

Uma proposta de ensino de equação diferencial no curso de Engenharia Civil à luz da teoria matemática no contexto das ciências

ALESSANDRO ROSA SILVA¹

GABRIEL LOUREIRO DE LIMA²

Resumo

Apresentamos por meio deste artigo o trabalho de doutorado que estamos desenvolvendo com o objetivo de discutir o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordens em um curso de Engenharia Civil, sob à luz da Matemática no Contexto das Ciências. A pesquisa encontra-se atualmente na fase da análise de livros textos utilizados como referências principais nas disciplinas não matemáticas do curso citado, guiada pela etapa central da metodologia Dipcing, inserida em uma das fases da MCC, a curricular. Identificaremos, a partir desta análise, situações-problemas do contexto da Engenharia Civil que mobilizam EDO lineares de 1ª e 2ª ordens. Tais situações nos servirão de base para a construção de uma sequência de ensino contextualizando as EDO na Engenharia Civil. Os problemas propostos serão trabalhados em sala de aula e posteriormente analisaremos os resultados, em termos de aprendizagem, obtidos por meio da sequência de ensino desenvolvida.

Palavras-Chave: *Ensino Superior; Engenharia; Equações Diferenciais Ordinárias; Matemática no Contexto das Ciências.*

Abstract

We present, by means of this article, the doctoral work we are developing with the objective of discussing the teaching and learning of 1st and 2nd order linear Ordinary Differential Equations in a Civil Engineering course under the light of Mathematics in the Context of Sciences. The research is currently in the phase of the analysis of textbooks used as main references in the non-mathematical disciplines of the mentioned course, guided by the central stage of the methodology Dipcing, inserted in one of the phases of the MCC, the curricular. We will identify, from this analysis, situations-problems of the Civil Engineering context that mobilize linear ORDs of 1st and 2nd orders. Such situations will serve as a basis for the construction of a teaching sequence contextualizing the ODE in Civil Engineering. The problems proposed will be worked in the classroom and later we will analyze the results, in terms of learning, obtained through the developed teaching sequence.

Keywords: *Higher Education; Engineering; Ordinary Differential Equations; Mathematics in the Context of Science.*

Introdução

A docência em cursos de Engenharias nos proporcionou a oportunidade de observar dificuldades por parte de alguns alunos em compreender e dar significado aos conceitos ao estudar Equações Diferenciais Ordinárias.

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: alephymt@yahoo.com.br

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PEPG em Educação Matemática – e-mail: gllima@pucsp.com.

De uma maneira geral, os alunos realizam, com certa facilidade, manipulações algébricas envolvendo os objetos matemáticos estudados, mas, muitas vezes sem compreendê-los. Nesse contexto observamos ainda a importância de discutir questões relacionadas às disciplinas matemáticas como Equações Diferenciais Ordinárias, imprescindíveis no estudo de modelos matemáticos utilizados em diversas áreas das Engenharias, uma vez que, pesquisas em Educação Matemática apontam que na maioria das vezes, sua ênfase está mais direcionada às técnicas de resolução desse tipo de equação e não ao seu significado.

Moreno e Azcárate (2003) verificaram, em parte de seu trabalho, que a aula tradicional, baseada em métodos analíticos e técnicas de resolução de EDO e solução de problemas modelados apresentados como exemplos, é predominante entre os professores universitários. Eles ainda apontam que esse estilo de ensino tem trazido uma sensação de fracasso entre os professores e tem transformado os alunos em “resolvedores” de EDO.

Em sala de aula no curso de Engenharia Civil, as minhas inquietações e angustias sempre existiram, porém, em um primeiro momento ficaram no plano das preocupações, sem ações muitas efetivas. Nesse sentido a nossa experiência aponta para alguns fatores que podem contribuir para a manutenção da aula tradicional. São eles: a falta de livro texto ou algum outro material que contemple eventos contextualizados no contexto da Engenharia Civil, a excessiva carga horária que muitos de nós professores universitários somos submetidos, e pela falta de tempo no preparo das aulas, utilizamos na maioria das vezes o livro texto ou uma apostila, cuja maioria das atividades valoriza a manipulação algébrica e abordam problemas clássicos. Os livros texto de EDO, em sua maioria, trazem a mesma estrutura: apresentação do objeto matemático em estudo, exercícios de aplicação e alguns problemas no final do capítulo. Em sala de aula, os estudantes sempre questionam: “Onde eu vou aplicar isso na Engenharia?”

