

A álgebra islâmica antes de Omar Khayyam (1048-1131)

ROSANGELA ARAÚJO DA SILVA¹

BERNADETE BARBOSA MOREY²

Resumo

*Este trabalho faz parte de uma tese de doutorado, em desenvolvimento, cujo objetivo é realizar uma análise do tratado algébrico de Omar Khayyam (1048-1131). No presente estudo pesquisamos sobre os termos *al-jabr* e *al-muqabala* citados no tratado e sobre os estudiosos islâmicos que Khayyam chama de algebristas. Mediante uma pesquisa bibliográfica com os termos descritos no tratado, foi possível mostrar as ideias elaboradas por sábios islâmicos e organizar um breve desenvolvimento da álgebra islâmica antes de Khayyam.*

Palavras-chave: Álgebra islâmica medieval; Omar Khayyam; *al-jabr* e *al-muqabala*.

Abstract

*This work is part of a doctoral thesis, under development, whose objective is to carry out an analysis of the algebraic treatise by Omar Khayyam (1048-1131). In the present study, we researched the terms *al-jabr* and *al-muqabala* mentioned in the treaty and about the Islamic scholars that Khayyam calls algebraists. Through a bibliographic search with the terms described in the treaty, it was possible to show the ideas developed by Islamic scholars and organize a brief development of Islamic algebra before Khayyam.*

Keywords: Medieval Islamic Algebra; Omar Khayyam; *al-jabr* and *al-muqabala*.

Introdução

A análise do tratado algébrico *Al-Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala* (Tratado sobre Demonstração de Problemas de álgebra e *al-muqabala*) de Omar Khayyam (1048-1131) é um elemento integrante de meus estudos de doutoramento.

O presente trabalho tem o objetivo de compreender os termos citados por Khayyam: *al-jabr*, *al-muqabala* e algebristas, considerando as ideias elaboradas e os desenvolvimentos realizados, anteriores a Khayyam, em seu texto ele nomeia: al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude e al-Quhi, que foram usados como ponto de partida para

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – e-mail: rsilva.6402@gmail.com.

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – e-mail: bernadetemorey@gmail.com.

a pesquisa deste recorte. O estudo foi realizado por meio de uma pesquisa bibliográfica compondo-se principalmente de livros e artigos científicos, e possui uma abordagem qualitativa (GIL, 2008).

O presente texto exhibe, além dessa breve introdução, uma seção apresentando os autores e as obras da álgebra islâmica mediante as citações constantes no tratado algébrico, uma seção sobre Omar Khayyam e seu tratado algébrico, e outra seção descrevendo os algebristas a islâmica antes de Khayyam.

1 Autores e obras citados por Omar Khayyam

Um dos marcos da ciência islâmica medieval é o surgimento e o desenvolvimento da álgebra das equações, cuja temática tem sido objeto de estudo do Núcleo de Pesquisa em História e Educação Matemática (NuPHEM)³. Entre os sábios islâmicos, está Omar Khayyam (1048-1131), cuja a análise do tratado algébrico é parte dos meus estudos doutorais, tratado intitulado *Al-Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala* (Tratado sobre as demonstrações dos problemas da álgebra e *almuqabala*).

Omar Khayyam afirma em suas palavras iniciais, após as saudações religiosas, que “Uma das questões instrutivas necessárias no ramo da filosofia denominado matemática é a arte da álgebra e *almuqabala*, que tem como objetivo a determinação das desconhecidas, tanto numéricas quanto mensuráveis.” (KHAYYAM, 1953, p. 15, tradução nossa). E no decorrer de seu texto ele cita os islâmicos: al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude e al-Quhi.

Desse modo, Khayyam começa seu texto citando *al-jabr* e *al-muqabala*, palavras que foram inseridas na ciência islâmica medieval por Mohamed ibn Musa **al-Khwarizmi** (780-850) no início do século IX, e que significavam duas operações (ROZENFELD; YUSHKIÉVITCH, 1953).

Al-Khwarizmi foi um matemático islâmico famoso e sua obra influenciou consideravelmente o mundo medieval, seus tratados foram escritos em Bagdá durante o califado de al-Mamun (813-833). A sua obra mais conhecida é *Kitāb al-mukhtasar fi hisāb al-jabr wa'l muqābala* (O livro sobre o cálculo de álgebra e *almuqabala*) (SESIANO, 2008b).

Para Rashed (2015) o termo árabe *al-jabr* (álgebra) é um nome para a ação do verbo

³ Núcleo de pesquisa do [Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática](#) (PPGECM) da

maşdar, que de acordo com os gramáticos, tem uma raiz com o significado geral, no sentido de retificar ou corrigir, como fixar um osso quebrado, por exemplo. O termo ganhou um significado técnico depois que al-Khwarizmi o usou pela primeira vez, e juntamente com o termo *almuqabala*, designou uma disciplina. Os sucessores de al-Khwarizmi notadamente deram lugar de destaque à primeira palavra, ‘álgebra’, para nomear a disciplina, e simultaneamente derivou desta única palavra o nome do profissional, ‘algebrista’, usado por Thabit ibn Qurra e outros.

