

O regime de juros compostos segundo a dialética ferramenta-objeto

DEJAIR FRANK BARROSO¹

CILEDIA DE QUEIROZ E SILVA COUTINHO²

MARCO AURÉLIO KISTEMANN JR.³

Resumo

Este trabalho faz parte de uma pesquisa de doutorado em andamento que trata sobre o tema educação financeira e suas potencialidades para o letramento financeiro do professor de matemática na licenciatura. Pretendemos descrever brevemente as fases de organização para a construção de conceitos matemáticos segundo a dialética ferramenta-objeto introduzida por Régine Douady. Nosso objetivo é apresentar um exemplo dessa organização no campo da matemática financeira, e mais precisamente, relativo ao regime de juros compostos. Esse tipo de organização enfatiza a importância de se alternar, no ensino, os aspectos ferramenta e objeto de uma dada noção matemática. No exemplo proposto foi desenvolvida uma sequência para articular a noção de juros compostos e sua mobilização numa nova situação.

Palavras-chave: Didática da Matemática; Dialética ferramenta-objeto; Juros compostos.

Abstract

This work is part of an ongoing doctoral research that deals with the theme of financial education and its potential for the financial literacy of the mathematics teacher in the degree. We intend to briefly describe the phases of organization for the construction of mathematical concepts according to the tool-object dialectic introduced by Régine Douady. Our goal is to present an example of this organization in the field of financial mathematics, and more precisely, regarding the compound interest regime. This type of organization emphasizes the importance of alternating, in teaching, the tool and object aspects of a given mathematical notion. In the proposed example, a sequence was developed to articulate the notion of compound interest and its mobilization in a new situation.

Keywords: Didactics of Mathematics; Dialectic tool-object; Compound interest.

Introdução

Este trabalho faz parte de uma pesquisa de doutorado ainda em andamento, que está inserida no grupo de pesquisa PEA-MAT (Processo de ensino e aprendizagem em Matemática) e desenvolve-se na linha de pesquisa: A Matemática na estrutura curricular e formação de professores.

O estudo do tema é justificado principalmente pelo fato da “educação financeira” ser

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: dejairbarroso@hotmail.com.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: cileda.coutinho@gmail.com.br.

³ Universidade Federal de Juiz de Fora. Instituto de Ciências Exatas.

uma política permanente do Estado, já implementada por meio da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF); ser recomendada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC); e pela importância que lhe é conferida pela sociedade. A partir do 5º ano do Ensino Fundamental, a educação financeira já se configura entre as habilidades a serem alcançadas no desenvolvimento da unidade temática de números como citamos a seguir:

Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro (BRASIL, BNCC, 2017, p. 269).

Com relação às competências específicas e habilidades para o Ensino Médio, segundo a BNCC deve-se destacar também nesse trabalho a importância de se:

Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões (BRASIL, BNCC, 2018, p. 534).

Segundo a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (Organisation for Economic Co-operation and Development – OECD),

Educação financeira é o processo pelo qual os consumidores/investidores financeiros melhoram a sua compreensão sobre os produtos e conceitos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou orientação objetiva, conseguem desenvolver habilidades e confiança para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos financeiros, para fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações eficazes que colaborem com o seu bem-estar financeiro (OECD, 2005, p. 26).

Destacamos que todas essas orientações dão vida e estimulam o desenvolvimento de potencialidades para inserir a educação financeira na formação dos futuros professores de matemática.

1 Problema a ser pesquisado

Nosso interesse em propor a educação financeira como forma de potencializar a formação inicial do professor de Matemática justifica-se por trazer significativa contribuição para a área de Educação Matemática, uma vez que cremos que um dos grandes desafios que se impõe para esse professor no início de sua carreira na educação básica é encontrar conexões entre o estudo da Matemática Superior e os conteúdos apresentados, constantemente de modo fragmentado no currículo do ensino básico.

