Três técnicas para uma prova pragmática de uma propriedade: soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo[1]

JACINTO ORDEM[2]

SADDO AG ALMOULOUD[3]

Resumo

O artigo é um recorte da nossa dissertação de mestrado que abordando a problemática da demonstração em matemática escolar, analisou alguns livros em uso nas escolas de Moçambique, fundamentando-se nas teorias dos Registros de Representações Semióticas (DUVAL, 2003), Tipologia de provas (BALACHEFF, 1987) e Teoria Antropológica do Didático – TAD - (CHEVALLARD, 1999). O estudo consistiu no levantamento da forma como os autores abordam o objeto matemático "triângulo" com enfoque na demonstração de algumas das suas propriedades bem como na relação de congruência de triângulos por meio da organização praxeológica, segundo Chevallard (1999). As propriedades que foram objeto de estudo nessa pesquisa são: soma das medidas dos ângulos internos; relação entre um ângulo externo com os internos; desigualdade triangular; e a congruência de triângulos. Nesse estudo constatamos que na abordagem da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, prevalece a prova pragmática segundo a classificação de Balacheff (1987) e no registro "material".

Palavras-chave*: Prova; Tipo de prova; TAD; Livro didático.*

Abstract

The article is an excerpt of our Masters dissertation (master's thesis) that addressing the problems of proof in school mathematics, reviewed some books in use in schools in Mozambique, is based on the theories of Semiotics Representations Registry (DUVAL, 2003), Typology of proof (BALACHEFF, 1987) and Anthropological Theory of Didactics - TAD - (CHEVALLARD, 1999). The study focused on examination of how the authors approach the mathematical object "triangle" with a focus on demonstration of some of its properties and the relationship of congruence of triangles by organizing praxeological, according to Chevallard (1999). The properties that have been studied in this research are: the sum of the measures of interior angles; relationship between an external angle with the inmates; triangle inequality, and the congruence of triangles. In this study we found that in addressing the property of the sum of interior angles of a triangle, the prevailing pragmatic proof according to the classification of Balacheff (1987) and in the registry "stuff".

Keywords*: Proof; Type of proof; TAD; Textbooks.*

---

[1] Apoio: CAPES - Trabalho apresentado no IV Encontro de Produção Discente em Educação Matemática, realizado em 29 de outubro de 2011.

[2] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – jc.ordem@gmail.com

[3] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – saddoag@pucsp.br

Introdução

Boero (2011) afirma que o desenvolvimento da consciência dos alunos sobre as “regras” de argumentação e prova na Matemática é um dos principais desafios da Educação Matemática. Segundo ele, isso mostra a convicção partilhada pelos educadores matemáticos nas últimas três décadas apesar de algumas divergências quanto ao momento em que se deve desenvolver a consciência sobre elas, que elementos incluir na conscientização e como lidar com esses pormenores na sala de aula.

A discussão em torno de ensino e aprendizagem da prova e da demonstração tem mais a ver com o papel que a atividade deveria desempenhar na Educação Matemática, (HANNA, 2000 apud Ordem, 2010), mas também tem a ver com o tipo de enfoque que se poderia dar em sala de aula (HEINZE, 2004 apud Ordem, 2010, p. 30). Hanna et al. (2009) afirmam que os profissionais da Educação Matemática enfrentam uma tarefa importante que é de levar os alunos a compreender o papel da argumentação e prova em Matemática escolar, e que atualmente documentos curriculares de diferentes países têm elevado o *status* da prova em matemática escolar.

Em relação ao papel da demonstração em sala de aula, Hanna (2000, apud Ordem, 2010, p. 38) defende que se considere todo o conjunto de funções que a prática de uma demonstração pode desempenhar (verificação, explicação, sistematização, descoberta, comunicação, construção de uma teoria empírica, exploração do significado de uma definição, incorporação de um fato em um novo quadro e sua visualização a partir de nova perspectiva), porém ela defende que no ensino sejam priorizadas as funções de verificação e de explicação. Caracterizando a prática da demonstração em sala de aula, Balacheff (1987) categoriza as provas produzidas por alunos em pragmáticas e intelectuais e defende que

> A prática de provas precisa (...) poder encontrar seu lugar desde as práticas matemáticas das primeiras classes, aceitando que sejam reconhecidas como provas outras coisas que não as demonstrações no sentido estrito. Será preciso levar em consideração a natureza da racionalidade dos alunos e as condições de sua evolução, mas também encarregar-se da análise didática dos critérios aceitos de prova que podem evoluir no decorrer da escolaridade (BALACHEFF, 1987, apud ORDEM 2010, p. 42).

