

Resolução de sistemas de equações lineares por um sujeito cego: um experimento com foco na exploração dos registros de representação semiótica

ELEN GRACIELE MARTINS¹

BARBARA LUTAIF BIANCHINI²

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar a resolução de dois problemas envolvendo sistemas de equações lineares por um sujeito cego. Utilizamos a teoria dos registros de representação semiótica de Duval para nortear nossas análises. Segundo ele, os registros de representação podem ser em língua materna, gráficos, algébricos e tabulares. Duval classifica como conversão a mudança de um registro para outro e de tratamento as mudanças realizadas dentro de um mesmo registro de representação. A metodologia adotada para coleta e análise dos dados foi o Design Experiments. Nosso sujeito utilizou a conversão de língua materna para tabular no problema 1 e de língua materna para algébrico no problema 2, sendo que neste último também utilizou tratamentos.

Palavras-Chave: *Sistemas de equações lineares; Sujeito cego; Registros de representação semiótica.*

Abstract

The objective of this work is to present the resolution of two problems involving systems of linear equations by a blind person. We use Duval's semiotic representation theory to guide our analysis. According to him, the records of representation may be in the mother tongue, graphs, algebraic and tabular. Duval classifies as conversion the change from one record to another and from treatment the changes made within the same record of representation. The methodology used for data collection and analysis was Design Experiments. Our bloke used the conversion of mother tongue to tabulate in problem 1 and from mother tongue to algebra in problem 2, in which the latter also used treatments.

Keywords: *Systems of linear equations; Blind person; Registers of semiotic representation.*

Introdução

A inclusão de alunos com deficiência na rede regular de ensino no Brasil está prevista na legislação educacional desde a década de 1990.

Art. 58 . Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: elengmartins@gmail.com.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: barbara@pucsp.br.

especiais³. (BRASIL, 1996)

Desde então, o número de pessoas com deficiência incluídas em classes regulares vem crescendo ano a ano, fato que traz consigo a necessidade da realização de pesquisas que possam contribuir com o ensino e com a aprendizagem desses alunos, assim como com a formação dos professores que com eles trabalharão (MANRIQUE, 2015).

Nesse sentido e com a finalidade de compreender quais são as principais preocupações dos pesquisadores com relação à pessoa cega, encontramos em nosso levantamento bibliográfico as pesquisas de Adell (2010), Costa (2014) e Mello (2015). Estas pesquisas destacaram a importância dos professores conhecerem as especificidades de aprendizagem dos alunos com deficiência visual e de explorarem todos os seus sentidos, considerando, assim, a percepção como um todo. Adell (2010), Costa (2014) e Mello (2015) também destacaram a capacidade dos alunos com deficiência visual de aprender conceitos matemáticos tal qual os alunos videntes desde que estes sejam ofertados garantindo o acesso às suas diferentes representações por meio dos sentidos remanescentes.

Para que ocorra o aprendizado destes conceitos é necessário o acesso aos objetos matemáticos e este se dá por meio de suas diversas representações (DUVAL, 2003).

Neste artigo, nosso enfoque matemático são os sistemas de equações lineares. A pertinência do tema escolhido foi evidenciada no nosso levantamento bibliográfico pelo fato de não encontrarmos trabalhos acadêmicos que tivessem estudado o ensino ou a aprendizagem desse objeto matemático por pessoas cegas e também pela importância desse conteúdo dentro da própria matemática, pois ele é pré-requisito para o ensino de álgebra linear no ensino médio e para muitos cursos de nível superior (COULANGE, 2000, p.12).

Como nosso estudo envolve a relação de um aluno cego com essas representações no conteúdo sistemas de equações lineares, buscamos por uma teoria que nos auxiliasse a melhor compreender esse relacionamento. Decidimos, então, utilizar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de autoria de Raymond Duval pois esta teoria nos oferece argumentos para a análise da influência das representações dos objetos matemáticos durante o processo de aprendizagem. Desta maneira, estudamos de que modo a teoria de Duval pode auxiliar na compreensão de como os alunos cegos

³ O termo “portadores de necessidades especiais” não é usual, o novo termo é “com deficiência”.

interagem com as representações matemáticas com o objetivo de responder a seguinte questão de pesquisa:

Quais registros de representação semiótica são utilizados por um sujeito cego ao resolver problemas envolvendo sistemas de equações lineares?

