

O estudo de um problema da engenharia civil à luz da teoria a matemática no contexto das ciências

ALESSANDRO ROSA SILVA¹

GABRIEL LOUREIRO DE LIMA²

Resumo

Apresentamos por meio deste artigo um recorte do trabalho de doutorado que estamos desenvolvendo com o objetivo de discutir o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias lineares (EDO) em um curso de Engenharia Civil. Como embasamento teórico, adotamos pressupostos da Matemática no Contexto das Ciências (MCC) e do modelo didático associado a tal referencial, o Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo). Por meio de um livro texto utilizado como referência principal na disciplina não matemáticas do curso citado, guiada pela etapa central da metodologia Dipcing, inserida em uma das fases da MCC, a curricular, foi identificado, a partir desta análise, uma situação com potencial para gerar um evento contextualizado a partir de um problema clássico dessa habilitação de Engenharia. A proposta deste artigo é apresentar tal evento, bem como trazer uma análise a priori da situação de ensino, com o intuito de introduzir o conceito de equações diferenciais separáveis. Tais situações nos servirão de base para a construção de uma sequência de ensino contextualizando as EDO a ser desenvolvida em aulas para alunos dependência no curso de Engenharia Civil.

Palavras-chave: Educação Matemática; Engenharia; Equações Diferenciais Ordinárias; Matemática no Contexto da Ciência..

Abstract

This article presents a bibliographic research that aims to present an overview of the Through this article we present an excerpt of the doctoral work that we are developing with the objective of discussing the teaching and learning of linear Ordinary Differential Equations (EDO) in a Civil Engineering course. As a theoretical basis, we adopted assumptions of Mathematics in the Context of Sciences (MCC) and the didactic model associated with such reference, the Didactic Model of Mathematics in Context (MoDiMaCo). Through a textbook used as the main reference in the non-mathematical discipline of the mentioned course, guided by the central stage of the Dipcing methodology, inserted in one of the phases of the MCC, the curriculum, a situation with potential for generate a contextualized event from a classic problem of this Engineering qualification. The purpose of this article is to present such an event, as well as to bring an a priori analysis of the teaching situation, in order to introduce the concept of separable differential equations. Such situations will serve as a basis for the construction of a teaching sequence contextualizing the ODE to be developed in classes for dependency students in the Civil Engineering course.

Keywords: Mathematics Education; Engineering; Ordinary Differential Equations; Mathematics in the Context of Science.

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: alephymt@yahoo.com.br.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: gllima@pucsp.br.

Introdução

O presente artigo é um recorte da nossa pesquisa de doutorado em desenvolvimento, cuja fundamentação teórica é A Matemática no Contexto da Ciência (MCC), elaborada por Patricia Camarena.

Segundo Oliveira e Gomes (2016, p. 1) a MCC busca um curso integrado com os assuntos da futura área de atuação do aluno, ao invés de ministrar cursos de Matemática pela própria Matemática e demonstrando o porquê daquele conteúdo fazer parte do currículo proposto. Desse modo, para estimular a construção de conhecimento por parte do graduando e o desenvolvimento de habilidades para vinculá-lo às suas futuras áreas de atuação profissional, Camarena (2017), desenvolve o Modelo Didático da Matemática em Contexto, que se baseia o desenvolvimento de atividades interdisciplinares, eventos contextualizados, para serem realizadas em grupo ou individualmente e assim, favorecer a formação integral do aluno, a aprendizagem significativa e a autonomia.

Nesse artigo estamos trazendo um evento contextualizado (EC) que foi elaborado a partir de um problema clássico que é estudado em disciplinas não matemáticas no curso de Engenharia Civil. Camarena (2017, p. 7) define EC como problemas contextualizados, projetos e estudos de caso, que possuem três tipos de fontes: vinculação com as outras disciplinas do curso, situações da vida cotidiana e as futuras atividades profissionais do aluno. Desse modo, após ter identificado uma situação com potencial para gerar uma EC, a proposta desse trabalho é trazer alguns elementos daquilo que Camarena (2017) chama de ‘história do evento contextualizado’, ou, em outras palavras, uma análise a priori do EC, construído para ser utilizado em uma disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, com o objetivo de introduzir o método de resolução de EDO por variáveis separáveis. Entendemos que tal conteúdo pode ser trabalhado com um olhar direcionado às aplicações nas quais o estudante podem ser deparar ou já tiveram algum contato com disciplinas específicas da Engenharia Civil ou em sua área de atuação profissional.

