

# A divisão por unidades pelo método da diferença: uma proposta de uso do ábaco de Gerbert (976)

---

SUZIE MARIA ALBUQUERQUE <sup>1</sup>

ANA CAROLINA COSTA PEREIRA <sup>2</sup>

## Resumo

*O presente estudo trata-se de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento na qual aborda a construção de interfaces entre a história e o ensino da Aritmética em que pretende articular esses dois campos utilizando o manuseio de instrumentos antigos com base na leitura de textos históricos. Nessa perspectiva, foi realizado um estudo documental inicial a partir do texto Regula De Abaco Computi de Gerbert de Aurilac (946-1003) na versão de Chasles (1843) como suporte para o cálculo aritmético. Assim, este artigo tem como objetivo discutir a aplicação da divisão por unidades pelo método da diferença no Ábaco de Gerbert. Como resultados preliminares se verifica o caráter didático do texto de Gerbert que conduz compassadamente ao cálculo no instrumento, tornando o método replicável após mais de um milênio.*

**Palavras-chave:** Regula De Abaco Computi; Ábaco de Gerbert; Divisão com diferença.

## Abstract

*The present study is a master's degree research under development that approaches the construction of interfaces between history and the teaching of Arithmetic, in which it intends to articulate these two fields using the manipulation of old instruments based on the reading of historical texts. In this perspective, an initial documentary research was made from the text Regula De Abaco Computi by Gerbert de Aurilac (946-1003) in the Chasles (1843) version as support for the arithmetic calculation. Thus, this article aims to discuss the application of division of units by the method of difference in Gerbert's Abacus. As preliminary results, it's possible to see the didactic character of the Gerbert's text that leads slowly to the calculation in the instrument, making the method replicable after more than a millennium.*

**Keywords:** Regula De Abaco Computi; Gerbert's Abacus; Division with difference.

## Introdução

A história da matemática se constitui como campo específico de conhecimentos, tendo como objeto de estudo as “formas de elaboração, transformação e transmissão de conhecimentos sobre as matemáticas, a natureza, as técnicas e as sociedades, em diferentes épocas e culturas” (SAITO, 2015, p. 31). Portanto, conduz à exploração do contexto histórico em que os conceitos matemáticos foram elaborados, emergindo fatores sociais, políticos, religiosos, dentre outros, que influenciaram neste processo.

Ainda nessa lógica, Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 166) contribuem com a colocação de que “o desenvolvimento histórico da Matemática mostra que as ideias,

---

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Ensino de Ciência e Matemática. Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE) - suziealbuquerque@hotmail.com.

<sup>2</sup> Universidade Estadual do Ceará. Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE) - carolina.pereira@uece.br.

dúvidas e críticas que foram surgindo não devem ser ignoradas diante de uma organização linear da Matemática”, ou seja, os entraves de ordem epistemológica vividos no passado contribuíram para os achados conceituais que consolidaram conceitos e teorias matemáticas.

O conhecimento desses aspectos extrapola as características da educação matemática, pois segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) esta área se direciona a questão do ensino e da aprendizagem da matemática. No entanto, para ensinar determinado conteúdo se faz necessário conhecer suas formas de elaboração, transformação e transmissão de conceitos, adentrando na história. Nessa perspectiva, estudos trazem à tona discussões sobre a construção de interfaces entre a história e o ensino de matemática<sup>3</sup>.

No entanto, a contextualização histórica requer recursos que possam ser estudados como meio de emergir elementos e indícios que irão compor esse contexto. Esteve (2011) traz a ideia de que a história fornece esses recursos como textos e instrumentos antigos que poderão ser adaptados didaticamente para a compreensão de conceitos matemáticos.

Nesse sentido, o papel da história da matemática no ensino contribui para a reflexão do professor, tendo em vista que a história oferece a possibilidade “[...] de trabalhar segundo metodologias de ensino e de aprendizagem diversificadas, de modo a desenvolver uma variedade de conhecimentos, de capacidades, de atitudes e de valores” (PONTE *et al*, 2000, p. 15). Esse pensamento conduz à questão da formação docente, da discussão e acesso aos métodos de ensino que irão repercutir na ressignificação da sua prática em sala de aula para o ensino de conceitos específicos da matemática.

Dentre os vários ramos que a matemática leva para o ensino, a Aritmética tem gerado reflexões para além da redução das operações a algoritmos, e “[...] trazido diversas contribuições à história e à cultura, como: a quantificação e o desenvolvimento de sistemas de agrupamento, a relação medida-números, a invenção de fracionários, a introdução de sistemas decimais, etc.” (LINZ e GIMENEZ, 1997, p. 39). Dessa forma, percebe-se a intensa articulação entre a história e o ensino, para a aplicação de conhecimentos aritméticos particulares.

