

Panorama das teses nacionais e internacionais relacionadas ao Pensamento Algébrico no período entre 2010 e 2019

ANDERSON ADELMO DA SILVA¹

BARBARA LUTAIF BIANCHINI²

Resumo

Neste estudo inventariamos a produção acadêmica de teses relacionadas ao Pensamento Algébrico delimitando lacunas e tendências da área e contribuindo para o direcionamento de novos estudos. Apresentamos o panorama das teses produzidas no Brasil (quinze), Espanha (seis), Estados Unidos (seis) e Portugal (nove) no período de 2010-2019. Para a análise, destacamos os dados físicos das teses (autor, orientador, país, título e ano de defesa); os aspectos abordados sobre o Pensamento Algébrico, tendo sido abordadas treze características; a relação com a Teoria Elementar dos Números, que não é citada diretamente, tendo sido abordada a Teoria dos Números em dez teses, quatro relacionando temas a serem abordados para desenvolver o Pensamento Algébrico e seis destacando sua importância na formação dos professores; e os Conhecimentos Docentes que foram abordados em onze teses citando quarenta e três obras.

Palavras-chave: *Panorama; Teses; Pensamento Algébrico; Conhecimentos Docentes; Teoria Elementar dos Números.*

Abstract

In this study, we inventory the academic production of theses related to Algebraic Thinking, delimiting gaps and trends in the area and contributing to the direction of new studies. We present an overview of the theses produced in Brazil (fifteen), Spain (six), the United States of America (six) and Portugal (nine) in the period 2010-2019. For the analysis, we highlight the physical data of the theses (author, supervisor, country, title and year of defense); the aspects discussed about Algebraic Thinking, having been approached thirteen characteristics; the relationship with the Elementary Theory of Numbers, which is not mentioned directly, having addressed the Theory of Numbers in ten theses, four relating topics to be addressed to develop Algebraic Thinking and six highlighting its importance in teacher training; and the Teaching Knowledge that were addressed in eleven theses citing forty-three works.

Keywords: *Overview; Theses; Algebraic Thinking; Teaching Knowledge; Elementary Number Theory.*

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: andersonadelmo@gmail.com

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: barbara@pucsp.br

Introdução

Neste artigo propomo-nos a apresentar um inventário das teses produzidas no período de 2010 a 2019, relacionadas ao Pensamento Algébrico no Brasil, na Espanha, nos Estados Unidos da América (EUA) e em Portugal.

A escolha destes países deu-se pelos seguintes motivos:

- Brasil: país em que se realizou o doutoramento do pesquisador, a inclusão na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), documento lançado em 2017, do eixo Álgebra no Ensino Fundamental – anos iniciais, com o objetivo do desenvolvimento do Pensamento Algébrico;
- Espanha: pelo pioneirismo em pesquisas relacionadas ao Pensamento Algébrico, apesar de não incluir a Álgebra em sua escola primária, refere-se ao Pensamento Algébrico nos critérios de avaliação em relação ao trabalho com padrões, como aponta Zapatera (2016);
- Portugal: por valorizar a Álgebra no Currículo Nacional de 2001 como grande tema, como aponta Ponte (2006), e pelo pioneirismo em pesquisas relacionadas ao tema;
- EUA: pela grande influência das pesquisas da *Early Algebra* e o NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*)³ em seus documentos curriculares, abordando o Pensamento Algébrico desde 1989 (NCTM, 1989).

Pautamo-nos neste levantamento em pressupostos das três etapas, propostas na Análise de Conteúdo de Bardin (2016): pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

A seguir, apresentamos como se deu a busca das teses e posteriormente os dados obtidos. Destacamos que este estudo é parte da revisão de literatura da pesquisa de doutoramento do primeiro autor – orientada pela segunda autora – que tem por objetivo investigar os conhecimentos docentes de professores generalistas, necessários para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico por meio de tópicos da Teoria Elementar dos Números previstos no currículo.