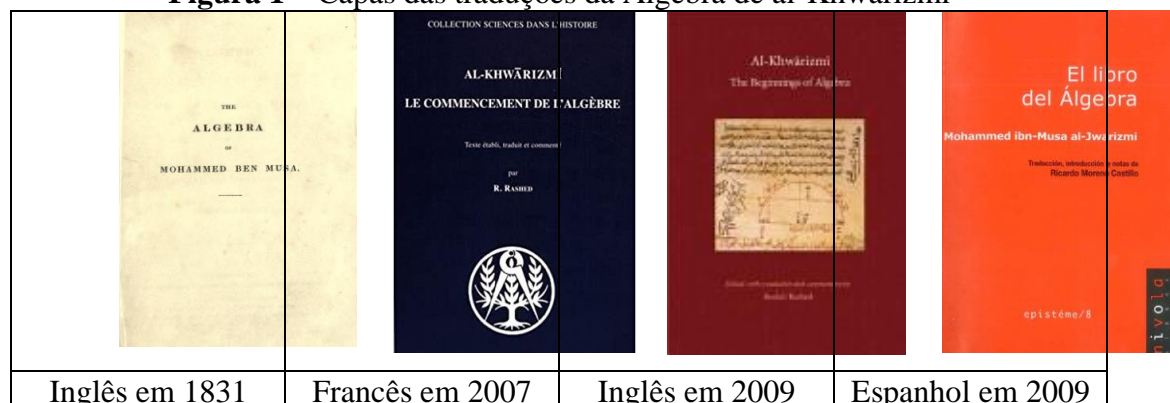
Em 2009, Ricardo Castillo realizou uma tradução deste tratado árabe para o espanhol, asseverando a importância do texto para a história da matemática quando “Pela primeira vez, a palavra ‘álgebra’ aparece em um título para designar uma disciplina matemática diferente, dotada de uma terminologia própria.” (CASTILLO, 2009, p. 11-12, tradução nossa). Assim, temos um dos primeiros sábios que desenvolveu a álgebra no islã medieval. Castillo (2009) em seu texto introdutório da tradução espanhola expõe as duas operações de *al-jabr* e *al-muqabala*, ambas usadas com desenvoltura por al-Khwarizmi para resolver seis tipos de equações lineares e quadráticas. *Al-jabr* significa restauração (era transpor os termos) quando um elemento precisa ser suprimido em um lado de uma expressão, para ser restaurado ao ser colocado do outro lado e *al-muqabala* se constitui em comparação (ou balanceamento), que é reduzir os termos semelhantes a um único termo.

O livro da Álgebra vem sendo estudado desde a idade média, assim como há traduções contemporâneas em vários idiomas, traremos as traduções para o inglês, o francês e o espanhol, cujas referências bibliográficas são:

- ✓ ROSEN, F. The algebra of Mohamed ben Musa. Londres: Impresso pelo Fundo de tradução oriental, 1831.
- ✓ AL-KHWARIZMI, M. M. **Le commencement de l’algèbre**. Tradução: Roshid Rashed. Paris: Librairie Decitre, 2007. Collection sciences dans l’histoire.
- ✓ HWARIZMI, M. M. **Al-Khwarizmi: The Beginnings of Algebra**. Tradução: Roshid Rashed. Londres: Saqi Books, 2009.
- ✓ JWARIZMI, M. M. **El libro del Álgebra**. Tradução: Ricardo Moreno Castillo. Madrid: Nivola libros y ediciones, 2009.

Para ilustrar trazemos as respectivas capas de cada tradução na figura 01.

Figura 1 – Capas das traduções da Álgebra de al-Khwarizmi



Fonte: acervo das autoras

Seguindo o original, todas as traduções trouxeram o livro dividido em:

A primeira parte explica os fundamentos da álgebra: a resolução dos seis tipos básicos de equações de primeiro e segundo grau (com coeficientes positivos e pelo menos uma solução positiva), depois o cálculo algébrico básico (com expressões envolvendo uma raiz desconhecida ou quadrada); depois, seis exemplos de problemas, cada um terminando com uma das seis equações e, por último, vários outros problemas do mesmo tipo. Esta estrutura, bem como alguns aspectos característicos (sem simbolismo, números escritos em palavras, ilustrações de regras algébricas por figuras geométricas) permaneceram habituais nos primeiros livros de álgebra. A segunda parte contém algumas considerações sobre a aplicação da regra dos três às transações comerciais. A Parte 3 cobriu superfícies e volumes de planos elementares e figuras sólidas, principalmente sem qualquer uso de álgebra. A extensa parte 4 é dedicada à aplicação de métodos algébricos (ou aritmética simples) para a distribuição de propriedades de acordo com os testamentos e requisitos legais islâmicos relativos às partes devidas aos herdeiros. (SESIANO, 2008b, p. 137, tradução nossa).