De acordo com Duval (2003), o estudo dos fenômenos relativos à aquisição do conhecimento matemático só é possível com o recurso da noção de representação.

A teoria de Duval (1993, 1995) se baseia no conceito de representação por meio dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como um evento de produção de significação e de sentido, a semiótica.

A convivência entre as pessoas dos diferentes grupos sociais utiliza, sempre, a linguagem como ferramenta fundamental para a comunicação. No entanto, ao tratarmos da linguagem, não estamos nos referindo apenas à língua falada ou escrita. Nesta comunicação emergem outros tipos de linguagem tais como a linguagem dos surdos, a linguagem das cores, a dos sons e a dos gestos, entre outras. A semiótica, então, é a ciência que abrange todas as linguagens.

Na aprendizagem matemática os registros elaborados pelos alunos são fundamentais para a sequência dos estudos e, para Duval (1993), é essencial que haja o domínio de uma efetiva coordenação entre estes registros para que o acesso à compreensão matemática se estabeleça. Nesta pesquisa, o tema matemático enfocado é o de Sistema de equações lineares, o qual nos permite explorar registros em língua natural (materna), algébrico, gráfico e tabular.

A importância das representações semióticas é mais claramente reconhecida quando nos damos conta de que o sistema de representação utilizado em um determinado estudo de um conceito é que determina as condições e possibilidades do trabalho matemático, podendo ser estas as mais simples ou não, dependendo das escolhas de quem o realiza. As diferentes possibilidades existentes entre os sistemas de representação propiciam maior ou menor mobilidade daquele que o estuda.

A metodologia escolhida para coleta e análise dos dados foi o *Design Experiments*. Nesta metodologia o pesquisador pode traçar um perfil específico de aprendizagem dos sujeitos envolvidos ao analisar todo o caminho percorrido durante o experimento (COBB *et al.*, 2003).

1 Registros de representação semiótica

Segundo Duval (1995), ao tratar dos registros, há três atividades cognitivas possíveis: formação, tratamento e conversão. Na medida em que estas atividades possam ser verificadas, elas determinam as diferenças entre os sistemas semióticos. O autor classifica o sistema semiótico que cumpre estas três atividades cognitivas como registro de representação semiótica.

Formação: expressa uma representação mental ou evoca um objeto real. Neste momento o registro é criado (DUVAL, 1995).

Tratamento: são atividades cognitivas relacionadas a transformação entre representações. Ocorre quando realizamos uma transformação de uma representação para outra no interior de um mesmo registro (DUVAL, 1995).

Conversão: ocorre quando realizamos uma transformação que produz outra representação em um registro (chegada) diferente do qual se partiu (registro de partida). As variações de representação no registro de partida ocasionam alguma modificação na representação no registro de chegada, conservando o mesmo objeto. Essas variações de representação são consideradas por Duval (1995) as mais importantes no trabalho cognitivo dos estudantes.

Com relação ao conteúdo sistema de equações lineares, citamos o seguinte exemplo de tratamento no registro numérico:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - 9y = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

A seguir, na figura 1, apresentamos um exemplo que envolve conversão do registro simbólico-algébrico para o gráfico no conteúdo de sistema de equações lineares.

