

# Un estudio sobre cómo se manifiesta la capacidad para crear problemas sobre la función exponencial en docentes de educación superior

---

LUIS ENRIQUE GARCÍA ZEVALLOS<sup>1</sup>

CAROLINA RITA REAÑO PAREDES<sup>2</sup>

## Resumen

*En este artículo, presentamos los alcances de un trabajo de investigación acerca de cómo se manifiesta la capacidad para crear problemas sobre la función exponencial en profesores de educación superior. Se analizan problemas creados por docentes de matemáticas de una universidad peruana, de acuerdo con las estrategias de creación de problemas (EPP y SPP), y empleando los criterios de creatividad tales como fluidez, flexibilidad y originalidad. A partir de los resultados de la investigación, se pudo observar que este Enfoque de creación de problemas promueve en el docente la fluidez de ideas e incentiva la flexibilidad de pensamiento, al movilizar su capacidad para crear problemas, facilitándole instrumentos que le permiten realizar modificaciones ya sea con fines didácticos o para incrementar la demanda cognitiva del problema original.*

**Palabras-clave:** Creación de problemas; Función exponencial; Estrategias EPP y SPP.

## Abstract

*In this article, we present the scope of a research work on how the ability to pose exponential function problems in professors of higher education is manifested. Problems posed by mathematics professors of a Peruvian university are analyzed, according to the problem posing strategies (EPP and SPP), and using creativity criteria such as fluency, flexibility and originality. Based on the results of the research, it was observed that this Problem Posing Approach fosters professors' fluency of ideas and encourages thought flexibility by mobilizing their ability to pose problems, providing them with tools that allow them to make modifications, whether for didactic purposes or to increase the cognitive demand of the original problem.*

**Keywords:** Problem Posing; Exponential Function; EPP and SPP strategies.

## Introducción

En diversas investigaciones sobre la enseñanza del concepto de función exponencial se puede observar la persistente dificultad que experimentan los estudiantes para su comprensión, en particular estudiantes cuyas especialidades no pertenecen al área de las matemáticas o ingenierías. Este aprendizaje deficiente se hace más notorio cuando se requiere que modelen matemáticamente una situación real con características exponenciales, evidenciando en muchos casos que el estudiante solo procedió a memorizar una fórmula, limitando su comprensión a la aplicación directa de la misma.

---

<sup>1</sup>Pontificia Universidad Católica del Perú. Maestría en Enseñanza de las Matemáticas – lgarciaz@pucp.edu.pe.

<sup>2</sup> Pontificia Universidad Católica del Perú. Maestría en Enseñanza de las Matemáticas – creano@pucp.edu.pe.

Este recurrente obstáculo nos lleva a buscar una forma distinta de presentar a los estudiantes un nuevo concepto matemático, así como sus posibles aplicaciones. Al respecto, la creación de problemas y en particular el enfoque de Malaspina (2017) permite una nueva relación del estudiante con su proceso aprendizaje, facilitándole al docente instrumentos que le permitan crear problemas con características adecuadas para el aprendizaje progresivo de sus estudiantes. Para lograr esto, resulta necesario que los docentes de educación superior desarrollen la capacidad para crear problemas sobre situaciones reales y significativas para sus estudiantes, ya sea adaptándolos de los libros de texto o elaborándolos desde situaciones cotidianas. Es así como se profundizó en el estudio de la capacidad del docente para crear problemas sobre la función exponencial, sobre la base del enfoque de creación de problemas que propone el uso de las estrategias “Episodio, problema Pre, problema Pos” (EPP) y “Situación, problema Pre, problema Pos” (SPP). Para la investigación se realizaron una serie de actividades con docentes de matemáticas para las carreras de letras en una universidad peruana, y se analizaron los problemas creados por ellos mediante los criterios de creatividad empleados por Malaspina (2014b): fluidez, flexibilidad y originalidad, con la finalidad de identificar la forma en que la creatividad se manifiesta.