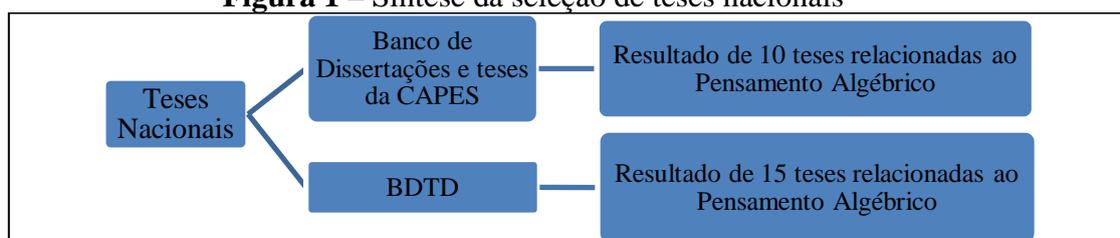
1 Seleção das Teses

³ NCTM – Conselho Nacional dos Professores de Matemática (tradução nossa)

A seleção das teses brasileiras foi realizada por meio de consulta ao Banco de dissertações e teses da CAPES (<https://catalogodeteses.capes.gov.br>) e à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD (<https://bdtd.ibict.br>). O acesso foi realizado nos dias 19 e 20 de dezembro de 2020, com o descritor Pensamento Algébrico. No banco de dissertações e teses da CAPES o descritor foi digitado entre aspas (“ ”) e na biblioteca digital brasileira de teses e dissertações utilizamos *underline* (_) conectando as palavras, para que a busca fosse do termo completo.

Apresentamos a síntese desta busca na Figura 1. Em ambas as fontes, selecionamos o refinamento do tipo, optando por doutorado, o que resultou em dez e quinze teses, respectivamente. As dez teses eram comuns, sendo assim, obtivemos 15 teses que compuseram a nossa amostra. Desta forma, concluímos a primeira etapa e realizamos parcialmente as demais, tendo em vista a exploração dos resumos e o fichamento de dados.

Figura 1 – Síntese da seleção de teses nacionais



Fonte: Dados da pesquisa.

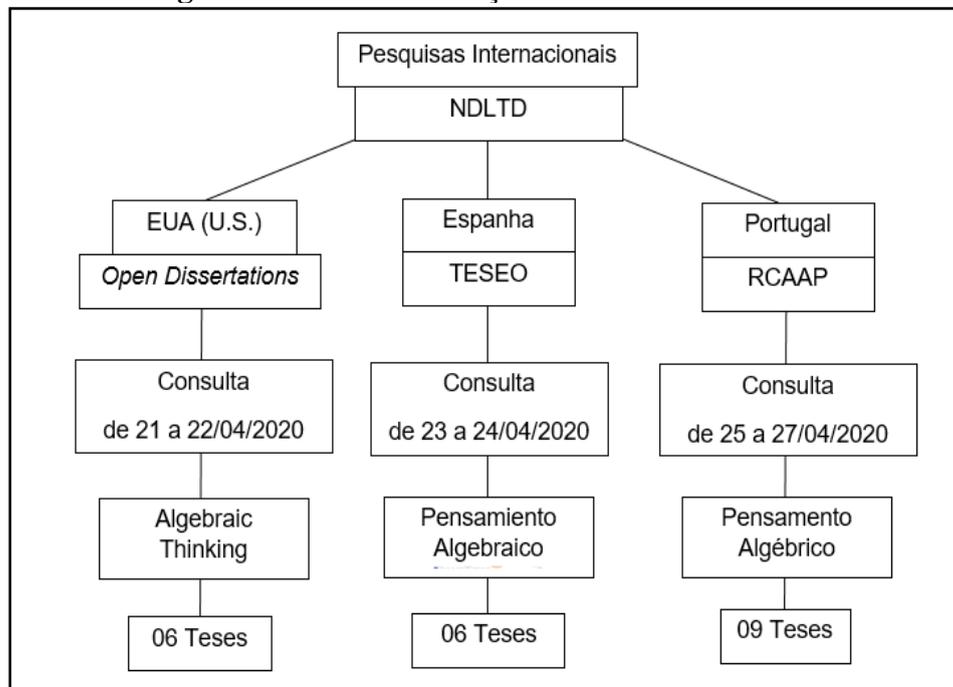
As seleções das teses internacionais dos Estados Unidos, Espanha e Portugal foram realizadas por meio de consulta ao NDLTD - *Networked Digital Library of Theses and Dissertations*⁴. Ao acessarmos, selecionamos ‘*Thesis Resources*’ e ‘*Find ETDS*’, o que nos levou à página na qual selecionamos o país e o respectivo banco de teses. Adicionamos o descritor Pensamento Algébrico no idioma pesquisado e refinamos a pesquisa para Teses de Doutorado, o que nos remeteu a dez, oito e treze teses, respectivamente.