A seguir faremos um breve relato da MCC, discutindo alguns aspectos a respeito da noção de evento contextualizado bem como a história desse evento.

1 Alguns aspectos da MCC e as noções de evento contextualizado e de história do evento

Este estudo tem como base a teoria ‘A Matemática no Contexto das Ciências (MCC)’, desenvolvida por Patricia Camarena a partir de 1982 no Instituto Politécnico Nacional do México, e que surge com o objetivo de refletir a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia, tendo-se ampliado, posteriormente, para os demais cursos de graduação que não visam à formação de matemáticos (BIANCHINI et al., 2017).

Essa teoria conta com cinco fases: curricular, didática, epistemológica, docente e cognitiva. Estas não são independentes das condições sociológicas dos atores presentes no processo educativo, nem desvinculadas umas das outras (LIMA; BIANCHINI; GOMES, 2018). Na fase curricular, o objetivo central é a formulação de currículos de Matemática em que as disciplinas matemáticas estejam integradas àquelas específicas dos cursos de Engenharia. Para tal, Camarena (2002) desenvolveu a metodologia *Dipcing* (*Diseño de programas de estudio de matemáticas en carreras de ingeniería*), criada inicialmente para o planejamento de programas curriculares para as disciplinas de Matemática³ em cursos de Engenharia. Esta se baseia em três etapas: Central, na qual se analisa, por meio de livros didáticos, como os conceitos matemáticos são mobilizados nas situações específicas da Engenharia; Precedente, em que são analisados os conhecimentos prévios do aluno ingressante no curso de Engenharia; e Consequente, na qual se estuda de que maneira a Matemática está presente na prática profissional do Engenheiro.

Em nossa investigação, analisamos como as equações diferenciais ordinárias lineares são mobilizadas nas disciplinas não matemáticas de um curso de Engenharia Civil. A coleta e análise de dados neste estudo fundamentaram-se na etapa central da *Dipcing*, que se baseia na investigação de livros-textos ou de referências bibliográficas mais utilizadas nas disciplinas básicas, específicas e profissionalizantes da Engenharia em questão. Optamos neste estudo pelo livro-texto ‘*Resistencia dos Materiais*’, cujo autor é Russell C. Hibbeler, 7ª edição da editora Person Prentice Hall, pois este material faz parte da bibliografia básica da Engenharia Civil.

³ Posteriormente, a metodologia *Dipcing*, conforme destaca Camarena (2004), foi generalizada para o planejamento de currículos para as disciplinas de Física e Química, além da Matemática, tema a qual a autora denomina de Ciências Básicas (C.B).

Da análise do livro do Hibbeler, identificamos uma situação com potencial para gerar o que Camarena denomina de evento contextualizado, que mobiliza conceitos de equações diferenciais lineares de primeira, segunda e terceira ordem. Essa situação está relacionada ao contexto de ‘Deflexão de Vigas’, que também é denominado ao longo do livro por “Linha Elástica”. A ideia central é *calcular a inclinação de uma viga quando submetida a uma carga vertical em sua extremidade*.

A partir desta situação contextualizada da Engenharia Civil, por meio da fase didática buscou-se refletir a respeito de como colocá-la em prática em sala de aula. Para isso, recorreu-se a um modelo didático específico atrelado à MCC, denominado ‘Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo)’, cuja ideia principal é, de acordo com Camarena (2013), estimular a construção do conhecimento por parte dos graduandos e desenvolvimento de habilidades para vinculá-los às suas futuras áreas de atuação profissional, a Engenharia Civil no caso específico que estamos considerando.

Em tal modelo, as principais ferramentas de trabalho para o professor em sala de aula são o que Camarena (2013) denomina de eventos contextualizados (EC), apresentados por Lima, Bianchini e Gomes (2016, p.8), a partir de Camarena (2013) os definem como “problemas ou projetos que desempenham o papel de entes integradores entre disciplinas matemáticas e não matemáticas que compõem o currículo de determinado curso de graduação, possibilitando, portanto, um trabalho interdisciplinar no ambiente de aprendizagem”.

Tendo-se construído o EC, redigimos a história desse evento, ou, em outras palavras, realizamos uma análise *a priori* da situação de ensino e elaboramos um documento que, como destacam Lima et al (2019, p.3) apoiados em Camarena (2017), deve incluir, dentre outros aspectos: a descrição e o papel do EC, os conhecimentos matemáticos envolvidos, as habilidades prévias esperadas durante a resolução do evento, os conhecimentos prévios de Matemática esperados, os conhecimentos do contexto que estão presentes no evento, as possíveis formas de resolução, os recursos tecnológicos que podem ser empregados, etc.