Essas potencialidades se manifestam quando os saberes que estão implícitos no estudo da educação financeira propiciam a utilização de diferentes registros de representação semiótica expressos no campo matemático (numérico, algébrico, gráfico, estatístico e “computacional”), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. Acreditando que uma das fragilidades na formação inicial do professor de Matemática seja a ausência da educação financeira como estratégia para desenvolver comportamentos e atitudes que melhoram a sua compreensão sobre os produtos e conceitos financeiros em diversos contextos, tem-se como pretensão buscar respostas para a seguinte pergunta: Como constituir um ambiente de reflexão e ação sobre saberes de educação financeira para potencializar o letramento financeiro do futuro professor de matemática que cursa licenciatura?

Esta questão norteadora nos levou, a partir dos estudos realizados, a formular as seguintes subquestões orientadoras: Quais são as concepções dos estudantes de licenciatura com relação ao conhecimento de elementos básicos e necessários à matemática financeira? Como estas concepções influenciam o comportamento e as atitudes do estudante de licenciatura para tomar decisões financeiras?

A expressão concepção é usada no sentido de explicar cada forma organizada para abordar um conceito matemático. A esse respeito Brousseau (1997, p. 17, tradução nossa), nos esclarece que:

A passagem de um conhecimento a outro dentro da mesma concepção não dificulta a aprendizagem, pois compreende a assimilação. Entretanto, a transição de uma concepção a outra é mais difícil, porque exige um repertório de mudança. Seu aprendizado requer uma reorganização do conhecimento antigo, que significa desequilibrar para ocorrer a acomodação.

Dessa forma, destacamos a importância de compreender quais os conhecimentos que são do domínio da matemática financeira mobilizados e articulados pelos estudantes da licenciatura frente ao comportamento e desenvolvimento de atitudes implícitas no contexto financeiro de compra, oferta de crédito e investimento.

Levamos como hipóteses que uma modificação no ambiente das aulas ministradas na disciplina matemática financeira pode contribuir com o desenvolvimento do letramento financeiro por parte dos estudantes de licenciatura e que o processo de aquisição de comportamentos e atitudes para ler, analisar e interpretar situações financeiras está relacionado a fatores como: o repertório que os alunos possuem com relação ao tema educação financeira; ao tipo de situações de aprendizagem propostas aos estudantes, à forma como o conteúdo é apresentado na sala de aula.

A noção de letramento financeiro, proposta neste trabalho, se alinha com a proposta apresentada por Coutinho e Campos (2018), desenvolve um viés transformador por meio da educação financeira crítica - implementar projetos que atendam às discussões mais emergentes da sociedade (planejamento financeiro, Previdência Social brasileira e plano de aposentadoria) possibilitando o desenvolvimento de habilidades e competências para o estudante analisar e interpretar números em situações financeiras; operar com o dinheiro em transações financeiras envolvendo pagamentos antecipados e postecipados; criticidade para tomar decisões no presente com visão do futuro; e desenvolver boas práticas financeiras para gerir os recursos pessoais ou familiares, inclusive os recursos públicos com ética e responsabilidade.

2 Objetivos

Nosso objetivo é fazer um estudo das concepções dos estudantes da licenciatura sobre o tema educação financeira e criar um ambiente de reflexão e ação, na qual possíveis mudanças nestas concepções possam ocorrer e por fim observar como essas mudanças contribuem na prática de ensino de professores da Educação Básica.

Para tanto, temos a pretensão de:

- Identificar quais são as concepções dos estudantes da licenciatura referentes ao tema educação financeira;
- Levantar as principais fragilidades encontradas pelos estudantes, envolvidos na pesquisa, sobre comportamentos e atitudes financeiras

(referente ao tema educação financeira);

- Analisar a correlação entre a concepção dos estudantes e as práticas de ensino utilizadas pelos professores de matemática financeira na licenciatura.
- Identificar e propor, dentro de um trabalho formativo, estratégias para lidar com as fragilidades levantadas pelos estudantes, no que diz respeito ao seu letramento financeiro.
- Propiciar a reflexão dos estudantes sobre a educação financeira, para que possam desenvolver a capacidade de assumirem uma postura crítica para tomar decisões em diferentes contextos financeiros.

Investigar os processos de ensino e de aprendizagem com a intenção de avaliar no final deste, como uma mudança na prática do professor de matemática financeira reflete na aprendizagem dos alunos.