Pensando em contribuir para o ensino de Aritmética, por meio da construção de uma

---

<sup>3</sup> Para mais detalhes sobre estudos referentes a interface entre história e ensino de matemática veja Saito

interface entre a história e o ensino de matemática, visamos nesse estudo articular o texto *Régula De Ábaco Computi* (976) com o instrumento Ábaco de Gerbert para o caso específico da divisão por unidades aplicando o método da divisão com diferença. O texto histórico é um documento que traz em seus registros as regras de multiplicação e divisão que estavam sendo utilizadas por um grupo de estudiosos vinculados a Gerbert de Aurillac.

Esse estudo se trata de uma pesquisa de mestrado em fase inicial, apresentando caráter documental, pois tem como característica principal de que “a fonte de coleta de dados está restrita a documentos, escritos ou não, constituindo o que se denomina de fontes primárias”. Para tanto, se fez necessária uma breve contextualização a partir do período de escrita do texto original por meio do acesso à transcrição, tradução e comentários de Chasles (1843c).

## **1 O contexto histórico: vestígios de utilização do ábaco de Gerbert**

O contexto no qual emerge a utilização do Ábaco de Gerbert é revelado a partir de indícios presentes no tratado *Regula De Abaco Computi de Gerbert* (976), demarcando o espaço e tempo no qual as ideias aritméticas contidas nesse texto se conectam com fatos do cotidiano em torno do final do século X e início do século XI. A transição desses séculos revelou, segundo historiadores como Loupot (1869) momentos de escuridão quanto à produção e transmissão de conhecimentos científicos.

Entretanto, Gerbert (946-1003) contrariou essa definição e durante sua formação no mosteiro de Saint-Gerald em Aurillac mostrou desenvoltura na leitura de textos da antiguidade clássica que teve acesso na biblioteca dessa instituição. Brown (2010) relata que ainda jovem, Gerbert se tornou um dos maiores colecionadores de livros de sua idade.

A eloquência nas palavras e os conhecimentos adquiridos aproximaram Gerbert da nobreza e de outros monges com quem compartilhava seus saberes, tornando-se professor. Posteriormente, quando nomeado arcebispo da região de Reims na França, assumiu a direção da escola de Reims (972 – 982) na qual reorganizou o ensino do quadrivim<sup>4</sup> até então desestruturado devido às invasões bárbaras na Europa, com salienta Franco Júnior (2001).

---

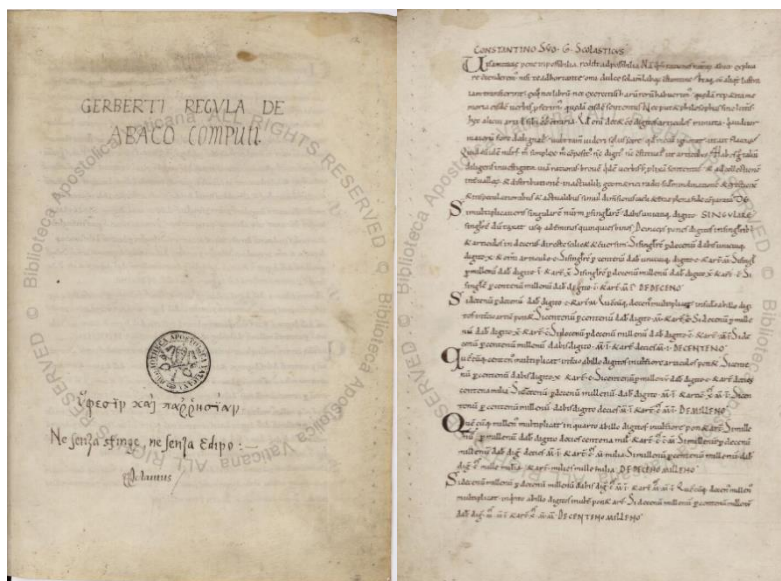
(2015, 2016), Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2018).

<sup>4</sup> Conjunto dos quatro ramos do saber (aritmética, astronomia, geometria e música).

Complementarmente, Machado (2012) ressalta que Gerbert exerceu função importante na tradução para o latim de textos escritos em árabe a partir de contato com esses materiais em diversas viagens realizadas à Espanha. Essa autora informa ainda que a biblioteca árabe em Córdoba continha 4000 vezes mais exemplares do que as bibliotecas cristãs. Nesse aspecto, Gerbert saiu em busca de novos conhecimentos.

Esse fator histórico indica a possibilidade da influência dos conhecimentos árabes na escrita de tratados por Gerbert em formato de cartas endereçadas a seus contemporâneos, em especial a seu aluno o monge Constantino de Fleury, a quem dedicou a *Regula De Abaco Computi* na qual é dada ênfase nesse artigo. Seguem na figura 1 alguns elementos iniciais dessa produção.

