O instrumento “círculos de proporção” exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática

VERUSCA BATISTA ALVES [1]

ANA CAROLINA COSTA PEREIRA [2]

Resumo

A interface entre história e ensino de matemática busca promover uma reflexão sobre o processo da construção do conhecimento matemático e se baseia em três etapas. Neste artigo, desenvolve-se parte de uma delas objetivando-se apontar algumas características no viés contextual sobre instrumentos do século XVII, especificamente os círculos de proporção. Teve-se como questionamento: Quais características podem ser identificadas no documento The Circles of Proportion de 1633 de William Oughtred, no que tange os aspectos contextuais e historiográficos? Para isso, esse estudo caracteriza-se como documental. Busca-se reconstruir as ideias tradicionais referentes ao processo de construção de alguns conhecimentos matemáticos, através de uma perspectiva atualizada, renovando as concepções a respeito.
Palavras-chave*: Interface entre história e ensino de matemática; Círculos de Proporção; Instrumento matemático.*

Abstract

The interface between history and teaching of mathematics seeks to promote a reflection on the process of construction of mathematical knowledge and it is based on three stages. In this article, part of one of these stages is developed with the aim of pointing out some characteristics in the contextual bias about instruments of the seventeenth century, specifically the circles of proportion. It was questioned: What characteristics can be identified in William Oughtred's The Circles of Proportion of 1633 concerning contextual and historiographic aspects? For this, the study is characterized as documentary. It seeks to reconstruct the traditional ideas regarding the process of construction of some mathematical knowledge, through a current perspective, renewing the conceptions about it.
Keywords: *Interface between history and teaching of mathematics; Circles of Proportion; Mathematical instrument.*

Introdução

A interface entre história e ensino de matemática[3] é um tema que vem ganhando notoriedade no âmbito acadêmico. Ela ocorre por meio da articulação de duas áreas de conhecimento – a história da matemática e a educação matemática - e tem o intuito de promover a reflexão sobre o processo da construção do conhecimento matemático.

O estudo que visa a construção dessa interface, pauta-se nas concepções da

[1] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Ensino de Ciência e Matemática. Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE) - veruscah.alves@gmail.com.

[2] Universidade Estadual do Ceará. Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM/UECE) - carolina.pereira@uece.br.

[3] Para mais detalhes vide Dias e Saito (2013); Saito e Dias (2011, 2013), Saito (2013, 2014, 2016a,

historiografia atualizada[4], que de acordo com Saito (2015) buscam compreender o conhecimento matemático através de uma análise mais precisa, sobre técnicas, conteúdos, assim como circunstâncias que as influenciaram, sem a comparação entre a história do passado com a do presente, visando aspectos historiográficos e didáticos para a compreensão dos conceitos atuais.

A interface inicia-se pelo diálogo entre o historiador e o educador matemático no qual emerge um documento histórico[5], objeto fundamental para esse tipo de estudo, e desenvolvem-se em três etapas, não necessariamente ordenadas. A primeira é movimento do pensamento na formação do conceito matemático que enfoca, por meio do processo histórico, o desenvolvimento do conceito em si, pautando-se na construção de ideias lógicas por meio do objeto matemático.

Já a segunda etapa é o movimento que busca contextualizar os conteúdos matemáticos e baseia-se no pressuposto de que deve ocorrer por meio da interação de três dimensões: a esfera contextual, a histórica e a epistemológica (BELTRAN; SAITO; TRINDADE, 2014). No âmbito histórico considera-se a atual perspectiva historiográfica como forma de compreender os aspectos concernentes ao desenvolvimento do conceito. No epistemológico, o foco encontra-se na compreensão de aspectos conceituais. A articulação dessas duas dimensões citadas à contextual conecta-se para expor como ocorreu o desenvolvimento dos conteúdos envoltos por meio de aspectos como os sociais, culturais e econômicos.

A terceira etapa é a confecção das atividades, que são resultantes dos dois movimentos e que "busca refletir o processo da produção do conhecimento que, dependendo da intencionalidade do educador, poderá ser orientada para diferentes propostas no ensino" (SAITO; DIAS, 2013, p. 101). Essas atividades pautam-se em três fases – o tratamento didático do documento; a intencionalidade e o plano de ação; e o desenvolvimento.

Baseado nesse processo, a pesquisa tem o foco nos instrumentos matemáticos que, por meio das análises das esferas, permite compreendê-los não só como ferramentas do passado, mas como objetos que incorporam conhecimento. Vale ressaltar que a esfera

---

2016b); Pereira e Saito (2018a, 2018b).

[4] A respeito das perspectivas historiográficas, vide Saito (2015); Beltran, Saito e Trindade (2014); Bromberg e Saito (2010).

[5] Por documento histórico refere-se a um tratado, um texto, um instrumento, ou ainda fotos e vídeos, dentre outros.

historiográfica permeia todo o estudo, não sendo possível separá-la do viés contextual e epistemológico.

Dessa forma, esse artigo é um recorte da dissertação que está sendo desenvolvida e visa à construção da interface entre história e ensino de matemática por meio do instrumento denominado "círculos de proporção" ou popularmente conhecida como "régua de cálculo circular" contida no tratado de William Oughtred[6] (1574-1660), versão inglesa de 1633, intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*.

Nesse estudo serão apresentadas algumas características iniciais sob o viés contextual a respeito das principais leituras realizadas sobre a temática de instrumentos do século XVII, adentrando-se especificamente a respeito dos círculos de proporção, assim como as apreciações textuais históricas para construção dessa esfera.

Atinente a isso, a interface põe-se como auxiliadora no processo de ensino de matemática, e sua relação com a formação de professores é pertinente, pois se entende que isso proporciona a reflexão crítica em decorrência das necessidades vivenciadas no âmbito educacional.

1 Procedimentos metodológicos

Essa pesquisa caracteriza-se como documental, pois "vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa" (GIL, 2002, p. 45). Dentre esses materiais, têm-se como ponto central documentos históricos que possam evidenciar os aspectos concernentes ao estudo do contexto do século XVII, com foco nos instrumentos matemáticos.

Assim, seguindo os pressupostos da pesquisa documental, inicialmente delimitou-se o objetivo da investigação para então ser possível a seleção de fontes que respondessem ao seguinte questionamento: *Quais características podem ser identificadas no documento The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument de 1633 de William Oughtred, no que tange os aspectos contextuais e historiográficos?*

Para o tratamento desse material de base, fez-se uma leitura cruzada entre diversos textos selecionados, com o intuito de não recair numa escrita anacrônica da história e assim manter as características da perspectiva historiográfica atualizada.