3 Revisão de literatura

Analisando três pesquisas sobre a educação financeira envolvendo a análise de livro didático e a formação inicial do professor de matemática, destacamos alguns achados para apresentarmos. Trata-se apenas de um pequeno extrato da revisão de literatura.

A pesquisa de Trindade (2017), revelou que o livro didático é a principal referência para os professores conduzirem o ensino de matemática na prática. A autora destaca que essa cultura de adoração ao livro didático é preocupante, já que o tema educação financeira não é abordado explicitamente nos livros, ficando a cargo do professor propor essa temática. Entretanto, a autora destaca que muitas vezes os professores apresentam dificuldades devido a formação insatisfatória nos conteúdos relacionados ao tema educação financeira.

Este cenário ajuda a reforçar a relevância da presente pesquisa de propor o letramento financeiro do professor de matemática durante a sua formação inicial, para que desenvolva as competências necessárias sobre o tema educação financeira, o qual é fundamental para a formação e vida dos jovens.

A pesquisa de Santos Júnior (2017) em relação à análise de livros didáticos questiona o porquê da quase inexistência de atividades que façam sentido ao aprendiz e que reflitam a realidade. Seja esta realidade a de um curso de formação profissional ou da formação

do cidadão. O autor sugere que se façam mais pesquisas para que possamos compreender estas diferenças quantitativas e quem sabe mudar o cenário no qual os livros didáticos se apresentam.

Destacamos que a proposta de investigação que está em andamento pretende analisar essa escassez de atividades sobre educação financeira nos livros didáticos e sugerir sequências didáticas sobre essa temática.

Na pesquisa de doutorado de Teixeira (2015) podemos encontrar dados que motivam ainda mais a nossa preocupação com a formação de professores que lecionam matemática. No que se refere ao letramento financeiro de 161 docentes que atuam no ensino médio de cinco cidades do estado de São Paulo (Barueri, São Paulo/SP, Sorocaba, Osasco e São José dos Campos), revelou que praticamente metade dos professores pesquisados (47,82%) não teve contado com a disciplina Matemática Financeira em sua graduação.

Esta constatação colobra com a situação problemática apresentada nessa proposta de pesquisa, inserir na formação inicial do professor de matemática o estudo do tema Educação Financeira articulado com os conteúdos previstos na BNCC para potencializar o seu letramento financeiro.

Para este trabalho, pretendemos descrever brevemente as fases de organização para a construção de conceitos matemáticos segundo a dialética ferramenta-objeto introduzida por Régine Douady. Nosso objetivo é apresentar um exemplo dessa organização no campo da matemática financeira, e mais precisamente, relativo ao regime de juros compostos. Esse tipo de organização enfatiza a importância de se alternar, no ensino, os aspectos ferramenta e objeto de uma dada noção matemática.

4 A Dialética ferramenta-objeto

A pesquisadora francesa, Régine Douady, na sua tese de doutorado intitulada *Jogo de quadros e dialética ferramenta-objeto* (Douady, 1986) apresenta uma organização para a construção de conceitos em Matemática. Podemos descrever brevemente esta organização da seguinte maneira: uma sequência de atividades fazendo alternar os aspectos ferramenta e objeto da noção de estudo, uma fase de institucionalização, seguida de atividades variadas de familiarização que necessitam das noções previamente institucionalizadas e sua reutilização em uma nova situação. Para a autora supracitada, essa organização pode contribuir na construção de conhecimentos matemáticos pelos

alunos. Nessa perspectiva, baseando-se em Almouloud (2007), descrevemos abaixo as fases para a construção de um conceito:

Fase 1: Chamada de *antigo*, o problema apresentado deve mobilizar conhecimentos antigos dos alunos. Entretanto, tais conhecimentos se mostram insuficientes para resolver completamente o problema. Nessa fase, os conhecimentos antigos são utilizados como ferramentas explícitas para resolver os problemas propostos.

Fase 2: Denominada de *pesquisa*, o problema requer um novo conceito para ser resolvido, ou seja, o objeto de ensino é a ferramenta adequada para resolver o problema. Provocar uma mudança de quadro (numérico, geométrico, algébrico, das grandezas, etc.) nessa fase favorece o desenvolvimento da dialética e pode ajudar a ampliação dos conhecimentos antigos dos alunos para produzir o conceito novo.