Com esta divisão, a última parte apresenta as operações álgebra e *almuqabala* com uma função prática, mostrando a sua utilização para resolver problemas de herança, visando a solução de problemas do cotidiano do século IX. As partilhas de herança provavelmente foram motivadas pelo Alcorão, que é o livro sagrado do mundo islâmico

cujo texto descreve normas que regem a vida social, comercial, matrimonial, a herança, e o direito penal. Livro revelado no século VII ao profeta Mohammed (Maomé) em um longo período de vinte e três anos (CCBAIFI⁴, 2021).

Em sequência no texto algébrico, Khayyam menciona que

[...] Mahani expressou a ideia de analisar algebricamente a premissa aceita como óbvia por Arquimedes na quarta proposição do segundo livro de seu tratado 'Sobre a esfera e o cilindro'. Ele chegou a uma equação contendo cubos, quadrados e números, que não conseguiu resolver, apesar de ter pensado nisso por muito tempo. Por isso, foi anunciado que esta solução era impossível até que apareceu Abu Jafar Khazin, que resolveu esta equação com o auxílio de seções cônicas. (KHAYYAM, 1953, p. 16, tradução nossa).

O'Connor e Robertson (1999a) concorda com a citação ao afirmar que Abu Abd Allah Muhammad ibn Isa **al-Mahani** (em torno de 820-880) foi um matemático islâmico que propôs a resolver determinados problemas sobre o corte de esferas de Arquimedes, abordando de uma maneira diferente, que era cortar uma esfera por um plano, de tal modo que o volume das suas duas partes tivesse em uma determinada proporção.

Para Dold-Samplonius (2008a) o sábio islâmico nasceu em Mahan, Kerman no Irã, viveu, estudou e morreu em Bagdá, e concorda com Khayyam que a equação cúbica desenvolvida por al-Mahani era considerada insolúvel até que al-Khazin obteve sucesso ao usar seções cônicas. Ele também trabalhou em problemas fundamentais da matemática de seu tempo e é notadamente conhecido por seus comentários aos Elementos de Euclides, em Esferas e Cilindros de Arquimedes e à Esférica de Menelau. Rashed (2015) considera que al-Mahani foi um dos primeiros a traduzir problemas de geometria sólida em equações cúbicas, sendo seguido por Abu-l-Jud com suas resoluções por meio da interseção de curvas cônicas.

Abu Ja'far Muhammad ibn al-Husay **al-Khazin** foi um astrônomo e matemático que viveu no século X em Khorasan. Al-Khazin é conhecido principalmente por ter sido o primeiro a usar uma equação cúbica para resolver com métodos geométricos por interseções de seções cônicas (HOGENDIJK, 2008a). Para O'Connor e Robertson (1999b) Abu Jafar al-Khazin (em torno de 900-971) também desenvolveu atividades de

⁴ Tradução do Alcorão realizada pelo Centro Cultural Beneficente Árabe Islâmico de Foz do Iguaçu (CCBAIFI) e disponibilizada na página eletrônica da Liga da Juventude Islâmica Beneficente do Brasil.

construção de hospitais e represas durante a dinastia Buyid, que governava o oeste do Irã e do Iraque, al-Khazin viveu em Rayy, situada a sudeste da atual Teerã, que representou um dos principais centros culturais da dinastia Buyid.

Khayyam descreve ainda em seu texto a busca do estudioso **Abu-l-Jude** para encontrar a resolução do tipo ‘O cubo e o número são iguais aos quadrados’⁵

Este contato ou interseção foi ignorado pelo venerável geômetra Abu-l-Jude, que decidiu que se BC for maior do que AB, então o problema é impossível, e perdeu este caso. Este tipo é um dos seis tipos, em cuja cognição Mahani provou ser impotente. (KHAYYAM, 1953, p. 41, tradução nossa).

Khayyam mostra a falha cometida e elogia Abu-l-Jude como excelente geômetra. Ao pesquisarmos o referido geômetra, encontramos que Djebbar (2013) o coloca entre os autores que estudaram triângulos retângulos numéricos e números congruentes no século X, o autor cita como estudiosos da álgebra: Ibn Turk, Abu Kamil e al-Karaji, além do próprio Omar Khayyam.

Hogendijk (2008b) em seu texto *Matemática no Islã* também corrobora que Abu'l-Jude viveu no século X, ao afirmar que em torno de 968 o estudioso propôs a construção do heptágono com régua e compasso. No texto sobre o desenvolvimento da álgebra, Hogendijk (2008b) cita al-Khwarizmi, Abu Kamil, al-Karaji, Omar Khayyam e Sharaf al-Din al-Tusi, porém esse último é posterior a Khayyam.

