito uso dessa noção, objetivando capturar os aspectos essenciais do desenvolvimento cognitivo e epistemológico dos conceitos científicos e matemáticos. Uma postura complementarista é induzida pela impossibilidade de definir a realidade matemática independente da atividade de conhecimento em si. (SCHÖN 2006, p. 34)

Este trabalho entende o conceito de número, assim como a relação dessa concepção com o ensino e a aprendizagem, como um objeto matemático que requer uma visão particular e detalhada. Visualiza também esse contexto como um campo muito amplo e relevante para ser investigado e que independe da abordagem, contribuindo bastante com os estudos em Educação Matemática.

1 Aprendendo o Número

O ensino do número tem sido alvo de muitas discussões no campo da educação matemática, dado o quanto é relevante esse conteúdo. Segundo Nogueira, Belline e Burgo (2007), antes do movimento da matemática moderna era predominante ensinar número a partir da habilidade de contagem com a sequência de palavras – número e também dando ênfase na leitura e na escrita dos numerais.

Para Panizza (2006), um dos enfoques arraigados na prática docente no ensino do número era o do ensino clássico. Nesse predominava ensinar os números aos poucos, um a um e na ordem em que a série numérica indicava. A escrita convencional dos números é central e, com isso, escrever linhas inteiras do mesmo número eram atividades consideradas fundamentais. Uma das ideias principais é que o conhecimento entrava pelos olhos, imitando e copiando. Com o movimento da matemática moderna, o ensino do número sofreu grande influência dos estudos desenvolvidos por Piaget e Szeminska (BELLINE; BURGO; NOGUEIRA, 2007). A partir de então, ensinar número corresponde à síntese classificação, seriação e correspondência termo a termo.

Ainda segundo Panizza (2006):

A noção de número a partir dessa concepção se entende como a síntese entre as operações de classificação e de seriação. Supõe-se que, com essas atividades lógicas, as crianças possam apropriar-se dos conhecimentos anteriores necessários para aprender o número. A ideia central é que “as crianças não podem utilizar os números no trabalho numérico”. Essa afirmação apresenta, então, a necessidade de uma etapa prévia pré-numérica – classificar, seriar, estabelecer correspondências termo a termo, por meio da qual os alunos construiriam a noção de número e sem a qual não poderiam utilizá-los. (PANIZZA, 2006, p. 45)

Ferrari (2008) corrobora com a visão acima. Segundo a autora:

Partindo da hipótese de que a construção do número é decorrente do desenvolvimento da própria lógica e que ao nível pré-lógico corresponde um período pré-numérico, Piaget afirma que o número se organiza gradativamente e de acordo com os sistemas de inclusões (a hierarquia das classes lógicas), e de relações assimétricas (as seriações qualitativas). (FERRARI, 2008, p. 42)

2 Teoria Piagetiana para a Construção do Número

A construção do número na teoria Piagetiana é composta por três fases. Por volta de um ano e meio, inicia-se a função semiótica, na qual a imitação e a aquisição de linguagem possibilitam as representações simultâneas. A segunda etapa chamada de operações concretas é marcada por envolver objetos de transformações reais. Na etapa das operações formais, a criança começa a relacionar-se diretamente com o necessário, a trabalhar com as hipóteses (FERRARI, 2008).

Em suas pesquisas, Piaget concluiu que para haver uma compreensão do conceito de número, a criança precisa estabelecer uma relação quantitativa entre determinados elementos e o número correspondente a essa quantidade. Para tanto, Piaget e Szeminska recorreram a quatro qualidades para que o número possa existir, ou seja, a conservação das quantidades, a correspondência termo a termo, a determinação do valor cardinal e do princípio ordinal. Assim, concluíram que essas qualidades de entendimento do número são construídas pela criança dos primeiros anos de vida até os 7/8 anos de idade (BURGO, 2007).

Contrapondo a teoria Piagetiana sobre a faixa etária para se aprender o conceito de número, Dehaene (1997) aponta que as crianças antes dos sete anos de vida têm muito que aprender sobre aritmética e que suas capacidades de conceituar levam tempo para se consolidarem. Entretanto, esse fato não impede que as crianças sejam desprovidas de capacidades numéricas antes de entrarem no maternal ou, até mesmo, antes do nascimento.

