

Estudo da periodicidade a partir da modelagem matemática à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa

FELIPE DE ALMEIDA COSTA¹

SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI²

Resumo

Este artigo apresenta uma análise da produção de estudantes na resolução de uma situação problema envolvendo periodicidade. Participaram da resolução 40 alunos de uma turma de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo. O objetivo é investigar se a modelagem matemática aplicada ao fenômeno índice pluviométrico favorecer a aprendizagem sobre o tema de maneira significativa. O desenvolvimento da atividade envolve um organizador prévio, a modelagem do índice pluviométrico de uma cidade, em conformidade com a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e a Modelagem Matemática de Bassanezi. A situação problema abrangeu questões relativas aos índices de chuva e os problemas que a chuva podem trazer. As análises revelaram esses índices, na condição de organizador prévio, potencializa a aprendizagem dos estudantes no aprendizado de periodicidade.

Palavras-chave: Modelagem; Periodicidade; Aprendizagem Significativa.

Abstract

This article presents an analysis of the production of students in the resolution of a problem situation involving periodicity. 40 students from a high school class from a public school in São Paulo participated in the resolution. The objective is to investigate if the mathematical modeling applied to the pluviometric index phenomenon favors learning about the theme in a significant way. The development of the activity involves a previous organizer, the modeling of the pluviometric index of a city, in accordance with the Ausubel Theory of Significant Learning and the Mathematical Modeling of Bassanezi. The problem situation covered issues regarding rainfall rates and the problems that rain can bring. The analyzes revealed these indexes, in the condition of previous organizer, it potentiates the learning of the students in the learning of periodicity.

Keywords: Modeling; Periodicity; Significant Learning.

Introdução

Este artigo apresenta uma situação problema proposta a alunos do 3º ano do Ensino Médio, e fez parte de uma sequência de 13 atividades³. Como fundamentos metodológicos utilizamos as ideias da Modelagem⁴ para o ensino das funções trigonométricas seno e cosseno. A análise de aprendizagem dos sujeitos de pesquisa

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Mestrando do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – felipeacosta@prof.educacao.sp.gov.br.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – sigliori@pucsp.br.

³ Essas atividades tratam a aprendizagem das Funções trigonométricas, seno e cosseno a partir de fenômenos periódicos, aqui apresentamos uma dessas atividades.

⁴ Neste Trabalho utilizaremos o termo Modelagem como substituição do termo Modelagem Matemática.

norteou-se pela Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS⁵).

A situação problema selecionada associa o índice pluviométrico de uma cidade às ideias de período, pois o índice pluviométrico tem as mesmas características das funções trigonométricas e a periodicidade. A escolha desse fenômeno se deu, pois, os sujeitos de pesquisa vivem em um município de São Paulo que apresenta “muitas chuvas” durante o ano e essas causam desastres vivenciados por ele. Desse modo, esse fenômeno é parte integrante da vida dos alunos, assim o fenômeno é considerado significativo para ser modelado e estudado, e, poderia ser tomado como um subsunçor para o estudo das funções trigonométricas.

Para a elaboração da sequência de atividades assumimos o entendimento de Barbosa (2011) que descreve três maneiras de implementar a modelagem e em uma delas, a utilizada nesta pesquisa, o professor elabora toda a situação a ser modelada, desde que seja real, e fica a cargo dos alunos a resolução da situação problema.

1 Aporte teórico: Teoria da Aprendizagem Significativa

As diversas pesquisas de Ausubel são concentradas principalmente no aprendizado que acontece na sala de aula, dando conta das relações estabelecidas entre um novo conhecimento com as ideias anteriores dos educandos (conhecimentos prévios). Assim essa teoria identifica como acontece essa organização de ideias e as suas relações, segundo o que é proposto por Moreira (2010).

Moreira (2010) ressalta que o conhecimento prévio não deve ser confundido com a matéria ou conteúdo ensinado anteriormente, o conhecimento prévio é todo e qualquer conhecimento significativo internalizado na estrutura cognitiva do aluno.

Segundo Santos (2014), a teoria de Ausubel é uma teoria construtivista, pois tem como característica formar o novo conhecimento estruturado em conhecimentos anteriores do aluno. Assim, nessa teoria, o aprendiz é um sujeito, protagonista do seu próprio processo de aprendizagem, alguém que vai produzir a transformação que converte em conhecimento próprio.

