

Intervenção da Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud: Um contributo para a disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié

EZEQUIAS ADOLFO DOMINGAS CASSELA¹

ANA LÚCIA MANRIQUE²

Resumo

O presente artigo objetiva-se em propor a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud no estudo conceitual das cônicas, com vista ao melhoramento da disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola. A pesquisa desenvolvida está encaminhada a responder a seguinte questão científica: Como contribuir para o estudo conceitual das cônicas com vista ao melhoramento da disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso e escola em referência? Nesta perspectiva, para o alcance do objetivo determinando, adotou-se o paradigma qualitativo de natureza descritiva, o qual permitiu observar, analisar e descrever os procedimentos tidos em conta pelos professores e alunos no ensino e aprendizagem conceitual das cônicas, com vista a identificar as limitações implicadas no processo em causa. Os resultados obtidos a partir dos procedimentos utilizados, revelam as dificuldades dos alunos em dar explicações acerca do conceito das cônicas na vertente sintética e analítica, bem como das principais propriedades que justificam a razão delas serem consideradas como lugares geométricos.

Palavras-chave: Geometria Analítica, Estudo das cônicas, Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud.

Abstract

This article aims to propose Vergnaud's Theory of Conceptual Fields in the conceptual study of conics, with a view to improving the discipline of Analytical Geometry in students of the first year of the Mathematics course at Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola. The research developed is aimed at answering the following scientific question: How to contribute to the conceptual study of conics with a view to improving the discipline of Analytical Geometry in students of the first year of the course and school in question? In this perspective, in order to reach the objective determined, the qualitative paradigm of a descriptive nature was adopted, which allowed to observe, analyze and describe the procedures taken into account by teachers and students in the conceptual teaching and learning of conics, in order to identify the limitations involved in the process in question. The results obtained from the procedures used reveal the students' difficulties in giving explanations about the concept of conics in the synthetic and analytical aspect, as well as the main properties that justify the

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: ezequiasadolfo@hotmail.com.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: analuciamanrique@gmail.com.

reason they are considered as geometric places.

Keywords: *Analytical Geometry, Study of Conics, Vergnaud's Conceptual Field Theory.*

Introdução

O contexto atual do processo de ensino e aprendizagem em Angola e não só impõe uma mudança de paradigma consubstanciada na passagem de uma tendência de ensino fundamentada nos objetivos, para uma que se baseia em competências e habilidades. Face a esta perspectiva, torna-se necessário propiciar um ambiente de aprendizagem em salas de aulas de forma contextualizada, integrada e interdisciplinar, provocando nos alunos oportunidades para reflexão, desenvolvimento de habilidades e competências que ajudam a interpretar situações, para que o mesmo se aproprie de linguagens específicas e desenvolva as capacidades de: argumentar, analisar, avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar, entre outras ações necessárias à sua formação.

As ideias anteriores nos obrigam, enquanto professores, a ajustar os programas curriculares, no sentido de se incluir novas formas de organização que desenvolvam determinadas ações para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Isso nos remete à uma linha de pensamento que procura promover um ensino de Matemática que dá espaço à valorização do conhecimento que o aluno traz para a sala de aula, proveniente do seu contexto social em detrimento do ensino tradicional e estruturalista.

Trata-se de promover um ensino e aprendizagem que provoque reflexões para o aluno por meio da vivência de situações investigativas, de exploração e descoberta. No contexto angolano, por exemplo, é possível notar essa preocupação, uma vez que os programas de ensino e aprendizagem concebidos, a partir da política educacional do estado, são alinhados de acordo com determinadas perspectivas pedagógicas que exploram a criatividade cultural dos alunos como consequência das várias reformas educativas que se opõem ao ensino tradicional, que durante anos esteve amplamente difundido na realidade pedagógica angolana.

O governo angolano preocupado com a promoção de um ensino e aprendizagem centrado nas competências, leva a cabo uma sequência de atualizações na sua política educacional, tendo sempre como premissa a formação multifacetada dos cidadãos para que possam participar da construção de uma sociedade nova à luz dos princípios democráticos. É assim que, em 2016, aprovou a Lei nº. 17/16 de 7 outubro, que aprova as Bases do Sistema de Educação e Ensino, alterada e republicada pela Lei nº. 32/20 de 12 de agosto de 2020,

a qual apresenta uma educação integral, marcada pela correspondência entre os objetivos da formação e os de desenvolvimento do País e que se materializam por meio da unidade dos objetivos, conteúdos e métodos de formação, garantindo a articulação horizontal e vertical permanente dos subsistemas, níveis e modalidades de ensino.