Khayyam em seu texto, ao apresentar e resolver o tipo de expressão cúbica: *O cubo, arestas e número são iguais aos quadrados*⁶, afirma que este modelo não foi resolvido anteriormente, assegurando que o tipo “não cedeu aos esforços de vários estudiosos iraquianos, entre os quais estava Abu-s-Sahl al-Quhi [...] apesar de sua erudição e da magnitude de seus méritos em matemática” (KHAYYAM, 1953, p. 49, tradução nossa). Khayyam cita e enaltece al-Quhi, mesmo citando a falta de conclusão.

De acordo com Dold-Samplonius (2008b), Abū Sahl Wayjan ibn Rustam **al-Quhi** (ou al-Kuhi) trabalhou em Bagdá, ajudou nas observações dos solstícios em 969/970, supervisionou observações astronômicas no jardim do palácio de Sharaf al-Dawla em 988, colocando-o no século X e início do XI. A equação citada por Khayyam foi elaborada a partir do texto *Esfera e Cilindro* de Arquimedes, envolvendo um segmento

⁵ A referida equação é do tipo $x^3 + c = ax^2$.

de esfera, a área de superfície e o volume, al-Quhi trabalhou com duas incógnitas, ou seja, o raio da esfera e a altura do segmento, cruzando uma hipérbole equilátera com uma parábola. Ele também usou as seções cônicas para desenvolver uma solução para o problema clássico de trissecção de um ângulo.

Em seu texto, Khayyam (1953) nomeou os estudiosos que se dedicaram as equações cúbicas, que já foram supracitados: al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude e al-Quhi. Entretanto, no tratado algébrico é mencionado em várias partes do texto o termo algebristas, da seguinte maneira,

Normalmente os algebristas em sua arte chamam o desconhecido, que desejam definir, de uma coisa, seu produto por si mesmo - um quadrado, o produto de seu quadrado pela coisa - um cubo, o produto de seu quadrado por si mesmo - um quadrado-quadrado, o produto de seu cubo por seu quadrado - um cubo-quadrado, o produto de seu cubo por si mesmo por um cubo-cubo e assim por diante, tanto quanto necessário. (KHAYYAM, 1953, p. 18, tradução nossa).

Com estas afirmações, o autor expressa ter conhecimento que outros, além dos nominalmente citados por ele, estudaram a álgebra das equações, Khayyam no decorrer do texto expõe os seis tipos de equações lineares e quadráticas que foram resolvidas em obras de algebristas, sejam de forma algébrica e/ou geométrica. Usando as indicações anteriormente expostas no nosso texto vamos pesquisar os seguintes estudiosos: Thabit ibn Qurra, Ibn Turk, Abu Kamil e al-Karaji.

Vamos começar com ibn Qurra, Abu'l-Hasan **Thabit ibn Qurra** ibn Marwan al-Harrani al-Sabi (836-901) era sírio, nasceu em Kafartūtha perto de Harrān (agora Altinbaşak no sul da Turquia), viveu em Bagdá e foi matemático, astrônomo, físico, médico, geógrafo, filósofo, historiador e tradutor do grego e siríaco para o árabe, sendo notadamente conhecido como tradutor. Seus tratados científicos foram escritos principalmente em árabe e parcialmente em siríaco e mediante sua gama de interesses, as suas contribuições são diversas (ROZENFELD, 2008, tradução nossa).

Para Rashed

Mais importante é a rota seguida um pouco depois por Thābit ibn Qurra. Ele retorna aos Elementos de Euclides, tanto para definir as

⁶ A equação é do tipo $x^3 + bx + c = ax^2$.

demonstrações de al-Khwārizmī em uma base geométrica mais firme quanto para traduzir equações de segundo grau geometricamente. Ibn Qurra é, aliás, um dos primeiros a fazer uma distinção clara entre métodos algébricos e geométricos: ele tenta provar que ambos conduzem ao mesmo resultado, isto é, a uma interpretação geométrica de procedimentos algébricos (RASHED, 2015, p. 113, tradução nossa).

O historiador afirma que Ibn Qurra foi o primeiro a tornar al-Khwarizmi consistente com Euclides e, dessa forma, conseguiu dar uma interpretação geométrica da álgebra de al-Khwarizmi e uma interpretação algébrica da geometria dos Elementos.

Oaks (2011) afirmou que Abd al-Hamid **Ibn Turk** foi contemporâneo de al-Khwarizmi, colocando-o nos séculos VIII-IX, e que ambos usavam as provas geométricas para as regras numéricas. Hoyrup (1986) corrobora a contemporaneidade entre os estudiosos, e que ambos usavam procedimentos geométricos, explicitando que o texto de al-Khwarizmi possibilitou melhor análise por estar mais amplo, enquanto que o de Ibn Turk tem apenas um pequeno fragmento preservado.