Após a leitura dos resumos e dos dados bibliográficos, descartamos as teses que não estavam relacionadas ao Pensamento Algébrico e as que foram defendidas antes de 2010, restando a quantidade de teses internacionais que compuseram este levantamento e a data do acesso aos repositórios, descritas na Figura 2.

⁴ NDLTD – Biblioteca Digital em Rede de Teses e Dissertações (tradução nossa)

Diante disto, analisamos vinte e uma teses internacionais relacionadas ao Pensamento Algébrico, separadas em seis pesquisas dos Estados Unidos, seis da Espanha, nove de Portugal e quinze nacionais, no período entre 2010 e 2019.

Figura 2 – Síntese da seleção de teses internacionais



Fonte: Dados da pesquisa

Neste levantamento apresentamos a descrição dos resultados obtidos, destacando autor, orientador, instituição, país, título, ano de defesa da tese, os aspectos abordados sobre o Pensamento Algébrico, se abordou a Teoria Elementar dos Números e se tratou dos Conhecimentos Docentes. Para o agrupamento por categorias, análise dos dados e produção das sínteses, realizamos diversas leituras dos resumos e, quando necessário, expandimos a leitura para outras seções da tese, seja por ausência de dados no resumo ou pelo interesse em dados que não devem constar no resumo, ação que é indicada por Fiorentini et al. (2016). As informações coletadas e as inferências realizadas foram organizadas em quadros e são apresentadas a seguir.

2 Panorama das teses relacionadas ao Pensamento Algébrico

Iniciamos a análise apresentando dados das quinze teses brasileiras, defendidas entre os anos de 2010 e 2019, destacando no Quadro 1 os autores, orientadores, instituições, título e o ano da defesa. Numeramos por B1, B2, B..., B15 para facilitar a indicação posterior.

Quadro 1 – Teses relacionadas ao Pensamento Algébrico no Brasil

Nº	Autor; Orientador e Instituição	Título	Ano
B1	Klajn, S; Becker, M. L. R.; UFRG	Aprendizagem do adolescente: reconstituição do expoente 1 – na forma invisível	2011
B2	Freire, R. S.; Castro Filho, J. A.; UFC	Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental	2011
B3	Aguiar, M.; Ricardo, E. C.; USP	O percurso da didatização do Pensamento Algébrico no ensino fundamental: uma análise a partir da Transposição didática e da Teoria Antropológica do Didático	2014
B4	Ferreira, M. C. C.; Soares, M. M. M.; UFMG	Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor	2014
B5	Lamberti, D. D. G.; Maranhão, M. C. S. A; PUC-SP	Conhecimentos de/para professores polivalentes em um curso de especialização	2014
B6	Almeida, J. R.; Santos, M. C.; UFRPE	Níveis de desenvolvimento do Pensamento Algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade	2016
B7	Baqueiro, G. D. S.; Machado, S. D. A.; PUC-SP	Achados sobre generalização de padrões ao “garimpar” pesquisas brasileiras de Educação Matemática (2003 – 2013)	2016
B8	Silva Júnior, F. M.; Bianchini, B. L.; PUC-SP	Pensamento Algébrico: Indícios de um currículo enculturador	2016
B9	Rodrigues, R. V. R.; Cyrino, M. C. C. T.; UEL	O contexto de formação a partir da exploração de um caso multimídia: aprendizagens de futuros professores de Matemática	2017
B10	Pires, F. S.; Sousa, M. C.; UFSCar	Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do Pensamento Algébrico na escola básica (1994 – 2014)	2018
B11	Borges, M. E. O.; Silva, M. J. F.; PUC-SP	Um mapeamento de pesquisas a respeito do estudo da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (2008 – 2017)	2018
B12	Maggio, D. P.; Nehring, C. M.; UNIJUÍ	Entrecruzamento teórico-metodológico entre registros de representação e teoria da objetivação	2018
B13	Beck, V. C.; Silva J. A.; FURG	Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do ensino fundamental	2018
B14	Gualandi, J. H.; Bianchini, B. L.; PUC-SP	Os reflexos de uma formação continuada na prática profissional de professores que ensinam Matemática	2019
B15	Chaparin, R. O.; Bianchini, B. L.; PUC-SP	A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático	2019

Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação aos orientadores, verificamos que a maioria dos trabalhos foi orientada por um professor diferente, exceto três teses que foram orientadas pela professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini.