Essas ideias sinalizam a responsabilidade que o Estado angolano atribui às escolas no sentido de formarem cidadãos competentes, habilidosos e capazes de compreender os problemas nacionais, regionais e internacionais de forma crítica e construtiva para a sua participação ativa na vida social.

De realçar que apesar das novas exigências que se impõem para o processo de ensino-aprendizagem em Angola, Cassela (2018), em sua dissertação de mestrado sobre o “Ensino da Geometria Analítica no contexto cultural do Cuito/Bié”, apresentada e defendida na Universidade da Beira Interior, Portugal, aponta de acordo com as suas pesquisas desenvolvidas nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, que ainda é notório o tratamento dos conteúdos com métodos essencialmente reprodutivos apresentados por meio de exposição, de forma pronta, acabada, partindo de definições, demonstração de propriedades, exemplos, seguidos de exercícios de aprendizagem e fixação, esperando-se com isso que o aluno aprenda pela reprodução.

Esses métodos de ensino não têm sido eficazes, uma vez que, para além de não provocar reflexões nos alunos, explorando sua criatividade por meio da resolução de problemas voltados ao seu contexto, excluem o conceito de representação como essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios, bem como os processos de transmissão dos conhecimentos. Como consequência ocasionalmente manifestam-se em alguns alunos determinadas dificuldades na resolução de problemas ligados à Geometria Analítica que fogem do padrão adotado em sala de aulas. No tópico relacionado às cônicas, por exemplo, alguns alunos apresentaram dificuldades em dar explicações acerca do conceito das cônicas do ponto de vista da Geometria sintética³ e analítica, bem como das principais propriedades que justificam a razão delas serem consideradas como lugares geométricos, desta feita, os alunos têm debilidades em identificá-las em objetos

³ Segundo Felix Klein (1948), no seu livro *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*, afirma que a Geometria sintética ou pura é aquela que pode ser construída axiomáticamente, com um tratamento lógico-dedutivo; ou seja, a partir de um conjunto de axiomas ou postulados (adaptados a priori).

variacionais que fazem parte das suas realidades.

Esse fato despertou a preocupação dos autores deste artigo, motivando-os em trazer uma abordagem baseada na Teoria de Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1990), com vista a auxiliar as ações dos professores na formação de conceitos inerentes as cônicas no contexto de ensino e aprendizagem dos alunos do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola. Para tal, o estudo desenvolvido neste artigo, procura responder a seguinte questão da pesquisa: Como contribuir para o estudo conceitual das cônicas com vista ao melhoramento da disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola? Diante da qual determinou-se como Objetivo geral: propor a teoria de campos conceituais de Vergnaud no estudo conceitual das cônicas com vista ao melhoramento da disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola.

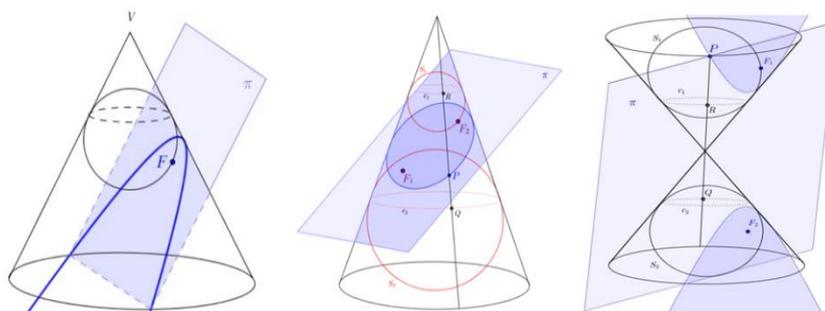
Face ao exposto, apresenta-se, em seguida, uma descrição sobre o estudo conceitual das cônicas. Na sequência, faz-se uma abordagem atinente a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, seguindo-se de uma caracterização do estado atual da disciplina de Geometria Analítica, no curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, com particular atenção ao estudo conceitual das cônicas. Outro aspecto importante a ter em conta é a fundamentação metodológica, onde apresenta-se uma síntese referencial ligada à abordagem da pesquisa, técnica ou tipo de análise. Apresenta-se a continuidade a análise e resultados, seguindo-se das considerações finais.