[6] William Oughtred (1574-1660) nasceu em Eton na Inglaterra e foi um ministro anglicano que dedicou parte de sua vida a estudos relacionados à matemática. Como aluno, frequentou a King's College, uma constituinte da Universidade de Cambridge, onde mais tarde se tornou um membro da instituição[6] sendo muito respeitado por seus estudos (THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2018).

Teve-se como documento principal, ou seja, aquele usado como sustentáculo para a seleção dos demais, a versão inglesa da obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument,* datado de 1633 de William Oughtred (1574-1660), traduzido por William Forster (fl.1632-1673)[7] aluno de Oughtred.

A partir da leitura desse documento, constatou-se a necessidade de buscar por textos complementares do próprio Oughtred, como forma de compreender o contexto que envolve o século XVII, período em que o autor viveu. Por isso, além do documento principal, fez-se necessário a leitura de alguns capítulos do livro *Key of Mathematicks*[8] para se compreender determinadas notações que surgiram na leitura da obra principal. Também foi importante a obtenção de outra edição de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1639)* para auxiliar na própria questão visual das páginas do documento de 1633, que por ventura contém falhas, riscos e rasuras no texto. Ressalta-se que ambas as edições de 1633 e 1639 apresentam conteúdos semelhantes, sendo que a versão de 1639 inclui uma epístola apologética.

Além desses livros, foi realizada uma pesquisa no que concerne às características historiográficas a respeito dos instrumentos matemáticos do século XVII para ser possível situar o objeto de estudo em seu espaço/tempo e assim responder aos pressupostos da interface.

Com isso, buscou-se incialmente compreender o que eram esses instrumentos matemáticos no século XVII e a sua importância na época para em seguida adentrar-se ao estudo dos círculos de proporção, contido no livro de Oughtred, como forma de identificar suas principais características que servirão de base para a continuidade da investigação.

2 Algumas considerações historiográficas e contextuais sobre os instrumentos e William Oughtred

O século XVII foi cenário de diversas mudanças nos contextos sociais, políticos e econômicos e o início das discussões a respeito da caracterização de uma "nova ciência" que deveria descartar conhecimentos da antiguidade clássica e ser reconstruída sobre

[7] Dados retirados de Oxford Dictionary of National Biography

[8] A edição em Latim, *Clavis Mathematicae* é 1631, mas obteve-se a versão em inglês que foi publicada somente em 1694.

novas bases (SAITO, 2017, informação verbal)[9].

A fabricação de instrumentos matemáticos também estava em voga nesse período, em que, na sua maioria, era produzido por artesões, os chamados "praticantes de matemática", ou seja, os que possuíam conhecimentos matemáticos, e não necessariamente tinham formação acadêmica. Para Higton (2001), esse termo pode significar que qualquer pessoa que usasse matemática de forma prática era um praticante de matemática, ou seja, um agricultor, um astrônomo, um professor, todos se encaixam nessa classificação. Já Saito (2015, p. 172) refere-se ao termo como um "grupo de estudiosos ingleses que se dedicavam às matemáticas práticas, fabricando instrumentos e escrevendo tratados". Esses artesões ao longo dos séculos XVI à XVII proliferaram-se com suas oficinas dedicas a construção desses objetos, principalmente nas regiões Europeias.

Dentre as cidades que produziram instrumentos matemáticos, pode-se mencionar Londres que teria sua ascensão comercial por causa do progresso científico, já que se localizava em um dos mais importantes cruzamentos comerciais. Sobre isso, Harkness (2007) também menciona que Londres merece destaque quando se trata de estudos dessa a natureza, pois os londrinos cada vez mais se interessavam em livros e obras sobre aparatos denotados científicos. Os interessados por tais objetos eram desde navegantes e astrônomos, até os que tinham encanto em medir o tempo, e os que queriam facilitar a resolução de problemas matemáticos. Harkness (2007, p. 98) traz que no período Elisabetano[10],

> Os londrinos compraram livros sobre matemática, frequentaram as lojas de fabricantes de instrumentos e participaram de demonstrações de novos objetos mecânicos na cidade. [...] homens e mulheres usavam matemática em toda parte [...] Trabalhos que requeriam algum conhecimento de matemática, incluindo navegação, agrimensura, engenharia, arquitetura, balística, carpintaria e alvenaria, foram estudados por elites e artesãos impressionados pela mistura potente de teoria matemática e prática exigida de um praticante experiente[11].

[9] Por Fumikazu Saito na V Jornada de Estudos do GPEHM – UECE, em fevereiro de 2017.
[10] Período do reinado da rainha Isabel I da Inglaterra, conhecida como Elizabeth, que durou de 1558 até 1603.
[11] Londoners bought books on mathematics, frequented the shops of instrument makers, and flocked to demonstrations of new mechanical objects in the City[…] men and women were using mathematics everywhere [...]Work that required some knowledge of mathematics, including navigation, surveying,

Com isso, a figura desses artesões representava o movimento do comércio, já que eles ofertavam instrumentos que possibilitavam tornar trabalhos mais rápidos e precisos. Segundo Castillo e Saito (2014) esses artesões eram os únicos que detinham o conhecimento para a fabricação dos instrumentos. Por esse motivo, a presença deles em Londres proporcionava a disseminação de conhecimentos técnicos aplicados aos objetos, que só era possível quando essas pessoas se deslocavam de uma região a outra.

Com esse vasto interesse nesses instrumentos, um aspecto importante está envolto ao propósito deles. Segundo Dias e Saito (2010) novas utilidades para tais objetos surgiram à medida que eles se tornavam cada vez mais sofisticados ao longo dos tempos. Uma dessas utilidades está relacionada à questão do ensino. É possível citar dois exemplos considerados clássicos para os historiadores, que é a famigerada discussão que envolveu Richard Delamain (1629-1645) e William Oughtred (1574-1660)[12]. Delamain foi aluno de Oughtred e envolveu-se numa disputa sobre o uso desses instrumentos matemáticos. Segundo Dias e Saito (2010, p. 4) "do ponto de vista de Delamain, os instrumentos eram úteis no ensino porque, por meio deles, os princípios matemáticos poderiam ser ensinados ao mesmo tempo em que o seu uso prático era explicado".