## **1 Dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de la función exponencial**

A partir de los trabajos de diversos investigadores sobre la enseñanza y aprendizaje de la función exponencial, hemos podido identificar las principales dificultades que se presentan cuando se trabaja con problemas relacionados a la función exponencial. Por ejemplo, en el estudio que realiza Advíncula (2010), nos comenta que los alumnos experimentan complicaciones cuando deben interpretar el comportamiento de la función exponencial en un contexto real, siendo que a pesar de tener un dominio algebraico para operar la función no siempre pueden emplearla como herramienta de resolución para una situación planteada. Nos dice también que en su investigación se aprecia que los estudiantes tienen dificultades al relacionar la función exponencial con la función logaritmo, evidenciando un mal aprendizaje previo del concepto logaritmo; asimismo, presentan dificultad para graficar funciones exponenciales a partir de sus expresiones algebraicas o dentro del dominio correspondiente, encontrando además una dificultad

propia de los estudiantes de las carreras de letras al pasar de las representaciones en el registro de la lengua natural al registro simbólico, siendo esto un síntoma de un deficiente aprendizaje del concepto de función exponencial, tal como lo menciona la investigadora en el sentido de lo expresado en la teoría de registros de representación semiótica propuesta por Duval (1993).

Otras dificultades observadas por Cunningham (2004) se refieren a la poca destreza que se observa en los estudiantes al realizar un modelamiento exponencial, además de encontrar cierta resistencia de los estudiantes para trabajar con logaritmos. El investigador atribuye la dificultad para comprender y usar adecuadamente la función exponencial, a la instrucción tradicional platonista o instrumental en la que la posición del alumno es meramente la de un receptor de lo que el docente le transfiere. Esta perspectiva instrumentalista principalmente se centra en el dominio de destrezas, reglas y procedimientos como objetivo final, mas no en el entendimiento, la representación, y el razonamiento que debería ser promovido en el estudiante. Aplicando esta perspectiva en el caso de la instrucción matemática, se le confía al libro de texto y al profesor la generación de problemas, así como las instrucciones de cómo resolverlos, privando a los estudiantes de ser partícipes responsables en la construcción de su propio conocimiento. Esta forma pasiva de aprendizaje puede ser superada con la creación de problemas, mejorando el razonamiento y la reflexión requerida para un profundo entendimiento de las matemáticas; además, en esta nueva experiencia creativa, suelen generarse conexiones entre las matemáticas y el mundo real.

## **2 Importancia de la creación de problemas para la enseñanza del objeto matemático función exponencial**

Los trabajos de investigación relacionados con la creación de problemas para la enseñanza de las matemáticas coinciden sobre la necesidad de que el docente desarrolle la capacidad de crear problemas cercanos a la realidad del estudiante, con la finalidad de captar su interés. En tal sentido Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014) comentan que crear problemas no es una actividad privilegiada para algunos expertos, cuyos planteamientos encontramos en libros de texto y en el material que se reparte en las escuelas públicas, sino que este proceso debe ser inherente a la labor del docente, el cual al estar en contacto directo con el estudiante tiene la ventaja de poder contextualizar un problema matemático acorde al interés de este último. Según Malaspina (2013), existen una serie

de razones didácticas por las cuales es importante fomentar la creación de problemas en los docentes, resumimos en la siguiente lista algunas de ellas:

- Permiten proponer problemas que se adecuen a las motivaciones de los estudiantes de forma que fomenten el interés por resolverlos.
- Facilitan la tarea de presentarle al alumno un conjunto de problemas cuyo grado de dificultad se incrementa a lo largo del desarrollo de una actividad de clase.
- Contribuyen a una mayor participación de los estudiantes en clase, cuando se les pide proponer tópicos de interés como base para la creación de un problema, propiciando la interacción profesor – alumno, y de esta forma comprometiéndolos con el desarrollo de la clase.
- Hacen posible completar las carencias de información en los libros de texto escolar.
- Incrementan la preparación y el dominio sobre determinados temas por parte de los docentes.

Con respecto a la creación de problemas, Malaspina (2017) propone el uso de las estrategias Episodio, problema Pre, problema Pos (EPP) y Situación, problema Pre, problema Pos (SPP). El problema Pre presenta un enunciado más simple que el del problema del episodio, con la finalidad de facilitar la comprensión y posterior resolución del problema del episodio, orientando de esta forma al estudiante de manera gradual hacia el dominio de un determinado concepto matemático. El problema Pos contiene un mayor nivel de complejidad respecto al problema del episodio, de forma tal que el estudiante requiera ampliar su visión sobre el objeto matemático para poder resolver adecuadamente este problema.