Fase 3: Chamada de *explicitação*, ocorre a institucionalização do objeto a ser ensinado mediante as produções e soluções apresentadas pelos alunos, ou seja, procede-se a institucionalização local baseada na discussão das resoluções dos alunos, devidamente justificadas.

Fase 4: É a fase em que o professor reconhece os conhecimentos que podem constituir novos saberes. Institucionaliza o objeto de ensino conferindo-lhe o status de objeto matemático. Dessa forma, ocorre a descontextualização do conceito que estava implícito, ou seja, o que era ferramenta passa a ser objeto.

Fase 5: Chamada *familiarização*, utilizam-se as noções institucionalizadas como ferramentas para resolver uma situação nova, assim o novo objeto torna-se, então, conhecimento antigo.

Fase 6: Denominada *novo problema* ou *complexificação da tarefa*, reutiliza-se o novo conhecimento como ferramenta numa situação mais complexa, estimulando a mobilizando de outros conceitos, propriedades e procedimentos, dando início a um novo ciclo.

A seguir, apresentaremos uma organização dessa natureza no quadro algébrico aplicado a matemática financeira. O assunto a ser ensinado refere-se ao regime de juros compostos e uma situação inicial é proposta a seguir.

- a) Jader tomou um empréstimo de 100 unidades monetárias, a juros de taxa 10% ao mês. Qual o valor da dívida de Jader após um mês? E após dois

meses? Observando que a taxa incide sobre o montante acumulado no período imediatamente anterior.

- b) Se Jader e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por 12 meses, qual o valor dessa dívida no final desse período?

A partir desse contexto, é possível analisar diferentes fases que podem ser desenvolvidas segundo a dialética ferramenta-objeto.

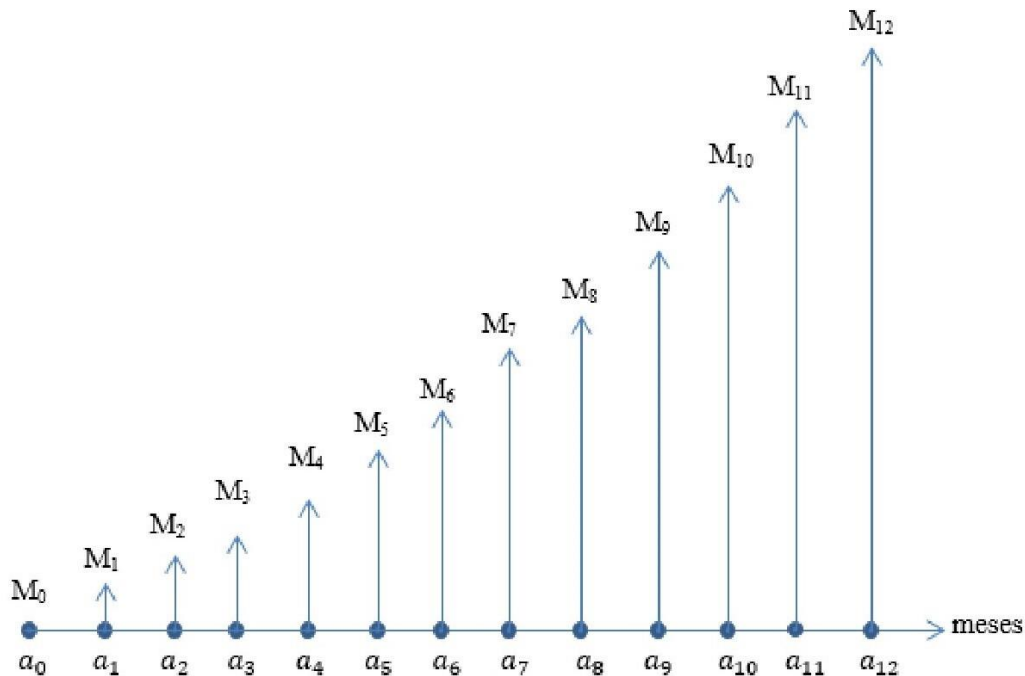
Fase 1: O problema apresentado mobiliza alguns conhecimentos antigos dos alunos, sendo necessário calcular a porcentagem; após um mês, a dívida de Jader será acrescida de $0,10 \times 100 \text{ u.m.} = 10 \text{ u.m.}$ (pois $J = iC$), passando a 110 u.m. ; após dois meses os juros relativos ao segundo mês serão de $0,10 \times 110 = 11 \text{ u.m.}$, assim o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído, por 121 u.m. Mas, tais conhecimentos mostram-se primários para resolver completamente o problema, pois a estratégia para o primeiro item, não representa a estratégia ótima para calcular o valor da dívida no final de 12 meses.