**Figura 1** - Páginas iniciais do manuscrito *Regula De Abaco Computi*



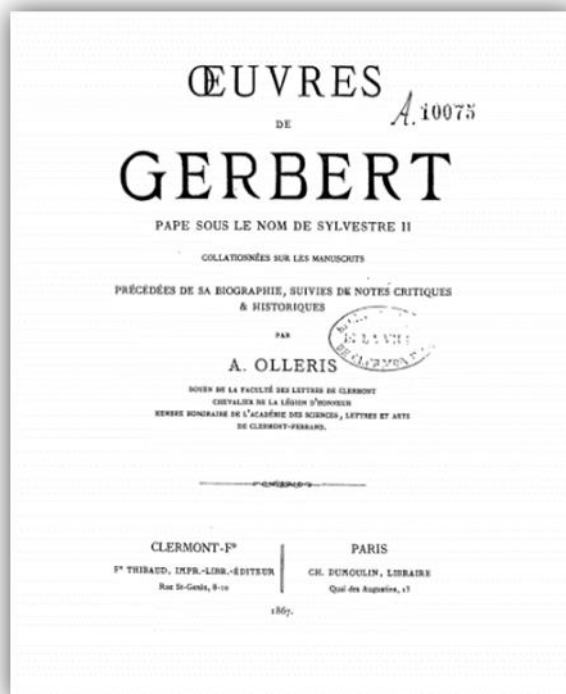
**Fonte:** Biblioteca do Vaticano (2018)

Na dedicatória do tratado o autor se refere a seu aluno como amigo, intensificando a relação amistosa entre mestre e aprendiz, inclusive declarando que a força da amizade torna o impossível algo possível. Se esta colocação remete a dificuldades enfrentadas na aprendizagem de aritmética, sendo necessário o envio do texto, não se pode afirmar. Contudo, Constantino poderia precisar deste material para dar continuidade aos estudos.

Além desse texto, Gerbert publicou um manuscrito de Geometria, endereçado a Adalbold de Liege e outros com assuntos voltados para a astronomia, música, filosofia e

teologia como indica Ferreira (2008) que foram organizados por Olleris (1867) em uma coletânea de obras do antes bispo de Reims que se tornou papa da igreja católica (999 – 1003), quando Gerbert de Aurillac recebeu o nome de Silvester II. A figura 2 indica a capa do trabalho organizado por Olleris (1867) no qual constam expressivo número de cartas, tratados, encíclicas atribuídas a este estudioso.

**Figura 2** - Capa da coletânea de obras de Gerbert



**Fonte:** Olleris (1867, capa)

O cenário da produção intelectual de Gerbert foi extenso e teve implicações nas atividades científicas da época, inclusive no que reflete aos cálculos aritméticos utilizando apenas os algarismos romanos, fator que dificultava a prática operatória. Esse estudioso contribuiu para a inserção dos algarismos arábicos na Europa, como afirma Ferreira (2008), apesar de a história tradicional haver atribuído tal fato a Leonardo de Fibonacci (século XII). Saito (2015, p. 125) adentra nessa questão:

No que diz respeito às operações aritméticas, latinos medievais não as efetuavam tal como hoje nós as realizamos. A razão para tanto estava relacionada ao sistema de numeração que era adotado naquela época, devemos lembrar que o sistema de numeração era romano e não indo-arábico, que só entrou em vigor no Ocidente latino por volta do século

XII, disseminando-se plenamente apenas nos séculos seguintes. Assim, os latinos, que se dedicavam à aritmética prática, ou “logística”, isto é, à arte de calcular, desenvolveram diferentes técnicas auxiliares para realizarem as operações aritméticas. Eles utilizavam basicamente três procedimentos: cálculos com o auxílio dos dedos, de ábacos ou de tabelas com resultados das operações preparadas com antecedência.

Dentre os recursos instrumentos de cálculo citados por Saito (2015), o Ábaco foi o meio pelo qual o bispo de Reims se utilizou para efetuar operações aritméticas. No entanto, na *Regula De Abaco Computi* não consta a descrição deste objeto. Chasles (1843c) defende que essas informações foram omitidas por já serem bem difundidas e de conhecimento do monge Constantino a quem se encaminhou o manuscrito.

Dessa forma, o texto original além da dedicatória indicada, traz regras específicas sobre a multiplicação e a divisão, remetendo a casos particulares evitando possíveis generalizações. Em vista disso, se observa 12 tipos de multiplicação sendo que cada um desses tipos contém casos detalhados que totalizam 179 meios de multiplicar. A título de exemplo, toma-se a multiplicação de unidades, o primeiro caso desse tipo de multiplicação pode ser traduzido como “Se você multiplicar dezenas por unidades, coloque os dígitos na coluna da dezena e os artigos na coluna das centenas” (GERBERT, 1867, p. 311, tradução nossa)<sup>5</sup> e assim sucessivamente, quando se multiplica unidade por centena, por milhar, etc. O tipo seguinte é a multiplicação de dezenas, de milhares e assim por diante.

A divisão, foco deste trabalho, por sua vez, é exposta em dois tipos: a divisão sem diferença e a divisão com diferença na qual nos deteremos a maiores aprofundamentos. Vale ressaltar que, dentre esses dois meios de dividir, Gerbert relacionou dez casos específicos de divisão, como transcreve Chasles (1843c, p. 284-285, tradução nossa)<sup>6</sup>:

---

<sup>5</sup> Singularem per decenum si multiplicaveris, dabis digitis X et articulis centum (GERBERT, 1867, p. 311).