Apresentamos, no Quadro 2, os autores, orientadores, as instituições, o título (original) e o ano da defesa em ordem crescente das teses defendidas nos EUA. Numeraremos por U1, U2, U..., U6, para facilitar a indicação posterior. Podemos observar que as seis teses são de instituições distintas.

Quadro 2 – Teses relacionadas ao Pensamento Algébrico nos EUA

Nº	Autor; Orientador e Instituição	Título	Ano
----	---------------------------------	--------	-----

U1	Strother, S. A.; Pani, J.; <i>University of Louisville</i>	<i>Algebra knowledge in early elementary school supporting later mathematics ability</i>	2011
U2	Hayata, C. A.; Eddy, C. M. et al.; <i>University of North Texas</i>	<i>The development of algebraic reasoning in undergraduate elementary preservice teachers</i>	2012
U3	Ralston, N.; Li, M.; <i>University of Washington</i>	<i>The development and validation of a diagnostic assessment of algebraic thinking skills for students in the elementary grades</i>	2013
U4	Jang, Y. J.; Walsh, D. J. et al.; <i>University of Illinois</i>	<i>Perspectives on mathematics education for young children</i>	2013
U5	Hu, Q.; Hodge, L. L.; <i>University of Tennessee</i>	<i>The algebraic thinking of mathematics teachers in China and the U.S.</i>	2014
U6	Hawthorne, C. W.; Philipp, R.; <i>University of California</i>	<i>Teachers' understanding of algebraic generalization</i>	2016

Fonte: Dados da pesquisa.

Destacamos que, no Quadro 2, dois títulos trazem o termo Pensamento Algébrico. A tese U6 apresenta a Generalização Algébrica que, conforme Blaton e Kaput (2005), é uma das quatro formas de manifestação do Pensamento Algébrico. Apenas a tese U4 não apresenta nenhum termo associável ao radical da palavra Álgebra.

Apresentamos no Quadro 3 os autores, as instituições, o título (original) e o ano da defesa em ordem crescente das teses defendidas na Espanha. Para facilitar indicação posterior numeramos por E1, E2, E..., E6.

Quadro 3 – Teses relacionadas ao Pensamento Algébrico na Espanha

Nº	Autor; Orientador; Instituição	Título	Ano
E1	Regueiro, M. P. R.; Salvador, C. C. et al.; <i>Universidad de Girona</i>	<i>Coconstrucción de conocimiento algebraico en el primer ciclo de la eso mediante la participación en foros de conversación electrónicos</i>	2012
E2	Gutiérrez, J. C.; Raig, N. P.; <i>Universidad Autónoma de Barcelona</i>	<i>Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas</i>	2014
E3	Barrera, R. M. R.; Robaina, M. M. S.; <i>Universidad de La Laguna</i>	<i>Competencias y errores de alumnos de secundaria⁵ en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización. Implicaciones didácticas para la transición del lenguaje numérico al algebraico</i>	2016
E4	Millán, E. F.; Gonzales, M. M.; <i>Universidad de Granada</i>	<i>Conocimiento conceptual del simbolismo algebraico adquirido por estudiantes de secundaria. Un estudio através de la invención de problemas</i>	2018
E5	Merino, R. M.; Santiago, M. C. C.; <i>Universidad de Granada</i>	<i>Resolución de tareas que involucran patrones cualitativos y cuantitativos por estudiantes de 6-7 años</i>	2018
E6	Marín, E. A. P.; Santiago, M. C. C.; <i>Universidad de Granada</i>	<i>Generalización de estudiantes de 3º a 6º de educación primaria en un contexto funcional del álgebra escolar</i>	2019

Fonte: Dados da pesquisa.

As seis teses são de quatro instituições distintas. Destacamos que nenhum título traz o termo Pensamento Algébrico e as teses E2 e E5 não apresentam nenhum termo associável

⁵ ESO - *Educación Secundaria Obligatoria*: Compreende 4 anos, alunos dos 12 aos 16, equivale ao Ensino Fundamental - anos finais e a parte inicial do Ensino Médio brasileiro.

ao radical da palavra Álgebra. Os termos citados relacionados ao radical álgebra são: Conhecimento Algébrico, Linguagem Algébrica, Simbolismo Algébrico e Álgebra Escolar nas teses E1, E3, E4 e E6, respectivamente. As teses E3 e E6 trazem, ainda, no título o termo generalização que, conforme Blaton e Kaput (2005), é uma das quatro formas de manifestação do Pensamento Algébrico.