Para o autor, independentemente do tempo em que a criança solidifica o conceito de número, esse processo tem que ser tratado de forma especial, fato que gera contrapontos.

Segundo Kamii (1995):

Os professores, frequentemente, têm preocupação em ensinar aos seus alunos a contar, ler e escrever numerais, isso porque acreditam que eles irão aprender os conceitos numéricos. De certo as crianças devem “aprender a contar, ler e escrever numerais, mas muito mais importante é que ela construa a estrutura mental do número, pois, caso contrário, toda a contagem, leitura e escrita de numerais será feita apenas de memória (decorando)”. (KAMII, 1995, p. 40)

Assim, vê-se a relevância em compreender todo o processo de conceituação do número natural. Uma criança que não solidifica esse processo vai levar para sua vida estudantil uma equivocada compreensão de outros conteúdos matemáticos, em especial a capacidade de operar números. Para Nunes e Bryant (1997):

[...] o trabalho com os números e com o sistema de numeração na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental é muito importante porque se a criança não souber contar e, conseqüentemente, não compreender as regularidades do sistema de numeração, não irá operar, isto é, calcular, isso porque a contagem pode ser “a única forma de resolver determinados problemas”.
(NUNES; BRYANT, 1997, p. 36)

Para tanto, entende-se que as funções cardinal e ordinal são primordiais à conceituação do número, ainda melhor se ambas são tratadas de forma conjunta, fato que não é comum. O que se vê sempre é uma abordagem individual de cada uma e, em algumas situações, uma em detrimento da outra, como aponta Carvalho (2010):

[...] percebo que há ênfase no trabalho com a função ordinal em detrimento da cardinal, e, portanto, há a ilusão de que se a criança sabe recitar a sequência numérica ela tem a noção de número.
(CARVALHO, 2010, p. 26)

3 A Complementaridade e o Conceito do Número

As funções cardinal e ordinal que envolvem o conceito do número são abordadas tendo em vista uma dualidade entre elas, ou seja, uma função complementando a outra. Para ser mais específico, ela é classificada como uma noção de complementaridade.

Segundo Fonseca (2010):

O princípio de complementaridade foi formulado inicialmente pelo físico Niels Bohr, por volta de 1930. Bohr desenvolveu esse princípio para explicar fenômenos atômicos motivado pela independência entre a observação dos fenômenos e a realidade sensível. Acrescenta-se a isto a impossibilidade de conhecer simultaneamente, com uma precisão arbitrária, os valores de quaisquer duas variáveis conjugadas, como a posição e o momento de um elétron em sistemas mecânicos e também o fato de que a interação entre os objetos e os aparelhos de medição forma uma parte essencial do fenômeno físico. Bohr utilizou

o princípio de complementaridade para descrever aspectos gerais de significados epistemológicos e metafísicos de fenômenos atômicos e consequentemente da física quântica. (FONSECA, 2010, p. 77)

Em Matemática, destaca-se por adotar esse termo o filósofo e matemático Michael Friedrich Otte (1938). Segundo ele, a noção de complementaridade é adotada para analisar e explicar o desenvolvimento epistemológico e cognitivo de conceitos matemáticos, em especial a noção de conjuntos e números.

Ainda de acordo com Otte (2003a), a complementaridade relacionada ao número é concebida segundo os aspectos *intensional* e *extensional*, que não devem ser vistos não só como uma dualidade, mas como um complemento mútuo ao se conceituar número.

Para Abbagnano (1982, p. 144), entende-se como complementares de dois conceitos opostos que, porém, corrigem-se reciprocamente e se integram na descrição de um fenômeno.

Para Fonseca (2010), a noção de intensão de termos matemáticos explicita as relações entre classes e objetos matemáticos, assim como suas relações estruturais. Já a noção de extensão de termos matemáticos concerne à interpretação dos objetos matemáticos, assim como às aplicações, caracterizando modelos da teoria. Uma abordagem complementarista torna-se relevante em razão da impossibilidade de definir a realidade matemática independentemente de suas possíveis representações e da própria atividade cognitiva, de forma semelhante à caracterização dos fenômenos de Bohr (FONSECA, 2010).