Para Ausubel et al. (1980), essa construção, pelo aprendiz, não se dá por si mesma e no vazio cognitivo, mas a partir de situações nas quais ele possa agir sobre o objeto de seu conhecimento, pensar sobre ele e buscar as respostas da sua vivência.

⁵ Teoria da Aprendizagem Significativa.

Assim esse autor classifica dois tipos de aprendizagem: i) a mecânica, que é a aprendizagem em que não ocorre um diálogo lógico e claro entre as novas ideias e as já existentes na estrutura cognitiva do sujeito e ii) a significativa, em que o sujeito consegue estabelecer relação entre o novo conhecimento e os conhecimentos que ele já tem.

Para ocorrer a aprendizagem significativa eficazmente em um indivíduo são necessárias duas condições, segundo Moreira (1999, p. 154):

- a) a participação ativa do aluno no aprender: se o indivíduo quiser memorizar o material e nunca de modo não arbitrário e literal, então haverá aprendizagem mecânica;
- b) a importância do material escolhido não arbitrário ser potencialmente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do material, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz deve fazer essa varredura dos materiais apontando o que tem significado ou não para si próprio.

Por conseguinte, o desafio do professor nessa teoria é propor situações nas quais o aluno consiga colocar em jogo os seus conhecimentos e aprenda significativamente o novo saber.

Os autores Moreira e Buchweitz (1993) consideram que essa aprendizagem significativa ocorre quando há um diálogo da nova informação com os subsunçores, ancorado em conceitos e proposições relevantes, que já fazem parte da estrutura cognitiva do educando. Os subsunçores são as bases de uma aprendizagem significativa, ou seja, os seus conhecimentos já estabelecidos na estrutura.

Assim, a TAS indica que para aprender alguma coisa é preciso já saber alguma coisa, logo o conhecimento não é gerado do nada, é uma permanente transformação a partir do conhecimento existente (MOREIRA; BUCHWEITZ, 1993).

Com isso, à medida que se vai aprendendo o conceito, esse vai se tornando cada vez mais elaborado, mais diferenciado, e assim é capaz de servir de âncora para a atribuição de significados a novos conhecimentos. Esse processo característico da dinâmica da estrutura cognitiva chama-se diferenciação progressiva (MOREIRA; BUCHWEITZ, 1993).

Ausubel et al. (1980) apresenta que para aprender um conceito esse já deve ser

relacionável com um conceito já estabelecido na estrutura cognitiva do aprendiz, e caso esses conceitos não sejam suficientes para aprender o novo conceito, o professor deve criar situações para fazer uma ponte cognitiva entre o conhecimento anterior e o novo.

Essa ponte cognitiva é chamada pelo autor de organizador prévio do conhecimento, que pode ser: um texto introdutório do assunto, uma atividade ou uma sequência didática, desde que essa consiga fazer o aluno relacionar os conhecimentos novos com os antigos. Vale ressaltar que esse organizador não substitui os conhecimentos necessários para aprender o novo conceito. Assim se o aprendiz não tiver os conhecimentos necessários, o novo conceito não será aprendido.

2 Aporte Metodológico: Modelagem Matemática

A Modelagem pode ser compreendida como uma metodologia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade, e tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diferentes áreas da Ciência, com o propósito de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do “modelo comum” de ensino, visto que, por meio da modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1987, 1992)

No entender de Bassanezi (2015), a Modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Na prática docente, percebemos que a Modelagem tem como principal característica, promover situações em que o estudante assimile conhecimentos matemáticos a partir de situações reais. No entanto, há diferentes concepções sobre como aplicar a Modelagem no ensino. Para Bassanezi (2015?) e Burak (1992?), os estudantes devem indicar os temas geradores e o professor a partir dessas escolhas, deve auxiliar os estudantes a buscar soluções matemáticas para o problema selecionado. Para Beltrão (2009) e Sadovsky (2010), a escolha do tema pelos alunos pode dificultar na medida em que na escola há um programa para seguir.

De acordo com Burak (1992) e Bassanezi (2015), a escolha do tema que vai gerar a construção de um modelo matemático deve ser atribuição dos alunos. Para isso, o conjunto de conhecimentos prévios deve orientar o caminho a seguir nesse processo de

construção. Em contraposição, Beltrão (2009), assumindo aspectos de sua prática, indica que os conhecimentos prévios, o prazo fixado previamente para construir o programa do curso e as exigências da instituição se constituem em obstáculos para frutificarem as orientações de deixar ao encargo do aluno a escolha do tema no processo de Modelagem.