<sup>6</sup> 1° Diviser des unités par des unités; 2°. Diviser des dizaines ou des centaines, etc., par des unités. – Méthode des différences; 3°. Diviser des centaines, ou des mille, etc par des dizaines – Méthode des différences; 4°. Diviser des dizaines, des centaines et des mille, simples ou réunis, par des unités jointes à des dizaines - Méthode des différences; 5°. Autre manière de diviser des centaines, ou des mille, etc., par les mêmes diviseurs (des unités jointes à des dizaines). – Méthode des différences, qu'on applique de la manière suivante On réduit le dividende à une seule unité de son ordre, puis on multiplie le quotient et le reste par la dénomination du dividende, c'est-à-dire par le nombre des unités qu'il contient; 6°. Diviser des centaines par des dizaines jointes à des centaines, ou des mille par des centaines jointes à des mille, etc. -

- 1°. Divisão de unidades por unidades;
- 2°. Divisão de dezenas, centenas, etc. por unidades - Método das diferenças;
- 3°. Divisão de centenas, milhares, etc. por dezenas - Método das diferenças;
- 4°. Divisão de dezenas, centenas e milhares, simples ou reunidos, por unidades juntas com dezenas - Método das diferenças;
- 5°. Divisão de outra maneira, pelo método das diferenças, de centenas, milhares, etc. por unidades juntas com dezenas. Reduzindo o dividendo a uma só unidade de sua ordem e multiplicando o quociente e o resto pela denominação do dividendo, isto é, pelo número das unidades que contém;
- 6°. Divisão de dezenas juntas com centenas, ou milhares, por centenas juntas com milhares, etc. Método das diferenças.
- 7°. Outra maneira de dividir centenas ou milhares pelos mesmos divisores, simples ou compostos. Método das diferenças.
- 8°. Divisão de centenas por centenas juntas com unidades, com um lugar vazio ao meio (uno médio numerorum intermisso), ou milhar por milhar junto com dezenas (uno médio intermisso). Procedimento atual.
- 9°. Divisão de milhar por centenas juntas com unidades, ou dezenas de milhar por milhar juntas com dezenas. Dividindo somente uma unidade de ordem do dividendo e multiplicando o quociente e o resto pela denominação desse dividendo.
- 10°. Quantas vezes um dividendo contém um divisor.

---

Méthode des différences; 7°. Autre manière de diviser des centaines ou des mille par les mêmes diviseurs, simples ou composés - Méthode des différences; 8°. Diviser des centaines par des centaines jointes à des unités, avec une place vide au milieu (uno medio numerorum intermisso), ou des mille par des mille joints à des dizaines, uno medio intermisso. Procédé actuel; 9°. Diviser des mille par des centaines jointes à des unités, ou des dix mille par des mille joints à des dizaines. Procédé analogue au précédent, mais plus compliqué. On divise seulement une unité de l'ordre du dividende, et on multiplie ensuite le quotient et le reste par la dénomination de ce dividende; 10°. Combien de fois un dividende contient les diviseurs. (CHASLES, 1843c, p. 284-285).

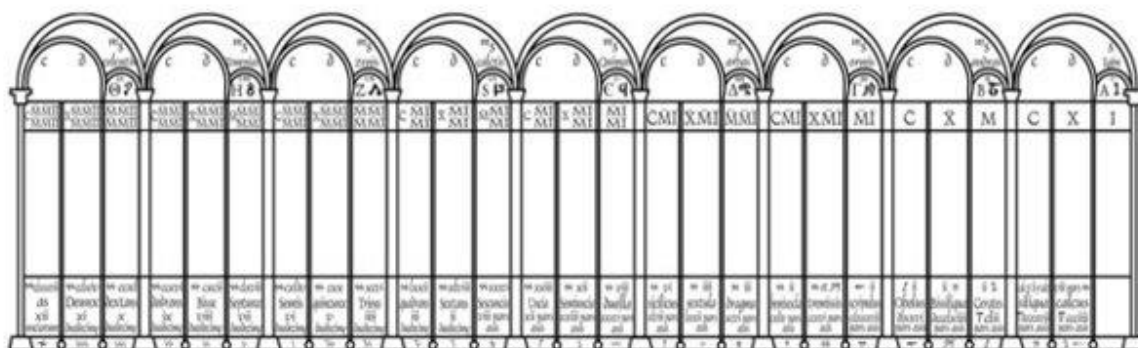
Chasles (1843c) se reporta às regras de divisão como obscuras e de difícil compreensão, pela descrição dos tópicos no qual organizou do texto original (no manuscrito não havia essa divisão temática). Como apresentado, supõe-se a existência de um método mais próximo do que fazemos atualmente e outro mais complexo que se propõe a divisão por diferença.

