

Investigação-histórica-com-tecnologia para a unidade de grandezas e medidas do 8º Ano

ALISON LUAN FERREIRA DA SILVA¹

GISELLE COSTA DE SOUSA²

Resumo

No presente estudo propusemos uma aliança entre História da Matemática (HM), Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) via Investigação Matemática (IM) abordando a unidade temática de Grandezas e Medidas enfatizando o objeto de conhecimento de área de figuras planas embasado no tema histórico da quadratura do círculo. Essa pesquisa segue abordagem qualitativa com objetivo exploratório introduzindo constructos que embasam a proposta de apresentar exemplo que configura a aliança supracitada. Como resultado selecionamos objeto de conhecimento na unidade temática supracitada, realizamos pesquisa histórica e produzimos produto educacional a ser abordado numa investigação-histórica-com-tecnologia.

Palavras-chave: *Investigação-histórica-com-tecnologia; unidade de grandezas e medidas; quadratura do círculo.*

Abstract

In the presente study, we proposed an aliance between the History of Mathematics (HM), Digital Technologies of Information and Communication (TDIC) through Mathematical Investigation (IM) addressing the thematic unit of Quantities and Measures emphasizing the object of knowledge of the area of flat figures based on the theme history of squaring the circle. This research follows a qualitative approach with an exploratory objective introducing constructs that support the proposal to presente an example that shapes the aforementioned aliance. As a result, we selected object of knowledge in the aforementioned, thematic unit, carried out historical research and produce an educational product that can be approached in a historical-with-technology-investigation.

Keywords: *Investigation-historical-with-tecnology; unit of quantities and measures; square the circle.*

Introdução

Abordaremos aqui a História da Matemática proposta por Reis (2006, p.163) que se utilizando da visão de Ricoeur (1913–2005) define História como “meio pelo qual os homens tomam consciência de sua presença no tempo e estruturam sua experiência” e acrescenta que “a História é uma construção do sujeito – ele reconstrói o passado, atribui-lhe sentido, sob influência de suas crenças, convicções, ideias e personalidade”

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – e-mail: professoralisonluan@gmail.com.

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – e-mail: giselle.sousa@ufrn.br.

(REIS, 2006, p.151), sendo esses aspectos muito ricos para serem trabalhados em sala de aula.

Com essa ideia baseada na reconstrução do conhecimento e atribuição de sentido, buscamos através da HM meios para tratar do ensino-aprendizagem da Matemática mais significativo. De fato, conforme Nunes et al (2010), a História pode atuar como um elemento propiciador de uma aprendizagem significativa, fornecendo conhecimento para os professores e alunos, de modo a levá-los a uma melhor compreensão da Matemática, tendo como base alguns episódios ou problemas matemáticos históricos trabalhados em sala de aula. Reconhecendo esse ensino significativo, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 295) esclarece que “cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um *contexto significativo* para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria *História da Matemática*”.

Para a escolha do uso da História da Matemática em sala de aula nos fundamentamos em autores como: Miguel e Miorim (2019), Miguel (1993, 1997), Fauvel e Maanen (2002), Mendes, Fossa e Valdés (2006), Fossa (2001), Mendes (2001, 2006, 2009a e 2009b), Roque (2012, 2014), Chaquiam (2017), Morey (2013) e Sousa (2012).

Contudo, mesmo com toda relevância atribuída à HM, consideramos que a integração com outras tendências da Educação Matemática consiste numa proposta pedagógica interessante. Um exemplo seria por meio da aliança com as TDIC, visto que, estamos numa sociedade cada vez mais tecnológica. Para isso, nos baseamos em autores como Borba e Penteadó (2019), Lévy (1993), Tikhomirov (1981).

Além disso, ponderamos, pois, uma Matemática podendo ser produzida pelo aluno em processo de redescoberta, inspirado na História, simulando situações/problemas históricos que podem ser investigados em/com ambientes/recursos tecnológicos. A esse processo investigativo em sala de aula nos baseamos em Ponte, Brocado e Oliveira (2019), entre outras referências.

Nos baseamos em uma pesquisa qualitativa de objetivo exploratório incluindo a busca e posteriormente a seleção de pesquisas/trabalhos à luz da nossa fundamentação de modo a interpretar as informações e propor uma proposta prática. Pereira (2018, p. 94-95) coloca que nesta abordagem de pesquisa “está se relatando resultados de alguma descoberta, experiência realizada, descrevendo algum caso, relatando alguma

experiência vivida, descrevendo algum fenômeno ocorrido ou ainda fazendo uma revisão bibliográfica em relação a algum tema”. Consideramos que a conexão entre a HM, as TDIC, e a IM pode ser uma nova proposta pedagógica para abordagem matemática por meio do que chamamos como *investigação-histórica-com-tecnologia*³.