Seguindo o pensamento de Delamain, o instrumento era um facilitador de cálculos, que auxiliava no processo de ensino por torná-lo mais eficiente, reduzindo o tempo e a necessidade de demonstrações matemáticas. Por outro lado, Oughtred acreditava que as demonstrações eram o verdadeiro caminho para se aprender matemática e desse modo os instrumentos não poderiam substituir esse aspecto (OUGHTRED, 1633, s/p).

Uma das publicações de Oughtred que apresenta essa concepção a respeito do uso do instrumento na matemática é o documento *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*, em que o autor preocupa-se incialmente em descrever o instrumento antes de mencionar sobre o manuseio para questões matemáticas. Sua relação com o ensino de matemática é tratada por alguns historiadores como Cajori (1916). Ele cita o interesse de Oughtred pelos estudos sobre logaritmos realizados por John Napier (1550-1617) e ressalta sua possível escrita do apêndice na versão em inglês de *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* de 1618, traduzida por Edward Wright:

---

engineering, architecture, ballistics, carpentry, and masonry, was studied by both elites and craftsmen struck by the potent mixture of mathematical theory and practice required of a skilled practitioner. (HARKNESS, 2007, p. 98).

[12] Clérigo e matemático, que passou parte de sua vida dedicando-se a ensinar, e que também ficou

> [...] Oughtred é muito provavelmente o autor de um "Apêndice" que apareceu na edição de 1618 da tradução de Edward Wright para o inglês de John Napier *Descriptio*. Este "Apêndice" refere-se a logaritmos e é um documento hábil, contendo vários pontos de interesse histórico (CAJORI, 1916, p. 06, tradução nossa)[13]

Cajori (1916, p. 11) também menciona que Oughtred era respeitado em relação a seus conhecimentos matemáticos, pois "ele foi frequentemente chamado para ajudar na solução de problemas complicados[14]". Ele era tão requisitado, que ele possuía um grupo de seguidores, dentre eles William Forster, que traduziu a obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* do latim para o inglês e Arthur Haughton, que levou para Oxford em 1660 uma edição dessa obra (CAJORI, 1916).

Outra ideia da influência de Oughtred no progresso da matemática foram os símbolos que ele introduziu no livro *Clavis mathematicae*, que segundo Cajori (1916, p. 73) "o uso mais rápido adiantado que nós fomos capazes de descobrir para notação de Oughtred sobre a proporção, $A \,.\, B :: C \,.\, D$, ocorreu dezenove anos após *Clavis mathematicae* [...]"[15]. Essa e outras abreviações contidas em seu livro eram fruto de sua preocupação com o leitor estudioso, pois o próprio Oughtred havia percebido a necessidade de reformular os livros de matemática pela dificuldade nas leituras que ele teve em experiência:

> Oughtred era um grande admirador dos matemáticos gregos - Euclides, Arquimedes, Apolônio de Perga, Diofante. Mas ao ler suas obras, ele experimentou intensamente o que muitos leitores modernos sentiram, a saber, que a ausência quase total de símbolos matemáticos torna desnecessariamente difícil ler seus escritos (CAJORI, 1916, p. 85) [16].

Outra característica é citada por Barber (1982) quando ele menciona a preocupação de

---

conhecido por suas réguas de cálculo linear e circular (CAJORI, 1916).

[13] […] Oughtred is very propably the author of an "Appendix" which appeared in the 1618 edition of Edward Wright's translation into English of John Napier's *Descriptio*. This "Appendix" relates to logarithms and is an able document, containing several points of historical interest (CAJORI, 1916, p. 06).

[14] He was frequently called upon to assist in the solution of knotty problems (CAJORI, 1916, p. 11)

[15] "The earliest use that we have been able to find of Oughtred's notation for proportion, A.B::C.D, occus nineteen years after the *Clavis mathematicae* [...]" (CAJORI, 1916, p. 73)

[16] Oughtred was a great admirer of the Greek mathematicians - Euclid, Archimedes, Apollonius of Perga, Diophantus. But in reading their works he experienced keenly what many modern readers have felt, namely, that the almost total absence of mathematical symbols renders their writings unnecessarily difficulty to read. (CAJORI, 1916, p. 85)

Oughtred com a caligrafia de seus estudantes, ensinando-os a melhorar a escrita e os desenhos ou esquemas matemáticos. Isso remete a sua relação com a leitura dificultosa de alguns trabalhos importantes.

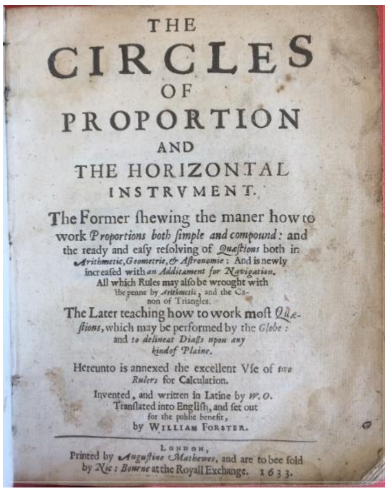
O interesse no ensino de matemática contemplava os estudiosos futuros, que viessem a necessitar de seus livros, bem como dos de seus alunos. Essa característica certamente influenciou no ensino de matemática, pois era uma particularidade de alguns como Oughtred, não se abrangendo a todos os grandes estudiosos da época.

A partir do entendimento sobre os instrumentos matemático do século XVII, bem como o papel deles no desenvolvimento da matemática, o estudo do documento de Oughtred permite inferir reflexões sobre os conhecimentos matemáticos que servirão de guia para a continuação das próximas etapas da interface.

3 A obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (1633)

O tratado intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (Figura 1) teve possivelmente sua primeira versão manuscrita por volta de 1622 em latim, escrita por William Oughtred, porém não publicada. Somente 10 anos depois, em 1632, William Forster trouxe ao público essa versão, traduzindo-a para o inglês e publicando-a em 1633.

Figura 1- Frontispício de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*, 1633.



THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.
The Former ſhewing the maner how to work *Proportions both ſimple and compound*: and the ready and eaſy reſolving of *Quaſtions* both in *Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie*: And is newly increaſed with *an Additament for Navigation*. All which Rules may alſo be wrought with the penne by *Arithmetic*, and the Canon of Triangles.
The Later teaching how to work moſt *Quæſtions*, which may be performed by the *Globe*: and *to delineat Dialls upon any kind of Plaine*.
Hereunto is annexed the excellent Vſe of *two Rulers* for Calculation.
Invented, and written in Latine by *W. O.*
Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the public benefit, by WILLIAM FORSTER.
LONDON,
Printed by *Auguſtine Mathewes*, and are to bee ſold by *Nic: Bourne* at the Royall Exchange. 1633.

Fonte: Oughtred (1633, frontispício)

O frontispício da obra apresenta, logo abaixo do seu título, uma breve descrição sobre os conteúdos que o leitor encontrará no documento, no qual são relativos à aritmética, geometria, astronomia e trigonometria[17], assim como também contém um aditivo a respeito da navegação, como vê-se em Oughtred (1633, frontispício, tradução nossa):

> O primeiro mostrando a maneira de trabalhar proporções ambas simples e compostas: e a pronta e fácil resolução tanto na Aritmética, Geometria & Astronomia. E foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação. Todas as regras que também podem ser feitas com a caneta pela Aritmética, e a Norma dos Triângulos. O posterior ensinamento [é] como trabalhar a maioria das questões, que podem ser realizadas pelo Globo: e delinear medidas em qualquer tipo de planície.

Na obra, inicialmente, Oughtred trata de conteúdos aritméticos, como proporção simples e composta, multiplicação e divisão, progressão, quadratura e cubagem de números, assim como a extração das raízes quadradas e cúbicas. Em seguida, apresenta tópicos sobre a geometria, que tratam da medição de círculos, cones, cilindros e esferas, medidas planas e sólidas, volume de vasos de líquidos, estudos sobre metais em relação à quantidade e peso, e o ordenamento de soldados para batalhas. Sobre a astronomia, Oughtred lista uma série de operações básicas para esse tipo de estudo e na trigonometria, faz menção a triângulos planos e esféricos.

Também no frontispício, se pode ver que o tratado foi impresso por Augustin Mathews (1615-1637) e era destinado para ser vendido por Nick Bourne no Royal Exchange, um grande centro comercial de Londres que detinha lojas de diversos tipos de departamento.

No início do documento há uma epístola dedicatória, que William Forster oferece ao cavaleiro Sir Kenelm Digby (1603-1665), um diplomata e cortesão inglês, que também era um filósofo natural. Nessa dedicatória Forster menciona uma conversa com Oughtred, na qual ele questiona ao seu professor a respeito da importância dos instrumentos para os estudos, citando inclusive a régua de Gunter, um instrumento projetado por Edmund Gunter (1581-1626) que tratava de escalas logarítmicas.

Foi a partir do questionamento de Forster que Oughtred cita “[...] linhas lançadas em um

---

[17] Em relação aos termos aritmética, geometria, astronomia e trigonometria, estes são escritos com letra minúscula por estarem se referindo a área de conhecimento. Porém, na citação manteve-se a escrita do

círculo ou anel, com outro círculo móvel sobre ele" (OUGHTRED, 1633, epístola, tradução nossa), que faz referência ao seu instrumento denotado por círculos de proporção. De acordo com Forster, Oughtred (1633, epístola, tradução nossa)

> [...] mostrou muitas notas, e regras para o uso desses círculos, e de seu instrumento horizontal (que ele havia projetado cerca de 30 anos antes), a maioria das partes escritas em Latim. Tudo o que obtive dele levei a traduzir em Inglês, e fazer público, para o uso, e benefício dos estudiosos, e amantes destas excelentes ciências.

Pode-se notar que além dos círculos de proporção citado, há também a menção de outro instrumento denotado por instrumento horizontal, no qual Oughtred dedica parte do seu texto.

Após a epístola, uma figura dos círculos de proporção é apresentada ao leitor, contendo abaixo a seguinte informação: "Aqueles que desejam instruções do padre no uso destes instrumentos ou outras partes das matemáticas podem repassar a W. Forster no Redbull sobre o pátio da Igreja de St. Clementes com Temple Bar" (OUGHTRED, 1633, s/p).

Partindo dessas considerações, o tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* está organizado em duas partes. Como cita Oughtred (1633, p. 01, tradução nossa) "A primeira parte deste livro mostra o uso *do primeiro lado* do instrumento, para o trabalho de *Proporções simples e compostas*, e para a pronta e fácil resolução de questões na *Aritmética*, *Geometria e Astronomia*, por cálculo", contendo os conteúdos matemáticos referentes à utilização desse instrumento e sendo dividido em 14 capítulos com temáticas voltadas à aritmética, a geometria e a astronomia.

A segunda parte, de acordo com Oughtred (1633, p. 113, tradução nossa) "[...] *inclui o* uso do segundo lado *do instrumento, para o trabalho da maioria das questões que podem ser realizadas pelo* Globo, *e a* declinação de medições, *em qualquer tipo de planície*". Essa parte trata do instrumento horizontal e se destina a questões relativas ao Globo contendo 30 pontos listados por Oughtred.

Levando em consideração a organização da obra, será dada ênfase a primeira parte do livro, que apresenta o instrumento foco desta pesquisa, os círculos de proporção, referente às suas partes e ao seu manuseio.

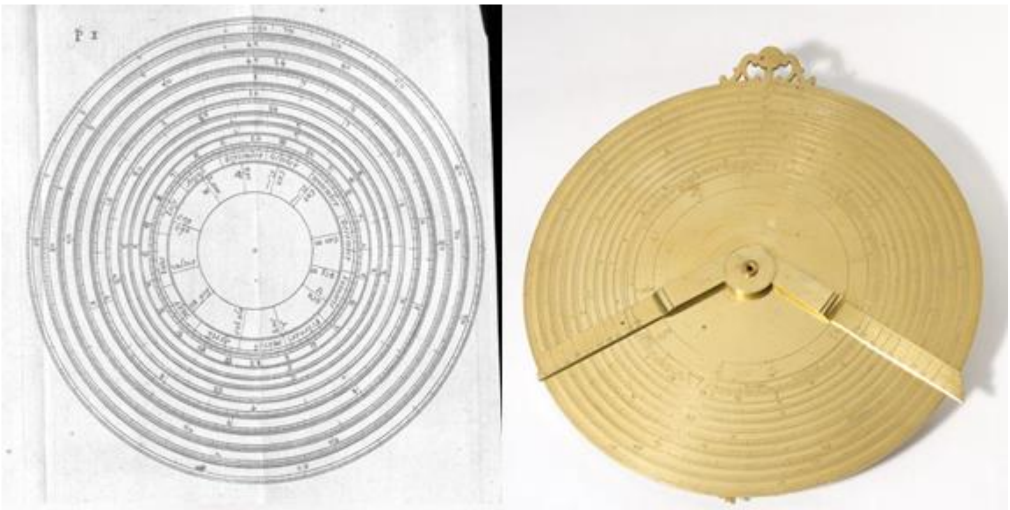
---

autor, que foi com letra inicial maiúscula.