Antes de adentrar no método da divisão por diferenças iremos recorrer a publicações por volta do século XI que retratam a estrutura do ábaco (principalmente de um tratado anônimo intitulado “*Règles de l’Abacus*” traduzido literalmente e analisado por Chasles no ano de 1843). Como foi mencionado anteriormente, a *Regula De Abaco Computi* não apresenta essa descrição.

## 2 A estrutura do Ábaco de Gerbert

O ábaco ou tábua de calcular foi apresentado no tratado anônimo traduzido por Chasles (1843b, p. 218) como objeto que devido as suas características conduz a métodos operatórios particulares. Este instrumento era composto por 27 arcos ou colunas (Figura 3), sendo que “na primeira coluna, a unidade é escrita, na segunda, o número que é dez vezes a unidade, ou seja, os outros números que são escritos nas outras colunas, cada um é dez vezes maior do que que é imediatamente inferior a ele” (CHASLES, 1843b, p. 218, tradução nossa)<sup>7</sup>.

**Figura 3** - representação do Ábaco medieval utilizado por volta do século XI



Fonte: Otisk (2011, p. 8)

As colunas possuem inscrição superior em algarismos romanos, sendo I para a unidade,

<sup>7</sup> “Ans lapremière colonne, on écrit l’unité; dans la deuxième, le nombre qui est décuple de l’unité, c’est-à-dire dix; et des autres nombres qui sont écrits dans les autres colonnes, chacun est décuple de celui qui lui est immédiatement inférieur” (CHASLES, 1843b, p. 2).



X para a dezena, C para a centena e assim por diante. O que diferiu do uso do ábaco romano foi justamente a existência de nove algarismos em formato de fichas que eram movimentados nas colunas, assumindo valor posicional, fato que facilitava a realização de cálculos. Os símbolos usuais (Figura 4), inclusive que constam desenhados no início da cópia manuscrita do tratado *Regula De Abaco Computi* adquirido na biblioteca de Leinden são visualizados na Figura 4.

**Figura 4** - Símbolos arábicos utilizados para representar as quantidades no Ábaco

Igin	Andras	Ormis	Arbas	Quimas	Calcus	Zenis	Themenias	Celentis
I	Ⓐ	Ⓜ	ⓑ	Ⓠ	Ⓛ	Ⓐ	8	Ⓣ

Fonte: Chasles (1843b, p. 219)

Respeitando o caráter posicional do sistema de numeração empregado, se estiver **I** na coluna da unidade, lhe será atribuído o valor absoluto de uma unidade, se for colocado na coluna da dezena receberá o valor de dez unidades, na coluna da centena de cem unidades. Ou seja, o valor relativo é multiplicado pela referência da coluna para se obter o valor absoluto do número. Caso conste **Ⓜ** na coluna da centena e **Ⓠ** na dezena será escrito o número trezentos e cinquenta, pois tem 3 centenas ( $3 \times 100$ ) e 5 dezenas ( $5 \times 10$ ).

Outra característica peculiar nos termos de uso do ábaco é o significado de dígito e artículo ou artigo. De acordo com Chasles (1843b) os dígitos são os números menores do que dez e os artículos são os números múltiplos de 10, inclusive o próprio 10. Contudo, “deve-se notar que, assim como todos os números até dez são dígitos em relação a X, também os X e os outros itens até cem são dígitos em relação a cem; cem e as outras centenas até mil são dígitos em relação a mil e, portanto, de cada unidade inferior em relação à próxima unidade superior” (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa).

O entendimento desse mecanismo se faz fundamental para a compreensão dos trechos da *Regula De Abaco Computi* de Gerbert que foi traduzida por Chasles (1843c) para o idioma francês, a partir do texto original do latim, como será apresentado no tópico a

seguir que consta do segundo caso da divisão por diferença que foi listado anteriormente.

### **3 Um caso do método da divisão por diferença de Gerbert a partir da explicação de Michael Chasles (1843c)**

Com o intuito de esboçar o método de divisão proposto por Gerbert, tomemos uma tradução de um fragmento do texto original anexo aos comentários de Gerbert (1843), pois este autor apresenta uma versão em recortes do tratado de Gerbert. Vale salientar que foi realizada uma adaptação do francês e não do latim inicial. Segue a descrição da regra de divisão por unidades.

Na divisão dos números do Ábaco como as unidades estão nas dezenas, centenas e milhares, assim são as dezenas às centenas e aos mil, e as centenas aos mil e aos mil, e aos mil a dez mil e cem mil. De acordo com isto, para dividir dezenas, ou centenas, ou milhares, juntos, ou com intervalo por unidades, tomaremos a diferença do divisor à dez [...] (CHASLES, 1843c, p. 286, tradução nossa)<sup>8</sup>.