Apresentamos no Quadro 4 os nomes dos autores, as instituições, o título e o ano da defesa em ordem crescente das teses defendidas em Portugal. Numeraremos por P1, P2, P..., P9 para facilitar indicação posterior.

Quadro 4 – Teses relacionadas ao Pensamento Algébrico em Portugal

Nº	Autor; Orientador; Instituição	Título	Ano
P1	Cardoso, M. T. P.; Palhares, P. e Vale, I.; Universidade do Minho Instituto de Estudos da Criança	O conhecimento matemático e didático, com incidência no Pensamento Algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua?	2010
P2	Duarte, J. A. O.; Brocardo, J. M. L. e Ponte, J. P. M.; Universidade de Lisboa	Um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de matemática	2011
P3	Rézio, A. S. R.; Ramalho, G.; Universidade Lusófona	Desenvolvimento do Pensamento Algébrico concepções de professores e manuais escolares	2013
P4	Branco, N. C. V.; Ponte, J. P.; Universidade de Lisboa	O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na formação inicial de professores dos primeiros anos	2013
P5	Mestre, C. M. M. V.; Oliveira, H. M.; Universidade de Lisboa	O desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: uma experiência de ensino	2014
P6	Vieira, L.; Palhares, P. e Rodríguez, J. G.; Universidade do Minho	Pensamento Algébrico no 1º ciclo do ensino básico	2014
P7	Pimenta, C. M. S.; Saraiva, M. J. F. S.; Universidade da Beira Interior	A construção do conhecimento no desenvolvimento do Pensamento Algébrico	2016
P8	Nobre, S. G. G.; Amado, N. M. P. e Ponte, J. P. M.; Universidade de Lisboa	O desenvolvimento do Pensamento Algébrico: uma experiência de ensino com alunos do 9.º ano	2016
P9	Barbosa, E. M. F. I. D.; Borrhalho, M. Á.; Universidade de Évora	Práticas de um professor, participação dos alunos e Pensamento Algébrico numa turma de 7.º ano de escolaridade	2018

Fonte: Dados da pesquisa.

As nove teses são de cinco instituições distintas, sendo que quatro são da Universidade de Lisboa, duas da Universidade do Minho e mais três instituições que contribuíram com uma tese cada. Em relação ao título dos trabalhos, destacamos que oito deles trazem o termo Pensamento Algébrico, apenas a tese P2 não o traz, destacando o Conhecimento Profissional dos Professores de Matemática. Três teses foram orientadas pelo professor Doutor João Pedro Mendes da Ponte (P2, P4 e P8). As demais tiveram orientadores distintos.

A seguir, apresentamos uma síntese comparativa entre as teses. Realizamos esta ação por meio da leitura do sumário, capítulo e/ou seção referente ao Pensamento Algébrico, à

Teoria Elementar dos Números e aos Conhecimentos Docentes em cada tese disponível e dos resumos das teses B9, E1, E3, E6 e P6 (versão completa indisponível).

Destacamos, no Quadro 5, os aspectos abordados em relação ao Pensamento Algébrico.

Quadro 5 – Aspectos do Pensamento Algébrico abordado nas teses

Aspecto	Teses	Quantidade
Padrões, seqüências e regularidades	B5, B7, B10, B14, E5, E6, U1, U3, U4, U6, P1, P3, P6, P7 e P9	15
Aritmética Generalizada	B1, B4, B10, B11, U1, U2, U3, U4, P2, P4, P7 e P8	12
Generalização	B2, B7, B14, E2, E3, E6, P1, P2, P5 e P6	10
Pensamento Funcional	E5, E6, U2, U3, P4 e P8	6
Características	B3, B6, B13 e U5	4
Modelar situações	B8, U3, E3 e P4	4
Relações (Pensamento Relacional)	B2, P3 e P9	3
Como desenvolvê-lo	B9, B12 e B15	3
Representações	B2, P5	2
Linguagem natural e simbólica	E1 e E4	2
Sentido do sinal de igual	B2, P3	2
Sentido do número	P1 e P3	2
Esquemas conceituais geométricos	B1	1

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos no Quadro 5 treze aspectos distintos que foram abordados nas teses em relação ao Pensamento Algébrico. Essas diferentes características reforçam a dificuldade em se definir, de forma única, o Pensamento Algébrico. Destacamos, também, que as características relacionadas aos padrões, seqüências e regularidades foram as mais abordadas (quinze teses), seguida pelos aspectos relacionados à Aritmética Generalizada (doze teses), Generalização (dez teses) e Pensamento Funcional (seis teses). Não podemos classificar os aspectos mais abordados como os mais importantes, apenas inferimos que estas características foram as de maior interesse nas teses que compuseram essa etapa da revisão de literatura e também são aspectos abordados em diferentes estudos, dos quais destacamos Newark et al. (2005), Carraher, Schliemann e Brizuela (2000), relacionado à Aritmética Generalizada, NCTM (2006), relacionado aos padrões e pensamento funcional, Vale e Pimentel (2011), relacionado aos padrões, seqüências e regularidades e Vale e Barbosa (2019), ressaltando a generalização.