4 Primeiras considerações sobre os círculos de proporção

Os círculos de proporção (Figura 2) é descrito por Oughtred (1633, p. 01-02, tradução nossa) como diversos "tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos". São descritos ao todo oito círculos graduados com tangentes, senos, logaritmos e números desiguais.

Figura 2 – Os círculos de proporção de William Oughtred



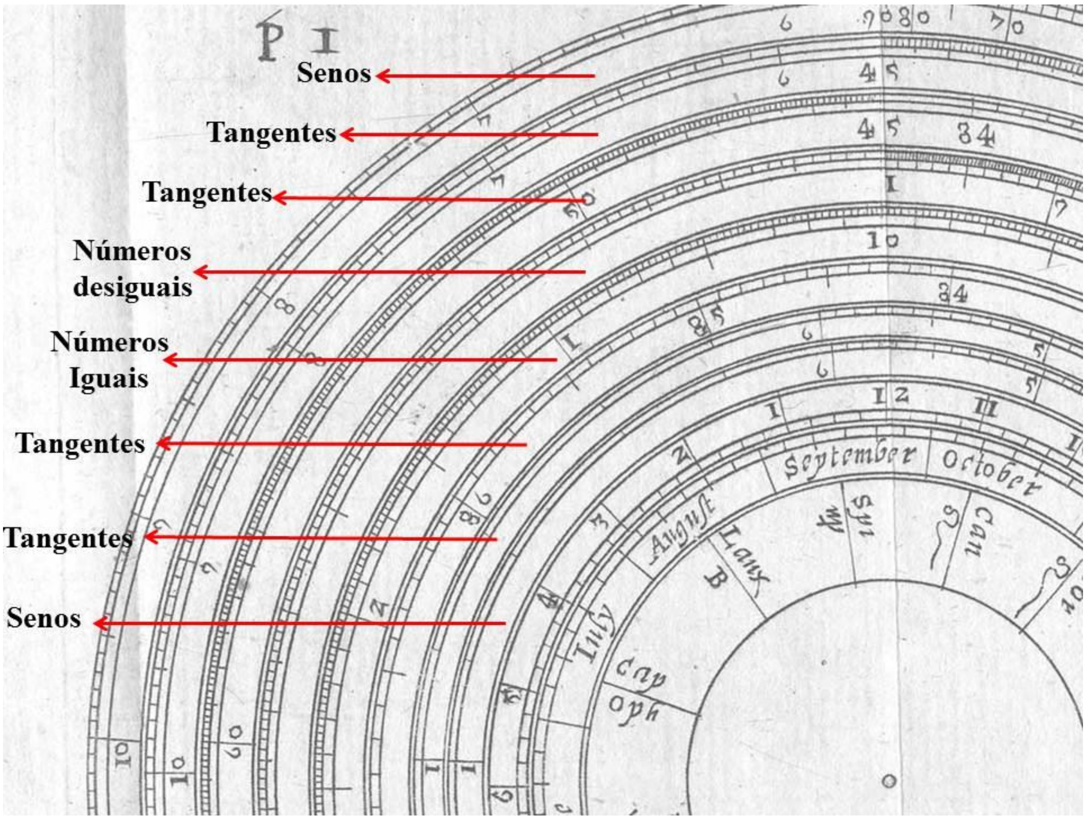
Fonte: Adaptado de Oughtred (1633, s/p) e do Museum of the History of Science, University of Cambridge.

Dentre os círculos, dois são destinados à graduação com senos, quatro com tangentes, um para os números desiguais (Figura 3). Segundo Oughtred (1633) essa notação é necessária para auxiliar na visualização dos círculos de senos e tangentes, como uma espécie de conversor de valores. Também há um círculo chamado de "números iguais", que por sua disposição nos círculos, visualiza-se distâncias iguais entre os números 0 à 9, como numa régua.

O primeiro círculo é destinado aos senos e está graduado de 5 graus e 45 minutos a 90 graus. Cada grau até 30 está dividido em 12 partes de 5 minutos cada. Em seguida, até 50 graus é dividido em partes fixas de 10 minutos. Depois, até 75 graus em duas partes de 30 minutos e por fim, até 85 graus eles não são divididos.

O segundo círculos é de tangentes de 5 graus e 45 minutos até 45 graus e está dividido em 12 partes de 5 minutos cada. O terceiro círculo também é de tangentes de 45 graus até 84 graus e 15 minutos e também sendo divido em 12 partes de 5 minutos cada.

Figura 3 – Graduações dos círculos de proporção.



Fonte: Adaptado de Oughtred (1633, s/p)

O quarto círculo, denotado como “números desiguais” são anotados com os números de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1 nesta ordem, em que cada espaço até 5 é dividido em 100 partes e depois disso até 1, é dividido em 50 partes. Oughtred (1633, p. 02-03, tradução nossa)[18] menciona que

> O *quarto círculo* também mostra os *verdadeiros* ou senos naturais, e *tangentes*. Pois, se o *indicador* for aplicado a qualquer seno ou tangente, ele será o *verdadeiro seno* ou *tangente* no quarto círculo. E devemos saber que, se *o seno* ou a *tangente* estiverem no *primeiro* ou no *segundo círculo*, os números do *quarto círculo* significam tantos milhares. Mas se o *seno* ou *tangente* estiverem no *sétimo* ou *oitavo círculo*, os algarismos no *quarto círculo* significam tantas centenas. E se a *tangente* estiver no *sexto círculo*, os números do *quarto círculo*

[18] Nas citações retiradas do documento original, mantiveram-se as expressões destacadas em *itálico*, que o próprio Oughtred faz em seu texto. Já as citações que contém termos em **negrito**, foram feitos realces pelas autoras deste artigo, por considerar-se que seria de melhor visualização para o leitor.

significam muitas vezes dez mil, ou todo o *raio*[19].