Este movimento de discussão entre pesquisadores em Educação Matemática inspirou-nos a refletir sobre a problemática da demonstração no currículo educacional em

Moçambique. Mas como em geral a matemática escolar contempla vários tópicos cada um dos quais susceptíveis de contemplar demonstrações, nossa atenção ficou voltada para a geometria plana, mais especificamente para o triângulo.

1. O processo da pesquisa

A pesquisa foi de natureza documental e baseou-se na análise de livros didáticos com base em três critérios:

Critério 1: Análise de como as propriedades dos triângulos são validadas segundo o tipo de provas propostas por Balacheff;

Critério 2: Análise dos registros de representações semióticas na abordagem dos triângulos no que diz respeito às demonstrações de algumas das suas propriedades.

Critério 3: Análise das praxeologias didáticas e matemáticas na abordagem dos triângulos por parte dos autores dos livros didáticos (ORDEM 2010, p.76).

Os três critérios nortearam as buscas que fizemos em duas categorias de atividades: atividades de introdução dos conceitos, e atividades propostas aos alunos para exercícios.

O estudo teve como questão norteadora para a pesquisa: "*Como os livros didáticos em uso nas escolas (de Moçambique) apresentam a organização matemática e didática do objeto triângulo com enfoque na prova e demonstração?"* (ORDEM, 2010, p. 50).

Uma das nossas preocupações em todo o estudo foi a terminologia usada para a uniformização da interpretação de alguns dos termos julgados essenciais no trabalho tais como argumentação, explicação e prova. Para esse efeito recorremos a Balacheff (1987, apud MONTERO 2005) para o significado desses termos. Assim, neste trabalho dever-se-á entender por

> Argumentação, qualquer discurso destinado a obter o consentimento do interlocutor sobre uma afirmação;
> Explicação**,** uma argumentação em que o consentimento se busca a partir da explicitação da racionalidade da afirmação, e não através de outros tipos de argumentação;
> As provas são explicações em que a explicitação da veracidade de uma asserção se realiza sob regras ou normas acordadas por uma comunidade determinada em um momento dado. Na comunidade matemática, essas normas estabelecem a apresentação de uma sucessão de enunciados, cada uma das quais é uma definição, um axioma, um teorema prévio ou um elemento derivado mediante regras

> pré-estabelecidas de enunciados que lhe precedem. Nesse caso as provas recebem o nome de demonstração (BALACHEFF 1987, apud ORDEM 2010, p. 54).

Outro aspecto relacionado à problemática das provas e demonstrações em educação matemática, particularmente em sala de aula, é o tipo de provas que os alunos podem produzir. Para essa categorização também no nosso estudo de mestrado fomos buscar em Balacheff (1988, apud GRAVINA 2001). Segundo dizemos anteriormente, Balacheff (1987) classifica as provas produzidas por alunos em provas pragmáticas e provas intelectuais. As *provas pragmáticas* são provas que se valem de recursos de ação, por exemplo, desenhos, observação de figuras para a validação das propriedades; as *intelectuais* são as que consistem em argumentos que implicam propriedades e relações entre propriedades e sua comunicação caracteriza-se pela linguagem matemática. (BALACHEFF 1987, apud GRAVINA 2001). Ainda Balacheff escalona essas provas em quatro níveis de validação, sendo os três primeiros níveis os que compõem provas pragmáticas (empirismo ingênuo, experiência crucial e exemplo genérico) e o quarto nível corresponde a provas intelectuais (experiência mental).

O *empirismo ingênuo (empirisme naif):* consiste em validar a propriedade (ou propriedades) a partir da verificação de alguns poucos casos, e sem questionamento.

Experiência crucial (*expérience cruciale*): é um processo de validação de uma propriedade depois da verificação de um caso especial, cuidadosamente selecionado por quem argumento, tomando-o como representante da classe dos objetos.

Exemplo genérico (*exemple générique*): é um procedimento de validação de uma propriedade mediante operações ou transformações sobre um exemplo com intuito de explicitar as razões que confirmam a propriedade.