Tendo em vista estes aspectos, esse artigo está alicerçado em parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado⁴ finalizada, tendo como objetivo apresentar uma investigação-histórica-com-tecnologia para unidade de Grandezas e Medidas da BNCC para o 8º ano do ensino fundamental anos finais por meio de uma aliança das tendências em educação matemática supracitadas a partir do objeto de conhecimento *área de figuras planas* tratado por abordagem histórica do problema da *quadratura do círculo*. A seguir apreciamos os constructos que sustentam o trabalho.

1 Embasamento da proposta: Uso articulado da HM, TDIC e IM no ensino de matemática

A ideia é que a apresentação desses fundamentos norteie produções voltadas para a aliança entre HM, TDIC e IM, assim como orientaram a referida proposta. Avaliando os alicerces dessas tendências obtemos 5 aspectos comuns que embasam a aliança e trabalhos nela sustentados, a saber:

1.1 Apresenta a matemática como uma criação humana

Chaquiam (2017) afirmar que:

Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma *criação humana* que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano,

³ É a conjunção da História da Matemática com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação e a Investigação Matemática a favor do ensino de matemática. Para isso, abordamos problemas históricos que podem ser investigados com o apoio de recursos tecnológicos.

⁴ Nomeada *História da Matemática, Tecnologias Digitais e Investigação Matemática no ensino de unidades temáticas de matemática da BNCC para o 8º ano* e esta, por sua vez, gerou um produto educacional que tem como título *História, Tecnologias e Matemática: uma aliança potencial para conteúdos do 8º ano*. Esse culminou em um caderno de atividades composto por três blocos. O primeiro deles alia a unidade de *Números* (unidade 1) e a unidade de *Probabilidade e Estatística* (unidade 5). Essa escolha ocorreu pela constatação de um objeto de conhecimento comum a essas unidades que consiste no *princípio multiplicativo da contagem*. O segundo bloco é formado pela união da unidade de *Álgebra* (unidade 2) e a unidade de *Geometria* (unidade 3) mediante tema comum de *transformações geométricas no plano cartesiano*. Nesse artigo abordamos o bloco III de atividades.

conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (CHAQUIAM, 2017, p. 14, grifos nossos).

Como podemos perceber, o contato com a HM permite reconhecê-la como passível de erros e construída a partir de um trabalho árduo, com muitas idas e vindas, durante vários séculos e por diferentes pessoas, ou seja, a Matemática é uma ciência que está em construção.

Lévy (1999, p.3) afirma que “a tecnologia é produzida dentro de uma cultura e esta acaba condicionada por aquela, no sentido de que, a partir da existência de uma dada técnica, a sociedade que possui acaba por não viver sem ela, pelas possibilidades que abrem com essa tecnologia”. Com isso, observamos que toda mídia nasce a partir das necessidades individuais de uma cultura e que logo é absorvida por essa cultura, tornando-se indispensável para gerações futuras.

Com relação ao aspecto de criação humana da Matemática, revelado pela IM, Ponte, Brocado e Oliveira (2019), citam o matemático português Bento de Jesus Caraça (1958, p. XIII) afirmando que:

A ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como *coisa criada*, e o aspecto é de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi *sendo elaborada*, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições [...] Encarada assim, aparece-nos como um *organismo vivo, impregnado de condição humana*, com as suas forças e as e as suas *fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem* na sua luta pelo *entendimento* e pela *libertação*; aparece-nos, enfim, como uma grande capítulo da *vida humana social*. (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2019, p.16, grifos nossos).

De fato, a IM sendo entendida como procurar saber o que não se sabe, induz a perspectiva de criação matemática.

1.2 Promove a geração de conhecimento investigativo

O aluno que investiga, acaba de certa forma construindo conhecimento e não apenas adquirindo de forma receptiva e passiva, assim como, o professor passa a ser um mediador e não apenas a transmissor, já que “uma das grandes vantagens de apresentar uma postura interrogativa nas aulas com investigações é o fato de ajudar os alunos a compreender que o principal papel do professor é apoiar e não apenas validar o trabalho do aluno” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2019, p.52).

Nesse sentido, por meio da HM os problemas passam a “proporcionar ao aluno o significado da investigação matemática proposta” (FOSSA, 2008, p.10). Assim, temos que “a viabilidade de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino de Matemática centrado na investigação” (MENDES, 2009, p.90).

Queremos inferir com isso que práticas antigas que são deixadas de lado, entram em consonância com as novas práticas por meio das tecnologias, dessa forma, conseguimos chegar a resultados até então desconhecidos, afinal, “há uma interação entre humanos e não humanos de forma que aquilo que é um problema com uma determinada pedagogia passa a ser uma mera questão na presença da outra” (BORBA; PENTEADO, 2019, p.49) o que pode ser observado na aliança.