### **3 Metodología y procedimientos**

En nuestro trabajo empleamos procedimientos descriptivos propios de una investigación de tipo cualitativa, con la finalidad de identificar las capacidades emergentes de los docentes durante la creación de problemas. La configuración del proceso de investigación está basada en la propuesta de Latorre (1996), quien considera la presencia de un conjunto de fases en el desarrollo de una investigación cualitativa. En una primera fase llamada exploratoria o de reflexión, definimos el problema de

investigación, el cual consiste en identificar cómo se manifiesta la creatividad en los problemas creados sobre la función exponencial mediante las estrategias EPP y SPP, realizamos una revisión documental, que nos permitió encontrar antecedentes relacionados al concepto de función exponencial y su importancia en la educación matemática. Con respecto a la perspectiva teórica, contamos con el enfoque sobre creación de problemas de Malaspina (2017) del cual empleamos las estrategias EPP y SPP como referencia para nuestra investigación. Para la segunda fase llamada de planificación, se tomaron decisiones respecto al desarrollo de las actividades, entre ellas se consideró trabajar con seis participantes, quienes son docentes de cursos de educación superior en donde se incluye el tema función exponencial como parte del silabo. Además, se prepararon los instrumentos a usar con los participantes, tales como una ficha a modo de encuesta para elaborar el perfil del participante, una ficha conteniendo la actividad adaptada del trabajo de Cunningham (2004), y otra ficha en donde se presentan las tres actividades que desarrollarán los participantes. En la tercera fase o de entrada en el escenario, presentamos ante los participantes la actividad de manera instructiva, dando indicaciones generales sobre lo que se espera de ellos durante la resolución de las preguntas de cada actividad. Además, se les da una breve explicación sobre las estrategias EPP y SPP según el enfoque de creación de problemas propuesto por Malaspina (2017), junto con un resumen impreso con los conceptos y definiciones relevantes al respecto. Para la cuarta fase llamada de recojo y análisis de la información empleamos como fuentes de evidencia: La ficha de actividades con los episodios y situación sobre la función exponencial, en donde los participantes propusieron sus propios problemas sobre función exponencial en el marco de las estrategias EPP y SPP, las fichas para elaboración del perfil del participante, y las entrevistas a las participantes realizadas al término del encuentro. En la ficha de actividades la primera contiene un problema sobre la depreciación de un vehículo automotor cuyo modelo matemático se puede relacionar a un decaimiento exponencial; la segunda actividad tiene como tema la acumulación de desechos en China que se relaciona a una función de crecimiento exponencial; y la última actividad es una situación sobre la proliferación de bacterias en donde la información permite emplear tanto el decaimiento como el crecimiento exponencial. La última fase corresponde al análisis de la información, para ello mediante el Enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017), describimos cada uno de los elementos que componen los problemas

creados e identificamos el tipo de modificaciones que se realizaron, usando además como criterio de análisis de la creatividad la propuesta de Malaspina (2014b), la cual considera tres destrezas como componentes importantes de la creatividad,

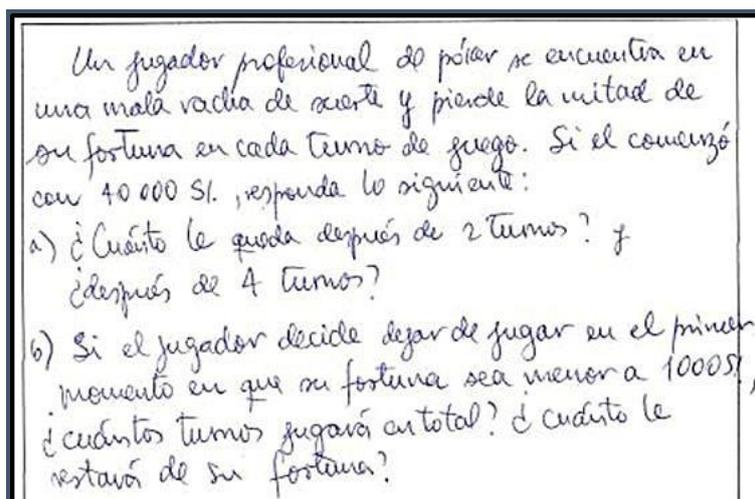
Flexibilidad en el sentido de hacer las modificaciones con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros a lo presentado en el problema; y originalidad en el sentido de presentar novedad respecto al problema dado y distinguirse notoriamente de otras modificaciones al mismo problema [...] fluidez, en el sentido de crear más de un problema, con ideas y propuestas diferentes, a partir de la situación y los problemas dados. (MALASPINA, 2014b, p.136).