Visando identificar se as relações entre o Pensamento Algébrico e os tópicos da Teoria Elementar dos Números foram abordadas, acessamos os textos completos das teses ou apenas os resumos quando os textos completos estavam indisponíveis. Realizamos a busca no documento pelos termos **Teoria dos Números** e **Teoria Elementar dos Números** no idioma da tese. Encontramos apenas o primeiro, em onze teses, sendo que em B8 o autor só o relaciona como tema pesquisado no mestrado. Apresentamos no

Quadro 6 a síntese da abordagem apresentada.

Quadro 6 – Abordagem da Teoria dos Números nas teses

Tese	Abordagem
B4	A Teoria dos Números é importante para a formação de professores de Matemática
B7	A Teoria dos Números pode ser concebida por meio da generalização de padrões e a generalização de padrões permite abordar diferentes conteúdos da Teoria dos Números
B8	O autor cita a Teoria dos Números como tema pesquisado em seu mestrado, mas não aborda o tema na tese
B13	A Teoria dos Números é importante para a compreensão dos conceitos que precisam ser aprendidos pelos alunos
B15	Conceitos da Teoria dos Números possuem potencial de provocar descobertas das propriedades numéricas
U4	Professores entrevistados citam a Teoria dos Números como tema importante em sua formação para compreender os conteúdos que precisam ensinar
P1	Faltam pesquisas relacionadas à natureza do conhecimento de Matemática dos professores que abrangem a Teoria dos Números
P3	Temas relacionados a números pares e ímpares contribuem para procurar padrões, conjecturas e desenvolver argumentos para as generalizações que identificarem
P4	A importância da Teoria dos Números na formação de professores de Matemática
P7	Conexão entre a Aritmética e a Teoria dos Números
P9	Contribui para os Conhecimentos Docentes relacionados aos padrões e relações numéricas

Fonte: Dados da pesquisa.

Podemos observar no Quadro 6 que as pesquisas não relacionaram a Teoria dos Números diretamente ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, diferente do que é indicado por Zazkis e Campbel (1996), Zazkis (2009), Mason (2006), Bianchini e Machado (2015) e Trigueiros e Sandoval (2015). Porém, nas teses B7, B15 e P9 a Teoria dos Números está relacionada aos temas que também possibilitam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, como padrões e relações numéricas. Além disso, houve um destaque para a relevância deste tema para a formação dos professores que irão ensinar Matemática nas teses B4, B13, U4, P1, P4 e P9.

Visando identificar os referenciais bibliográficos relacionados aos Conhecimentos Docentes, acessamos os textos completos das teses ou, no caso destes estarem indisponíveis, apenas o resumo, realizando a busca nos documentos do termo Conhecimentos Docentes (no respectivo idioma). Em doze teses este tema foi abordado, a saber, nas teses B2, B4, B5, B14, U2, U4, U5, U6, P1, P2, P4 e P9. Listamos, inicialmente, as referências bibliográficas de cada tese relacionada ao tema, depois agrupamos aquelas que foram utilizadas em três ou mais trabalhos, obtendo o resultado que apresentamos no Quadro 7 e no Quadro 8, respectivamente. As teses da Espanha não abordaram o tema.