1 Sobre o estudo conceitual das cônicas

Para a realidade educacional de alguns países, como é o caso de Angola, as curvas cônicas são estudadas no ensino médio e com alguma profundidade no nível de graduação em Matemática, na disciplina de Geometria Analítica, elas revestem-se de particular importância, uma vez que a forma das suas curvas permite que os alunos estabeleçam conexões com os seus próprios contextos através da visualização, cuja abordagem conceitual a elas inerentes encontra-se sistematizada por Cassela (2018) em duas perspectivas: a primeira é de acordo com o ponto de vista da Geometria sintética e a segunda é de acordo com a Geometria Analítica. Elas são estudadas como curvas resultantes da interseção de um cone circular reto com um plano, sendo cada uma delas

obtida através da variação da inclinação do plano, conforme se constata na Figura 1.

Figura 1 – Curvas Cônicas



Fonte: Cassela (2018).

2 Sobre a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud

A Teoria de Campos Conceituais segundo Vergnaud (1990), é uma teoria cognitivista que visa fornecer uma estrutura coerente e alguns princípios básicos para o estudo do desenvolvimento e aprendizagem de habilidades complexas, especialmente aquelas relacionadas à ciência e técnicas. De acordo com Moreira (1996, p. 118) essa teoria é tida como “uma teoria psicológica cognitivista que supõe que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real”.

Trata-se de uma teoria com foco piagetiano que se contextualiza na Educação Matemática, através dos estudos conduzidos pelo francês Gérard Vergnaud, o qual procura, para além de fundamentar suas investigações na Psicologia e Epistemologia genética, estabelecer uma teoria cognitivista que pode ser considerada, no contexto atual, como um dos principais avanços para o ensino e aprendizagem de Matemática na perspectiva genética. Na mesma linha de pensamento, sublinha-se que Vergnaud, para além de ter a teoria piagetiana como foco fundamental de sua abordagem, reconhece também a perspectiva de Vygotsky, não com a intenção de conciliar as teorias, mas tratando-se de fazê-las dialogar com vista a identificação de suas potencialidades na produção de respostas para os problemas, identificando suas limitações na perspectiva de superá-las, marcando passos além destes.

Segundo Moreira (1982, p. 40), “Vergnaud toma como premissa a ideia de que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem.” Em seguida, salienta que “Campo conceitual é, para ele, um conjunto

informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.” Para o mesmo autor, “os conceitos-chave da teoria dos campos conceituais são, além do próprio conceito de campo conceitual, os conceitos de esquema, situação, invariante operatório (teorema-em-ação ou conceito-em-ação), e a sua concepção de conceito.” Vergnaud (1990) define cada um destes conceitos, cuja sistematização é reproduzida nos parágrafos subsequentes:

- Campo conceitual: é definido como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados” (MOREIRA, 2002, p. 9).
- Conceito: é definido como um triplete de três conjuntos $C = (S, I, R)$, em que S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito. I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto. R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.
- Situações: o conceito de situação empregado por Vergnaud não é o de situação didática, mas sim o de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias. “A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto das diferentes subtarefas envolvidas, mas é claro que o desempenho em cada subtarefa afeta o desempenho global”. (MOREIRA, 2002, p. 11).

O autor em referência, sinaliza uma concatenação lógica muito importante nesse âmbito, na medida em que dá a conhecer a interligação existente entre os conceitos-chave dessa teoria:

Vejamos onde estamos: a ideia de campo conceitual nos levou ao significado de conceito como um triplete (referente, significado e

significante); porém, como são as situações que dão sentido ao conceito, chegamos ao conceito de situação e dele ao de esquema, pois são os esquemas evocados no sujeito que dão sentido a uma dada situação. O conceito de esquema, como veremos, nos levará ao conceito de invariante operatório. (MOREIRA, 2002, p. 11)

- Esquemas: referem-se à organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. Segundo ele, é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (MOREIRA, 2002, p. 12)

Para facilitar a compreensão, o autor enumera algumas especificações que Vergnaud considera como ingredientes dos esquemas, dentre as quais de acordo com o foco desta pesquisa, menciona-se os invariantes operatórios considerados como invariantes “(teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas” (ibidem). Relativamente as expressões conceito-em-ação e teorema-em-ação, o autor afirma que,

As expressões conceito-em-ação e teorema-em-ação designam os conhecimentos contidos nos esquemas. São também designados, por Vergnaud, pela expressão mais global invariantes operatórios. Teorema-em-ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real; conceito-em-ação é uma categoria de pensamento considerada como pertinente (MOREIRA, 2002, p. 13).