1.3 Fonte de proposição de problemas

Corroboramos com Arcavi e Isoda (2007) apud Morey (2013) ao destacarem que um dos argumentos usados para sustentar sua proposta é que a HM pode vir a proporcionar diversas abordagens na solução de problemas que são muitos diferentes das usadas na atualidade. Os processos de resolução escondidos nas escritas históricas podem esconder o raciocínio utilizado em sua resolução e o processo de experimentação da compreensão desses raciocínios serve como preparação para quando iniciamos os trabalhos de fontes históricas com os alunos.

Ponte, Brocado e Oliveira (2019, p.16) corroboram com essa ideia no tocante a IM ser fonte de resolução de problema, pois afirmam que:

Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações.

Porém, não devemos apenas olhar a solução do problema e desconsiderar todo o percurso que o aluno desenvolveu ao chegar na solução.

Segundo Ponte, Oliveira e Varandas (2003), as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação podem vir a contribuir para a construção de uma educação mais adequada a nossa sociedade atualmente, sendo um instrumento importante para a resolução de problemas.

1.4 Simula o trabalho do matemático (matemática genuína)

Nessa direção, Fossa (2008) admite que:

O aluno que aprende em um ambiente construtivista, participando ativamente nas atividades estruturadas propostas, se achará em uma situação existencial análoga à do pesquisador nas fronteiras da matemática. As suas fronteiras, porém, serão muito aquém daquelas. Mesmo assim, serão aproximadamente iguais às dos matemáticos de um determinado período no passado. Sendo assim, podemos proporcionar uma experiência pedagógica mais rica ao aluno por construir as atividades à luz da História da Matemática. Ao fazer o mesmo, estaríamos colocando o aluno na posição de um pesquisador de matemática de um período passado, pois o aluno se achará defronte de problemas reais que os matemáticos enfrentaram naquela época remota (FOSSA, 2008, p. 9)

Assim, usaremos a HM para que o aluno entenda o processo de construção da Matemática e do pensamento matemático, de forma semelhante ao que os matemáticos do passado fizeram, colocando o aluno na posição de pesquisador, instituindo desse modo, a IM. Para isso, Ponte, Brocado e Oliveira (2019) argumentam que:

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o *espírito da atividade matemática genuína*, construindo, por isso, uma poderosa *metáfora educativa*. O aluno é *chamado a agir como um matemático*, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor. (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2019, p.23, grifos nossos).

Ainda considerando esse aspecto, queremos usar as TDIC para levar o aluno a trabalhar a *Matemática genuína num coletivo pensante* “que se apoia na noção de que o

conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias”. (BORBA; PENTEADO, 2019, p.48). De fato, na aliança a HM leva o aluno a assumir papel de investigador com apoio das TDIC tanto quanto matemático o faz em seu ofício.

1.5 Promover interação aluno/professor na aula de matemática em uma atividade histórica-com-tecnologia

Jones (1969) apud Miguel e Miorim (2019, p.47) “acredita que é na possibilidade de desenvolvimento de um ensino da Matemática escolar baseado na compreensão e na significação que se realiza a função pedagógica da História”.

Com relação à contribuição das TDIC referente ao papel do professor e do aluno na sala de aula, Borba e Penteado (2019) colocam que:

[...] o professor é desafiado constantemente a rever e ampliar seu conhecimento. Quanto mais ele se insere no mundo da informática, mais ele corre o risco de se deparar com uma situação matemática, por exemplo, que não lhe é familiar[...]. Ao refletir sobre as dificuldades e obstáculos que encontra, ele pode vir a perceber que a escola, sobretudo a sala de aula, não é fonte exclusiva de informações para os alunos. Atualmente as informações podem ser obtidas nos mais variados lugares. Porém, sabemos que informação não é tudo, é preciso um espaço no qual elas sejam organizadas e discutidas. A escola pode ser esse tal espaço. Um espaço pensado como se fosse uma ‘mesa’ onde alunos e professores se sentam para compartilhar as diferentes informações e experiências vividas, gerar e disseminar novos conhecimentos (BORBA; PENTEADO, 2019, p.65).

Em relação ao pensamento investigativo Ponte, Brocado e Oliveira (2019, p. 23) destacam que “o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações”.

Como colocado, entrelaçamos a HM, as TDIC e a IM de forma que se tornem tendências potenciais, conduzidas pela História da Matemática em um processo conector de aliança, a qual chamaremos como investigação-histórica-com-tecnologia. Para isso, realizaremos atividades que sejam subsidiadas por pesquisa histórica (de problemas) cultivada em um processo investigativo tal como o matemático do passado com apoio

de tecnologia para gerar conhecimento matemático.