Dessa forma, o quarto círculo funciona como um auxiliador para os cálculos referentes aos demais círculos. Oughtred (1633, p. 03, tradução nossa) cita como exemplo:

> Por estes meios o **seno de 23º30'** será encontrado **3987**; e o **seno de seu complemento 9171**. E **a tangente de 23º30'** será encontrada **4348** e a **tangente de seu complemento, 22998**. E o **raio é 10000**, que é o número 1 com quatro zeros ou círculos. E assim você pode descobrir tanto a soma [quanto] a diferença de senos e tangentes.

O autor comenta sobre o uso da característica e da mantissa, porém, os valores encontrados no instrumento são dados referentes ao raio 10000 como ele apresenta. Assim, ao buscar o valor nos círculos, o mesmo consta como multiplicado por esse raio, ou seja, ao se aplicar o valor do seno de 23°30', o mesmo deve ser 0,3987, que multiplicado pelo raio que será 3987 e este é o valor que consta no instrumento.

O quinto círculo é denotado de "números iguais" e é anotado com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nesta ordem, no qual a distância entre cada número está dividida igualmente em 100 partes. Oughtred (1633, p. 03, tradução nossa) diz que este círculo é raro de qualquer uso, mas que é somente por ele que se poderá efetuar multiplicações e divisões, e como exemplo,

> [...] se o espaço entre **1,00 e 1,0833**+ for setuplicado[20]. Aplique o indicador em **1,0833+** no quarto círculo, e ele cortará no primeiro círculo **03476+;** que multiplicado por **7** faz **24333**; Então, novamente, aplique o indicador neste número **24333** no primeiro círculo, e ele irá cortar no quarto círculo **1,7512+.** E esse é o espaço entre **1,00** e **1,0833+** setuplicado, ou a razão entre **100** e **108**, sete vezes multiplicada por ele.

Oughtred (1633) afirma que a operação se dá por que neste quinto círculo são mostrados os logaritmos dos números. Assim, para qualquer valor que se queira no quarto círculo, este corresponde no quinto círculo ao logaritmo dele. A relação entre esses dois círculos ocorre pelo que o próprio Oughtred (1633, p. 4) diz que "Os números são multiplicados pela adição de seus logaritmos; e eles são divididos pela subtração de seus logaritmos".

---

[19] Na notação da época, o raio equivalia a 10.000.

[20] Tornar sete vezes maior.

O sexto e sétimo círculos retomam a tangente de 84 até aproximadamente 89 graus e de 35 minutos até 6 graus, respectivamente. E por fim, o oitavo círculo é de senos que correspondem a 35 minutos até 6 graus. Nestes, Oughtred não especifica em quantas partes cada grau está dividido, como nos anteriores.

Há uma linha que passa pelo centro, em 90 e 45 graus, que é denotada como "linha da unidade" ou do raio e dois indicadores semelhantes a um par de compassos que são utilizados para o manuseio do instrumento que o autor chama de "braço antecedente" e "braço consequente" e que são posicionados de acordo com o uso.

Ainda é mencionado por Oughtred (1633, p. 4, tradução nossa), que no centro há "o instrumento *duplo Nocturnal*[21], para mostrar a hora da noite". Aqui, destaca-se a funcionalidade vasta do que Oughtred (1633) propunha, pois o instrumento valia-se para os interesses relativos a cálculos aritméticos e geométricos e também para medições de tempo.

Oughtred (1633) mostra-se preocupado em iniciar a escrita da obra através da descrição das partes do instrumento e da funcionalidade do mesmo, antes de adentrar-se aos conceitos matemáticos, pois como cita Cajori (1916), ele defendia que o instrumento só poderia ser utilizado depois de se constituir uma boa base teórica que envolvesse o seu manuseio e suas partes.

Só então, a partir de um bom entendimento das partes e do manuseio do instrumento, Oughtred (1633, p. 07, tradução nossa) apresenta regras de proporção simples e composta e com as operações de multiplicação e divisão, utilizando os círculos para a resolução de alguns exemplos:

> 8. Um exemplo de *Multiplicação.*
>
> Quantos centavos existem em 47^{li} [22] 9^{sh} [23]? Pois, como 1 xelim contém 12 centavos e 1 libra contém 20 xelim, isto é, 240 centavos, você deve multiplicar 47 por 240 e 9 por 12 e, em seguida, somar os produtos.
>
> Na primeira *Multiplicação*
>
> `1.47 :: 240.11280`

[21] O *Nocturnal*, foi um instrumento utilizado para medir a hora baseado na posição de dois ou mais astros no período noturno.

[22] Referencia-se a *Libra (do Latim: Libra, do Inglês: Pounds).* Unidade monetária.

[23] Referencia-se a *Xelim (do Inglês: Shilling).* Unidade monetária que foi utilizada nas ex-colônias britânicas, atualmente vigentes em outras nações.

> Defina o braço do indicador em 1 e 47 no quarto círculo; e então traga o braço antecedente (que ficou em 1) até 240, e o braço consequente mostrará 11280.
>
> Novamente na segunda *multiplicação*
>
> 1.9 :: 12.108
>
> Defina os dois *braços do indicador* em 1 e 9 no quarto círculo; e traga o *braço do antecedente* para o 12 e o *braço consequente* mostrará 108. Por último, adicione 11280 e 108 e a soma 11388 será o número de centavos contido na referida soma de 47^{li} [e] 9^{sh}.

Um único capítulo é dedicado a questões de proporção e está estruturado com seis exemplos resolvidos e dois teoremas que surgem apenas no final. Nesses teoremas, Oughtred (1633, p. 12, tradução nossa) refere-se a como calcular a ascensão correta do Sol, como é apresentado a seguir:

> *Exemplo 6:* Para encontrar a ascensão *correta do Sol*, no dia 9 de maio. Procure o lugar do Sol para o dia proposto na antiga *tabela* e os Sóis se distanciam do próximo ponto equinocial, como no primeiro exemplo. Essas coisas sendo conhecidas, a Regra é por um desses dois Teoremas.
>
> *Teorema:* Como o Raio, é para o seno do complemento da maior declinação dos Sóis; assim é a tangente da distância dos Sóis a partir do próximo ponto equinocial, até a tangente da diferença da ascensão adequada do Sol, do mesmo ponto equinocial.
>
> Ou
>
> *Teorema:* Como a tangente da maior declinação do Sol, está ao raio; assim é a tangente da declinação do Sol para o tempo proposto, até o seno da ascensão adequada do sol a partir do próximo ponto equinocial.