Hoyrup evidencia que no texto de Ibn Turk encontra-se uma semelhança mais evidente com a tradição geométrica ingênua, do que no texto de al-Khwarizmi, mostrando que Ibn Turk trazia as soluções das equações quadráticas usando as figuras geométricas para justificá-las, no entanto não se pode afirmar que al-Khwarizmi, influenciou o trabalho de Ibn Turk, ou mesmo o contrário. Sayili (2006) defende que qualquer observação sobre uma possível conexão entre os estudos de Al-Khwarizmi e Ibn Turk, não deve diminuir de maneira a grandeza de Al-Khwarizmi como um sábio e professor de destaque em âmbito mundial.

Seguindo, temos Shuja ibn Aslam **Abu Kamil** (em torno de 850-930) que era conhecido também como "o calculador egípcio" (*al-hasib al-misri*), em seu tratado algébrico *Kitab fi' l-jabr wa'l-muqabala*, em seu texto Abu Kamil se refere ao tratado de al-Khwārizmī, porém Sesiano (2008a) afirma que o propósito do sábio egípcio é radicalmente diferente, pois o texto se dirige a um público definido, que eram os matemáticos que possuíam um conhecimento completo dos Elementos de Euclides.

Abu Kamil aplicou métodos algébricos a problemas geométricos em seu *O livro sobre álgebra e almuqabala*, o texto foi dividido em três partes, elas são: Soluções de equações do segundo grau; aplicações da álgebra para o pentágono e o decágono

regular; e equações diofantinas e problemas de matemática recreativa. Rashed (1994; 2015) ressalta que notadamente Abu Kamil realizava pesquisas suplementares sobre análise indeterminada como parte integrante da álgebra, e registra que ele foi o primeiro tratado de álgebra que possui um capítulo dedicado à análise diofantina racional.

No século X, Abu Bakr ibn Muhammad ibn al-Husayn **al-Karaji** (em torno de 953-1029) foi um matemático e engenheiro islâmico, no tratado *al-Fakhri* ele estudou as equações quadráticas, considerou as equações de graus superiores reduzidas ao quadrado e trouxe 250 tarefas algébricas para equações indeterminadas (ALI; PAVLOV; YORDZHEV, 2005).

Rashed (2015) afirma que o tratado algébrico denominado Al-Fakhri, possivelmente recebeu o nome para homenagear o governante de Bagdá chamado Fakhr. Os tratados *al-Fakhri* e *al-Badi* de Al-Karaji foram estudados, desenvolvidos e comentados por matemáticos por vários séculos. Pois, o trabalho desenvolvido pelo islâmico com a álgebra aritmética ocupa um lugar central por séculos, enquanto o livro de al-Khwārizmī se torna uma exposição historicamente importante. De acordo com Wussing (1998) as obras de al-Karaji, juntamente com al-Samaw'al, nos séculos XI e XII, alcançaram o auge no processo de aritmetização da álgebra, momento em que os procedimentos geométricos começaram a ser suprimidos, pouco a pouco, nas técnicas de demonstração.

2 Khayyam e seu tratado algébrico

O sábio **Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyam** é conhecido no ocidente por diversas denominações no decorrer dos séculos, entre as quais temos: **Omar Khayyam**, al-Khayyammi, al-Khayyam, Khayyam, Umar al-Khayyam e Umar al-Hayyam.

Omar Khayyam foi poeta, astrônomo e matemático, os autores Rozenfeld e Yushkiévitch (2019) afirmam que Khayyam nasceu em 15 de maio de 1048, em Nishapur, Khurasan na Pérsia (Irã na atualidade) e morreu na mesma cidade em 4 de dezembro de 1131. O nascimento de Khayyam ocorreu logo depois que Khurasan foi invadido pelos seljúcidas⁷, invasores que também conquistaram Khorezm, o Irã e o

⁷ Grandes sultões Seljúcidas (1037–1157) fizeram Bagdá, Isfahan, Nishapur, como capitais de seu império, e governaram o Irã, Iraque, Anatólia, Síria e Palestina sob os califados abássidas (BRENTJES, 2008)

Azerbaijão, sobre os quais estabeleceram um grande, porém instável, império militar. Seu trabalho dependia, portanto, da política da corte e da sorte da guerra. Khayyam expressa essas dificuldades

Já eu, pelo contrário, sempre tive o desejo de investigar todos esses tipos e distinguir entre eles os casos possíveis e impossíveis com base em evidências, pois sabia o quão urgente era a necessidade deles nas dificuldades dos problemas. Mas fui privado da oportunidade de lidar sistematicamente com esta questão e não pude nem ao menos pensar nisso, pois as circunstâncias me obrigaram a perder muito tempo. (KHAYYAM, 1953, p. 16, tradução nossa).