Tendo em vista os aspectos apresentados, consideramos que eles definem a investigação-histórico-com-tecnologia a partir do quadro que segue e que caracterizam os fundamentos de nossa pesquisa.

Quadro 1: investigação-histórica-com-tecnologia

<i>ASPECTOS</i>	<i>ARGUMENTOS</i>	<i>AUTORES</i>	<i>RELAÇÃO COM O PRODUTO EDUCACIONAL</i>
<i>Apresenta a matemática como uma criação humana</i>	<i>A matemática foi desenvolvida a partir da necessidade do homem. Demonstram que a matemática é uma ciência em constante construção e que sofre alterações de acordo com a sociedade na qual está inserida.</i>	<i>Miguel e Miorim (2019); Fossa (2008); D'Ambrósio (1999); Mendes (2009); Roque (2012); Lévy (1999); Ponte, Brocado e Oliveira (2019).</i>	<i>Propomos atividades/problemas que exaltem a atividade matemática como um produto da atividade/cultura humana. Propomos atividades/problemas para que o aluno tenha a noção dessa ciência, como uma ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais.</i>
<i>Promove a geração do conhecimento investigativo</i>	<i>Produção do conhecimento por meio da investigação para que o aluno possa edificar o conhecimento matemático na forma de um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias</i>	<i>Fossa (2008); Ponte, Brocado e Oliveira (2019); Borba (2012); Borba e Penteado (2019).</i>	<i>Propomos atividades/problemas com itens, que contemplem problemas investigativos, como:</i> <ol style="list-style-type: none"> <i>1. Título e informações básicas.</i> <i>2. Textos exploratórios (vamos investigar o que? Conhecendo o tema).</i> <i>3. Vamos explorar? (atividades)</i> <i>4. Orientação para os docentes.</i> <i>5. Dicas para os alunos.</i>

<i>Fonte de proposição de problemas</i>	<i>A matemática se desenvolveu e continua a se desenvolver partindo da resolução de problemas. Mediante as atividades/problemas o aluno deverá levantar hipóteses e testar suas hipóteses, afim de achar a solução do problema.</i>	<i>Clairaut (1892); Meserve (1980) Roque (2012); Ponte, Brocado e Oliveira (2019); Valdés (2002); Ávila (2004); Ponte, Oliveira e Varanda (2003); Miguel e Miorim (2019)</i>	<i>O caderno que propomos é composto de problemas históricos a serem investigados com o apoio das TDIC via IM.</i>
<i>Simula o trabalho do matemático (matemática genuína)</i>	<i>Permite ao aluno simular a atividade de um pesquisador matemático, não nos limites do conhecimento, mas tão rigoroso quanto possível.</i>	<i>Fossa (2008); Ponte, Brocado e Oliveira (2019); Borba e Penteado (2019).</i>	<i>Propomos atividades que estejam estruturadas de tal forma que o aluno se ache em uma situação existencial similar à do pesquisador da matemática trazendo para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, tratadas, especialmente, nos itens reflexões e testes das atividades.</i>
<i>Promover interação aluno/professor na aula de matemática</i>	<i>Transformação da relação ensino e aprendizagem devido a utilização da HM, TDIC e IM, mudança dos papeis arquétipos de professor e aluno frente ao conhecimento. Professor mediador aluno não receptor, mas ativo, produtor de conhecimento sob orientação.</i>	<i>Allevato (2005); Miguel e Miorim (2019); Ponte, Brocado e Oliveira (2019); Fossa, Mendes e Valdés (2006)</i>	<i>O produto educacional prevê um guia para o professor que o oriente frente ao papel que ele desenvolve e também para os alunos nas atividades.</i>

Fonte: Elaborado pelos autores

Ressaltamos que investigação-histórica-com-tecnologia deve ser realizada por meio de atividades que envolvam pesquisas históricas exploradas no processo de investigação, com apoio de tecnologia, como os matemáticos do passado, porém considerando o nível cognitivo dos alunos, gerando conhecimento matemático. Desse modo, como dito, a ideia é que esse embasamento guie produções voltadas para a aliança entre HM, TDIC e IM, assim como orientou esse estudo. Portanto, no nosso caso, parte da premissa da pesquisa histórica foi desenvolvida com base na unidade temática do BNCC, que será apresentada em detalhes a seguir.

2 A BNCC e as unidades temáticas de matemática para o ensino fundamental anos finais

Considerando que é a primeira vez que o Brasil elabora uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que explicita todos os direitos de aprendizagem dos alunos desde a educação infantil ao ensino médio e que deve servir de referência para a composição de currículos das redes públicas e privadas deste país, sendo uma demanda recente, verificamos, por meio de um levantamento realizado em materiais didáticos, em portais de periódicos e em documentos oficiais, orientações incipientes.