Da mesma forma que estudantes não estão convencidos de o porquê estudar Cálculo e, em especial EDO, em cursos de Engenharia Civil, muitas vezes o professor também não tem essa clareza; ele cumpre a ementa do curso.

O doutorado em Educação Matemática vem nos auxiliando nessas reflexões, e por meio das aulas, tivemos contato com a teoria da ‘Matemática no Contexto das Ciências

(MCC)', que embasa, do ponto de vista teórico, o estudo que estamos realizando. Os principais elementos de tal referencial são apresentados na sequência.

1 A Matemática no Contexto das Ciências - MCC

O referencial teórico “Matemática no Contexto das Ciências (MCC)” proposto pela pesquisadora mexicana Patrícia Camarena traz discussões a respeito do ensino de Matemática em cursos superiores nos quais essa ciência não é uma meta por si mesma, ou seja, em cursos que não visam à formação de matemáticos. Os passos iniciais rumo ao desenvolvimento da teoria foram dados há mais de trinta anos no Instituto Nacional Politécnico do México por meio de investigações tendo como principal objetivo desenvolver currículos de Matemática efetivamente adequados à formação de engenheiros.

De acordo com Camarena (1987), a Ciência em Contexto é uma estrutura teórica que auxilia o pesquisador nas reflexões sobre a ligação que existe entre as diferentes áreas do conhecimento contempladas nos programas acadêmicos das engenharias. O pressuposto filosófico educacional dessa teoria é que o estudante deve ser capaz de fazer a transferência de conhecimentos das ciências básicas da Engenharia para as áreas específicas que requerem a mobilização de competências profissionais. Busca-se através da MCC fazer uma reflexão a respeito do vínculo entre a Matemática e outras ciências, situações profissionais e atividades cotidianas.

No âmbito da MCC, a Matemática a ser ensinada aos estudantes deverá levá-los a atuar de maneira racional, lógica e analítica, considerando todas as variáveis envolvidas nos problemas e situações que deverão ser enfrentados em suas atividades profissionais (CAMARENA, 1987). Essa teoria tem sido empregada para fundamentar estudos que mostram a importância de uma aprendizagem significativa e contextualizada em cursos de Engenharia desde 1984 (CAMARENA, 2002).

Na MCC, os processos de ensino e de aprendizagem são entendidos como um sistema em que cinco fases estão presentes: cognitiva, didática, curricular, epistemológica e docente. Cada fase possui um embasamento teórico e uma metodologia específica, em acordo com os paradigmas que as sustentam. Neste sentido, elas estão inseridas em um sistema complexo no qual cada uma dessas fases interatua, além de não estarem isoladas umas das outras e nem serem independentes das condições sociológicas dos atores do processo educativo.

Na *fase curricular*, o pesquisador tem como objetivo principal o planejamento de programas de ensino de Matemática específicos para os diferentes cursos de graduação por meio da metodologia *Dipcing* (**D**iseño de **p**rogramas de **e**stúdio de matemáticas em **c**arreiras de **e**ngenheira), (CAMARENA, 2002). Essa metodologia fundamenta-se no paradigma educativo de que as disciplinas matemáticas deverão munir os graduandos de conceitos e ferramentas específicas à sua formação e também, posteriormente, aos seus cotidianos profissionais. Na *fase didática*, os conceitos matemáticos são trabalhados com os alunos de forma a auxiliá-los no desenvolvimento de habilidades em mobilizar tais conceitos para áreas específicas. Na *fase cognitiva*, são observados os possíveis ganhos trazidos ao futuro engenheiro por uma abordagem de Matemática que busque proporcionar a construção de conhecimentos de forma estruturada, articulada e não fragmentada, desenvolvendo habilidades de pensamento por meio de reflexões relacionadas a situações de interesse dos estudantes, possivelmente proporcionando uma aprendizagem significativa. A *fase epistemológica* traz a ideia de que a Matemática que os alunos aprenderam deverá sofrer transformações para adaptar-se às necessidades sociais de outras ciências, entrando em jogo a ideia de Transposição Contextualizada (CAMARENA, 2001). Na *fase docente*, a finalidade é desenvolver formações que possam aperfeiçoar a prática dos professores universitários que ministram disciplinas matemáticas em cursos voltados à formação de não matemáticos.

A proposta de nossa pesquisa de doutorado está centrada na contextualização do ensino das Equações Diferenciais Ordinárias à luz da MCC, que aponta estratégias didáticas específicas para o ensino de Matemática, e, conseqüentemente, de Cálculo, a futuros engenheiros.