Os autores soviéticos citam que mesmo sob essas circunstâncias desfavoráveis, Khayyam foi capaz de escrever nesta época seu tratado *Mushkilāt al-hisāb* (Problemas de Aritmética, infelizmente, não recuperado) e seu primeiro tratado algébrico sem título, bem como seu curto trabalho sobre a teoria da música, *al-Qāwl 'alā ajnās allatī bi'l-arba'a* (Discussão sobre gêneros contidos em um quarto).

Esses escritos foram antes de seu tratado algébrico *Al-Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala* (Tratado sobre as demonstrações dos problemas da álgebra e *almuqabala*), que de acordo com Rozenfeld e Yushkiévitch (2019) Khayyam chegou a Samarcanda em torno do ano de 1070, momento em que teve o apoio do presidente do tribunal, Abu Tahir⁸, sob cujo patrocínio ele escreveu seu tratado algébrico sobre equações cúbicas. O jurista é citado no texto do tratado, quando Khayyam (1953, p. 16-17, tradução nossa) diz: “quero interromper meu discurso em homenagem a Sua Excelência, nosso mestre glorioso e incomparável senhor, juiz dos juízes, imam, senhor Abu Tahir”.

Para Berggren (2016) e Joseph (2011) o ano de 1070 não foi apenas o da chegada de Khayyam para Samarcanda, mas também foi o ano que ele escreveu seu grande trabalho sobre álgebra, que versou, classificou e resolveu sistematicamente todos os tipos de equações cúbicas, usando as seções cônicas para determinar as raízes dessas equações geometricamente com segmentos de linha⁹ obtidos a partir das interseções dessas curvas.

⁸ Abu Tahir (1039-1091) foi um rico e influente nobre e filantropo de Samarcanda. (ROZENFELD; YUSHKIÉVITCH, 1953).

⁹ A definição de segmento de reta é denominada como linha ou segmento de linha no texto de Khayyam (1953).

Em 1074, Khayyam foi nomeado pelo sultão Malik Shah como um dos oito homens envolvidos na empreitada de revisar tabelas astronômicas e reformar o calendário¹⁰. Eles produziram um novo calendário, segundo o qual oito em cada trinta e três anos foram transformados em anos bissextos. Omar em 1077 escreveu *Sharh ma ashkala min musadarat kitab Uqlidis* (Explicações sobre as dificuldades dos postulados de Euclides).

Em 1079 Khayyam apresentou um plano para a reforma do calendário, propondo

O novo calendário seria baseado em um ciclo de trinta e três anos, denominado “era Maliki” ou “era Jalālī” em homenagem ao sultão. Os anos 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 e 33 de cada período foram designados como anos bissextos de 366 dias. enquanto a duração média do ano era de 365,2424 dias (um desvio de 0,0002 dia do verdadeiro calendário solar), uma diferença de um dia acumulando-se assim ao longo de um período de 5.000 anos (no calendário gregoriano, o ano médio é de 365,2425 dias com 3.333 anos). (ROZENFELD; YUSHKIÉVITCH, 2019, p. 01, tradução nossa).

Berggren (2016) defende que na verdade, fora do mundo islâmico, Khayyam é admirado como poeta, mais do que como matemático, filósofo ou astrônomo. Com os famosos versos *Rub'ayat* (Quadras) a ele atribuído, que foram traduzidos para muitas das línguas do mundo.

3 Algebristas islâmicos antes de Omar Khayyam

O tratado de Khayyam cita os algebristas, desse modo, ele se refere aos sábios islâmicos que em algum momento se dedicaram a estudar a álgebra das equações entre os séculos IX ao XI. A partir dos nomes de al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude, al-Quhi e Omar Khayyam, juntamente com os termos *al-jabr* e *al-muqabala*, foi possível verificar outros algebristas do islã medieval.

Apresentamos os estudiosos que pesquisamos neste trabalho no quadro 1, no qual eles aparecem de forma cronológica, não temos o intuito de mostrar uma progressão, e sim de evidenciar os estudiosos contemporâneos, além de evidenciar que a maioria dos estudos foram elaborados em Bagdá.