Um aspecto importante para o estudo promovido neste artigo, está relacionado com a ideia destacada pelo autor na seguinte informação: “os conhecimentos-em-ação (conceitos e teoremas-em-ação) constituem a base conceitual, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e, a partir dela e da meta a atingir, inferir as regras de ação mais pertinentes para abordar uma situação” (MOREIRA, 2002, p. 13). É com esta linha de pensamento que se quer promover o estudo conceitual das cônicas, servindo-se da Teoria de Vergnaud como um contributo para a melhoria do ensino e aprendizagem da Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola

Superior Pedagógica do Bié, cuja caracterização abaixo se descreve.

3 Caracterização do estado atual da disciplina de Geometria Analítica

Cassela e de Nascimento (2020), de acordo com as suas pesquisas desenvolvidas nos alunos do primeiro do curso de Matemática da Escola alvo desta pesquisa, afirmam que apesar da responsabilidade que a Lei 17/16 atribui às escolas, no que diz respeito a formação centrada nas competências, verifica-se uma resistência ao abandono do paradigma tradicional, uma vez que se mudaram as tendências pedagógicas, mas não os processos. O ensino da Geometria analítica, ainda é marcado por métodos que não focalizam a compreensão; os passos metodológicos para resolver qualquer problema; demonstração de proposições e teoremas, entre outros. E, como consequência, os alunos não compreendem o que se transmitiu; mecanizam e aplicam esses passos sem compreender o que fazem; memorizam as fórmulas e os passos ou etapas e resolvem com passos memorizados.

Face ao estado atual do processo alvo desta pesquisa, torna-se necessário tentar inverter esse quadro com vista a propiciar um ambiente de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica, com particular realce ao das cônicas, que estimule a criatividade, bem como o desenvolvimento de habilidades e competências.

4 Fundamentação metodológica

A pesquisa realizada é do tipo qualitativo de natureza descritiva, pois tratou-se de observar, analisar e descrever os procedimentos tidos em conta pelos professores e alunos no ensino e aprendizagem conceitual das cônicas. Os instrumentos aplicados foram tomados de Cassela (2018), os quais incluem um guia de análise documental, com ênfase ao programa da disciplina e o material didático utilizado pelos alunos; um guia de observação às aulas ligadas as cônicas, auxiliado por uma entrevista realizada aos alunos, com o objetivo de obter informações acerca do seu desempenho no ensino e aprendizagem das cônicas. Ainda nesta perspectiva foi feita uma revisão bibliográfica sobre o estudo das cônicas, bem como a Teoria de Campos Conceituais de Vargnaud.

5 Análise e resultados

Os resultados obtidos a partir da experiência do primeiro autor, enquanto professor da disciplina de Geometria Analítica na referida instituição; da conversa informal mantida com os alunos do primeiro ano do curso de Matemática, revelam as insuficiências dos alunos relativamente aos conceitos das cônicas na perspectiva sintética e analítica. Neste sentido, os autores pretendem minimizar as dificuldades constatadas, explorando a Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, com particular realce à ideia de esquemas (invariantes operatórios). Esta teoria mostrou-se relevante para este estudo, na medida em que, para além de estimular o diálogo entre a teoria piagetiana e a teoria de Vygotsky, na intenção de que o aluno seja sujeito ativo na construção do seu próprio conhecimento com a mediação do professor, valoriza os conhecimentos prévios dos alunos necessários para a aquisição de novos conhecimentos, de acordo com os argumentos de Moreira (2002, p. 22).

Por outro lado, embora a teoria de Vergnaud não seja propriamente uma teoria de aprendizagem em sala de aulas, de aquisição de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino, mas sim psicológica, ela é uma importante ferramenta para o processo de conceituação do real que se propõe a localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista conceitual. Outrossim parece ser um referencial adequado para análises das dificuldades dos alunos na resolução de problemas em ciências e, conseqüentemente da conceituação em ciências.