Com relação à matemática, a BNCC (BRASIL, 2017, p.265) traz oito competências a serem desenvolvidas no ensino fundamental anos finais, são elas:

1. Reconhecer que a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Segundo a BNCC (2017) a unidade de *Grandezas e Medidas* é concebida como o estudo das medidas e das relações entre elas, relações métricas ou geográficas. Nessa unidade se recomenda que as medidas sejam utilizadas na quantificação do mundo físico, sendo fundamental para que a realidade seja compreendida. Para o 8º ano do ensino fundamental anos finais o objetivo é que o aluno desenvolva as habilidades de: resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; reconhecer a relação entre um litro e um

decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes; e, por fim, resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular. Destas, considerando os anseios do presente artigo, escolhemos a habilidade de resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas.

Após um estudo analítico em livros e artigos (como os dispostos no quadro 01) envolvendo HM, TDIC e IM para podermos identificar o que essas tendências tinham em comum para a produção da nossa proposta, apresentamos algumas tarefas que elaboramos para serem aplicadas em aulas como uma possibilidade para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica, especialmente, a qual denominamos de *investigação-histórica-com-tecnologia para unidade de Grandezas e Medidas no 8º ano* que será abordada a seguir.

3 Proposta pedagógica de uso da investigação-histórica-com-tecnologia para o 8º ano

A BNCC, em relação ao ensino fundamental anos finais, é estruturada nas seguintes unidades temáticas: *Números, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria e Probabilidade e Estatística* cada objetos de conhecimentos atrelado ao desenvolvimento de determinadas habilidades. No caso do bloco de tarefas aqui exposto, o objeto foi área de figuras planas. Para tratarmos desse objeto, fizemos um estudo histórico bibliográfico do problema da quadratura do círculo.

O bloco de tarefas, apresentado no presente artigo, tem os itens: título, objeto de conhecimento, habilidade da BNCC, texto exploratório, exploração I – atividades baseadas no texto histórico, e a exploração II – atividades baseadas na investigação-histórica-com-tecnologia.

Elucidando, as tarefas alusivas às unidades temáticas estão espalhadas de forma que iniciamos com uma, alcunhada exploração I, onde o aluno necessitará realizar a leitura do texto com informações históricas acompanhado por perguntas/pesquisas alusivas ao mesmo de modo reflexivo. Após, existe uma tarefa, designada exploração II, que deve ser feita com apoio da tecnologia para que possamos conduzir o ensino e aprendizagem dos alunos mediante a *investigação-histórica-com-tecnologia*. Precede e permeia essas tarefas o estudo histórico de texto exploratório. Por último, há a dinâmica de socialização e a produção dos relatórios de modo a avaliar a abrangência das

habilidades pretendidas.

Tal repartição se ancora nas bases fundantes da proposta que, como mencionado, se ampara no uso de HM, TDIC e IM. Assim, ponderamos as etapas de uma aula de investigação matemática que de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 25, destaque e adaptação nossa), está separada em três fases, permitindo ser aplicadas em uma aula ou em um conjunto de aulas. Pontuamos tais fases atreladas aos momentos em que aparecem em nosso produto conforme segue:

- i. Introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito (*seção*⁵ *vamos investigar o que? Conhecendo o tema*);
- ii. Realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com a turma toda (*vamos explorar? Exploração I e Exploração II*);
- iii. Discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (*Dinâmica de grupo*);

Portanto, a aplicação das tarefas deve ser norteada pelas pressuposições de uma aula de *investigação-histórica-com-tecnologia* preconizados em Silva (2019) e dispostos seguir:

- O professor deverá introduzir a tarefa falando o tipo do assunto abordado, do tempo de sua aplicação, dos objetivos a serem alcançados e dividir a sala em pequenos grupos, de no máximo 3 pessoas (a sugestão da forma como esses grupos deverão ser divididos, será explicitada adiante) e fazer a leitura compartilhada da seção *vamos investigar o quê? Conhecendo o tema*.
- Na segunda fase das investigações, ao realizar a tarefa, o grupo deverá levantar argumentos/hipóteses/conjecturas que respondam as perguntas da tarefa, a partir da seção *vamos explorar? Exploração I e Exploração II*.
- Os grupos deverão apresentar os resultados encontrados aos colegas por meio de discussões em pequenos grupos;
- Por fim cada aluno deverá produzir um relatório para se avaliar o alcance das habilidades conforme consta na BNCC;

⁵ Seção do produto educacional em cada bloco de tarefas.