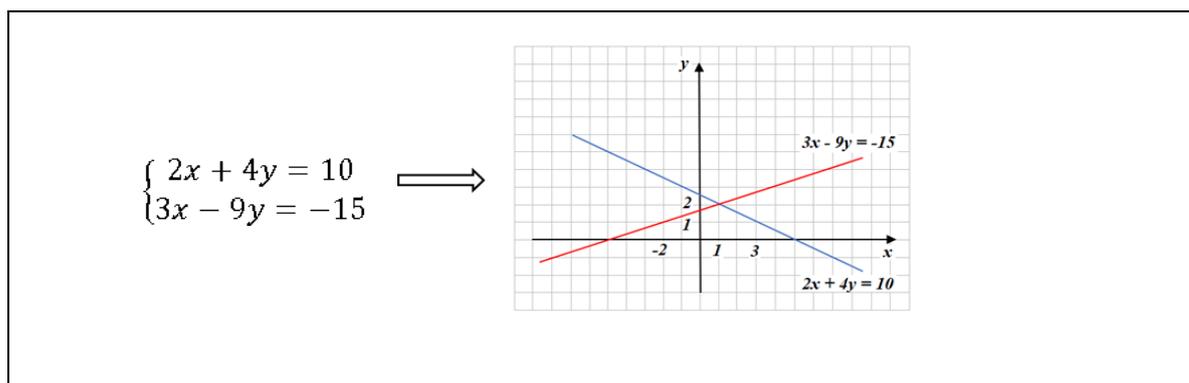
Ao comparar a perspectiva de ensino e de aprendizagem com a perspectiva de pesquisa feita por matemáticos, Duval faz uma diferenciação ao tratar da atividade matemática envolvida no trabalho. De acordo com Duval (1993), conforme citado por Corrêa Neto (2010), o autor afirma que:

Do ponto de vista matemático, a conversão não tem nenhum papel na justificação ou na prova intervindo somente para a escolha do registro no qual os tratamentos possam ser mais econômicos ou mais potentes. Sendo assim, para os que têm a Matemática como foco principal, há a

necessidade do uso de tratamentos no interior de um mesmo registro. Quando se pensa na perspectiva de ensino, a conversão torna-se fundamental, pois exige que o indivíduo tenha a capacidade de articulação das variáveis cognitivas específicas do funcionamento de cada um dos sistemas semióticos envolvidos. O autor ressalta que duas representações do mesmo objeto matemático, produzidas em dois registros distintos, não têm o mesmo conteúdo, afirmando, porém, ser necessário dispor de ao menos dois registros de representação diferentes para que haja compreensão matemática, evidenciando que uma aprendizagem que não explora as conversões não capacita o estudante a realizar transferências. (p. 40)

Os dois problemas escolhidas para este artigo estão no registro língua materna, porém ambos podem ser resolvidos utilizando diferentes conversões e tratamentos. Para a possibilidade de resolução utilizando o registro gráfico, ofertamos ao nosso sujeito uma malha quadriculada em relevo que foi disponibilizada pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC, macarrão do tipo espaguete para representar as retas e massinha de modelar para a confecção dos pontos.

Figura 1: Exemplo de conversão do objeto matemático Sistema Linear



Fonte: A autora

2 Caracterização do sujeito da pesquisa

O sujeito de nossa pesquisa é um adolescente cego⁴ de 14 anos de idade que cursa o 9º ano do ensino fundamental em um colégio particular de pequeno porte da grande São Paulo.

⁴ Destacamos que essa pesquisa possui autorização do Comitê de Ética em Pesquisa conforme orienta a Resolução CNS/MS nº466/12 e que o responsável por nosso sujeito assinou o Termo de Consentimento

3 O experimento

Nosso objetivo é apresentar as estratégias de sujeito cego, do 9º ano, para resolver dois problemas envolvendo sistemas de equações lineares identificando os registros de representação semiótica por ele utilizados. Cabe ressaltar que estes problemas foram retirados de uma atividade de sondagem proposta ao sujeito em questão e que este estudo faz parte de uma tese de doutorado em andamento, desenvolvida pela primeira autora e orientada pela segunda, que investiga a aprendizagem de matemática por pessoas cegas. A atividade de sondagem continha quatro problemas.

A seguir apresentamos os problemas e o protocolo da resolução de cada um deles. Durante a aplicação do experimento optamos, após conversa com nosso sujeito, por não apresentar os exercícios em Braille. Ele preferiu que a atividade fosse lida pela pesquisadora e que a mesma também realizasse a função de escriba para as respostas dadas por ele. Os dados coletados foram gravados em áudio e transcritos. Assim, para melhor organização deste artigo, decidimos apresentar os protocolos digitados.