Experiência mental (*expérience mentale*): trata-se de um processo de validação com construção cognitiva mais complexa, os exemplos particulares são tomados não como elementos de convicção, mas sim para ajudar a organizar a justificação ou como suporte de argumentação (GRAVINA, 2001 apud ORDEM 2010, p. 55-56).

Em relação às outras duas teorias – teoria dos registros de representações semióticas (Duval, 2003) e teoria antropológica do didático (Chevallard, 1999) – destacamos que nesta última, a pesquisa incidiu sobre a *organização praxeológica* ou simplesmente *praxeologia* com foco em **tipo de tarefas, técnica, tecnologia e teoria**; naquela

(Registros de Representações Semióticas) buscamos idéias que nos subsidiaram a olhar as representações constantes nos livros didáticos na perspectiva da articulação entre os registros – figural, em língua natural, em linguagem simbólica (os tratamentos) – bem como as conversões, como sendo indispensáveis para o que analisar nas atividades que envolvem prova e demonstração das propriedades de triângulos nos livros didáticos de Moçambique por meio da organização praxeológica.

As expressões *tipo de tarefas, técnica, tecnologia e teoria* foram usadas na dissertação segundo Chevallard (1999). Isto é, dever-se-á entender que: a noção de **tipo de tarefa** supõe um objeto relativamente preciso e é identificado pela presença de um verbo de ação; uma **técnica,** denotada por τ, é uma maneira de resolver as tarefas de um tipo *T*, não necessariamente algorítmica, devendo ao menos ser compreensível, plausível e ter justificação para que possa permitir seu controle e garantir a eficácia das tarefas realizadas por meio dela; **tecnologia, θ,** é um discurso racional a respeito da técnica e cumpre as funções de justificar a técnica τ, garantido que ela permita a execução das tarefas do tipo T, explicar a técnica e produzir as técnicas; e, a **teoria** justifica as tecnologias. São as quatro noções (tipo de tarefa *T*, técnica τ, *tecnologia θ*, e *teoria Θ*) que compõem uma organização praxeológica, segundo Chevallard (1999). Em relação a esta teoria antropológica do didático, TAD, precisamos destacar que Chevallard defende que produzir, ensinar e aprender Matemática são ações humanas que podem ser descritas por um modelo praxeológico chamado *organização matemática.* Matheron (2000, apud HENRIQUES 2006) apontando a utilidade de olhar a organização matemática afirma que

> Essa organização permite estudar uma mesma noção matemática designada com mesmo nome, mas com organização matemática de naturezas diferentes. Esse ponto de vista ressalta o aspecto ecológico relativo a um objeto O, quer dizer, o aspecto do questionamento da existência real ou da inexistência desse objeto na instituição onde vive uma dada organização matemática. Essa dimensão ecológica nos permite questionar: como é ensinado um objeto identificado num livro didático? Que tipo de exercícios (tarefas) a realizar e com que tipo de técnicas disponíveis (ou não)? Qual é a organização matemática, e por consequência, que tipo de progressão esperar? (HENRIQUES 2006, p. 12, apud ORDEM 2010, p. 69).

Desse modo constituiu objeto de estudo sob ótica desta teoria TAD o que Chevallard (1999) chama de organização didática, isto é, o conjunto do tipo de tarefas, de técnicas, de tecnologias e de teorias mobilizadas para o estudo concreto de triângulos com enfoque em prova e demonstração de algumas de suas propriedades.

Convém ainda explicitar que na pesquisa que levamos a cabo no mestrado consideramos que a teoria dos registros de representações semióticas era pertinente com base no que Almouloud (2007) afirma, e nós nos identificamos, que

> Falar de registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar ao professor um meio que poderá ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática. A noção de registro permite salientar a importância da mudança de registro e considerar a necessidade de uma coordenação de registros. Uma mudança de registros tem vantagens do ponto de vista do tratamento, podendo facilitar a compreensão ou a descoberta (p. 72).

2. A prova da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo

A seguir apresentamos o que o estudo mostrou nos livros analisados, quanto à validação da propriedade da soma das medidas dos ângulos de um triângulo. O estudo compreendeu dois momentos: o primeiro momento consistiu na “Descrição e análise da organização didática dos livros selecionados com enfoque nas atividades de introdução” (ORDEM, 2010, p. 79); e o segundo, “Descrição e análise da organização didática com enfoque nas atividades propostas aos alunos para exercício” (ORDEM, 2010, p. 108). Para este artigo mais nos interessa as atividades de introdução. Descrevemos os procedimentos utilizados pelos autores em termos de técnica.