Para mostrar los resultados de las actividades y realizar el análisis respecto a los criterios de creatividad y la creación de problemas, usamos una rúbrica para poder registrar los indicadores de creatividad presentes en los problemas creados, la cual es una adaptación del trabajo de Ayllón (2012) y Malaspina (2014) empleado con la finalidad de poder describir la calidad de los problemas creados. De esta forma, realizamos una descripción de las modificaciones realizadas por los participantes, y que muestran su capacidad para crear problemas con sentido didáctico, y diversos niveles de dificultad; permitiéndonos además identificar cualitativamente los problemas de acuerdo con los criterios de creatividad.

#### **4 Capacidad de creación de problemas sobre función exponencial de los docentes participantes**

El desarrollo de las actividades nos permitió observar las diversas modificaciones que realizaron los docentes para crear un nuevo problema sobre función exponencial. En los análisis de cada problema, se detallaron los tipos de modificaciones ejercidos siguiendo la clasificación de Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014)., pudiéndose apreciar la frecuencia con la que están presentes en un problema creado, así como la tendencia que tiene un determinado participante por el uso de este recurso. Si bien estos cambios se producen en todas las actividades realizadas por los participantes, resaltamos el caso del participante F al crear el problema Pre para la actividad 1.

**Figura 1-** Problema Pre Actividad 1



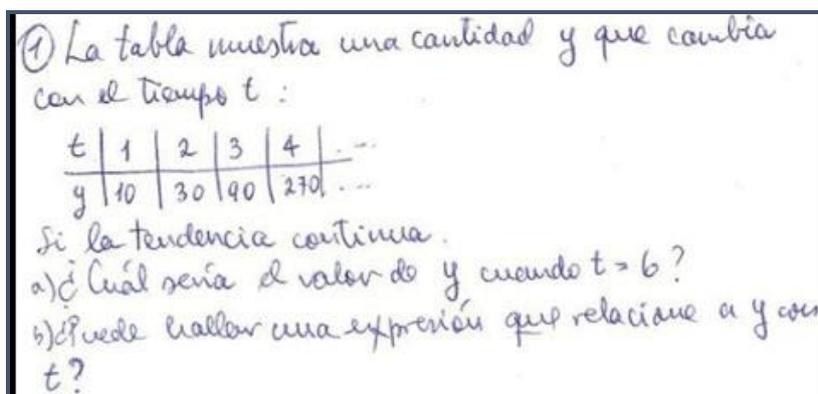
**Fuente:** Captura de imagen de la ficha de actividades

Se puede observar en la figura 1, que en la resolución de las preguntas se predispone de manera indirecta a un proceso de generalización para obtener una expresión para un término " $t$ ", enriqueciendo el problema original, pues sabemos que el generalizar un concepto favorece profundamente el pensamiento matemático según lo manifiesta Malaspina (2016). Entre las modificaciones que realiza sobre la información, el contexto, el entorno matemático, tanto cuantitativas como cualitativas, es la modificación sobre el requerimiento la que permite llegar a plantear una generalización durante la resolución del problema. Esta generalización no está planteada al estudiante de forma tan explícita como en el problema Pre de la figura 2 que corresponde a la segunda actividad, en donde presenta un problema más simple en su presentación, al ser una tabla que debe completarse, y para la cual se solicita encontrar nuevamente un término general " $t$ ".

Esta forma de presentar un problema de generalización más explícito y simple permite observar una mejora desde lo didáctico respecto al problema creado en la actividad 1, al respecto el docente participante considera que es apropiada que los estudiantes deban generalizar hasta llegar a la forma exponencial para entender que se trata del resultado de multiplicaciones sucesivas. Por su parte, el participante C realiza modificaciones principalmente sobre la información del problema original, siendo sus propuestas muy similares unas a otras. No obstante, a medida que avanza en el desarrollo de las actividades, presenta modificaciones más interesantes y con mayor originalidad

respecto a los primeros problemas creados, incorporando el uso de inecuaciones para una correcta resolución.