Um dos principais objetivos de um EC é estimular o estudante a perceber a real importância dos conceitos abordados nas disciplinas básicas e a sua utilização nos problemas clássicos nas áreas da Engenharia. Logo, entendemos que apresentando o evento contextualizado, espera-se uma postura mais positiva do estudante em relação ao

curso de Matemática.

É importante mencionar, que há dois eixos que estruturam o MoDiMaCo conforme proposto por Camarena (2017): a contextualização e a descontextualização. No primeiro eixo (E1), a ideia é elaborar uma sequência de ensino levando em consideração a contextualização, ou seja, é nesse momento que os alunos trabalharam com a resolução dos eventos contextualizados de maneira interdisciplinar. Para o segundo eixo (E2) a ideia é propor, por meio de atividades individuais ou em grupos contemplando diferentes estratégias, um trabalho de forma disciplinar somente com a Matemática, com o nível de formalismo exigido pela futura profissão do graduando (CAMARENA, 2017, p.10), deixando claro que o conceito trabalhado por meio daquele EC poderá ser aplicado em outras situações.

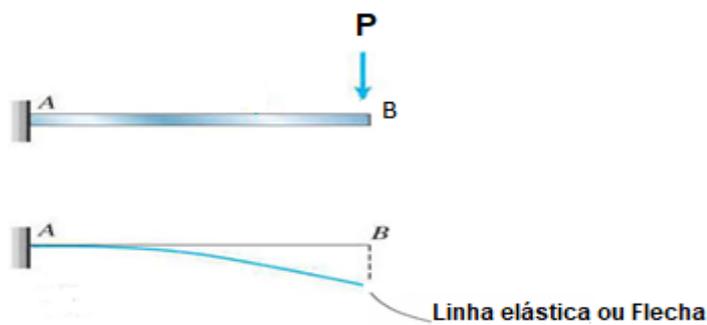
Em relação especificamente ao E1, Camarena (2017) sugere um roteiro de aula a ser seguido para a resolução dos eventos, que compreende oito itens descritos a seguir: entender o que se pede no evento; identificar variáveis e constantes; identificar os conceitos e temas que envolvem o evento; determinar a relação entre os conceitos e temas que envolvem o evento; determinar a relação entre os conceitos; construir o modelo matemático do evento; resolver as equações presentes no modelo matemático construído; dar a solução do evento; e interpretar a solução do evento na conclusão.

2 O contexto da construção do evento contextualizado

O objeto de estudo que deu origem ao EC é uma viga em balanço, submetida a uma carga (força), que fará com que a estrutura flexione verticalmente. Uma viga é um elemento estrutural sujeito a cargas transversais. Ela é geralmente usada no sistema laje-viga-pilar para transferir os esforços verticais recebidos da laje para o pilar ou para transmitir uma carga concentrada, caso sirva de apoio a um pilar. Especificamente no evento que estamos construindo, o nosso olhar está direcionado para o deslocamento vertical e a inclinação após a viga sofrer flexão, que é estudado sob o nome de ‘linha elástica’ na Engenharia Civil.

Hibbeler (2010) define Linha Elástica por uma curva que representa o eixo da viga após a deformação, ou seja, é a curva formada pelo eixo da viga, inicialmente retilíneo, deformado devido à aplicação de ‘momento de flexão’ (esforço que provoca a flexão). A figura 1 ilustra a linha elástica de uma viga engastada quando submetida a uma carga P:

Figura 1 - Modelo de viga engastada



Fonte: Adaptado de Beer et al (2011).

Segundo Fardin (2017), ‘flecha’ é o termo mais utilizado na prática da construção civil, e se define pelo deslocamento perpendicular de uma estrutura, ou seja, a distância entre o ponto no qual ela não sofre deformação e o ponto em que ela sofre a deformação perpendicularmente devido a uma série de fatores, dentre os quais citam-se o carregamento, o módulo de elasticidade do material e o comprimento do vão. O seu valor é limitado no Brasil pela ANBT NBR 6118:2014⁴ que visa a partir da limitação dos deslocamentos: dar estabilidade sensorial ao usuário; permitir a utilização adequada da construção; permitir o bom funcionamento dos elementos estruturais e não estruturais, uma vez que, se em algum momento o deslocamento ultrapassar os limites estabelecidos em norma, a edificação estará comprometida.