Técnica 1: desenha-se um triângulo qualquer em papel; com transferidor se medem os ângulos internos; e, depois insta-se que os alunos digam qual a soma dos três ângulos.

Esta técnica foi observada nos três dos quatro livros que tratam da propriedade como objeto novo de ensino: Draisma & Sovertkov, 1991; Zavala & Issufo, 2004; Nhêze, 1998.

Técnica 2: Desenha-se um triângulo em papel; assinalam-se os ângulos; com ajuda de uma tesoura faz-se o recorte; colocam-se os recorte de tal modo que apenas um dos lados fique sobre lado de outro ângulo com coincidência dos vértices e, analisa-se o tipo de ângulo que a junção dos três forma.

Esta técnica figura em três dos cinco livros estudados (DRAISMA & SOVERTKOV, 1991; ZAVALA & ISSUFO, 2004; NHÊZE, 1998). Por exemplo, Draisma e Sovertkov

(1991) propõem a seguinte atividade:

2 Soma dos ângulos de um triângulo

- Constrói um triângulo qualquer de papel
- Marca os ângulos com as letras α, β, γ
- Corta os ângulos. Forma um ângulo igual à soma dos três ângulos.
- Quanto mede esse ângulo?

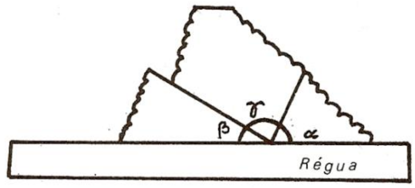


FIGURA 1: Reconfiguração que leva à conjetura
FONTE: Draisma e Sovertkov (1991, apud ORDEM 2010, p. 106)

Para a mesma técnica, Nhêze (1998) propõe a seguinte atividade:

"Desenha um outro triângulo qualquer e, com uma tesoura recorte-o como se indica na figura. Coloque os três ângulos do triângulo, fazendo com que os seus vértices coincidam. Que tipo de ângulo se forma?"

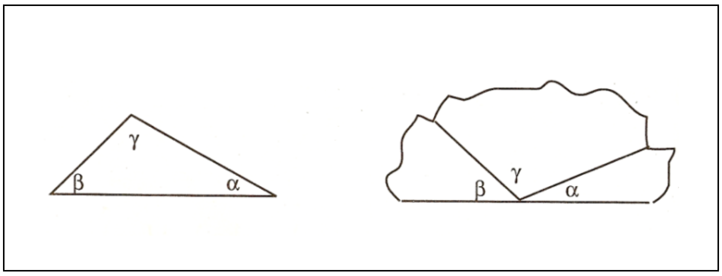


FIGURA 2: Outra reconfiguração que leva à conjectura sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo
FONTE: Nhêze (1998, apud ORDEM 2010, ibid)

Depois dessas atividades, uma de medição e outra de recorte, os autores dos dois livros enunciam a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo.

Técnica 3: Desenha-se um triângulo de papel (em papel quadriculado ou não); marcam-se alguns pontos pelos seus lados; recorta-se e em seguida dobras-e o triângulo pelos pontos marcados de modo que coincidam os vértices em um dos pontos e controla-se o tipo de ângulo que se obtém, validando o fenômeno que se observa.

Dois livros da oitava classe apresentam essa técnica da seguinte maneira, nas figuras 3 e 4.

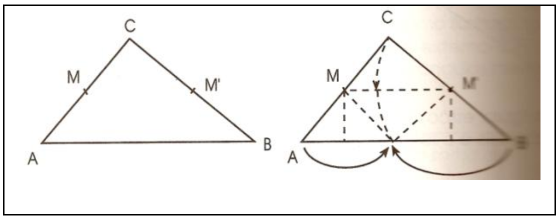


FIGURA 3: Ilustração da técnica de dobradura para deduzir a propriedade

da soma dos ângulos internos de um triângulo
FONTE: Nhêze (1998, apud ORDEM 2010, p. 81)

Carvalho e Martins (2007) apresentam a seguinte atividade: “Recorta um triângulo em cartolina ou papel e faz com ele as dobragens que se seguem, da esquerda para a direita. [...] Que concluis? (CARVALHO & MARTINS 2007, p. 92).