Embora haja essa diferença entre a atribuição da escolha do fenômeno, há convergência para o entendimento que, a Modelagem tem como característica, promover que o estudante busque as soluções dos problemas a partir de seus conhecimentos prévios, mobilizando diferentes conhecimentos para criar estratégias de resolução, avaliação e reflexão sobre o problema estudado.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) explicitam que em Modelagem o sujeito do processo cognitivo é o aluno. Cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios. Bassanezi (2015) considera que a utilização da Modelagem na Educação Matemática valoriza o “saber fazer” do estudante e desenvolve sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em seus diferentes contextos de aplicações, a partir da realidade de seu ambiente.

Assim, a Modelagem contempla um dos principais objetivos do ensino que é o aprender a aprender, ou seja, fazer com que o estudante aprenda a buscar soluções para as mais diferentes situações.

Do ponto de vista de Barbosa (2001), a Modelagem trata-se de uma oportunidade para que os alunos indaguem situações por meio da Matemática, sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento, sendo que, os conceitos e as ideias matemáticas exploradas dependerão do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem uma atividade proposta.

Segundo o autor, a Modelagem é um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.

O entendimento de Modelagem, apresentado por Barbosa (2001), privilegia situações com circunstâncias que as sustentem, como por exemplo: o crescimento de uma planta, o fluxo escolar na escola, a construção de uma quadra de esportes, o custo com propaganda de uma empresa, a criação comercial de perus, o sistema de distribuição de água num prédio e outros. Esses são alguns exemplos possíveis, sendo que, nesse

contexto, teremos pouco interesse em situações fictícias elaboradas artificialmente - chamadas por SKOVSMOSE (2000, apud BARBOSA, 2001) de semi realidade - para atender aos propósitos do ensino de Matemática. Isso não quer dizer que elas não possam envolver os alunos em ricas discussões; podem e devem integrar o Currículo. Apenas, tal como as investigações de Matemática pura, não se enquadram confortavelmente na perspectiva de Modelagem que são sustentadas por Barbosa (2001).

Convém ressaltar que existe uma relativa distância entre a Modelagem e a maneira que o ensino tradicional enfoca problemas de outras áreas, pois o ambiente de aprendizagem de Modelagem, baseado na indagação e investigação, busca estabelecer relações com outras áreas e o dia a dia, e o ensino tradicional traz situações idealizadas, que podem ser diretamente abordadas por ideias e algoritmos sugeridos pela exposição do professor.

Na análise dos estudos sobre Modelagem, nacional e internacional, é possível classificar os casos de três formas distintas, segundo Barbosa (2001, p. 8-9):

- 1) Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.
- 2) Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.
- 3) Caso 3. A partir de temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações problema.

Com base na argumentação do autor, nos três casos de Modelagem supracitados, o professor é concebido como “coparticipe” na investigação dos alunos, dialogando com eles acerca de seus processos.

3 Organização da atividade

Apresentamos aqui a situação problema e a intencionalidade que temos ao aplicá-la,. Esse estudo se faz necessário pois, na TAS, o professor deve organizar a atividades para os alunos de tal maneira que ela estruture novos conceitos, além de ser relacionável

com a estrutura cognitiva do aprendiz. Sendo assim, entendemos que é necessário que o professor estude a atividade antes de aplicar aos alunos e desse modo, perceba se ela é suficiente para chegar ao que se espera do aluno.

Como informado na introdução esse é um recorte de uma sequência e aqui apresentaremos uma atividade que associa o índice pluviométrico de uma cidade as funções trigonométricas seno e cosseno.

Para o aluno, a atividade tem como objetivo: compreender que o índice pluviométrico de uma cidade também é um fenômeno periódico, e assim a necessidade de associá-lo às funções trigonométricas que serão ensinadas posteriormente. O aluno também terá como objetivo, entender que a Modelagem relaciona o conhecimento de conceitos matemáticos às situações reais. O uso dessa situação vai ao encontro das ideias de Barbosa (2011) que descreve que na Modelagem devemos privilegiar situações reais às situações fictícias.