Na sequência, em alusão a aliança entre HM e TDIC via IM, procuramos expor um exemplar de nossa proposta de investigação-histórica-com-tecnologia com algumas ponderações e nortes para a realização da mesma sustentada na fundamentação apresentada. Logo, exibimos o terceiro bloco de tarefas do produto educacional, elaborado como veremos na figura 1.

Figura 1 - Capa do bloco III de tarefas

4.3 BLOCO III: INVESTIGAÇÃO-HISTÓRICA-COM-TECNOLOGIA PARA A UNIDADE DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO 8º ANO.

- **Objeto de Conhecimento:** Área de figuras planas.
- **Habilidade:** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
- **Objetivos:** Apresentar o contexto histórico do surgimento da quadratura do círculo; resolver problemas que envolvam a quadratura de figuras planas; resolver um problema histórico por meio das TDIC;

Fonte: Silva (2019)

Para aplicação deste bloco, aconselhamos 05 aulas de 50 minutos cada, levando em conta os referidos conhecimentos prévios: operações com números reais, figuras planas, área de figuras planas.

De fato, o bloco de tarefas intitulado por *investigação-histórica-com-tecnologia para unidade de Grandezas e Medidas no 8º ano* inicia com a exposição do objeto de conhecimento a ser tratado, que constitui a gênese investigativa do bloco e elo entre as habilidades relacionadas e o objetivo a ser alcançado que condiz com a proposta de conexão entre HM, TDIC e IM à medida que busca resolver problemas que tratam de área de figuras planas tendo em vista uma investigação histórica contextualizada do problema da quadratura do círculo com apoio do GeoGebra.

Caso o professor identifique que sua turma tenha carência nos conhecimentos prévios, ele pode fazer uma revisão antes da aplicação deste material.

Segue a esta etapa a introdução de um recorte histórico com texto exploratório em que se propõe iniciar a investigação, como pode ser visto na figura 2 adiante. De fato, isto condiz com as orientações da 1ª fase de uma aula de investigação matemática, como trata Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), à medida que há a introdução da tarefa de modo que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, por exemplo, neste caso, por questionamentos de sondagem sobre o assunto e leitura coletiva.

Figura 2 - Seção *Vamos Investigar: Conhecendo o tema (texto exploratório)*

O PROBLEMA DA QUADRATURA DO CÍRCULO
Considerado como um dos três problemas clássicos da Grécia antiga juntamente com a duplicação do cubo e a trissecção do triângulo, o problema da quadratura do círculo consiste em:

"Construir um quadrado com área igual à de um círculo dado" (EVES, 2017, p. 134).

VAMOS INVESTIGAR O QUE? CONHECENDO O TEMA.

TEXTO EXPLORATÓRIO I

Apesar de ser considerado um problema clássico grego, a quadratura do círculo já era conhecida pelos egípcios. Provavelmente nenhum outro problema exerceu um fascínio maior ou mais duradouro do que aquele de construir um quadrado de área igual à área de um círculo dado. Já em 1800 a.c. os egípcios haviam 'resolvido' o problema, tomando o lado do quadrado igual a $\frac{8}{9}$ do diâmetro do círculo dado.

A 'resolução' encontra-se no Papiro Rhind que atualmente é exposto no Museu Britânico e foi traduzido e explicado por Eisenlohr. Ele foi copiado por um escriba de nome Ahmes provavelmente cerca de 1700 a.c., e contém um relato dos mais velhos escritos da matemática egípcia.

No problema 50 do papiro de Rhind, segundo o escriba Ahmes sem mostrar qualquer explicação/motivo prévio por tais cálculos, a área de um círculo é calculada pela área de um quadrado cujo lado é o diâmetro diminuído de $\frac{1}{9}$, isto é, a área de um círculo com diâmetro d é igual a área de um quadrado de lado $\frac{8d}{9}$.

Fonte: Silva (2019)

Este elemento do bloco de tarefas intui a aliança entre HM, TDIC e IM pela inicialização do estudo do problema histórico e é seguido da etapa *Vamos Explorar* que traz indagações reflexivas sobre o tema de modo a conhecer e abordar o processo investigativo, segundo o que se observa na figura 3.

Figura 3 - Exploração 1

VAMOS EXPLORAR?

EXPLORAÇÃO 1

Utilizando o texto anterior que aborda um pouco da história da quadratura do círculo, responda os itens a seguir:

a) O que você entendeu por quadrar um círculo?

b) Alguém além dos gregos conseguiu quadrar um círculo? Se sim, a que conclusão eles chegaram?

c) Qual o possível motivo que levaram os gregos a estudar a quadratura do círculo?

d) Qual a contribuição de Hipócrates de Quios na quadratura do círculo?