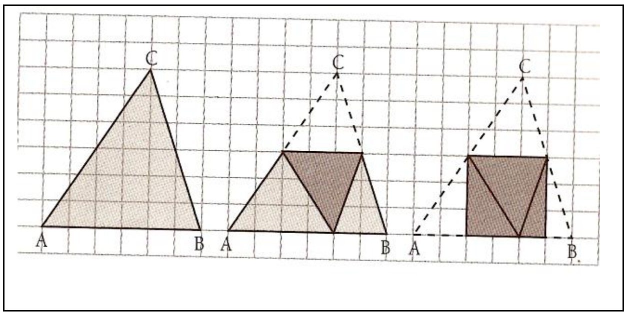
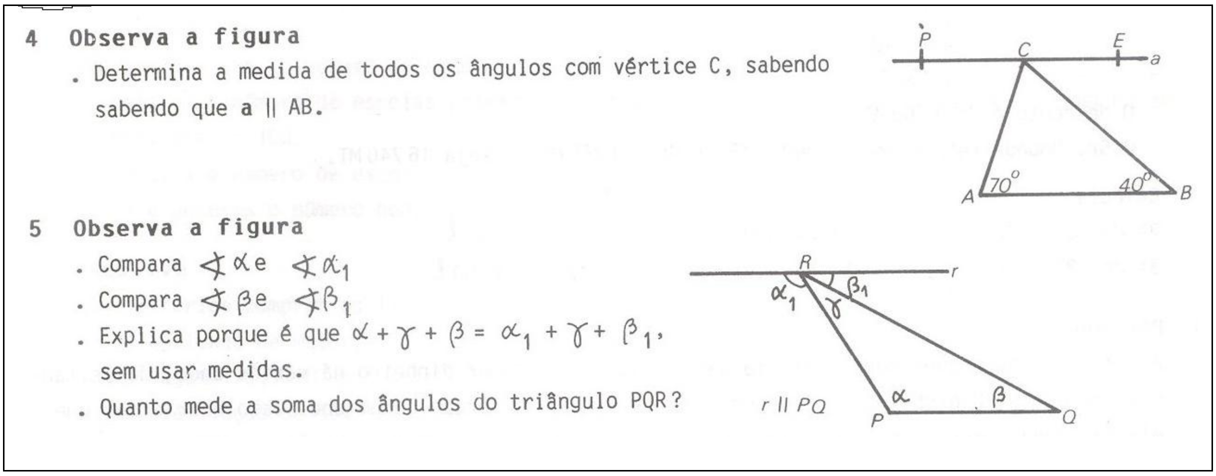


FIGURA 4: Procedimento de dobradura que os alunos devem fazer para deduzir a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo
FONTE: Carvalho e Martins (2007, apud ORDEM 2010, p. 111)

Técnica 4: Valida-se a propriedade através de uma demonstração que usa a noção de ângulos alternos e correspondentes em retas paralelas (Zavala & Issufo, 2004).

3. Discussão dos resultados

Constatamos que quase em todos os livros aqui referenciados, independentemente do nível de escolaridade, a validação da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo é fundamentalmente pragmática e empírica. Portanto, três dos quatro livros a propriedade é enquadrada em nível de uma geometria fundamentada apenas em geometria de observação, daí as validações serem pragmáticas e empíricas. Em parte se pode dizer que está em consonância com o que Balacheff (1987) defende, quando afirma, que a prática de prova deve encontrar lugar desde as primeiras classes, podendo-se até ser reconhecidas provas algumas práticas que não sejam necessariamente de índole rigoroso segundo os matemáticos. Porém, o autor deixa claro que nesse processo dever-se-á considerar a racionalidade dos alunos e as condições de sua evolução. Até ao nível de escolaridade em que os livros didáticos em análise são direcionados, a validação da propriedade da soma dos ângulos internos tem como discurso teórico-tecnológico, a relação de ângulos correspondentes e ângulos alternos determinados por transversais em retas paralelas e, o modo como isso é obtido passa por uma simples reconfiguração que consiste em traçar por um dos vértices do triângulo uma reta paralela a um dos lados. No livro da sexta classe a propriedade aparece antes de se ter abordado a relação entre ângulos determinados por uma transversal em retas paralelas. Então, pela praxeologia introduzida por Chevallard (1999) a validação baseando-se na observação e manipulação empírica têm fundamentos. Contudo, após a introdução dessa propriedade, os autores introduzem a noção de ângulos correspondentes em retas paralelas (p. 136); tratam da noção de ângulos alternos internos em retas paralelas (p. 150) e, na página 151, apresentam o seguinte exercício da figura 5.