Relataremos a seguir sobre algumas considerações sobre o ensino e à aprendizagem das EDO e delimitaremos as nossas questões de pesquisa.

2 Algumas considerações a respeito do ensino e aprendizagem das EDO e nossas questões de pesquisas

Com relação ao ensino e aprendizagem das equações diferenciais, Iglioni e Oliveira (2013), compartilham experiências no ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia e pesquisas na área de Educação Matemática em que revelam dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos no estudo de Equações Diferenciais, tanto no uso de técnicas para resolução dessas equações, quanto na produção de significados e compreensão de

conceitos. Ainda segundo as autoras, essas dificuldades se evidenciam principalmente no momento em que são estudadas as aplicações em problemas contextualizados, envolvendo a Física, a Química, a Engenharia etc.

Ainda segundo Camarena (1987), é preciso definir o verdadeiro objetivo das disciplinas matemáticas nos cursos de Engenharia, pois muitas vezes as habilidades desenvolvidas e as competências construídas durante a graduação por meio das disciplinas da área de Matemática não correspondem à formação esperada para um futuro engenheiro.

Entendemos que devemos compreender estas dificuldades e a partir de uma análise propor uma atuação para a sala de aula, pois apesar de algumas dissertações e teses versarem sobre o tema, nós professores, continuamos enfrentando esses problemas.

Diante de nossos estudos algumas questões emergiram:

1. De que maneira o conceito de EDO é mobilizado nos livros-textos das disciplinas não matemáticas em um curso de graduação em Engenharia Civil?
2. Quais os possíveis ganhos em termos de aprendizagem para os alunos da Engenharia Civil, ao se propor uma sequência de ensino composta por atividades contextualizando as EDO neste curso?

Essas questões têm guiado nossa pesquisa, e dizem respeito a aspectos epistemológicos e didáticos presentes nos processos de ensino e de aprendizagem de EDO. Nossa investigação contempla análises de livros-textos adotados como referências básicas em disciplinas não matemáticas da Engenharia Civil e a elaboração de uma sequência de atividades de ensino de EDO contextualizada nessa modalidade de Engenharia.

A seguir discutiremos alguns elementos dos procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa de doutorado em andamento.

3 Procedimentos Metodológicos

Na pesquisa de caráter qualitativo que estamos realizando, os dados serão obtidos por meio de uma experiência de ensino com atividades contextualizadas na Engenharia Civil, valorizando discussões entre os componentes dos grupos e destes com o professor-pesquisador, com o objetivo de promover ganhos no processo de aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias de primeira e segunda ordem.

Os pressupostos básicos desse tipo de pesquisa, segundo Knechtel (2014), são: a preocupação primária com os processos, não se preocupando diretamente com o

resultado e o produto; o interesse pelo significado, por como as pessoas relatam suas vivências e experiências, sua visão de mundo; a busca por informações diretamente no campo de pesquisa; a ênfase na descrição e explicação de fenômenos; a utilização de processos indutivos, a fim de construir conceitos, hipóteses e teorias.

Inicialmente em nossa investigação, temos analisado como as equações diferenciais ordinárias são mobilizadas nas disciplinas não matemáticas de um curso de Engenharia Civil. A coleta e análise de dados neste estudo inicial são fundamentadas por meio da etapa central da *Dipping*, que, é uma metodologia própria da fase curricular da MCC conforme já mencionamos. Essa etapa central se baseia na investigação de livros-textos ou de referências bibliográficas mais utilizadas nas disciplinas básicas, específicas e profissionalizantes da Engenharia em questão. A metodologia *Dipping*, segundo Camarena (2010), desenvolveu-se em torno da premissa de que, em um curso de graduação que não vise à formação de matemáticos, as disciplinas de Matemática devem possuir programas objetivos, construídos sobre bases objetivas, de tal forma que seja clara para o docente a justificativa da presença de cada tema matemático no programa curricular.

A partir de nossas análises iniciais conduzidas por meio da *Dipping*, apontaremos algumas situações nas quais as EDO são utilizadas no contexto da Engenharia Civil:

1. *Calculo de vazão para dimensionamento da reserva técnica de incêndio*³³. Este é um contexto específico das disciplinas mais técnicas, cujo nome pode variar de acordo com a instituição, tais como: ‘Instalações Hidro sanitárias’ ou ‘Instalações Hidráulicas e Prediais’.
2. *Calculo do deslocamento e o angulo de inclinação de uma viga quando submetida a uma carga vertical ou horizontal*

Além da análise de livros adotados como referências principais em disciplinas não matemáticas do curso de Engenharia Civil, estamos realizando uma revisão bibliográfica acerca de pesquisas já realizadas por outros autores sobre o ensino e a aprendizagem de EDO.