6 Intervenção da Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud na abordagem conceitual das cônicas

Para aprendizagem do conceito das cônicas nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da escola pesquisada, apoiamo-nos numa dinâmica elaborada de acordo com alguns roteiros de atividades de Ana Kaleff (sd), criados no laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (Brasil).

A linha de pensamento desta dinâmica está em conformidade com a perspectiva de que a aprendizagem de um conceito pelo aluno ocorre ao longo do processo escolar em decorrência das diversas situações vivenciadas. Nesta conformidade, para o estudo conceitual das cônicas à luz da Teoria de Vergnaud, os alunos precisaram enfrentar

algumas situações-problema em forma de atividades, as quais se enquadram no modelo proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 67), organizado em três fases:

- Introdução da atividade: esta fase foi marcada por uma proposta feita oralmente pelo professor.
- Realização das atividades: foi realizada em pequenos grupos de 4 alunos.
- Discussão das atividades: nesta fase os alunos relataram os resultados provenientes das suas atividades com vista à formação de uma linha lógica do pensamento relativo ao assunto em estudo.

Objetivo: desenvolver nos alunos habilidades de conceitualização das cônicas na perspectiva sintética e analítica com vista a prepará-los para um estudo mais aprofundado acerca da visualização, identificação, classificação e determinação das equações destas curvas.

Metodologia: dividiu-se o conjunto de alunos em 3 grupos, 2 dos quais tiveram um cone para cada um e o terceiro teve dois cones de esferovite⁴ e todos os grupos tiveram em sua posse uma faca, uma tesoura, uma folha de cartolina, pionés⁵ e um pedaço de corda. Com o material em posse, os alunos foram orientados a executar determinadas atividades.

Figura 2 – Grupo nº1 fez um corte ao meio do cone de forma oblíqua a sua base, não paralelo a uma das suas geratrizes



Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 3 – Grupo nº2 fez um corte ao cone de forma paralela a uma das suas geratrizes



⁴ Espuma de poliestireno, material muito leve usado especialmente como isolante e no embalagens.

⁵ Espécie de prego de cabeça larga e chata, geralmente usado para fixar papéis.

Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 4 – Grupo nº3 uniu os dois cones pelos vértices e fez um corte paralelo ao seu eixo



Fonte: Arquivo dos autores.

Terminada a execução desta atividade, cada grupo contornou com uma tinta da caneta hidrocor a seção plana de cada pedaço do cone originado de um corte, conforme as imagens anteriormente apresentadas.

Feito isto cada grupo teve as seguintes atividades, com vista à formação de conceitos de cada uma destas curvas cônicas:

Grupo nº.1

Material: Folha de papel, folha de cartolina, um pedaço de corda, dois pioneses, um lápis e conjuntos de cortes do cone.

Orientação: Tome um pedaço de corda, coloque uma folha de papel em branco na folha de cartolina de apoio, fixe dois pioneses de forma que a distância entre eles seja um pouco menor que o comprimento da corda e prenda-a usando os pioneses. Coloque um lápis no laço da corda e desloque-o partindo de um ponto e retornando até ele, de modo a manter a corda bem esticada sobre o papel.

O grupo observou a curva desenhada, depois foi conduzido a enfrentar as seguintes situações:

Prof.: *Já viu a forma desta curva antes?* **G1:** *Hummmm!!!, parece ser a mesma com a que se obteve no corte do cone...e também já estudamos um pouco no ensino médio.*

Prof.: *O grupo sabe qual é o seu nome?* **G1:** *Eu acho que é uma elipse..., pelo menos foi isso que nos ensinaram...risos.*

Prof.: *Troque o pedaço de corda por um menor e repita o mesmo procedimento;*

Depois disto grupo respondeu às seguintes questões:

Prof.: *Qual curva foi formada? G1:* *Wau!!! É a mesma, professor!*

Prof.: *Esta curva é parecida com a anterior? G1:* *Sem dúvidas, professor...risos*

Prof.: *Em que são parecidas e em que são diferentes? Hum! Tirando o tamanho eu acho que não há diferença..., não acham, Colegas?*

Prof.: *Qual corte do conjunto de cortes do cone tem a forma parecida com essa curva?*

O grupo pegou a peça correspondente ao corte do cone, molhou com tinta de caneta hidrocor e carimbou-a sobre a folha de papel. depois respondeu à seguinte questão:

Prof.: *A forma da curva de contorno da figura carimbada é parecida com as curvas que o grupo desenhou? G1:* *eu acho que sim, professor.*

Na sequência o professor orientou os alunos a formarem os conceitos na perspectiva sintética e analítica da elipse conforme o quadro que se segue:

Quadro 1 – Formação de conceitos da elipse

Questões	Tendo em conta o procedimento usado no corte do cone para a obtenção da curva, considerando a faca como um plano, qual é o conceito da elipse na vertente sintética?	Tendo em conta o procedimento usado no desenho para a obtenção da curva, qual é o conceito da elipse na vertente analítica?
Esquema	A elipse é a curva que resulta do corte do cone com uma faca na posição oblíqua com respeito a sua base.	A elipse é a curva que resulta de um conjunto de pontos cuja soma das suas distâncias é igual ao comprimento da corda.
Teorema em ação	Uma curva é uma elipse na vertente sintética se e somente se resultar da interseção de um cone circular reto com um plano oblíquo à sua base, não paralelo a uma das suas geratrizes.	Uma curva é uma elipse na vertente analítica se e somente se for o lugar geométrico dos pontos cuja soma da distância a dois pontos fixos chamados focos é constante.

Fonte: Registro dos autores.

Grupo nº.2

Material: Folha de papel, folha de cartolina, um pedaço de corda, dois pioneses, um lápis e conjuntos de cortes do cone.

Orientação: Coloque uma folha em branco na cartolina de apoio; com o lápis, trace uma reta horizontal e chame-a de d marque um ponto não pertencente de reta de d e chame-o de F . Trace uma reta perpendicular a reta d que passa pelo ponto F e chame D ao ponto de interseção. Trace as retas r_1, r_2, r_3 e r_4 paralelas à reta d ;

Obs.: o professor instruiu de acordo com o desenho do aluno sobre a localização das retas. Porque têm que ser todas no lado da diretriz que contém F .

Sejam os pontos A_1, A_2 e A_3 pontos de interseção das retas r_1, r_2 e r_3 com a reta perpendicular à reta d que passa pelo ponto F ;

Com o centro em F e raio A_1D , traça-se com um compasso o arco de circunferência que intercepta r_1 nos pontos P_1 e P'_1 . Na fase da instrução o professor fez as seguintes questões: o que é que estes pontos têm em comum? O aluno líder do grupo, respondeu: pelos vistos, estão à mesma distância de F . Há mais pontos na representação à mesma distância de P_1 e P'_1 ? Os alunos tiveram dificuldades de responder, mas com a ajuda do professor indicaram as projeções sobre a reta d . Na sequência os alunos pediram um tempo para a pesquisa, experimentação e reflexão. À continuidade, foram colocadas as mesmas questões aos pontos subsequentes;

Com o centro em F e raio A_2D traça-se o arco de circunferência que intercepta r_1 nos pontos P_2 e P'_2 ;

Com o centro em F e raio A_3D traça-se o arco de circunferência que intercepta r_1 nos pontos P_3 e P'_3 ;

Continuando a traçar outras retas paralelas a d , conclui-se que podem obter-se vários pontos pertencentes a uma mesma curva. O professor levou os alunos a pensar sobre a configuração desta curva;

Depois disso o grupo foi conduzido a enfrentar as seguintes situações:

Prof.: *O grupo já viu uma curva geométrica como esta? G2: Já sim, professor.*

Prof.: *O grupo sabe o nome dela? G2: É uma parábola, ...certo?*

Prof.: *Qual corte do conjunto de cortes do cone tem uma forma parecida com esta?*

O grupo pegou a peça que corresponde ao corte do cone, molhou com tinta de caneta hidrocor e carimbou-a sobre a folha de papel.

Prof.: *A forma do contorno curvo da figura carimbada é parecida com a curva que*

o grupo desenhou? **G2:** É sim, professor.