Direcionando todo esse discurso sobre a complementaridade para a questão da construção do conceito do número, entende-se que tal abordagem pode servir para minimizar todo o processo que envolve este conteúdo, visto que a realidade na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental corresponde a uma coexistência de diferentes enfoques no ensino do conteúdo da matemática (PANIZZA, 2006).

4 O Ensino e a Construção do Conceito de Número

Entende-se por enfoques no ensino as diferentes práticas pedagógicas utilizadas para apresentar um conteúdo. De acordo com Panizza (2006):

Toda prática pedagógica está determinada por concepções sobre como

se ensina e como se aprende. Cada perspectiva reflete uma crença diferente sobre a natureza do conhecimento, do modo como se adquire o conhecimento e do que significa saber sobre alguma coisa. (PANIZZA, 2006, p. 43)

Falar em prática pedagógica remete em analisar o professor que a executa. Em se tratando da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, esse profissional recebe uma nomenclatura particular, o professor polivalente, ou seja, aquele cuja formação é generalista e a ele compete o ensino de todas as áreas de conhecimento (FERREIRA; LOPES; TRALDI, 2015).

Para Ferreira, Lopes e Traldi (2015), esses professores precisam ter uma relação positiva com a Matemática para que possam auxiliar na forte constituição de uma aproximação satisfatória das crianças com essa disciplina. Entretanto, segundo os mesmos, existe uma preocupação quanto à formação desses professores sustentada na relação negativa que muitos desses estudantes, no caso de Pedagogia, têm com a Matemática.

Curi (2004) ressalta:

No caso específico da formação inicial de professores polivalentes, que vão estabelecer os primeiros contatos dos alunos com os conhecimentos provenientes de várias áreas (como a Língua Portuguesa, a História, a Geografia, as ciências naturais, a Arte, a Matemática), à complexidade da formação agregam-se novos desafios, por exemplo, construir competências específicas para trabalhar com essas diferentes áreas de conhecimento. (CURI, 2004, p. 31)

Diante das abordagens supracitadas sobre o professor polivalente, nada mais coerente que elencar os conhecimentos pedagógicos que esses professores devem ter para administrar o exercício do magistério. Para tanto, tomar-se-á como referencial a teoria de Shulman (1992). Segundo Shulman (1992), a primeira categoria da base do conhecimento do professor é o conhecimento do conteúdo: o conteúdo, a compreensão e as habilidades a serem construídas pelos alunos (SHULMAN, 1992).

Ainda de acordo como Shulman (1992), existem três vertentes no conhecimento do professor quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la, que são o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento didático do conteúdo da

disciplina e o conhecimento do currículo.

Acredita-se que o primeiro desses conhecimentos, seja, para o perfil aqui estudado, o mais relevante, seguido do conhecimento didático do conteúdo da disciplina, pois diante da análise de Carraher (2002):

Se um professor sabe como se desenvolve o conceito de número na criança, ele poderá dirigir melhor os trabalhos de aprendizagem do número em sala de aula, entenderá melhor a participação de seus alunos neste trabalho e, conhecendo as razões de sucesso de uns e fracasso de outros, estará em melhores condições de descobrir meios para ajudar alunos com dificuldade. (CARRAHER, 2002, p. 9)

O conhecimento pedagógico do conteúdo – no caso, o número – é de particular interesse para todas as categorias, pois identifica os corpos distintos de conhecimento para o ensino. Além disso, representa a combinação entre o conteúdo e a didática e, para isso, o professor precisa organizar o conteúdo e, portanto, necessita compreendê-lo. Isso facilitará o docente a discernir e agir dentro de sala de aula (SHULMAN, 1992).

Direcionando a questão pedagógica do ensino do número, adentrar-se-á na teoria de Brousseau (1997), tal que o mesmo partiu da ideia que uma situação envolve uma pessoa, as circunstâncias em que elas se encontram e as relações que as unem a esse meio. Assim, Brousseau (1997) define as situações didáticas como as situações que servem para ensinar (BROUSSEAU, 1997).