De acordo com Kirsten (2012), no passado, as estruturas projetadas eram, em sua maioria, menos sofisticadas, compostas por elementos estruturais com menor esbelteza, vãos e número de pavimentos. Atualmente, o cenário é outro: as estruturas são mais altas e esbeltas e a arquitetura mais arrojada, o que leva à necessidade de maiores vãos. Ainda segundo o autor, todas essas mudanças tornaram as estruturas mais deformáveis, sendo ainda mais importante a avaliação das condições em serviço, que é a verificação da durabilidade e de fissuras, deslocamentos e fendas em estruturas.

Diante desse contexto é preciso ressaltar que o EC elaborado, está obedecendo conforme sugerido por Hibbeler (2010), as seguintes hipóteses:

- Consideremos elementos retos (prismas) cujo comprimento é muito maior que outras medidas;

⁴ A norma é uma das principais a reger a construção civil no Brasil, especialmente porque trata do projeto de estruturas armadas.... A “NBR 6118- Estruturas de concreto armado- Procedimento” é uma norma da ABNT (associação Brasileira de Normas Técnicas).

3.2 Alguns elementos da história do evento contextualizado

Tendo-se construído o EC, elaboramos aquilo que Camarena (2017) denomina de história do evento contextualizado. Neste momento, alguns elementos da história do EC possíveis de serem explicitadas:

- O papel do evento: Como os alunos estarão fazendo a disciplina de Cálculo IV novamente, o papel do evento, será retomar o estudo de EDO de primeira ordem pelo método de separação de variáveis e, ao mesmo tempo a estabelecer vinculações entre este conteúdo e os aspectos do estudo de vigas.
- Habilidades prévias esperadas durante a resolução do evento: Controle e Validação das respostas obtidas; senso crítico, estabelecimento e validação/descarte de conjecturas, defesas de argumentos e ideias, interpretação da solução matemática encontrada em termos de contexto, autonomia, trabalho em equipe e comunicação, saber manusear calculadora científica.
- Conhecimentos matemáticos envolvidos: Cálculo da medida de área de figuras planas, funções polinomiais de primeiro, segundo e terceiro grau, derivadas de primeira ordem, integrais definidas e indefinidas, método de resolução de EDO por separação de variáveis.
- Conhecimentos prévios de Matemática esperados do estudante: Resolve uma equação do primeiro, reconhecer gráficos de funções (constante, primeiro, segundo e terceiro grau), eixo cartesiano, coeficiente angular de uma reta, transformação de unidades de medidas de comprimento tais como: de metro para milímetros e de metro quadrado para milímetro quadrado.
- Conhecimentos do contexto presentes no EC: A noção de viga, os tipos de cargas (concentradas e distribuídas), cálculo do momento de uma força e as convenções de sinais, condição de equilíbrio de um corpo, entender como se relaciona o conceito de força cortante e o momento fletor quando aplicada uma carga distribuída/ concentrada, saber o significado do módulo de elasticidade e momento de inércia de um material.
- Formas de resolução do evento: Dentre as maneiras de resolver o EC, destacamos, utilizar o conceito do primeiro teorema de área mediado pelo F-TOO, que trata-se de dividir a medida da área sob o gráfico de momento fletor

$M(x)$ pela medida da rigidez à flexão E.I. Uma outra maneira de resolução do EC é a da solução da EDO de primeira ordem $E.I. \frac{d\theta}{dx} = M(x)$, por meio o método de separação de variáveis.

- Obstáculos que os estudantes podem enfrentar durante a resolução do EC: Ausência parcial ou total dos conhecimentos matemáticos prévios e os envolvidos no EC, bem como de conceitos da própria Engenharia Civil, tais como momento fletor, força cortante, momento de inércia, módulo de elasticidade, e etc. E nesse sentido, para superar esses obstáculos, sugerimos que os estudantes recorram a materiais acessíveis a internet (acessados, por exemplo, a partir de seus celulares) e a livros e artigos sobre o tema disponibilizados pelo professor. E também atividades de reforço que podem ser mediadas pela ferramenta do F-TOO. Adotaremos também, conforme sugerido por Camarena (2017), propor questões/atividades auxiliares com o objetivo de reforçar os conhecimentos prévios ou se for o caso de construí-los. Essas atividades que chamaremos de reforço podem ser também eventos contextualizados planejados com essa função.
- Recurso tecnológico a ser empregado na resolução do EC: Estamos trazendo para esse estudo o 'FTOO', um programa de análise estrutural bidimensional, que se destaca pela sua simplicidade e vertente prática, permitindo executar cálculos de forma rápida e bastante intuitiva no estudo de estruturas planas, evitando a necessidade de recorrer a programas mais complexos quando é necessário obter esforços e deformações de estruturas simples. A ferramenta tecnológica será utilizada como apoio aos alunos na resolução da EC, e além disso, o software é gratuito e tem um forte componente educativo.