¹⁰ Segundo os estudos de Rozenfeld (2008), Joseph (2011), Berggren (2016) e Rozenfeld e Yushkiévitch

Quadro 1 – Sábios islâmicos que estudaram álgebra até Omar Khayyam

Sábio	Datas ¹¹	Local ¹²
Al-Khwarizmi	Início do século IX	Bagdá
Ibn Turk	Início do século IX	Bagdá
Al-Mahani	Final do século IX	Bagdá
Thabit ibn Qurra	Final do século IX	Bagdá
Abu Kamil	Início do século X	Egito
Abu-l-Jude	Século X	-----
Al-Quhi	Século X	Bagdá
Al-Khazin	Século X	Rayy
Al-Karaji	Final do século X	Bagdá
Omar Khayyam	Final do século XI	Samarcanda

Fonte: Elaborado pelas autoras (2021)

Os pesquisadores¹³ são unânimes ao assegurar que o nome da álgebra é advindo do termo árabe *al-jabr*, no início do século IX, com a obra de al-Khwarizmi *Kitāb al-mukhtasar fī hisāb al-jabr wa'l muqābala*¹⁴. Al-Khwarizmi e Ibn Turk foram contemporâneos, tanto Hoyrup (1986) quanto Sayili (2006) mostram as similaridades e as diferenças dos trabalhos desenvolvidos pelos sábios, mas afirmam não haver evidências de uma possível conexão entre eles.

Thabit ibn Qurra foi um reconhecido tradutor do grego para o árabe, de acordo com Rashed (2015) ele revisita os Elementos de Euclides e possibilita uma base geométrica mais consistente para as demonstrações de al-Khwarizmi. Abu Kamil trabalhou os métodos algébricos para problemas geométricos, além de desenvolver [equações diofantinas](#) (RASHED, 2015). Al-Karaji também realizou estudos sobre equações indeterminadas, mas seu legado mais marcante foi seu livro de álgebra intitulado *al-Fakhri*, no qual aritmetizou a álgebra (DJEKBAR, 2013).

(2019).

¹¹ Datas aproximadas dos estudos, por início do século entende-se pela primeira metade do século e por final do século entende-se pela segunda metade do século.

¹² Local em que os sábios estudaram álgebra.

¹³ Vejam os estudos de Hoyrup (1986), Rashed (1994; 2015), Sayili (2006), Hogendijk (2008b), Rozenfeld (2008), Castillo (2009), Joseph (2011), Oaks (2011), Berggren (2016) e Rozenfeld e Yushkiévitch (2019).

¹⁴ Os estudiosos supracitados traduziram a obra como: O livro sobre o cálculo de álgebra e *almuqabala*; Breve livro sobre cálculo por álgebra; Livro de álgebra; O livro condensado sobre o cálculo de álgebra e *almuqabala*; entre outros semelhantes.

Sobre o uso de geometria para a resolução das equações cúbicas através do uso das seções cônicas realizada por Khayyam em seu tratado algébrico, Djebbar (2013) afirma que al-Mahani e Abu'l-Jude foram os pioneiros neste estudo, e al-Khazin foi o sábio que proporcionou solução ao problema proposto por al-Mahani (DOLD-SAMPLONIUS, 2008a). Hogendijk (2008b) afirma que os sábios Abu-l-Jud e al-Quhi chegaram a equações cúbicas do texto *Esfera e Cilindro* de Arquimedes, porém não conseguiram solucionar.

O tratado algébrico de Omar Khayyam mostrou a classificação de 25 tipos de equações, sejam elas: lineares, quadráticas e cúbicas. O sábio proporciona as resoluções de cada um dos tipos, sendo 11 tipos resolvidos por métodos euclidianos e 14 tipos resolvidos por interseções de seções cônicas, essas são todas equações cúbicas. Khayyam elaborou um método geométrico de resolver as equações cúbicas, por meio de interseções de seções cônicas, é importante ressaltar que esse método só admitiu as soluções positivas.

Considerações Finais

O presente trabalho surgiu mediante as citações apresentadas no tratado algébrico de Omar Khayyam (1048-1131), nesse texto é mencionado os termos *al-jabr*, *al-muqabala* e algebristas, e os sábios islâmicos al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude e al-Quhi.

As pesquisas realizadas possibilitaram explicar os termos *al-jabr* e *al-muqabala* para os estudiosos dos séculos IX, X e XI, como duas operações para resolver equações lineares e quadráticas. Mostrou as contribuições dos sábios al-Mahani, al-Khazin, Abu'l-Jude e al-Quhi para as equações cúbicas e suas soluções por meio de interseções de seções cônicas. E permitiu apresentar os demais algebristas que estudaram a *arte da álgebra* antes de Khayyam.

Esse estudo evidencia que em uma pesquisa doutoral é imprescindível apresentar as ideias elaboradas mediante os conhecimentos em curso da época estudada. Assim, foi possível apresentar um breve panorama da álgebra das equações desenvolvidas entre os séculos IX e XI. Entretanto, sempre podemos considerar que novos estudos possibilitam novas descobertas, pois a pesquisa é realizada a todo momento.

Referências

ALI, A. S.; PAVLOV, S.; YORDZHEV, K. The mathematics in middle-aged Arab caliphate and its application to contemporary teaching in high schools.

Scholars Journal of Physics, Mathematics and Statistics, India, vol. 2, p. 37-43, dez-fev, 2015. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/275152100_The_mathematics_in_middle-aged_Arab_caliphate_and_its_application_to_contemporary_teaching_in_high_schools.