4 A atividade

A cidade de Itapequerica da Serra é localizada em uma região de São Paulo e por estar em uma área de serra apresenta como características, moradores residindo em encostas de morros. Por ocasião das épocas de chuvas é comum observar na cidade uma série de desmoronamentos, como o último ocorrido em dezembro de 2015.

Deslizamento deixa três mortos em Itapequerica da Serra

Deslizamento atingiu três casas e sete pessoas foram soterradas. Chuva forte atingiu região metropolitana de São Paulo neste sábado.

De 01 São Paulo



Um deslizamento em **Itapequerica da Serra**, na Grande São Paulo, provocou três mortes. Sete pessoas foram soterradas na noite deste sábado (26), de acordo com o Corpo de Bombeiros, mas uma vítima ainda não foi encontrada e as buscas continuam. Dez equipes com 35 homens foram enviadas para atender a ocorrência.

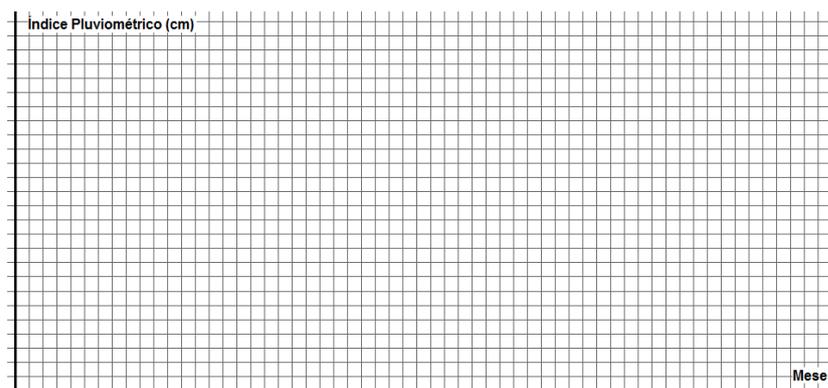
Fonte: **Globo.com**

A defesa civil do município costuma medir, diariamente, o índice pluviométrico da cidade como mostra o quadro a seguir:

2014		2015	
Mês	Índice médio (cm)	Mês	Índice médio (cm)
Janeiro	6,4	Janeiro	9,2
Fevereiro	5,8	Fevereiro	6,2
Março	6,6	Março	5,2
Abril	2,2	Abril	0,9
Maio	0,2	Maio	1,2
Junho	0	Junho	0,2
Julho	0	Julho	3,1
Agosto	0,3	Agosto	0
Setembro	1,3	Setembro	4
Outubro	3,3	Outubro	3,5
Novembro	2,4	Novembro	5,5
Dezembro	7,7	Dezembro	11,8

Fonte: Defesa Civil do Município

A partir desse quadro construa um gráfico de barras e responda às seguintes questões:



1. O que foi possível perceber em relação aos meses e o índice pluviométrico? Explique.
2. Seria possível a prefeitura do município prever as épocas de desmoração e assim fazer intervenções? Explique.

Nesses itens 1 e 2 da atividade, buscamos ativar os conhecimentos prévios dos alunos sobre a chuvas para que eles construam o gráfico e observem a periodicidade do fenômeno e que consigam perceber a importância de um modelo matemático,

demonstrando que o modelo pode auxiliar na previsão de acontecimentos e facilitar ações de intervenção.

Na atividade, relacionávamos a problemática que acontece no município de Itapecerica da Serra que é o deslizamento de terras que atinge inúmeras casas, em épocas de chuva, fazendo com que a defesa civil tenha o seu trabalho ampliado, nessas épocas. Para a realização dessa atividade, os alunos deveriam fazer um gráfico com o uso do índice pluviométrico da cidade em questão.

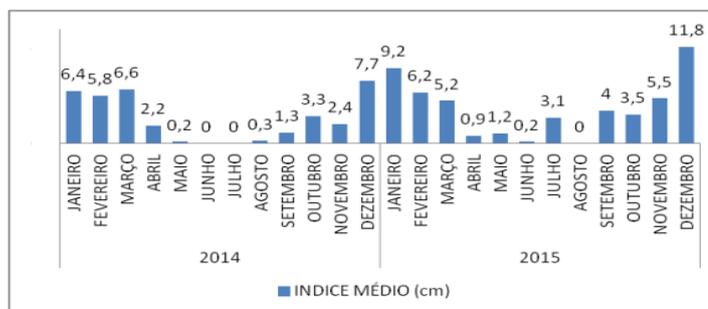
5 Análise da Atividade

A atividade foi aplicada a 40 alunos, com os alunos em grupos de 8, para a resolução. Por questões do espaço destinado a este artigo, analisaremos apenas algumas respostas dadas pelos alunos, considerando que elas são suficientes para expor a aprendizagem dos mesmos.