Com base nesse trecho, Chasles (1843c) faz comentários explicativos que esclarecem o paço inicial esta divisão. Tendo em vista que o texto histórico por si só tem elementos implícitos que podem ser revelados a partir dos trabalhos deste autor aos quais são referenciados neste artigo. A fim de entendimento, Gerbert fala em números juntos ou com intervalo. Essa nomenclatura se direciona a números com o zero (1023, 305,...). Como na época não havia um símbolo que o representasse, a coluna referente a ele ficava vazia, explicitando um intervalo no ábaco, gerando assim os números com intervalos.

Esse fato não impedia os cálculos, estava previsto, pois o caráter posicional do ábaco que orientava a disposição dos números permitia a realização das operações. Assim, no caso abordado na citação anterior, temos a divisão por unidades. Seja o exemplo da divisão de 65 por 6 utilizando os algarismos atuais, tendo em mente que o objetivo é descrever o método da divisão por diferenças. Como o divisor 6 está na coluna das

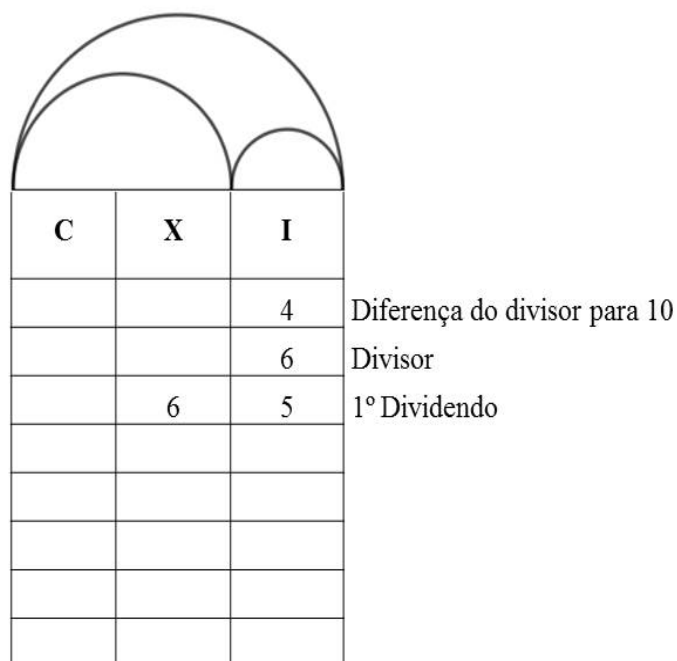
---

<sup>8</sup> “Dans la division des nombres de l'Abacus comme les unités sont aux dizaines, aux centaines et aux mille, ainsi sont les dizaines aux centaines et aux mille, et les centaines aux mille et aux dix-mille, et les mille aux dix-mille et aux cent-mille. D'après cela, pour diviser des dizaines, ou des centaines, ou des mille, réunis, ou avec intermission par des unités, on prendra la différence du diviseur à dix [...]” (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa).

unidades, toma-se a diferença deste número para dez. Então, neste caso a diferença do divisor é 4.

Veja no ábaco como essa representação era escrita, evidenciando os locais de registro do divisor (início do ábaco), da diferença do divisor (na posição acima do divisor) e do dividendo, na linha posterior ao divisor. Essa disposição (Figura 5) foi detalhada no tratado anônimo do ábaco em Chasles (1843b).

**Figura 5** - organização da divisão por diferença no Ábaco de Gerbert



**Fonte:** Elaborada pelas autoras

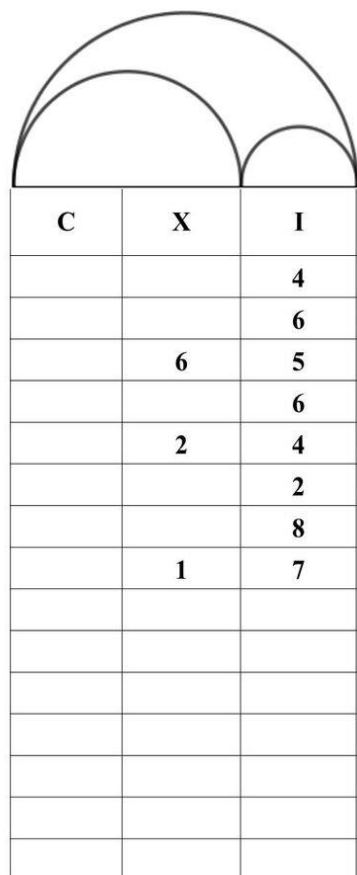
O novo dividendo é dez (o dividendo inicial acrescido da sua diferença). No espaço seguinte do ábaco, após o dividendo eram registrados os resultados parciais, organizando o cálculo mental do praticante de aritmética. Para tanto, continuaremos a leitura do trecho do tratado de Gerbert: [...] tomaremos a diferença do divisor à dez; será multiplicada pela denominação<sup>9</sup> completa do dividendo; se os artigos resultarem, a divisão será continuada operando em sua própria denominação e com a diferença já feita (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa)<sup>10</sup>. Em conformidade com as orientações

<sup>9</sup> "Gerbert usa o termo denominação para as quantidades de divisor que tem cada parte do dividendo" (FERREIRA, 2008, p. 50), expressando assim o resultado parcial da divisão efetuada.