Fonte: Silva (2019)

Os questionamentos postos, tanto na Exploração 1 quanto na 2, almejam levantar conjecturas e formular hipóteses sobre o tema a ser investigado como vemos ainda na figura 4.

Figura 4 - Exploração 2 e procedimentos

EXPLORAÇÃO 2

Quadrando o círculo com o *software* **GeoGebra**.

No papiro de **Rhind** observamos que a área de um círculo é calculada pela área de um quadrado cujo lado é o diâmetro diminuído de $1/9$, isto é, a área de um círculo com diâmetro d é igual a área de um quadrado de lado $8d/9$. Assim, $A_{\text{C}} = (8/9d)^2$, onde A_{Q} é a área do quadrado.

Suponhamos que os egípcios queriam medir a área de um terreno quadrangular, porém só sabiam calcular a área de um círculo. Você agora é o matemático e vai fazer investigações com o apoio do *software* **GeoGebra** de forma a verificar as informações supracitadas sobre a quadratura do círculo pelos egípcios. Para tanto:

Procedimentos:

1. Selecione a ferramenta “controle deslizante” na barra de ferramentas, em seguida, clique na janela de visualização criando um seletor, após clicar na janela de visualização aparecerá um nova janela com as configurações do controle deslizante configure-a com intervalo de 1 a 5 e incremento 0,5;
2. Construa um segmento de reta de comprimento a utilizando a ferramenta “segmento com comprimento fixo”;
3. Com a ferramenta polígono regular clicando nos pontos A e B, e um polígono de 4 lados;
4. Na barra de ferramentas, selecione o “círculo definido por três pontos”, em seguida selecione três pontos do quadrado formado anteriormente.
5. Com a ferramenta “área”, clique no quadrado e na circunferência construída;
6. Dê *play* no “controle deslizante” que fica na janela de álgebra.

a) A área do quadrado e do círculo são as mesmas? Justifique sua resposta.

Fonte: Silva (2019)

Realmente, Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) assinalam que a segunda fase da investigação na sala de aula deve augurar a efetivação da investigação propriamente dita, seja individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com a turma toda. Além do mais, nas inquirições presentes nestas explorações está o curso da Matemática como

uma criação humana, sendo a História a fonte de proposta de problemas investigativos (MIGUEL; MIORIM, 2019), com apoio da tecnologia do GeoGebra.

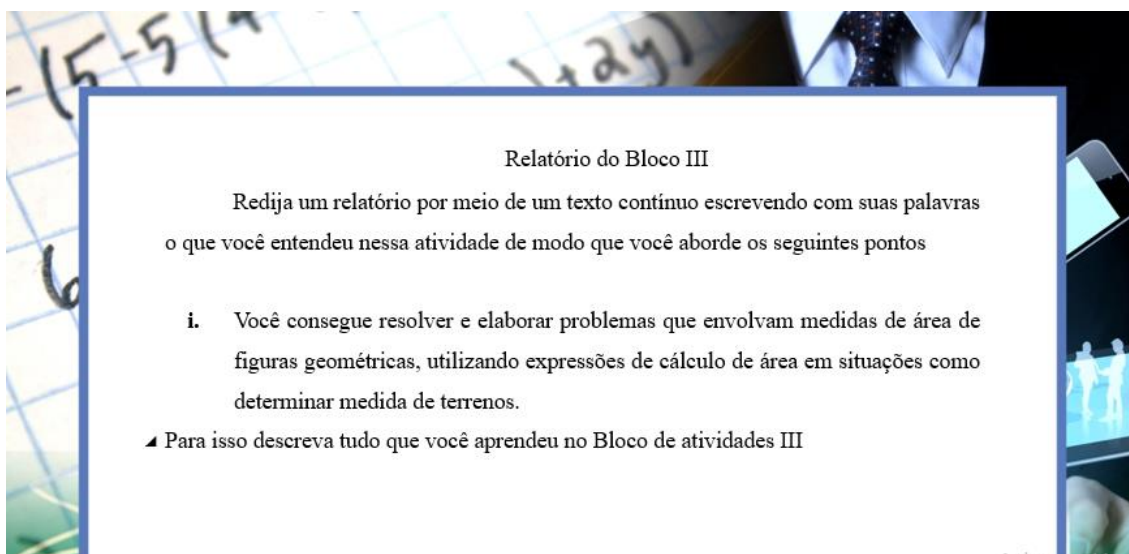
Vale ressaltar ainda que na exploração 2 são acrescentados procedimentos para o processo investigativo dos problemas históricos propostos, também levados ao contexto atual, buscando apoio da tecnologia do *software* GeoGebra para as pesquisas realizadas.