Ao realizarem a leitura do exercício e na construção do gráfico foi perceptível um grande envolvimento dos alunos, dado ao fato que os mesmos moram no município ou em regiões próximas. Bassanezi (2015) e Barbosa (2001) destacam em seus textos que para um processo efetivo de Modelagem, o aluno deve trabalhar problemáticas próximas a sua realidade. Já Ausubel et al. (1980) identificam que para a aprendizagem ser significativa o aluno deve se reconhecer no novo aprendizado.

Na construção do gráfico de barras esperávamos que os alunos fizessem gráficos semelhantes à Figura 1.

Figura 1 - Dados Esperados pelo professor

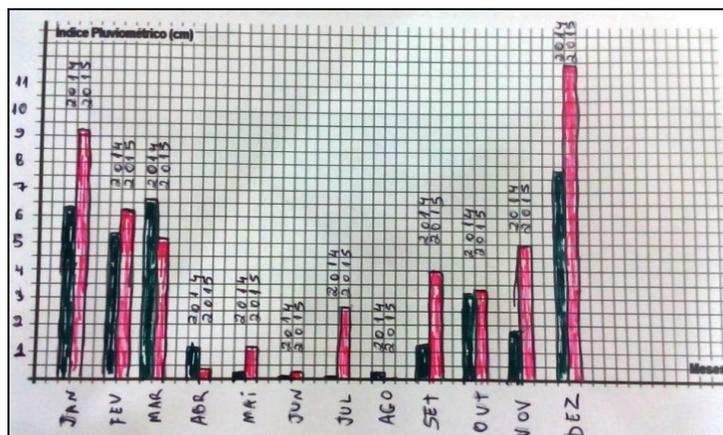


Fonte: Autores do trabalho

Ao realizarem as atividades, todos os grupos fizeram a construção de um gráfico comparativo do mês, ou seja, no mês de janeiro colocavam os dados de 2014 e 2015, em fevereiro e nos meses subsequentes, eles usaram o mesmo formato como é mostrado na

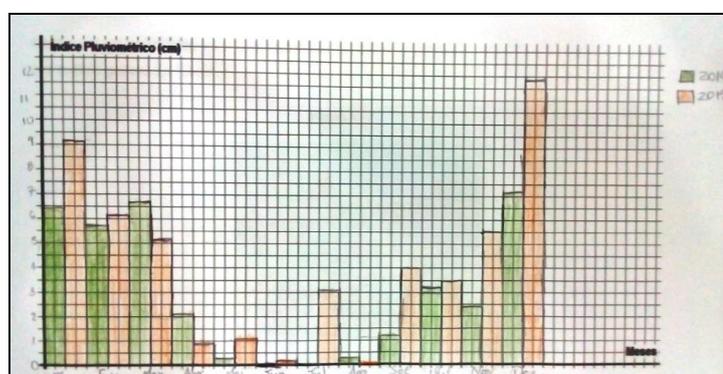
Figura 2.

Figura 2 - Protocolo da atividade: Grupo 1



Fonte: Autores do trabalho

Figura 3 - Protocolo da atividade: Grupo 5



Fonte: Autores do trabalho

Ausubel et al. (1980) compreendem que o aluno representa aquilo que entende da proposta apresentada pelo professor, e que essa representação é a sua verdade do conhecimento que ele entendeu, se o professor invalida essa representação, pode gerar uma tendência do aluno a uma aprendizagem mecânica, assim é necessário que o professor reavalie o seu esperado. Analisando a construção por parte dos grupos de alunos foi observado que todos eles fizeram a representação correta, no entanto na representação feita por eles não é simples perceber o ciclo das chuvas, ainda assim, eles demonstraram ver os períodos, nesse sentido, acreditamos que na construção esperada era mais significativa entender esses períodos. Entendemos que a aprendizagem é singular e cada um associa o conteúdo a sua maneira. Após essa construção, eles

responderam duas questões.