Certamente recursos tecnológicos serão importantes para o desenvolvimento, em sala de aula, da sequência de ensino planejada e, dentre aqueles que pretendemos mobilizar está

³³ A reserva técnica de incêndio (RTI) é a quantia mínima de água necessária para combater o incêndio. Esta reserva precisa ter, pelo menos 20% de volume de água de todo o consumo diário do imóvel.

um aplicativo grátis chamado ‘F-Too’, que simula algumas condições encontradas no contexto da Engenharia Civil. Apresentamos, a seguir, algumas teses tratando desta temática na perspectiva da Educação Matemática.

4 Algumas pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias

Fecchio (2011), em sua tese de doutorado, teve como objetivo investigar a utilização da Modelagem Matemática, de acordo de Bassanezzi, aliada à Interdisciplinaridade e à Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, como recursos facilitadores na introdução do conceito de Equação Diferencial para os alunos do ciclo básico da Engenharia. Essa pesquisa foi direcionada pela seguinte questão: atividades interdisciplinares que utilizam a Modelagem Matemática propiciam a aprendizagem de Equações Diferenciais? Segundo os dados obtidos na experimentação, o autor conclui que a Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade, conduzidas conforme indicado em sua tese, apresentaram novas possibilidades de exploração do conteúdo Equações Diferenciais, permitindo aos alunos aplicarem seus conhecimentos em novas situações, contribuindo para o entendimento e a motivação dos estudantes da área de Engenharia.

Em sua pesquisa, Dullius (2009), investiga o ensino de Equações Diferenciais primeiramente com recursos computacionais e depois com o uso de técnicas para resoluções analíticas. Utilizou-se neste estudo as teorias da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, e a Sócio Interacionista, de Lev Vygotsky. Os resultados da pesquisa mostraram o quanto seria importante os professores mudarem seus métodos de ensino, considerando, por exemplo, a possibilidade de aproveitar os avanços tecnológicos para atualizar suas estratégias de ensino das equações diferenciais. A autora indica a necessidade de criar módulos auxiliares para que os alunos que apresentam mais dificuldades possam aprender a mobilizar conhecimentos necessários para que o conteúdo de equações diferenciais possa ser compreendido satisfatoriamente e também a importância de desenvolver estratégias recorrendo à utilização de ferramentas computacionais para a resolução analítica de EDO em um ambiente de aprendizagem que gere maior participação dos estudantes.

Javaroni (2007) em sua tese analisa as possibilidades de introdução às EDO por meio da análise qualitativa dos modelos matemáticos com o auxílio das tecnologias da informação e comunicação. Para a investigação, sua principal questão de pesquisa foi

‘Quais as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às EDO através da análise qualitativa dos modelos matemáticos, com o auxílio de Tecnologia de Informação e Comunicação?’. No estudo é apresentada uma exposição de diversos conceitos básicos necessários para a introdução do estudo às Equações Diferenciais e uma visão geral sobre seu ensino a partir da utilização de recursos tecnológicos.

As três pesquisas mencionadas trazem alguns elementos relevantes que contribuem para o nosso estudo:

1. No processo de ensino das Equações Diferenciais tem sido dada maior atenção às soluções analíticas a partir de manipulações algébricas de resolução e os pesquisadores, relataram dificuldades dos alunos referentes a conhecimentos prévios ineficientes acerca de elementos da matemática básica.
2. O enfoque que vem sendo dado ao conteúdo não propicia sua compreensão, o que pode acarretar aos alunos dificuldade em conceber o que é uma Equação Diferencial e, por conseguinte, em sua aplicação em problemas contextualizados que exijam interpretação.
3. Os pesquisadores consideraram importante trabalhar situações problema em contextos de interesse do aluno, principalmente, associados à futura área de atuação, uma vez que, dessa forma de acordo com estudos, os mesmos se sentiram mais motivados.

Tais pesquisas chamam a atenção para uma necessidade de repensar o fazer pedagógico no ensino superior, a fim de investigar outras estratégias de ensino de Equações Diferenciais Ordinárias e de suas aplicações num Curso de Engenharia, com vistas a contribuir com o processo de aprendizagem e de forma a contemplar a integração entre diferentes disciplinas, conforme orientam as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia (1998). De acordo com tais Diretrizes, um dos objetivos da formação do engenheiro é dotar o profissional da habilidade de aplicar conhecimentos matemáticos em seus respectivos cursos. Ainda segundo este documento, hoje se exige dos engenheiros muito menos domínio de conteúdo de suas áreas de atuação e muito mais as seguintes habilidades: resolver problemas, tomar decisões, trabalhar em equipe e se comunicar.