Acesso em: 07 maio 2021.

AL-KHWARIZMI, M. M. **Le commencement de l'algèbre**. Tradução: Roshid Rashed. Paris: Librairie Decitre, 2007. Collection sciences dans l'histoire

BERGGREN, J. L. **Episodes in the Mathematics of Medieval Islam**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2016.

BRENTJES, S. Patronage of the mathematical sciences in Islamic societies: structure and rhetoric, identities, and outcomes. In: ROBSON, E.; STEDALL, J. (eds.) **The Oxford Handbook of the History of Mathematics**. Oxford: Oxford University Press, 2008. p. 301-328.

CASTILLO, R. M. Introducción. In: AL-JWARIZMI, M. M. **El libro del Álgebra**. Três Cantos: Nivola, 2009. p. 9-19.

CENTRO CULTURAL BENEFICENTE ÁRABE ISLÂMICO DE FOZ DO IGUAÇU (CCBAIFI). **Alcorão**. Foz do Iguaçu: LCC Publicações Eletrônicas, 2021. Disponível em: http://www.ligaislamica.org.br/alcorao_sagrado.pdf. Acesso em: 12 maio 2021.

DJEBBAR, A. **L'âge d'or des sciences arabes**. Éditions Le Pommier/ EPPDSCI, Paris, 2013.

DOLD-SAMPLONIUS, Y. Al-Mahani. In: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008a. p. 141-142.

_____. Al-Quhi (or al-Kuhi). In: SELIN, Helaine (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008b. p. 153-154.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HOGENDIJK, J. P. Abu Ja'far al-Khazin. In: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008a. p. 6-7.

_____. Mathematics in Islam. In: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008b. p. 1393-1396.

HOYRUP, J. Al-Khwarizmi, Ibn Turk, and the Liber Mensurationum. In: **On the origins of islamic algebra**. Ankara: Erdem, 1986. p. 445-484.

HWARIZMI, M. M. **Al-Khwarizmi: The Beginnings of Algebra**. Tradução: Roshid Rashed. Londres: Saqi Books, 2009. p. 450-519.

JOSEPH, G. G. Prelude to Modern Mathematics: The Islamic Contribution. In: **The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics**. 3. ed. Princeton: Princeton University Press, 2011.

JWARIZMI, M. M. **El libro del Álgebra**. Tradução: Ricardo Moreno Castillo. Madrid: Nivola libros y ediciones, 2009.

KHAYYAM, O. О доказательствах задач алгебры и алмукабалы In: ROZENFELD,

- V. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 11-66, 1953. Título original: Al-Risala fi-l-barahin 'ala masa'il al-jabr wa-l-muqabala.
- OAKS, J. A. Al-Khayyām's Scientific Revision of Algebra. **Suhayl**, n. 10, p. 47-75, 2011.
- O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Abu Abd Allah Muhammad ibn Isa Al-Mahani**. St. Andrews: University St. Andrews, 1999a. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Mahani/>. Acesso em: 07 maio 2021.
- _____. **Abu Ja'far Muhammad ibn al-Husayn al-Khazin**. St. Andrews: University St. Andrews, 1999b. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Khazin/>. Acesso em: 07 maio 2021.
- RASHED, R. **The development of Arabic mathematics**: between arithmetic and algebra. Tradução Angela Armstrong. Boston: Springer, 1994.
- RASHED, R. **Classical mathematics from al-Khwarizmi to Descartes**. Tradução Michael H. Shank. London: Routledge, 2015.
- ROSEN, F. **The algebra of Mohamed ben Musa**. Londres: Impresso pelo Fundo de tradução oriental, 1831.
- ROZENFELD, B. A. Thabit ibn Qurra. In: SELIN, Helaine (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008. p. 2121-2123.
- ROZENFELD, B. A.; YUSHKIÉVITCH, A. P. **Al-Khayyam**. New York: Encyclopedia.com (Oxford University Press; Columbia University Press; Cengage), 2019. Disponível em: <https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/al-khayyam>. Acesso em: 10 maio 2021.
- _____. Notas sobre os tratados matemáticos de Omar Khayyam, In: ROZENFELD, B. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 113-172, 1953. Título original: Примечания к математическим трактатам Омара Хайяма.
- SAYILI, A. **Al-Khwarizmi, Abdu'l-Hamid Ibn Turk and the Place of Central Asia in the History of Science and Culture**. United Kingdom : FSTC Limited, 2006.
- SESIANO, J. Abu Kamil. In: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008a. p. 07-08.
- _____. Al- Khwarizmi. In: SELIN, H. (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008b. p. 137-138.
- WUSSING, H. **Lecciones de Historia de las matemáticas**. Madrid: Siglo XXI de España Editores, 1998.