Considerações Finais

Neste artigo apresentamos, em linhas gerais, um recorte do que estamos desenvolvendo em nossa pesquisa de doutorado. Identificamos, por meio da etapa central da metodologia *Dipping*, uma situação com potencial para gerar um EC com objetivo de introduzir o método de resolução de EDO por variáveis separáveis, e realizamos sua análise *a priori* daquela situação. Entendemos que um dos principais objetivos do EC é estimular o estudante a perceber a real importância do conceito de separação de variáveis abordados na disciplina de equação diferencial e a sua utilização nos

problemas clássicos nas áreas da Engenharia. Desse modo, espera-se uma postura mais positiva do estudante em relação ao curso de Matemática.

A nossa proposta é aplicar esse EC, com possíveis ajustes e refinamentos a alunos de dependência de uma disciplina de Equação Diferencial e posteriormente analisar os resultados, em termos de aprendizagem, obtidos por meio da sequência de ensino que será desenvolvida para sua aplicação.

Referências

- ABENGE. **Diretrizes Curriculares para os cursos de Engenharia**, 1998
- CAMARENA, G. P. **Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales em el contexto de los circuitos eléctricos**, Tese (Maestría). México: Cinvestav I.P.N, 1987.
- _____. Contextualización de las Series em Ingeniería (Estrategia Didáctica). **Científica: the Mexican Journal of Electromr chanical Engineering Esime**, v. 5, n.4, 2001.
- _____. Especialidad em docencia de la ingeniería matemática em electrónica. In: **Edit. Esime-IPN**. México, 1990.
- _____. La enseñanza de la matemática em el contexto de la ingeniería. In: **XXXVII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana**. Colima, 1995.
- _____. La modelación matemática em las carreras universitarias. In: **IV Congreso Internacional Trujillano de EducacionenMatemática y Física**. Venezuela, 2005.
- _____. La serie de Fourier enel Contexto de Transferencia de Masa. **Científica: the Mexican Journaly of Electromr chanical Engineering Esime**, v.6, n.4, 2002.
- _____. El currículo de las matemáticas em Ingeniería. In: **Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación em el I.P.N**. México, 1984.
- D'AMBRÓSIO, U. **Valores como determinante do currículo matemático: Uma visão externalista da didática da Matemática**. Guadalajara: Conferência inaugural da 6.a. CIAEM, novembro, 1986.
- DULLIUS, M. M. **Enseñanza y Aprendizaje em Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências (PIDEC) *Universidad de Burgos (UBU) -Españae* Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2009.
- FECCHIO, R. **A modelagem matemática e interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia**. 2011. 208f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edumat/do/tese/roberto_fecchio.pdf.
- FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia**. 2010. 111f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.
- FLEMMING, D. A pesquisa no ensino de matemática nos cursos de engenharia. In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA**, 32, 2004, Brasília.

Anais Brasília: UnB, 2004.

IGLIORI, S. B. C.; OLIVEIRA, E. A. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 4, n. 2, 2013.

JAVARONI, S.L. **Abordagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007.

KNECHTEL, M. do R. **Metodologia da pesquisa em educação: uma abordagem teórico-prática dialogada**. Curitiba: Intersaberes, 2014.

LIMA, G. L. de; BIANCHINI, B. L.; GOMES, E. *Dipping*: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de matemática em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, XLIV, 2016, Natal. **Anais**. Natal: ABENGE, 2016, p. 1-10.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones y Creencias de los profesores universitarios de Matemáticas acerca de la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales. **Revista Enseñanza de las Ciencias**.

RODRIGUEZ, M.A.H. **Las Ecuaciones Diferenciales ordinárias lineales de primer y segundo orden em el contexto del movimiento uniforme**. Tese (Doutorado em Ciências em Matemática Educativa). México: Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación em Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, 2009