Fase 2: O problema proposto necessita de um novo objeto para ser resolvido, no caso, uma nova noção ou definição. Essa noção é a equação do montante que se supõe ainda não conhecida dos alunos. Uma mudança do quadro numérico para o quadro algébrico é desejável, pois pode favorecer a ampliação dos conhecimentos antigos dos alunos para produzir o novo. O professor pode provocar essa mudança de quadro propondo a atividade a seguir.

Calcule no regime de juros compostos, o valor da dívida de Jader no final de 12 meses, usando o somatório dos montantes produzidos nos respectivos períodos, segundo a progressão geométrica, PG $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12})$.

A solução esperada requer que o aluno manipule os números para chegar, de forma autônoma, à expressão da soma de uma PG. O montante da dívida de Jader no final de 12 meses corresponde ao décimo segundo termo da PG: $a_{12} = S_{12} - S_{11}$, ou seja, $a_{12} = 2.352,27 - 2.038,43 = 313,84 \text{ u.m.}$

Fase 3: Nesta fase de institucionalização local, pode-se focar o desenvolvimento abaixo, introduzindo um registro algébrico das relações e cálculos efetuados na fase anterior.



A soma dos 13 (incluindo o momento zero) primeiros termos da PG é:

$$S_{13} = \frac{a_0 \times (q^{13} - 1)}{q - 1}$$

A soma dos 12 (incluindo o momento zero) primeiros termos da PG é:

$$S_{12} = \frac{a_0 \times (q^{12} - 1)}{q - 1}$$

Após pesquisa e manipulação numérica, o aluno deve encontrar a expressão que lhe permite afirmar que o valor da dívida de Jader no final de 12 meses é:

$$a_{12} = S_{13} - S_{12}$$

$$a_{12} = \frac{a_0 \times (q^{13} - 1)}{q - 1} - \frac{a_0 \times (q^{12} - 1)}{q - 1}$$

$$a_{12} = \frac{a_0 \times q^{13} - a_0 - a_0 \times q^{12} + a_0}{q - 1} = \frac{a_0 q^{12}(q - 1)}{q - 1} = a_0 \times q^{12}$$

Portanto, o valor da dívida de Jader no final 12 meses é: $C_0 \times (1 + i)^{12}$.

Fase 4: Institucionaliza-se para n períodos, no regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 transforma-se, em n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$.

Para cada k , seja C_K a dívida após k períodos de tempo. Se

$C_{k+1} = C_k + iC_k = (1 + i)C_k$. Assim, C_k é uma progressão geométrica de razão $1 + i$ e $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$.

Fase 5: Uma vez introduzida e formulada o objeto de estudo (equação do montante para juros compostos), essa deve ser usada como ferramenta na resolução de um novo problema. Por exemplo, observando o sistema de coordenadas cartesianas, que representa os montantes acumulados durante o período de 12 meses a juros de 10% ao mês, determinar o valor exato do montante no final do décimo segundo mês.