Na discussão o professor ajudou os alunos a compreender que as curvas obtidas nas duas atividades são representações de uma parábola, e na curva obtida a partir do desenho, a reta d é a diretriz e o ponto F o foco da parábola. Na sequência o professor orientou os alunos a formarem os conceitos na perspectiva sintética e analítica da parábola conforme o quadro que se segue:

Quadro 2 – Formação de conceitos da parábola

Questões	Tendo em conta o procedimento usado no corte do cone para a obtenção da curva, considerando a faca como um plano, qual é o conceito da parábola na vertente sintética?	Tendo em conta o procedimento usado no desenho para a obtenção da curva, qual é o conceito da parábola na vertente analítica?
Esquema	A parábola é a curva que resulta da interseção de um cone com um plano paralelo a uma das suas geratrizes.	A parábola é o lugar geométrico onde todos os pontos se encontram a igual distância de um ponto fixo chamado foco e de uma reta chamada diretriz.
Teorema em ação	Uma curva é uma parábola na vertente sintética se e somente se resultar da interseção de um cone circular reto com um plano paralelo à uma das suas geratrizes.	Uma curva é uma parábola na vertente analítica se e somente se for o lugar geométrico dos pontos que se encontram a igual distância de um ponto fixo chamado foco e de uma reta chamada diretriz.

Fonte: Registro dos autores

Grupo nº.3

Obs.: Para a atividade deste grupo, foi preciso uma tira de papel de cartolina com alguma espessura para desenhar a cônica, obtida pelo seguinte procedimento: recortaram-se duas tiras de papel de cartolina de tamanho $10\text{cm} \times 3\text{cm}$ e colou-se uma por cima da outra. Com um furador fez-se um furo numa das extremidades da tira.

Material: Folha de papel, folha de cartolina, um pedaço de corda, dois pioneses, um lápis e conjuntos de cortes do cone.

Orientação: Coloque uma folha de papel em branco na folha de cartolina de apoio. Trace duas retas perpendiculares na folha de papel, uma vertical e outra horizontal, tais que, o

ponto de interseção esteja aproximadamente no centro da folha. Nomeie de x e y . Marque dois pontos na reta x de maneira que sejam simétricos em relação à y . chame-os de F_1 e F_2 . Com o auxílio de um piones prenda a tira de papel para desenhar a cônica na extremidade não furada no ponto F_1 . Pegue um pedaço de corda de comprimento menor que 15 cm e amarre-o no furo da tira de papel feito numa das suas extremidades para desenhar a cônica e posicione obliquamente a tira em relação ao eixo x . Amarre um piones na outra ponta da corda e prenda-o no ponto F_2 .

Obs.: faça com que a corda tenha uma folga e tenha uma posição paralela em relação ao eixo y .

Com o lápis, estique a corda de cima para baixo, de modo a encostá-la na tira de papel e a movimente em torno de F_1 , mantendo a ponta do lápis encostada na folha de papel e a corda esticada, pare quando o lápis chegar ao final da corda.

Agora prenda a tira de papel com o auxílio de um piones no ponto F_2 .

Amarre um piones na outra ponta da corda e prenda-o no ponto F_1 .

Com o lápis, estique a corda de cima para baixo, de modo a encostá-la na tira de papel e a movimente em torno de F_1 , mantendo a ponta do lápis encostada na folha de papel e a corda esticada, pare quando o lápis chegar ao final da corda.

Em seguida o grupo respondeu às seguintes questões:

Prof.: *O que é que o grupo observou?* **G3:** *Eu acho que se formou uma curva*

Prof.: *O grupo já viu alguma curva parecida com esta?* **G3:** *Se unirmos opostamente os dois pedaços resultantes do corte, terão alguma semelhança.*

Prof.: *O grupo sabe o nome dela?* **G3:** *Sim, é uma hipérbole.*

Prof.: *Pegue a peça que corresponde ao corte do cone, molhe a parte do corte com tinta de carimbo e carimbe-a sobre a folha de papel. Em seguida o professor questionou. O contorno da figura carimbada é parecido com as curvas que o grupo desenhou?* **G3:** *É sim, professor.*

Seguidamente o professor orientou os alunos a formarem os conceitos na perspectiva sintética e analítica da parábola conforme o quadro que se segue:

Quadro 3 – Formação de conceitos da hipérbole

Questões	Tendo em conta o procedimento usado no corte do cone para a obtenção da curva, considerando a faca como um plano, qual é o conceito da hipérbole na vertente sintética?	Tendo em conta o procedimento usado no desenho para a obtenção da curva, qual é o conceito da hipérbole na vertente analítica?
Esquema	A hipérbole é uma curva resultante da interseção entre um cone circular reto de duas folhas com um plano paralelo ao seu eixo.	A hipérbole é o lugar geométrico dos pontos cujo módulo da diferença das distâncias aos focos é constante.
Teorema em ação	Uma curva é uma hipérbole na vertente sintética se e somente se resultar da interseção entre um cone circular reto de duas folhas com um plano paralelo ao seu eixo.	Uma curva é uma hipérbole do ponto de vista analítico se e somente se o módulo diferença das distâncias aos focos é constante.