<sup>10</sup> "[...] on prendra la différence du diviseur à dix; on la multipliera par la dénomination entière du dividende; s'il en résulte des articles, on continuera la division en opérant sur leur propre dénomination et avec la différence déjà posée" (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa).

do professor Gerbert, tem-se expressão no ábaco (Figura 6):

**Figura 6** - divisões parciais iniciais com a determinação das denominações



C	X	I	
		4	Diferença do divisor para 10
		6	Divisor
	6	5	1º Dividendo
		6	1ª Denominação: resultado divisão de 6 dezenas por 10
	2	4	2º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 1ª denominação
		2	2ª Denominação: resultado divisão de 2 dezenas por 10
		8	3º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 2ª denominação
	1	7	Soma dos dígitos: 4º Dividendo

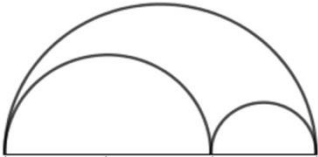
**Fonte:** Elaborada pelas autoras

Neste ponto, a divisão ainda não foi concluída e para dar prosseguimento, “[...] quanto aos dígitos, eles serão adicionados aos dígitos; e se vier dos artigos, dividiremos, como acima, até conseguirmos ter apenas dígitos” (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa)<sup>11</sup>. Perceba que o 3º dividendo é o dígito 8, por ser menor do que dez, não pode ser dividido. Como recomendado, os dígitos do dividendo inicial e dos dividendos parciais serão adicionados (5 + 4 + 8), totalizando 17, ou seja, tem uma dezena de artigo e 7 correspondendo ao dígito. Esse valor será utilizado como novo dividendo

<sup>11</sup> “[...] Quant aux digits, on les ajoutera aux digits; et s'il en provient des articles, on divisera, comme ci-dessus, jusqu'à ce qu'on arrive à n'avoir que des digits” (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa).

parcial para dar continuidade à divisão (Figura 7).

**Figura 7** - Finalização da divisão por diferenças



C	X	I	
		4	Diferença do divisor para 10
		6	Divisor
	6	5	1º Dividendo
		6	1ª Denominação: resultado divisão de 6 dezenas por 10
	2	4	2º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 1ª denominação
		2	2ª Denominação: resultado divisão de 2 dezenas por 10
		8	3º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 2ª denominação
	1	7	Soma dos dígitos: 4º Dividendo
		1	3ª Denominação: resultado divisão de 1 dezena por 10
		4	5º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 3ª denominação
	1	1	Soma dos dígitos: 6º Dividendo
		1	4ª Denominação: resultado divisão de 1 dezena por 10
		4	7º Dividendo: Multiplicação da diferença pela 4ª denominação
		5	Soma dos dígitos: resto da divisão
	1		Soma de todas as denominações

**Fonte:** Elaborada pelas autoras

A partir da primeira soma de dígitos (17) a divisão prossegue como recomendado por Gerbert repetindo o procedimento anterior, se o dividendo for um dígito este é somado com os dígitos anteriores que ainda não passaram pelo processo. Isso acontece até que se esgote o dividendo (divisão exata, sem resto), ou que se encontre um dígito com o qual não seja mais possível efetuar a divisão (no caso da divisão com resto). Como observado na operação proposta, pois o 7º dividendo (4), não é divisível por 10. Portanto, os dígitos excedentes foram somados obtendo o resto 5. Para a finalização do resultado são somadas as denominações obtidas (6 + 2 + 1 + 1) tendo uma dezena de denominações. Pela definição de denominação por Ferreira (2008), esse valor representa quantas vezes o divisor “cabe” no dividendo. Assim, a divisão referida tem como resultado uma dezena e resto 5 unidades ( $65 = 6 \cdot 10 + 5$ ).

As recomendações do nobre professor não acabam por aí, pois:

Se alguém tem mil (para dividendo) os itens (da multiplicação da diferença pela denominação do dividendo) serão colocados no mil, e os dígitos nas centenas se tiver centenas, um colocará o artigo nas centenas e os dígitos nas dezenas se tiver dezenas, um colocará os artigos nas dezenas e os dígitos nas unidades (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa)<sup>12</sup>.

Dessa forma, esse caso particular é estendido para outras quantidades, a depender da necessidade e curiosidade do praticante de aritmética que tem acesso a este subsídio teórico que indica uma prática antiga de cálculo, que diverge dos moldes atuais, mas induz o cálculo mental e o registro numérico por meio dos algarismos árabes no Ábaco.

### **Considerações Finais**

Apesar das discussões realizadas fazerem parte de uma pesquisa de mestrado em estágio inicial, esta torna explícito que o texto sem o Ábaco perde o sentido, pois este traz em si os comandos para o manuseio correto do instrumento. De forma que são apresentadas as possibilidades de uso do ábaco na antiguidade que vão além da resolução de ordem prática (em atividades comerciais), mas induzem estudantes de aritmética a desenvolverem sua capacidade de realizar operações mais complexas que demandam dedicação à leitura e interpretação das regras enviadas por Gerbert.