A sequência de disposição dos conteúdos do livro demonstra uma espécie de didática, em que Oughtred, inicia dos mais simples aos mais complexos. Um exemplo disto é que Oughtred sempre faz menção aos conteúdos anteriores, como no quarto capítulo quando ele diz “Dobrar, Triplicar ou Multiplicar com frequência qualquer razão dada, não é outra coisa senão tantas vezes juntar o dito lugar ou distância entre os termos; como é mostrado no capítulo 1, seção 7” (OUGHTRED, 1633, p. 13). O autor cita o que seria dobrar, triplicar e multiplicar e relaciona ao primeiro capítulo, no tópico sete, que já foi apresentado no livro sugerindo ao leitor que em caso de dúvida, o conteúdo poderia ser consultado retornando ao capítulo mencionado.

Com relação às questões sobre geometria como as medidas de círculos, cones, cilindros e esferas, o tratamento de medições em meios planos e medidas de sólidos, e o estudo de volumes de vasos, o autor faz referência a questões de uso cotidiano. Oughtred (1633, p. 52, tradução nossa), por exemplo, ao tratar do volume de vasos em seu tópico inicial no capítulo onze traz:

> 1. Um recipiente de vinho, ou cerveja, seja cano, tonel, barril, kilderkin[24] ou firkin[25], e semelhantes, na forma de um *esferoide*, tendo as duas extremidades igualmente cortadas: e, consequentemente, pode ser medido assim.
>
> Meça os dois diâmetros do Vaso, em polegadas, ou então em décimas partes de um pé, o do batoque[26], o outro da cabeça, e também o comprimento dentro. E pelos diâmetros encontrados, descubra os círculos; depois junte duas partes do círculo maior e um terço do menor: Por fim, multiplique o agregado pelo comprimento: assim você terá o conteúdo do Vaso, seja em polegadas Cúbicas, ou partes cúbicas de um décimo pé.

Aqui se percebem essas questões referentes ao uso da matemática para assuntos diários, quando houve a necessidade da medição do volume de barris de líquidos. Nota-se também que Oughtred já não faz mais menção à como utilizar o instrumento para tal tipo de resolução. Entende-se que isso ocorre, pois como a resolução envolve multiplicação, e isso já foi citado nos capítulos iniciais, ele preferiu não ser repetitivo. Tal consideração é baseada no que o autor diz ao tratar de cubos, após ter descrito dois exemplos – "Exemplos de cubos maiores serão desnecessários definir" (OUGHTRED, 1633, p. 33, tradução nossa) – transmitindo a ideia de que o leitor deveria retomar ao capítulo para alguma dúvida referente ao uso dos círculos.

Outro exemplo relacionado à ordem prática pode ser encontrado quando Oughtred (1633, p. 62, tradução nossa) aborda a formação retangular de Soldados em batalha:

---

[24] Do inglês antigo, equivale a meio barril ou 18 galões de medida inglesa ou aproximadamente 22 galões de medida americana.

[25] Do inglês antigo, na Grã-Bretanha, equivale a quarta parte de um barril ou 9 galões imperiais.

[26] Orifício largo na parte superior de um barril ou tonel, por onde entra o líquido.

3. *Se é um batalhão quadrado de homens*, extraia a raiz quadrada de todo o número de homens, e a mesma deve ser o número de soldados, a ser definido na coluna.

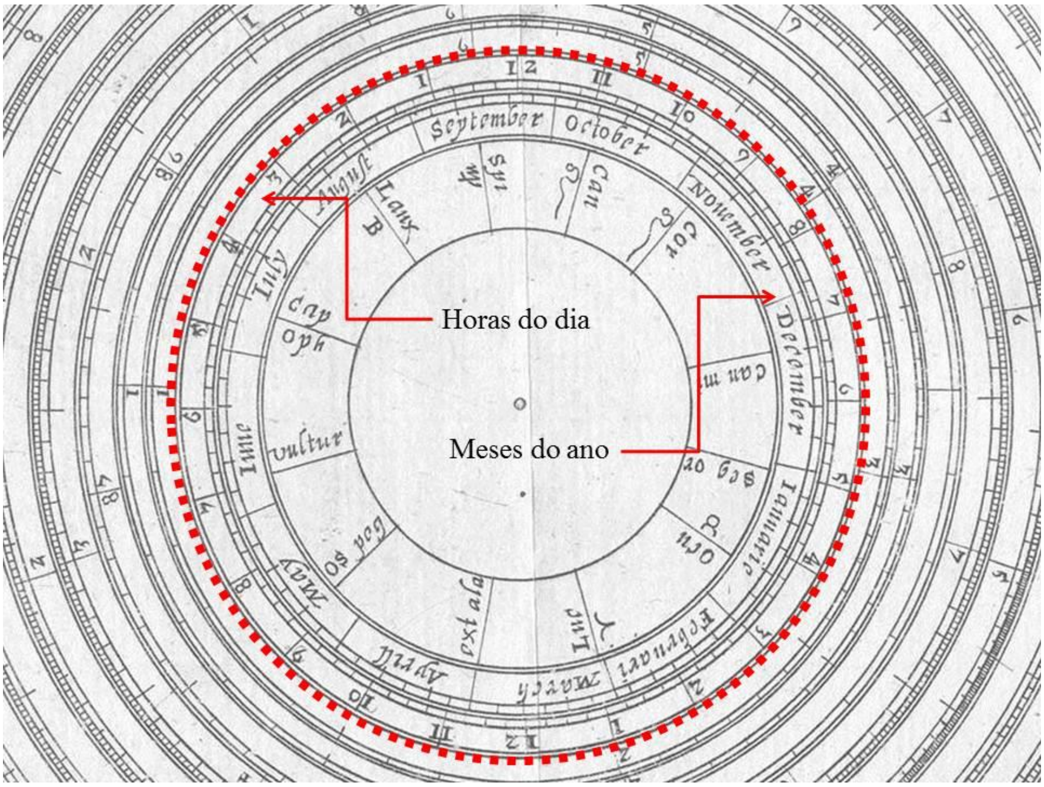
Exemplo: 576 soldados devem ser convocados para um batalhão quadrado, que tanto podem estar na coluna como na fila.