Logo, a investigação-histórica-com-tecnologia para unidade de Grandezas e Medidas se consolida com a promoção do conhecimento investigativo simulando a atividade do matemático (matemática genuína) com o intercâmbio aluno/professor (humano) na aula de matemática e mais de humano e não humano (*software* GeoGebra) num coletivo pensante (seres-humanos-com-mídia) como aborda Borba e Penteadó (2019).

O professor pode também fazer uso de um vídeo tutorial para familiarizar os alunos com o *software* GeoGebra disponível no link: https://youtu.be/jGnNEsod_0. A versão empregada nas tarefas aqui elaboradas foi a 6.0.462.0 que está disponibilizada para download no link: <https://geogebra.br.uptodown.com/windows>.

Aconselha-se que a atividade conclua com a elaboração de um relatório cujo roteiro e orientações podemos ver na figura 5 que segue.

Figura 5 - Relatório



Fonte: Silva (2019)

Esse relatório enquadra com a 3ª fase da aula de investigação matemática alvitrada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) que dirigem que exista uma discussão dos resultados, em que os alunos contam aos colegas o trabalho efetivado, nesse caso, avultando o conhecimento lançado sobre o objeto de conhecimento de área de figuras planas, tendo em vista o desenvolvimento das habilidades de resolver e elaborar problemas que submerjam medidas de área de figuras geométricas, empregando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos) segundo preconiza a BNCC (BRASIL, 2017).

Considerações Finais

Ao propor a investigação-histórica-com-tecnologia na exploração de objeto de conhecimento como área de figuras plana, chegamos à abordagem de unidade temática segundo preconiza a BNCC, de modo especial, a unidade de Grandezas e Medidas do 8º ano do ensino fundamental. Neste artigo observamos que um meio para tal proposta incidiu na investigação de temas históricos como o problema da quadratura do círculo, cuja exploração pode ser intercedida por tecnologias compreendendo *software* GeoGebra, pela averiguação de um dos problemas clássicos da geometria euclidiana, o problema da quadratura do círculo. Nessa visão, a proposta pedagógica exibida se alia a argumentos como ser fonte de proposição de problemas, gerar conhecimento investigativo, simular o trabalho do matemático e promover a interação aluno/professor na aula de matemática, os quais acenam a aliança entre HM, TDIC e IM.

Como implicação futura desse trabalho aludimos a assimilação dessa proposta com a Interface entre História da Matemática e Ensino como proposto por Saito (2016) embasada também na Teoria da Objetivação de Radford (2020) acenando a perspectiva de que a investigação-histórica-com-tecnologia pode suscitar labor conjunto que transcorre da objetivação a subjetivação. Nessa ótica, conjeturamos que novos resultados podem surgir como fruto de outras aplicações abarcando uma já sinalizada no formato remoto com recursos alternativos como GeoGebra Classroom.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Versão final. Brasília, DF, 466p, 2017.
- BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

- CHAQUIAM, M. **Ensaio temáticos: História e Matemática em sala de aula.** Belém: SBEM-PA, 2017.
- FOSSA, J.A. **Matemática, História e Compreensão.** *Cocar*, Pará, v. 3, n. 4, p. 7-16, jul./dez. 2008.
- LÉVY, P. *Cibercultura.* São Paulo: Ed. 34, 1999.
- MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: proposta e desafios.** 2 ed. 1. Reimp. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.
- MOREY, B. **Fontes Históricas na sala de aula de Matemática: o que dizem os estudos internacionais.** RBHM: na international journal on the History of Mathematics, Rio Claro, v. 13, n. 26, p. 73-83, jan./jun. 2013.
- NUNES, V. et al. O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 23, núm. 35, 2010, pp. 537-561. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221892026.pdf>>. Acesso em: 03 ago. 2017.
- PEREIRA, A.S. et al. 2018. **Metodologia da pesquisa científica.** [e-book]. Santa Maria. Ed. UAB/NTE/UFSM. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/15824/Lic_Computacao_Metodologia-Pesquisa-Cientifica.pdf?sequence=1. Acesso em: 24 março 2020.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 3 ed. Ver. Ampl.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.
- PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. **O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional.** In: FIORENTINI, D. (Org). Formação de professores de Matemática. Campinas, SP: Mercado Letras, 2003.
- REIS, J. C. **História e Teoria: historicismo, modernidade, temporalidade e verdade.** Rio de Janeiro: FGV, 2006
- SAITO, F. 2016. Construindo interfaces entre história e ensino de matemática. **In: Ensino de Matemática em Debate**, vol; 3, n. 1. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/29002/20273>. Acesso em: 03 abr. 2020.
- SILVA, A. L. F. da. **História da matemática, tecnologias digitais e investigação matemática no ensino de unidades temáticas de matemática da BNCC para o 8º ano.** 247f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.