As questões foram respondidas como o esperado por todos os grupos, em geral eles apresentaram respostas semelhantes, destacando que o maior índice de chuvas ocorre nos meses finais e iniciais do ano (verão) e o menor índice acontece no meio do ano (inverno). Dessa maneira eles evidenciam que a prefeitura do município teria condições de fazer intervenções para os casos de desmoronamento. Ficou demonstrado que a atividade atingiu o objetivo (reconhecer a periodicidade) e fez com que os alunos percebessem que as chuvas também ocorrem em ciclos, e, dessa maneira é possível “modelar” estratégia para minimizar os problemas que ocorrem com as chuvas nessa cidade. Outro ponto importante de destacar na atividade 2 (itens 1 e 2) é que por mais que o gráfico não fosse o esperado pelo professor/pesquisador, os alunos foram capazes de responder com qualidade os itens propostos. As Figuras 4 e 30 evidenciam as respostas dos grupos.

Figura 4 - Protocolo da atividade: Grupo 3

<p>1. O que foi possível perceber em relação aos meses e o índice pluviométrico? Explique.</p> <p>pode-se perceber que nos meses do início do ano o índice pluviométrico quase não existe, as chuvas ocorrem em grande quantidade no verão enquanto que no inverno quase não há chuvas.</p>
<p>2. Seria possível a prefeitura do município prever as épocas de desmoronamento e assim fazer intervenções? Explique.</p> <p>Certamente, visto que as chuvas são distribuídas em determinada situação do ano, ou seja, neste período está mais propenso sujeito as situações de desmoronamento.</p>

Fonte: Autores do trabalho

A modelagem nessa atividade fez com que os alunos questionassem as ações políticas do município, e perceberam que os órgãos públicos deixam de realizar intervenções para minimizar os problemas da população. Essa percepção está de acordo com Bassanezi (2015) que evidencia que a Modelagem pode fazer com que o aluno seja mais crítico e reflexivo nas situações que ocorrem em seu meio.

Figura 5 - Protocolo da atividade: Grupo 4

<p>1. O que foi possível perceber em relação aos meses e o índice pluviométrico? Explique.</p> <p><i>Que os maiores índices pluviométricos foram registrados no período de férias, nos primeiros e últimos meses do ano.</i></p>
<p>2. Seria possível a prefeitura do município prever as épocas de desmoronamento e assim fazer intervenções? Explique.</p> <p><i>De certa forma sim, pois partindo do princípio de que os maiores períodos de chuva foram registrados entre os últimos meses do ano e os primeiros, a prefeitura poderia usar como base para saber em que período deveria fazer intervenções para prevenir esses problemas.</i></p>

Fonte: Autor do trabalho

Considerações finais

Pelas análises da resolução da situação problema, pelos alunos, concluímos que o uso do índice pluviométrico foi significativo, pois eles conseguiram perceber que as chuvas são fenômenos periódicos e desse modo podem ser modelados. Perceberam também que modelar um fenômeno é importante, pois a modelação de fenômenos como tratamos neste trabalho pode minimizar problemas na vida das pessoas.

Nesse sentido, verificamos que esses alunos são capazes de identificar a periodicidade e compreender a importância social que tem a Matemática. Assim, para essa atividade percebemos também que a Modelagem favoreceu uma aprendizagem significativa para os alunos a partir do caso 3 de Barbosa (2011).

Referências

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel**: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese de Doutorado. Campinas: FE/UNICAMP, 1976.

AUSUBEL, D.P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune & Stratton, 1963.

_____.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. **Educational psychology**. New York: Holt, Rinehart and Winston. Trad. Brasileira. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: **Actas de la Séptima Conferência Interamericana sobre Educación Matemática**. Paris:

UNESCO, 1990. p. 130-155.

_____. **Modelagem Matemática: teoria e prática.** São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BURAK, D.; ARAGÃO, R.M.R. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa.** Curitiba: CRV, 2012.

MOREIRA, M. A. **Teoria de Aprendizagem.** 2.ed. São Paulo: E.P.U., 2014. p. 159-174.

_____. **Aprendizagem significativa.** Brasília: Editora da UnB, 1999.

_____.; BUCHWEITZ, B. **Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o vê epistemológico.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1993.

_____. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa.** São Paulo: Centauro Editora, 2010.

SANTOS, R. F. **O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2014