O sistema do ábaco apresentado continha sofisticções para a época, sendo um marco na transição para o cálculo escrito na Europa. No entanto, requeria do praticante demasiada capacidade de cálculo mental, pois o ábaco era utilizado apenas como meio de registro dos resultados parciais do procedimento operatório para a conclusão do resultado final, trazia consigo métodos a serem desenvolvidos e não simplesmente algoritmos a serem aplicados.

Entretanto, a complexidade desse tipo de cálculo tornou esse conhecimento restrito a alguns estudiosos, não sendo popularizados no período devido ao grau de dificuldade prática. Ademais, trazia consigo símbolos misteriosos que tinham traços árabes e

---

<sup>12</sup> Si l'on a des mille (pour dividende) les articles (provenant de la multiplication de la différence par la dénomination du dividende) seront placés dans les mille, et les digits dans les centaines si l'on a des centaines, on placera les articles dans les centaines et les digits dans les dizaines si l'on a des dizaines, on placera les articles dans les dizaines, et les digits dans les unités (GERBERT, 1843, p. 286, tradução nossa).

causavam resistência na comunidade religiosa que influenciava as iniciativas de estudos.

A prática de Gerbert se configura como ação educativa que pode conduzir professores do século XXI a repensarem os métodos de divisão atuais a partir da compreensão do processo histórico que priorizou a elaboração e compartilhamento de ideias aritméticas. Permitindo assim que os estudantes possam ressignificar suas aprendizagens e compreender a formação do pensamento em torno da divisão.

## Referências

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

BROWN, D. A. **The abacus and the cross: the history of the Pope who Brought the light of science to the Dark Ages**. New York: Basic Books, 2010.

CHASLES, M. **Histoire de l'arithmétique: développement et détails historiques sur divers points du système de l'abacus**. Paris: Imprimerie de Bachelier, 1843.

\_\_\_\_\_. Règles de l'Abacus (traduction littérale). In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 218 - 246. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

\_\_\_\_\_. Analyse et explication du traité de Gerbert. In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 281 - 299. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

ESTEVE, M. R. M. et al. Understanding Mathematics using original sources. Criteria and Conditions. In: BARBIN, E.; KRONFELLNER, M.; TZANAKIS, C. (Eds.). **History and Epistemology in Mathematics Education**. Proceedings of the Sixth European Summer University. Vienna: Verlag Holzhausen GmbH, 2011. p. 415-428.

FERREIRA, E. S. O ábaco de Silvester II. **RBHM. Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, 2008.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FRANCO JÚNIOR, H. **A Idade Média: nascimento do ocidente**. 2. ed. São Paulo: Brasiliense, 2001.

GERBERT. Regula De Abaco Computi. In: OLLERIS, A. **Oeuvres de Gerbert Pape sous le nom de Sylvestre II: collationnées sur les manuscrits**. Paris: LIBR.-ÉDITEU, 1867.

\_\_\_\_\_. Traduction et commentaire du Traité de Gerbert. In: Académie des sciences

(France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires.** Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 285 - 295. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>>. Acesso em 16 de janeiro de 2018 às 18h 00min.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** 4. ed. Campinas: Papirus, 1997.

LOUPOT, A. **Gerbert, archevêque de Reims, pape sous le nom de Sylvestre II, as vie et ses écrits.** Paris: Imprimeur Editeur, 1869.

MACHADO, C. A. **O Papel da Tradução na Transmissão da Ciência: o caso do Tetrabiblos de Ptolomeu.** Rio de Janeiro: Muad X, 2012.

OLLERIS, A. **Oeuvres de Gerbert Pape sous le nom de Sylvestre II: collationnées sur les manuscrits.** Paris: LIBR.-ÉDITEUR, 1867.

OTISK, M. Regulae multiplicationis v abacistických textech Gerberta z Remeše, Abbona z Fleury, Herigera z Lobbes a Bernelia z Paříže. **Pro-Fil**, v. 12, n. 1, p. 3-41, 2011. Disponível em: <<http://www.phil.muni.cz/journals/index.php/profil/article/view/147>>. Acesso em: 25 mar. 2018.

PEREIRA, A.C. C; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais...** . Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1-12.

PONTE, J. P; JANUÁRIO, C; FERREIRA, I. C; CRUZ, I. **Por uma formação inicial de professores de qualidade.** Documento de trabalho da Comissão ad hoc do CRUP para a formação de professores. Portugal, 2000. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Outros>>. Acesso em: 25 de agosto de 2005 às 17h 30min.

SAITO, F. História e Ensino da matemática: Construindo Interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores e GUERRA, Francisco Ugarte (eds). **Investigaciones em Educación Matemática.** Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 253-291.

\_\_\_\_\_. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.