Vê-se na teoria das situações didáticas mais uma proposta metodologia capaz de assessorar o professor de Matemática – em especial o polivalente – no ensino e aprendizagem do número. Entende-se que o professor integra uma categoria que necessita sempre estar se qualificando, ou seja, estar permanentemente em processo de formação.

5 Elementos Empíricos da Pesquisa

Esse trabalho fundamenta-se em uma proposta metodológica voltada para professores polivalentes, tendo como objeto de pesquisa a formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de estudo a construção do conceito do número natural. Para tanto, foi adotada a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Segundo Artigue (1988), a Engenharia

Didática se caracteriza como um esquema experimental baseado sobre as realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

Diante dessa metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática perpassa quatro fases: análises preliminares, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação e análise *a priori* e validação. Nessa última fase, faz-se necessária a confrontação entre a análise *a priori* e *a posteriori* para que seja feita ou não a validação. Segundo Machado (2015):

Há várias outras metodologias de pesquisa em didática. [...] A do tipo etnográfico, embora coincida com a engenharia didática na suposição de que o pesquisador se insere no locus da investigação, no que concerne às fases da pesquisa ela não admite uma análise *a priori*, no que se contrapõe à engenharia didática, onde a análise *a priori* é uma fase fundamental. As que se baseiam em métodos estatísticos diferem da engenharia didática pela validação. Na engenharia didática, a validação é interna, enquanto as do segundo tipo têm uma validação do tipo externo, isto é, utilizam métodos comparativos para validar seus resultados, ou seja, fazem uma comparação estatística entre os desempenhos dos grupos-controle e grupos-experimentais. (MACHADO, 2015, p. 236)

Há, na Didática da Matemática, uma discussão acerca de algumas diferentes concepções sobre Engenharia Didática. Essas se dividem entre Engenharia Didática Clássica ou de 1ª Geração, Engenharia Didática de 2ª Geração e Engenharia Didática do Percorso de Estudo e Pesquisa (PER) e de Domínios de Experiência. (ALMOULOU; SILVA, 2012).

Intuindo esse projeto como um modelo voltado à formação continuada de professores polivalentes, vê-se na Engenharia Didática de 2ª Geração o tipo mais propício para o progresso do mesmo. Tal conclusão baseia-se em Perrin-Glorian (2011), visto que, segundo a autora, a negociação de Engenharia Didática com professores é um meio de estudar como eles lidam com os conteúdos, identificando suas necessidades e o conhecimento que os mesmos têm da profissão e, diante disso, continuar o estudo da transposição didática (PERRIN-GLORIAN, 2011).

Dentro da Engenharia de 2ª Geração, a proposta da Engenharia Didática de Investigação

(IDR) é fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, com a intenção de avançar nos resultados da investigação, por meio de experimentações montadas em função da questão de pesquisa. Já para a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD), o objetivo é a produção de recursos para professores ou para a formação de professores (ALMOULOUD; SILVA, 2012).

Como o planejamento da IDD consiste em um curso de formação continuada para professores polivalentes, tendo como objeto de pesquisa a construção do conceito de número, a Engenharia Didática de Desenvolvimento ajusta-se nesse propósito. Assim, esta investigação foi direcionada, com base na metodologia supracitada, em produzir recursos para professores polivalentes voltados para o ensino do número; investigar as situações atuais dos professores, suas exigências, suas culturas e crenças sobre o ensino e a aprendizagem do número e também as possibilidades de adaptação das situações didáticas na sala de aula com os alunos, os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, necessários para a implementação das situações.

Considerações finais

Os argumentos sobre a teoria Piagetiana quanto à construção do conceito de número pela criança servem para elucidar o quanto é complexo todo o processo envolvendo este tema, assim como é profunda e diversa a metodologia usada para desenvolver esse assunto.

As pesquisas teóricas sobre o número, aqui retratada, revelam que a dificuldade na construção desse conceito não está restrita a compreender ou não todo o processo elencado por Piaget. Sobre isso repousam outras variáveis que certamente contribuem com esse cenário.