Quadro 7 – Referências relacionadas aos Conhecimentos Docentes utilizadas em apenas uma tese

Teses	Referência	Quantidade
B2	Ball, Hill e Bass (2005); Ball, Lewis e Thames (2008); Castro-Filho (2000); Franke, Fennema e Carpenter (1997); Sztajn (2002).	05
B4	Cury (2012).	01
B5	Godino (2009).	01
B14	Grossman (1990); Grossman e McDonald (2008); Ponte e Oliveira (2002); Ponte (2014).	04
U2	Borko e Whitcomb (2008); Foss e Kleinsasser (1996); Kajander (2010); Wu (2008).	04
U4	McCrory (2008); Shulman e Grossman (1988);	02
U5	Ball e Schilling (2008); Hiebert e Loufeure (1986); Krauss et al. (2008); McCrory (2012); Tyminski et al. (2014).	05
P1	Calderhead (1988); Clandinin e Connely (1988); Ponte (1999); Roldão (2005); Schön (1995); Warren (2006).	06
P2	Ball (1990); Carpenter e Fennema (1989); Carter (1992); Chapman (2004); Elbaz (1983); Grossman (1995); Munby, Russel e Martin (2001); Ponte (1994).	08
P4	Ball e Bass (2000); Llinares (1995); Mewborn (2001).	03
P9	Bolívar (2005); Goded (1999); Roldão (2007); Schoenfeld e Kilpatrick (2008).	04

Fonte: Dados da pesquisa.

Observando o Quadro 7 verificamos que apenas a tese U6 utilizou exclusivamente referências comuns a outras teses. As demais utilizaram algumas obras exclusivamente, sendo que a tese P2 utilizou oito obras que não foram citadas por nenhuma outra. Indicamos no Quadro 7 quarenta e três referências distintas produzidas entre os anos de 1983 e 2014, o que denota um grande interesse da academia em relação aos Conhecimentos Docentes.

Apresentamos no Quadro 8 as referências relacionadas aos Conhecimentos Docentes utilizadas em três ou mais teses.

Quadro 8 – Referências relacionada aos Conhecimentos Docentes mais utilizadas

Referência	Teses	Quantidade
Ball et al. (2001)	P1, P4 e P9	03
Hill, Schilling e Ball (2004)	U2, U6 e P4	03
Schön (1983)	P1, P2 e P9	03
Shulman (2005)	B2, B5 e B14	03
Ball (1991)	B2, P1, P2 e P9	04
Ma (1999)	U4, U5, P1 e P9	04
Ball, Thames e Phelps (2008)	B2, B4, B14, U2 e U6	05
Shulman (1987)	B2, B4, B14, U2, U4 e P9	06
Shulman (1986)	B2, B4, B14, U2, U4, U5, P1, P2 e P9	09

Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 8 indicamos nove referências que foram utilizadas como referência em mais de uma tese, sendo as obras de Shulman (1986; 1987) as mais utilizadas, seguidas por Ball, Thames e Phelps (2008). Ambas foram citadas por teses dos três países que abordaram os Conhecimentos Docentes. As referências foram publicadas entre os anos de 1983 e 2008.

Com base nos Quadros 7 e 8, indicamos quarenta e três obras relacionadas ao

Conhecimento Docente lançadas entre os anos de 1983 e 2014, em diferentes idiomas, o que nos mostra a relevância do tema para os pesquisadores em Educação Matemática, bem como sua relevância aos pesquisadores que abordam o Pensamento Algébrico com interesse aos aspectos do ensino, em especial aos Conhecimentos que os docentes mobilizam para preparar e desenvolver situações de aprendizagem.

Considerações Finais

A análise desse *corpus* de trinta e seis teses (quinze do Brasil, seis dos Estados Unidos da América, seis da Espanha e nove de Portugal), realizadas em programas de pós-graduação, no período de 2010 a 2019, permite-nos apresentar algumas conclusões acerca do panorama das teses relacionadas ao Pensamento Algébrico com o objetivo de destacar as diferentes características do Pensamento Algébrico que foram abordadas, se relacionaram com tópicos da Teoria Elementar dos Números e se abordaram os Conhecimentos Docentes.

Em relação aos diferentes aspectos do Pensamento Algébrico, as teses abordaram treze aspectos distintos, sendo as características relacionadas aos Padrões, Sequências e Regularidades as mais abordadas (quinze teses), seguidas pelos aspectos relacionados à Aritmética Generalizada (doze teses), Generalização (dez teses) e Pensamento Funcional (seis teses). O termo Teoria dos Números (no idioma da tese) foi citado em onze teses, sendo que na tese B8 foi apontado apenas como tema de estudo no mestrado; o termo Teoria Elementar dos Números (no idioma da tese) não foi encontrado, dentre as dez teses que abordaram a Teoria dos Números (quatro do Brasil, uma dos Estados Unidos e cinco de Portugal), quatro relacionaram aos temas que possibilitam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico (B7, B15, P3 e P9) e seis apontaram a relevância do tema para a formação de professores que irão ensinar (ou ensinam) Matemática (B4, B13, U4, P1, P4 e P9).