Pegue a raiz quadrada de 576, que é 24. O mesmo deve ser o número a ser colocado na coluna.

Como o conteúdo de extração de raiz quadrada e cúbica já foi mencionado anteriormente, Oughtred (1633) não se ocupada de descrever como deve ser o manuseio dos círculos para esse tipo de questão. O mesmo ocorre ao decurso da primeira parte da obra, quando o autor adentra-se a conteúdos de astronomia e trigonometria, nos capítulos finais dessa primeira parte.

Ao final da primeira parte do livro, em seu capítulo 14, Oughtred (1633) trata sobre outro instrumento matemático, que ele cita no início de seu tratado, que é o *Nocturnal* (Figura 4), como já mencionado no início deste tópico.

Figura 4 – duplo Nocturnal no interior dos círculos de proporção



Fonte: Adaptado de Oughtred (1633)

O *Nocturnal* é instrumento astronômico que era utilizado para medições de hora local pelos navegantes, baseado na posição das estrelas no céu noturno. No círculo de proporção Oughtred (1633) o representa próximo ao centro do círculo (Figura 4), em que o primeiro, mais interno, apresenta os 12 meses do ano e o segundo mais externo, consecutivo a esse, traz às 24 horas do dia, escritas de 1 a 12 duas vezes.

Dessa forma, é importante ressaltar que os círculos de proporção de Oughtred (1633) no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* perpassa por várias áreas de conhecimento da própria matemática, em que questões epistemológicas são rotineiramente apresentadas na própria escrita do documento. As suas várias utilidades, tanto incorporada ao ensino como também a vida prática do cidadão, são apresentadas na obra permitindo reflexões sobre as diversas possibilidades de uso do instrumento.

Considerações Finais

Dentre os vários instrumentos matemáticos produzidos no século XVII, os círculos de proporção exerceram importantes contribuições no progresso científico, pois foi também através desses objetos que a matemática se destacou na Europa. Seu cerne traz um rol de conhecimentos matemáticos (proporção, seno, cosseno, tangente, entre outros) que podem ser incorporados no ensino atrelado a história, possibilitando uma discussão conceitual, epistemológica e contextual da matemática.

Construir uma interface entre a história e o ensino de matemática, é fazer uma reflexão sobre a utilização de documentos históricos nas salas de aula e buscar reconstruir ideias tradicionais referentes ao processo de constituição de conhecimentos matemáticos, sob uma ótica atualizada. O texto de Willian Oughtred tem potencialidade que possibilita a renovação das concepções a respeito.

Entretanto, um estudo mais profundado buscando aspectos epistemológicos no documento ainda precisa ser realizado. Conteúdos matemáticos já foram identificados no decorrer da leitura e da análise preliminar do texto, mas sua relação com as matemáticas período ainda precisa ser estudado.

Outro ponto é o próprio tratamento didático que precisa ser feito para o uso no ensino. Embora o autor tenha destinando-o para tal, a linguagem e as notações devem ser discutidas e atualizadas conforme a intencionalidade e o nível escolar proposto pelo pesquisador.

Dessa forma, os círculos de proporção de Oughtred nos fornece um recurso didático que une a história e o ensino de matemática por meio de um documento, que permite a reconstrução de ideias que estão implicadas na gênese do objeto, proporcionando resignificar o conhecimento matemático por meio de questões históricas, epistemológicas, contextuais e pedagógicas.

Referências

BARBER, R. William Oughtred**.** 1982. From John Aubrey's Brief Lives. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Obits2/Oughtred_Aubrey.html>. Acesso em: 03 jul. 2018.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. **História da Ciência para a formação de professores**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2014.

BROMBERG, C.; SAITO, F. A história da matemática e a história da ciência. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. **História da ciência:** tópicos atuais. São Paulo: Livraria da Física, 2010. p. 47-71.

CAJORI, F. **William Oughtred**: a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Reflexões iniciais na esfera contextual do papel dos instrumentos matemáticos do século XVI. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 3, n. 2, p.7-22, jan. 2014.

DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história e ensino de matemática: aspectos teóricos e metodológicos. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Actas del VII CIBEM.** Montevideo: La Sociedad de Educación Matemática Uruguaya, 2013. p. 7502 - 7509.

_____. A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado Del modo di misurare (1564) de Cosimo Bartoli. In: CONGRESSO INTERNACIONAL PBL 2010, 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Pan American Network Of Problem Based Learning, USP, 2010.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HARKNESS, D. E. **The Jewel House:** Elizabethan London and the Scientific Revolution. London: Yale University Press, 2007.

HIGTON, H. K. Forster, William (fl. 1627–1673). In: **The Oxford Dictionary Of National Biography**, set. 2004. Oxford University Press. http://dx.doi.org/10.1093/ref:odnb/9921.

_____. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioners of the 17th century. **Endeavour**, v. 25, n. 1, p.18-22, 2001.

OUGHTRED, W. **Key of Mathematicks.** Londres: Google Books, 1694.

_____. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument.** London: Google Books, 1639. Tradução de William Forster.

_____. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument**. London: William Forster, 1633. Tradução de William Forster, reimpresso por EBBO Editions, 2010.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais... .** Fortaleza: Eduece, 2018a. p. 1 - 12.

_____. O Tratado Scripta Clarissimi Mathematici (1469): uma possibilidade de uso envolvendo instrumentos. In: 5o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018, Belém. **Anais do 5o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Belém: SBEM-PA, 2018b. v. 1. p. 1-15.

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte (Ed.). **Investigaciones en Educación Matemática.** Lima: Fondo Editorial, 2016a. p. 253-291.

_____. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, p.03-19, 2016b.

_____. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

_____. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Rematec: História de Práticas Matemáticas**, v. 16, n. 9, p.25-47, maio/ago. 2014.

_____. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Actas del VII CIBEM.** Montevideo: La Sociedad de Educación Matemática Uruguaya, 2013. p. 3390 - 3998.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência e Educação**, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

_____. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p. (Coleção história da matemática para professores).

THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA. **William Oughtred.** 2018. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/William-Oughtred>. Acesso em: 29 jun. 2018.