Problema 1: A soma entre a idade de Carlos e o dobro da idade de Lúcia é 125 anos. Qual é a idade de Lúcia, sabendo que ela tem o dobro da idade de Carlos?

Figura 2: Protocolo digitado do problema 1 – Atividade de Sondagem

C – Carlos		L – Lúcia	
C	L	TOTAL	
10	20	30	
40	80	120	
41	82	123	
42	84	126	

C	L+L	TOTAL
C	L+L	C+L+L

C	L+L	C+L+L+L+L	TOTAL
10	20	10+10+10+10+10	50
15	30	15+15+15+15+15	75
20	40	20+20+20+20+20	100
25	50	25+25+25+25+25	125

Resposta: Lúcia tem 50 anos.

Fonte: Protocolo da Atividade de Sondagem

Livre e Esclarecido autorizando sua participação voluntária na pesquisa.

Nosso sujeito de pesquisa optou pelo uso do registro tabular com a intenção de resolver o problema pelo método da tentativa e erro. Começou considerando valores aleatórios para a idade de Carlos e registrando a idade de Lúcia como sendo o dobro da idade de Carlos. Em seguida, na terceira coluna da sua tabela, registrou a soma destes valores buscando atingir o valor 125 dado por uma das informações do problema. Interrompeu os registros quando esta soma ultrapassou 125 e comentou: - *Passou de 125... errei alguma coisa. Acho que não posso usar número com vírgula.* Nosso sujeito de pesquisa não percebeu que este procedimento não o levaria à solução do problema, uma vez que estava considerando como 125 a soma da idade de Carlos com a idade de Lúcia quando, na verdade, este valor deveria surgir da soma da idade de Carlos com o dobro da idade de Lúcia.

Após refletir por instantes, passou a construir uma nova tabela na qual, dessa vez, consideraria a idade de Carlos e o dobro da idade de Lúcia. Parou, no entanto, antes mesmo de iniciar os registros numéricos na tabela dizendo: - *Acho que tem alguma coisa errada... assim vai ser igual a outra tabela, né?* Neste momento, chamamos a sua atenção para o fato de a idade de Lúcia ser o dobro da idade de Carlos, retomando a leitura do enunciado do problema. Ele concluiu com isso que deveria somar quatro vezes a idade de Lúcia com a de Carlos. Porém, ao criar uma nova tabela, desta vez com quatro colunas, embora tenha nomeado uma delas de $C+L+L+L+L$, os números considerados nesta coluna correspondiam a cinco vezes a idade de Carlos. Percebemos, então, que embora nosso sujeito de pesquisa tenha verbalizado uma adição que não lhe permitiria chegar à resposta do problema, ao efetivar os registros numéricos, considerou acertadamente que, pelas informações do problema, o dobro da idade de Lúcia correspondia ao quádruplo da idade de Carlos. Seguindo assim, na tentativa e erro, chegou à resposta do problema na quarta linha da tabela.

Para a resolução do problema 1, nosso sujeito de pesquisa optou pelo uso de uma tabela, realizando uma conversão do registro da língua materna para o registro tabular.

Problema 2: Em uma caixa, o número de bolas vermelhas⁵ é o triplo do número de bolas pretas. Se tirarmos 2 bolas pretas e 26 vermelhas, o número de bolas de cada cor ficará igual. Quantas bolas vermelhas há na caixa?

⁵Apesar do nosso sujeito ser cego, decidimos manter a diferenciação das bolas por cores, assim como

Figura 3:Protocolo digitado do problema 2 – Atividade de Sondagem

$$\begin{array}{l} V - \text{Vermelho} \quad P - \text{Preto} \\ \left\{ \begin{array}{l} V = 3P \\ V - 26 = P - 2 \end{array} \right. \\ 3P - 26 = P - 2 \\ 3P - P = -2 + 26 \\ 2P = 24 \\ P = \frac{24}{2} \\ P = 12 \\ V = 3P \\ V = 3 \times 12 = 36 \\ V = 36 \\ \text{Resposta: Havia 36 bolas vermelhas.} \end{array}$$

Fonte: Protocolo da Atividade de Sondagem

Após ouvir o enunciado do problema 2 e repetir cada frase em voz alta, dando ênfase aos dados do problema, nosso sujeito de pesquisa não apresentou dificuldades para ditar duas equações lineares para a sua resolução. Desta vez, portanto, optou pela conversão do registro língua materna para o registro algébrico e realizando tratamentos neste registro, substituiu, na segunda equação, a incógnita V por $3P$ e, a partir daí, passou a resolver a nova equação obtida. Com o valor de $P = 12$, utilizou mais um tratamento ao trocar P por 12 na primeira equação, chegando à resposta do problema.