Por outro lado, são apresentadas conjunturas que vêm contribuir com uma mudança de paradigma diante de toda essa inquietação pela qual estão envolvidos o ensino e a aprendizagem do número. Dentre essas destacam-se as ideias de Shulman sobre a formação do professor e a complementaridade do conceito de número de Michael Otte. Acredita-se que uma associação entre essas duas concepções ampliará o entendimento do professor sobre tudo o que evolui sua prática docente e a relevância do objeto matemático “número”. Como consequência, o professor sentirá mais segurança para ministrar suas aulas e, em decorrência disso, propiciará a seu aluno um cenário mais

propício para a construção do conceito de número e para o aprendizado em Matemática.

Referências

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. 2. ed. São Paulo: Mestre Jou, 1982.
- ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1998.
- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem., v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012.
- BELLINE, M.; BURGO, O. G.; NOGUEIRA, C. M. I. A Construção do Conceito de Número na Perspectiva Piagetiana: o que pensam os professores. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 10, n. 3, p. 349-361, set. /Dez. 2007.
- BROUSSEAU, G. **La Théorie des Situations Didactiques**, 1997. Disponível em: <<http://perso.wanadoo.fr/daest/Pages%20perso/Brousseau.htm#ligne,4/01/2006>>. Acesso em: 01 jul. 2017.
- BURGO, O. G. **O Ensino e a Aprendizagem do Conceito de Número na Perspectiva Piagetiana**: uma análise da concepção de professores da educação infantil. Tese de doutorado. Maringá, Universidade Estadual de Maringá, 2017.
- CARRAHER, T. N. **Aprender Pensando**: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.
- CARVALHO, M. **Números**. Conceito e atividades para Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2010.
- CURI, E. **Formação dos Professores Polivalentes**: Uma Análise de Conhecimentos para Ensinar Matemática e de Crenças e Atitudes que Interferem na Constituição desses Conhecimentos. 2004. 197f. Tese (Doutorado), PUC-SP, São Paulo.
- DEHAENE, S. **The Number Sense**: How the Mind Creates Mathematics. New York: Oxford University Press, 1997. 274p.
- FERRARI, A. H. **O Senso Numérico da Criança**: formação e características. Tese de doutorado, São Paulo: PUC-SP, 2008.
- FERREIRA, A. C.; LOPES, C. E.; TRALDI, A. **A formação do professor que ensina matemática**. Aprendizagem docente e políticas públicas. Campinas: Mercado das Letras, 2015.
- FONSECA, R. F. **A Complementaridade entre os aspectos intensional e extensional na conceituação de número real proposta por John Horton Conway**. Tese de doutorado. São Paulo: PUC-SP, 2010.
- FONSECA, R. F. **Número**: O conceito a partir de Jogos. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2005.
- GUÉNARD, F. **Les Nombres**. Leur histoire, leur place et leur rôle de l'Antiquité aux recherches actuelles. Édition française. Librairie Vuibert: Paris, 1998.
- KAMII, C. **A criança e o número**. Belo Horizonte: Editora Papyrus, 1995.
- MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática**. Uma (nova) Introdução. São Paulo Educ., 2015.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Criança fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

OTTE, M. F. Análise de prova e o desenvolvimento do pensamento geométrico. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo: EDUC, v. 5, n. 1, p. 13-55, 2003a.

_____. **Complementarity, Sets and Numbers**. Educational Studies in Mathematics. Printed in the Netherlands: Kluwer Academic Publishers. v. 53, 2003b. p. 203-228.

PANIZZA, M. **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais. Análises e Propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingenierie didactique a l'interface de la recherche avec l'enseignement. Developpement de ressources et formation des enseignants. In: MARGOLINAS C. *et al.* (eds.) **En amont et en aval des ingénieries didactiques**. Grenoble: La Pensee Sauvage, 2011. P. 57-78.

SCHÖN, M. C. **Número**: reflexões sobre as conceituações de Russell e Peano. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2006.

SHULMAN, L. Renewing the Pedagogy of Teacher Education: The Impact of Subject – Specific Conceptions of Teaching. In: MESA, L. Monteiro; JEREMIAS, J. M. VAS. **Las Didáticas Específicas en la Formación del Profesorado**. Santiago de Compostela: Tórculo, 1992.