Os Conhecimentos Docentes foram abordados em onze teses (quatro do Brasil, três dos Estados Unidos e quatro de Portugal). Foram citadas quarenta e três referências distintas relacionadas ao tema, produzidas entre os anos de 1983 a 2012. Shulman (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008) foram as obras mais citadas.

Por fim, destacamos como tendência que as teses abordaram diferentes características do Pensamento Algébrico, sem relacionar o conhecimento de tópicos da Teoria Elementar

dos Números como um conhecimento subjacente ao seu desenvolvimento. Ressaltamos que este presente trabalho não teve como objetivo mapear ou realizar um Estado da Arte, mas apenas levantar um breve panorama sobre o que as teses abordaram neste período, com o intuito de subsidiar o desenvolvimento da nossa tese, assim como, as investigações de outros pesquisadores que pretendem estudar sobre a mesma temática.

Agradecimentos

Agradecemos à Capes e à FUNDASP pela bolsa de estudo.

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro, São Paulo: Edições 70, 2016.

BIANCHINI, B. L., MACHADO S. D. A. A matemática Discreta e a Reflexão de Professores sobre seus “Saberes”. In MACHADO, S. D. A. et al (org). **Teoria Elementar dos Números da Educação Básica a Formação dos Professores que Ensinam Matemática**, Editora Iglu, São Paulo, p. 61-74, 2015.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**. v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2017. Disponível em < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>> Acesso em 14 de janeiro de 2018.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. D.; BRIZUELA, B. M. Early Algebra, Early Arithmetic: Treating Operations as Functions. Apresentação de Plenária na **PME-NA XXII**, Tucson, AZ, 2000. Disponível em < <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.533.1261&rep=rep1&type=pdf>> Acesso em 30 de novembro de 2018.

FIorentini, D. et al. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.) **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001–2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, p. 17-41, 2016.

MASON, J. What makes an example exemplary: Pedagogical and didactical issues in appreciating multiplicative structures. In ZAZKIS, R.; CAMPBELL, S. R. (eds.), **Number Theory in mathematics education: Perspectives and prospects**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Press, p. 41-68, 2006.

NEWARK, J. C. et al. The development of students’ algebraic thinking in earlier grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective. **ZDM**. v. 37. n.1. 2005. Disponível em: < <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm051a2.pdf>> Acesso em: 13 de maio de 2019.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence. Reston, VA, U.S.A. 2006.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA, U.S.A. 1989.

PONTE, J.P. Números e álgebra no currículo escolar. In: I. Vale, T. Pimentel et al. (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**, p. 5-27. Lisboa: SEM-SPCE. 2006. Disponível em: < [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte\(Caminha\).pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte(Caminha).pdf) > Acesso em 31 de março de 2018.

TRIGUEROS, M. G.; SANDOVAL, I. T. Investigación Sobre el uso de la Tecnología en la Enseñanza de la Teoría Elemental de los Números em la Escuela Elemental y em la Formación de Maestros. In BIANCHINI, et al (org). **Teoria Elemental dos Números da Educação Básica a Formação dos Professores que Ensinam Matemática**, Editora Iglu, São Paulo, p. 137-166, 2015.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento Algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo-SP, v. 21, n. 3, p. 398-418, 2019. Disponível em: < <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/44297> > Acesso em 10 de janeiro de 2020.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. **Educação Matemática**. n. 110, p. 33-38, 2011. Disponível em: < https://www.academia.edu/1425432/Padr%C3%B5es_um_tema_transversal_do_curr%C3%ADculo > Acesso em 10 de janeiro de 2019.

ZAPATERA, A. Cómo desarrollar el pensamiento algebraico. **Uno – Revista de didáctica de las matemáticas**. Espanha, n. 73, p. 32-37, 2016.

ZAZKIS, R. **Theory in mathematics education: Queen and Servant**. In Mediterranean Journal for research in Mathematics Education, v. 8, p. x-x, 2009. Disponível em < <https://www.researchgate.net/publication/273773087> > p. 2-16. Acesso em 15 de julho de 2018.

ZAZKIS, R; CAMPBELL, S. R. Divisibility and Multiplicative Structure of Natural Numbers: Preservice teachers' understanding. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 27, n. 5, 540-56, 1996. Disponível em < <https://www.researchgate.net/publication/273772964> > p. 2-16. Acesso em 15 de julho de 2018.