Considerações finais

Neste artigo apresentamos a resolução de dois problemas envolvendo sistemas de equações lineares por um sujeito cego. Utilizamos a teoria dos registros de representação semiótica de Duval para nortear nossas análises.

Os problemas escolhidos partiram do registro da língua materna. Nosso sujeito utilizou a conversão do registro da língua materna para registro tabular no problema 1 e a conversão para o registro algébrico, no problema 2. Também identificamos tratamentos dentro do registro algébrico no problema 2. Para Duval a utilização de mais de um

estava no livro didático que ele utiliza.

registro de representação de um objeto matemático é uma condição necessária para a sua aprendizagem.

Percebemos em nosso sujeito de pesquisa muita disposição em chegar na resposta do problema 1. Embora tenha optado pelo método da tentativa e erro, não desistiu diante das dificuldades encontradas na conversão que pretendia realizar e persistiu na elaboração de tabelas até que a resolução do problema fosse concluída.

Apesar do registro tabular ser útil na resolução de problemas envolvendo sistemas de equações lineares, consideramos que ele pode não ser adequado a todas as situações pois todo o processo pode ser baseado na tentativa e erro, o que não favorece a identificação de padrões e generalizações.

Também notamos que a conversão do registro de representação realizada no problema 2 ocorreu de maneira mais tranquila por parte do nosso sujeito que, desta feita, repetiu verbalmente por algumas vezes as informações do enunciado enquanto pensava na estruturação das equações que poderiam ser utilizadas na resolução da situação apresentada.

Ao utilizar-se das conversões na resolução dos problemas propostos, nosso sujeito de pesquisa trabalhou com duas representações distintas em cada um, indo ao encontro da afirmação de Duval já citada neste artigo na qual diz serem necessários ao menos dois registros de representações diferentes para que efetivamente ocorra a compreensão do conteúdo estudado. Assim, o procedimento desenvolvido pelo nosso sujeito nos sugere a possibilidade de que a compreensão matemática do conteúdo sistema de equações lineares possa ser alcançada por um aluno cego se forem a ele oferecidas possibilidades de trabalho na exploração das diversas formas de representação existentes, seus registros, conversões e tratamentos possíveis.

Agradecimentos

Agradecemos à Capes pela bolsa de estudos, fundamental para a realização de nossa pesquisa.

Referências

ADELL, E. A. A. **A questão de Molyneux em Diderot**. 2010. 118 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Departamento de Filosofia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

BRASIL. **LDB - Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. LEI N o. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Diário Oficial da União de 23 de dezembro de 1996.

COBB, P.; CONFREY, J.; diSESSA, A.; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Education Research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, 2003.

CORRÊA NETO, P. M. **Distribuição Binomial: Um experimento de ensino utilizando o *software* R com foco na exploração dos Registros de Representação Semiótica**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: UNIBAN, 2010.

COSTA, J. F. S. **Percepção espacial de deficiente visual por meio da Modelagem Matemática**. Tese de doutorado em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2014.

COULANGE, L. **Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique**. Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisièmes. Tese de doutorado. Grenoble: Universidad Joseph Fourier, Grenoble I, 2000.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2003.

_____. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

_____. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM - ULP, 1993. p. 37- 64.

MANRIQUE, A. L. Educação Matemática Inclusiva: Reflexões sobre resultados de pesquisas desenvolvidas em um projeto do OBEDUC/ 2010. **Anais do I SIPRAEM**. Santo André, 2015.

MELLO, E. M. **A Visualização de Objetos Geométricos por Alunos Cegos: um estudo sob a ótica de Duval**. Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2015.