Fonte: Registro dos autores.

De realçar que a intervenção da Teoria de Campos conceituais de Vergnaud nesta abordagem conceitual das cônicas, reside na aprendizagem em forma de situações-problema nas quais o aluno é o elemento chave no processo de construção de conhecimento, desenvolvendo todas as tarefas a partir da interação professor-aluno, aluno-aluno e o trabalho cooperativo que é um facilitador na construção de novos conhecimentos.

Considerações Finais

No presente artigo fez-se um estudo relacionado a contribuição da Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud na abordagem conceitual das cônicas, com vista a melhoria da disciplina de Geometria Analítica nos alunos do primeiro ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié. A visão original que esteve na base da adoção dessa teoria, para o estudo conceitual das cônicas tem fundamento nos resultados obtidos a partir dos procedimentos metodológicos assumidos, os quais revelam determinadas dificuldades por parte de alguns alunos, relativamente aos conceitos das cônicas na perspectiva sintética e analítica.

Diante desta perspectiva os autores motivaram-se em pautar por esta abordagem no sentido de tentar inverter o quadro atual do processo em causa. Esta abordagem mostrou-se relevante porque para além de permitir o diálogo entre a teoria piagetiana e a de Vygotsky, valoriza os conhecimentos prévios como ponto de partida para novas aprendizagens.

A intervenção desta teoria na abordagem conceitual das cônicas foi possível com o emprego de uma dinâmica que permitiu a construção de conhecimentos por parte dos alunos por meio de situações-problema, em que o aluno foi o elemento chave na construção do seu próprio conhecimento.

Agradecimentos

Agradecemos primeiramente à Deus pela vida, pela saúde e de modo geral pelas suas divinas providências. Agradeço à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na pessoa da Professora Doutora Ana Lúcia Manrique. Uma palavra especial dirijo a Direção da Escola Superior Pedagógica do Bié/Angola, na pessoa do Professor Doutor Alfredo Maria de Jesus Paulo. Finalmente, mas não menos importante, agradeço a minha família e amigos.

Referências

ANGOLA. Ministério da Educação. **Lei n.º 32/20, de 12 de agosto**, que altera a Lei n.º 17/16, de 7 de outubro –Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino. Luanda, 2020.

ASSEMBLEIA DA REPÚBLICA DE ANGOLA. Lei n.º. 17/16 de 7 de outubro de 2016. **Lei de Base do Sistema de Ensino de Angola n.º 17/16**. Diário Oficial da República de Angola: I série – n.º 170. Luanda: Imprensa Nacional – E.P, 2016.

CASSELLA, E. A. D. **Ensino da Geometria Analítica no contexto cultural do Cuito/Bié**. [Dissertação de Mestrado em Matemática para professores, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal]. <http://hdl.handle.net/10400.6/9963>, 2018.

CASSELLA, E.; DE NASCIMENTO, R. Estudo da circunferência à luz dos princípios axiomáticos de René Descartes. Um olhar ao contexto de ensino-aprendizagem da Escola Superior Pedagógica do Bié (esp-bié). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 2020, 15: 01-21.

KALEFF, M., A. **Roteiro de atividades para o ensino das cônicas**. <http://www.uff.br/cdme/conicas/professor01.html> 3, (sd).

KLEIN, F., **Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint. Geometry**, New York, Dover, 1948

MOREIRA, M. A. **Teoria de Campos Conceituais de Vargnaud, o Ensino de ciências e a mapeamentobalancogt19.doc.pesquisa nesta área**. Instituto de Física, UFRGS,

Porto Alegre, RS, 2002.

MOREIRA, M.A. Modelos mentais. **Investigações em Ensino de Ciências**. 1(3):193-232, 1996.

MOREIRA, M.A. **Pesquisa em ensino**: aspectos metodológicos. In. Instituto de Física – UFRGS Burgos. Universidade de Burgos. Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/pesquisaensino.pdf>. Acesso em: 26/08/2020, 2003.

PONTE, J. P., BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels. Recherches em Didactique des Mathématiques**, 10 (23), 1990.