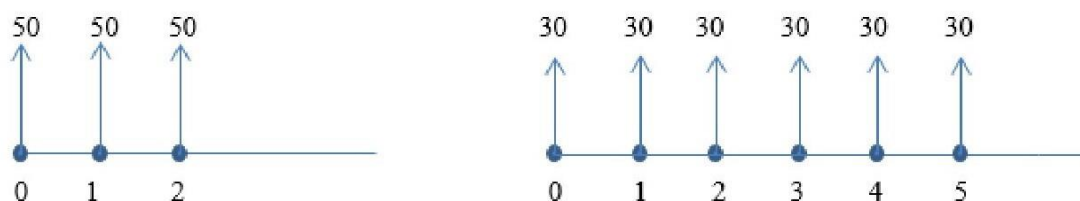


Fonte: os autores

Nessa situação, é necessária uma mudança do quadro da geometria analítica (sistemas de eixos e coordenadas de pontos) para o quadro algébrico.

Fase 6: Objetiva-se a reutilização do novo conhecimento em uma situação mais complexa. Uma possibilidade pode ser proposta em relação ao problema citado abaixo.

Magda tem duas opções de pagamento na compra de um liquidificador: três pagamentos mensais de R\$ 50,00 cada, ou seis prestações mensais de R\$ 30,00 cada. Se o dinheiro valoriza 20% ao mês com capitalização mensal para Magda, o que ela deve preferir?



Uma estratégia para comparar, é determinar o valor dos dois conjuntos de pagamentos na mesma época, por exemplo, no mês 2.

$$C_1 = 50 \cdot (1,2)^2 + 50 \cdot (1,2) + 50 = \text{R\$ } 182,00$$

$$C_2 = 30 \cdot (1,2)^2 + 30 \cdot (1,2) + 30 + 30 \cdot (1,2)^{-1} + 30 \cdot (1,2)^{-2} + 30 \cdot (1,2)^{-3} \cong \text{R\$ } 172,00$$

Portanto, Magda deve preferir o pagamento em seis prestações.

Considerações Finais

Destacamos que esse tipo de organização contribui para o desenvolvimento de um ambiente de reflexão e ação sobre saberes de matemática, em particular, permite potencializar sequências de ensino visando a concepção colaborativa da sala de aula. Na proposta apresentada, o papel do professor é focado na orientação das ações promovidas pelos alunos e na institucionalização do novo conhecimento construído ao longo da dialética. Além disso, ao planejar a sequência de ensino em relação às seis fases da dialética ferramenta-objeto, o professor é incentivado a refletir sobre a articulação de diferentes quadros e representações, bem como sobre diferentes aplicações dos conceitos e das propriedades em estudo. Em termos metodológicos, consideramos este aspecto bastante favorável para o desenvolvimento profissional docente, pois permite que professor e aluno assumam suas responsabilidades nos processos de ensino e aprendizagem.

Agradecimento

Contamos com o apoio incondicional da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – registramos aqui nossos profundos agradecimentos a CAPES, que vem colaborando para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Referências

- ALMOULOUD, S. A. A dialética ferramenta-objeto e Jogo de quadros. In: _____. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007, cap. III, p. 61-69.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf2017>. Acesso em: 16 dez. 2018.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf2017>. Acesso em: 16 dez. 2018.
- BROUSSEAU, G. **La théorie des situations didactiques Le cors de Montréal**, 1997. Disponível em: <www.guy-brousseau.com>. Acesso em 07 set. 2018.
- CAMPOS, C. R.; COUTINHO, C. de Q. e S. Perspectivas em Didática e Educação Estatística e Financeira: reflexões sobre convergências entre letramento matemático, matemacia, letramento estatístico e letramento financeiro. In: OLIVEIRA, G. P. de (Org.). **Educação Matemática**: epistemologia, didática e tecnologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. Cap. 3, p. 143-180.
- DOUADY, R. **Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques**. 1986. 262 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática), Université Paris VII, 1986.
- OECD. **Improving Financial Literacy**: Analysis of Issues and Policies. Paris: Secretary General of the OECD, 2005. Disponível em: <<http://www.oecd.org/newsroom/34711139.pdf>>. Acesso em 20 ago. 2018.
- SANTOS JR., V. B. dos. **Juros Simples e Compostos**: Análise Ecológica, Praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa. 2017. 495 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo. 2017.
- TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática Financeira**. 2015. 160 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.
- TRINDADE, L. B. **A Educação Financeira nos anos iniciais da Educação Básica**: uma análise na perspectiva do livro didático. 2017. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.