Encontramos em Camarena (1987), uma proposta que vem ao encontro da pesquisa que estamos realizando. Neste trabalho, a autora explora a construção de modelos

matemáticos relativos a fenômenos da Engenharia Elétrica envolvendo equações diferenciais, contextualizando o conteúdo em situações relativas a circuitos elétricos, e, conseqüentemente, apresentando considerações relevantes sobre a didática do ensino de Equações Diferenciais.

Numa mesma linha e orientado por Camarena, Rodríguez (2009) faz um estudo a respeito do ensino das equações diferenciais de primeira e segunda ordem no contexto do movimento uniforme. No estudo apresenta uma série de atividades de ensino de equações diferenciais no contexto da Física, levando em conta os conhecimentos prévios, as representações e as crenças de estudantes de Engenharia.

Considerações finais

Este artigo apresentou, em linhas gerais, o trabalho de doutorado que estamos desenvolvendo. Paralelamente à revisão bibliográfica, que será continuamente atualizada até a finalização de nossa tese, ao concluirmos a identificação, por meio da etapa central da metodologia *Dipping*, das situações presentes nas disciplinas não Matemáticas da Engenharia Civil que mobilizam EDO, o próximo passo de nossa pesquisa estará direcionado para a construção, a partir das situações-problemas identificadas, de uma sequência de ensino contextualizando as EDO na Engenharia Civil.

Referências

- ABENGE. **Diretrizes Curriculares para os cursos de Engenharia**, 1998.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- CAMARENA G. P. El currículo de las matemáticas em Ingeniería. In: **Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el I.P.N.** México, 1984.
- _____. **Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales em el contexto de los circuitos eléctricos**, Tese (Maestría). México: Cinvestav I.P.N, 1987.
- _____. Contextualización de las Series em Ingeniería (Estrategia Didáctica). **Científica: the Mexican Journal y of Electromr chanical Engineering Esime**, v. 5, n.4, 2001.
- _____. Especialidad em docencia de la ingeniería matemática em electrónica. In: **Edit. Esime-IPN**.México, 1990.
- _____. La enseñanza de la matemática em el contexto de la ingeniería. In: **XXXVII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana**. Colima, 1995.
- _____. La modelación matemática em las carreras universitarias. In: **IV Congreso Internacional Trujillano de Educación en Matemática y Física**. Venezuela, 2005.
- _____. La serie de Fourier en el Contexto de Transferencia de Masa. **Científica: the**

Mexican Journal of Electromr chanical Engineering Esime, v.6, n.4, 2002.

D'AMBROSIO, U. **Valores como determinante do currículo matemático: Uma visão externalista da didática da Matemática**. Guadalajara: Conferência inaugural da 6.a. CIAEM, novembro, 1986.

DULLIUS, M.M. **Enseñanza y Aprendizaje em Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências (PIDEC) *Universidad de Burgos (UBU) -Españae* Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2009.

FECCHIO, R. **A modelagem matemática e interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia**. 2011. 208f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia**. 2010. 111f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

FLEMMING, D. A pesquisa no ensino de matemática nos cursos de engenharia. In: **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2004, Brasília. Anais**. Brasília: UnB, 2004, CD.

IGLIORI, S. B. C.; OLIVEIRA, E. A. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica. **EM TEIA/ Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 4, n. 2, 2013.

JAVARONI, S.L. **Abordagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007.

KNECHTEL, M. do R. **Metodologia da pesquisa em educação: uma abordagem teórico-prática dialogada**. Curitiba: Intersaberes, 2014.

LIMA, G. L. de; BIANCHINI, B. L.; GOMES, E. Dipping: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de matemática em cursos de engenharia. In: **Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, XLIV, 2016, Natal. Anais do XLIV COBENGE**. Natal: ABENGE, 2016, p. 1-10.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones y Creencias de los profesores universitarios de Matemáticas acerca de la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales. **Revista Enseñanza de las Ciencias, Barcelona**, v. 21, n. 2, p. 265-280, 2003.

RODRIGUEZ, M.A.H. **Las Ecuaciones Diferenciales ordinárias lineales de primer y segundo orden em el contexto del movimiento uniforme**. Tese (Doutorado em Ciências em Matemática Educativa). México: Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación em Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, 2009.