**Figura 2-** Problema Pre Actividad 2



**Fuente:** Captura de imagen de la ficha de actividades

Estas modificaciones en los elementos que componen un problema sirvieron para crear problemas de complejidad variable permitiendo desde facilitar la comprensión y solución del problema del episodio hasta, a partir de este, relacionar conceptos aprendidos previamente por el estudiante retándolo a encontrar soluciones a problemas más complejos. El uso de las estrategias EPP y SPP con los participantes de la investigación ha permitido visualizar, cómo se generan problemas de diferente grado de dificultad, así como las características creativas del docente plasmadas en el problema creado. Se observa en el caso del participante F, una evolución creativa hacia lo didáctico, desde el primer problema Pre propuesto en la actividad 1, hasta el último propuesto en la actividad 3. Además de resaltar notoriamente dos de los tres criterios que caracterizan a la creatividad como son la flexibilidad y la fluidez. En la actividad 2, la creatividad del participante F se manifiesta notoriamente en la flexibilidad, al realizar un cambio drástico respecto a las reglas planteadas en el problema del episodio, pues se pasa a un entorno intra-matemático, además de presentar nueva información relacionada a una progresión geométrica en una tabla. Creemos que, en el segundo encuentro con el participante F, en el que se realizaron las dos últimas actividades, se pudo apreciar una mayor presencia de la creatividad mediante las manifestaciones de fluidez, flexibilidad y originalidad en los problemas creados, es fácil apreciar el incremento en la fluidez que se da en la segunda actividad respecto a la primera pues, para el desarrollo de la actividad 1 el participante F solo presentó un problema Pre, y no presentó ningún problema Pos debido a que luego de algunos intentos no consiguió propuestas

completas que constituyeran adecuadamente un problema Pos con su respectiva solución. Luego de socializar mediante la entrevista, el participante nos comentó que considera mucho más difícil, crear un problema Pos que crear un problema Pre, lo que nos permite pensar en más de una razón sobre por qué puede ser más difícil crear un problema retador, una posible respuesta a esta interrogante, puede ser que para un docente con doce años de experiencia su sentido de la didáctica lo moviliza a ser más creativo al momento de facilitar el aprendizaje para los estudiantes, y dado que el grupo sobre el cual enseña la función exponencial en la PUCP son estudiantes del área de letras y ciencias humanas, este factor se hace más entendible. Aunque esta posible justificación pierde un poco de peso dado que ambos participantes (C y F) llenaron la ficha para determinación del perfil indicando 12 años de experiencia como docentes de matemáticas.

En el análisis que se hace al problema Pos creado en la actividad 2, el participante F muestra una notoria creatividad, manifestándose con la presencia de los tres indicadores: fluidez, flexibilidad y originalidad; los cuales se hacen evidentes con la incorporación de más de un concepto matemático en un mismo problema, de forma que se relaciona el nuevo concepto con temas previamente aprendidos por el estudiante tal como función por tramos, y cuyo uso es poco frecuente en los problemas típicos de libros de texto sobre función exponencial. También se nota que en el problema creado para la actividad 3, presenta características creativas orientadas hacia lo didáctico, al solicitar que se bosqueje la gráfica a partir de la información dada. Sobre ello nos comentó, que su intención en este problema es, que el alumno aprecie la propiedad de monotonía creciente y decreciente, comparándolas a la vez con las características de una función lineal creciente y una función constante.

Sobre los resultados del participante C, se puede comentar que, si bien sus problemas propuestos mostraron creatividad en el sentido de la flexibilidad y fluidez, la presencia de originalidad en ello fue muy tenue. Creemos que esto se debe a la formación matemática del participante, el cual es ingeniero a diferencia del participante F quien es matemático. Aunque los indicadores de creatividad no fueron muy notorios para el participante C, si se apreció un progreso en la facilidad para crear un problema al tomarle menos tiempo conforme recorría la secuencia de actividades.

A partir de las justificaciones que hemos presentado, notamos que es amplia la

presencia de la función exponencial en las diversas disciplinas, tanto como objeto de estudio en sí mismo como siendo base para la adquisición de conocimientos más complejos. Esto, sin duda, le da una especial importancia en la formación académica del futuro profesional y de allí nuestro interés en que el estudiante sobrepase el simple conocimiento de propiedades y características del objeto matemático función exponencial, haciéndolo capaz de desarrollar modelos matemáticos que le permitan proyectar, comprender, y estimar situaciones de su entorno con características exponenciales. Esto hace necesario que los estudiantes no se limiten a la resolución de problemas tipo, que en muchos casos no son cercanos a su realidad, sino que el docente sea capaz de crear problemas didácticos y retadores que motiven al estudiante a ir más allá del simple aprendizaje memorístico de propiedades, encontrando aplicaciones reales a un tema aparentemente abstracto y lejano a ellos. Por ello, se hace importante el desarrollo de modelos de enseñanza que permitan al estudiante cimentar estos conocimientos, y son precisamente las estrategias de creación de problemas un camino válido para mejorar la capacidad para crear problemas didácticos, novedosos y retadores.

## **Conclusiones**

La necesidad de crear problemas con una intensión didáctica puede ser satisfecha con una adecuada predisposición del docente para producir problemas de contexto que vayan más allá de los problemas típicos presentados en los libros. Para lograr ello, es conveniente que el docente cuente con herramientas propias que broten tanto de su creatividad como del dominio de estrategias para la creación de problemas, es así como observamos que los problemas creados por los participantes quienes no recibieron una instrucción previa sobre las estrategias EPP y SPP, carecían de una posterior resolución satisfactoria para un estudiante promedio pues requerían conceptos matemáticos que escapaban a la formación previa para ese nivel de estudio. Se hace evidente que la creatividad plasmada al momento de crear problemas sin ninguna guía puede servir para obtener problemas interesantes e incluso originales, pero es necesario orientar esa creatividad y fortalecerla mediante una estrategia de creación de problemas desde lo didáctico, para enriquecer la calidad formativa de los estudiantes, y desde lo retador, para profundizar en las propiedades de un objeto matemático y su relación con otros objetos. Esto último se puede apreciar en los problemas propuestos por los participantes quienes fueron instruidos sobre las estrategias EPP y SPP, en donde se mostraba

diversidad en las modificaciones que realizaban sobre el problema del enunciado original, elevando progresivamente la calidad didáctica entre cada nuevo problema creado, y mostrando a la vez un mayor dominio de las técnicas para modificar los elementos que componen un problema. Todo ello nos permitió apreciar el progreso en la capacidad de los docentes para crear problemas actividad tras actividad, pasando de ligeros cambios sobre el problema original, a propuestas con una mayor complejidad creativa, en donde incorporaron modificaciones que relacionaban el concepto de la función exponencial con otros conceptos matemáticos; desarrollando una mayor diversidad en los requerimientos de un problema y usando incluso representaciones gráficas. Podemos entonces, desde lo descrito en esta investigación, concluir que la capacidad de crear problemas se incrementa al emplear una estrategia adecuada; en nuestro caso particular, el uso de las estrategias EPP y SPP. Además, podemos notar que el incremento de la calidad didáctica de un problema se ve favorecido cuando la creatividad está plenamente activa durante la creación de un problema.

## **Agradecimientos**

Agradecemos a la Pontificia Universidad Católica del Perú – PUCP, Escuela de Posgrado – Maestría Enseñanza de las Matemáticas, específicamente a la línea investigación *Resolución y creación de problemas. Su relación con el desarrollo del pensamiento matemático y estadístico en la enseñanza y aprendizaje*, por el apoyo brindado para concretizar la presente investigación.

## **Referencias**

- ADVÍNCULA, E. **Una situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, dirigida a estudiantes de las carreras de humanidades**. Tesis (Maestría en Enseñanza de las Matemáticas). Perú: Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2010.
- AYLLÓN, M. **Invencción - Resolución de problemas por estudiantes de Educación Primaria**. Tesis (Doctorado en didáctica de la matemática). España: Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, 2012.
- CUNNINGHAM, R. Problem Posing: An Opportunity for Increasing Student Responsibility. **Mathematics and Computer Education**, v. 38, n. 1, p.83-89, 2004.
- DUVAL, R. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. In: **Investigaciones en Matemática educativa II**. Université Luis Pasteur de Strasbourg, 1993.
- LATORRE, A.; RINCÓN, D.; ARNAL, J. **Bases metodológicas de la investigación educativa**. España: GR92, 1996.

MALASPINA, U. La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. In: **VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**. Uruguay, 2013.

\_\_\_\_\_. Flexibilidad, Originalidad y Fluidez en la variación de problemas. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 39, p.135-140, 2014.

\_\_\_\_\_. Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Año 11, n. 15, p. 321-331, 2016.

\_\_\_\_\_. La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. In: **Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**. 2017

\_\_\_\_\_.; VALLEJO, E. Creación de problemas en la docencia e investigación. In: **Reflexiones y propuestas en educación matemática**, 2014, p. 7-54.