4 Observa a figura

. Determina a medida de todos os ângulos com vértice C, sabendo sabendo que a || AB.

5 Observa a figura

. Compara $\measuredangle \alpha$ e $\measuredangle \alpha_1$

. Compara $\measuredangle \beta$ e $\measuredangle \beta_1$

. Explica porque é que $\alpha + \gamma + \beta = \alpha_1 + \gamma + \beta_1$, sem usar medidas.

. Quanto mede a soma dos ângulos do triângulo PQR?

FIGURA 5: Exploração de ângulos em retas paralelas atravessadas por duas transversais
FONTE: Draisma & Sovertkov (1991, p. 151)

Entendemos que a Fig.5 devidamente explorada valida formalmente a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo pela prova intelectual segundo Balacheff (1987), mas os autores pautaram-se por não dizer nada. Mesmo que os autores se pautem pela validação pragmática, entendemos que deviam ao menos fazer menção de que a propriedade validada apenas mediante a manipulação, em outro nível pode ser objeto de validação por meio de uma operação que em matemática se dá o nome de demonstração. É de destacar que em toda a obra a opção dos autores foi de validar todas as propriedades abordadas em geometria por meio de provas pragmáticas, a título de exemplo disso são: relação entre ângulos opostos de um paralelogramo e a relação entre ângulos que ficam no mesmo lado (p. 57); os pontos simétricos em relação á uma reta (p. 83); a propriedade das diagonais de um retângulo (p. 89); a relação dos ângulos opostos a lados congruentes de um triângulo isósceles (p. 113), todas elas sua validação é por meio de desenho, recorte e dobradura.

Mas, já os da oitava classe, para além dessa propriedade, outras propriedades são tratadas tais como as relações de congruência e de semelhança de triângulos. Tratar da semelhança de triângulos ou dos critérios de congruência entre triângulos exige ir além de uma simples geometria de manipulação e empírica: precisa começar com a geometria em que algumas das suas noções fundamentam-se precisamente em demonstrações. E um dos objetos nesse sentido é exatamente o de soma dos ângulos internos. Os autores de livros didáticos da 8ª classe têm o discurso teórico-tecnológico disponível para validar a propriedade recorrendo a uma prova intelectual, prova esta que não só tem o desenho como elemento de apoio, mas também se pode servir de formalismo para validar a propriedade. Nheze (1998) utiliza esse discurso para validar a propriedade da relação entre um ângulo externo com os ângulos internos por meio da seguinte figura:

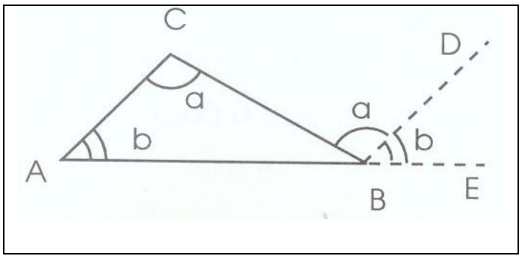


FIGURA 6: Figura para a validação da propriedade sobre ângulo externo em um triângulo
FONTE: Nhêze (1998, p. 172)

Porém, a propriedade da soma dos ângulos internos validou apenas por meio da prova pragmática, através da atividade de desenho, medição e dobradura.

4. Uma propriedade básica na geometria plana elementar

Já salientamos que com a exceção de um livro, todos os demais livros didáticos que contemplam essa propriedade validam-na por meio da prova pragmática (na categoria empirismo ingênuo) segundo a classificação de Balacheff (1987) e registro “material” segundo de Jesus (2008). Mas Balacheff (1987) defende a necessidade dos critérios da aceitação de provas poderem evoluir no decorrer da escolaridade e da racionalidade dos alunos. Pólya (1995, apud ORDEM 2010, p. 97) defende que a demonstração da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo é indispensável para qualquer aluno que tenha visto geometria. Portanto, entendemos que os autores dos livros didáticos analisados ao deixar de apresentar uma prova em que todo o discurso teórico-tecnológico estava disponível e que pelo seu caráter básico não deveria ter sido validado apenas por meio de uma manipulação material (desenho e dobradura ou medição e/ou recorte). Na sexta classe, pelo nível de racionalidade dos alunos, os autores tinham a oportunidade de ao menos chamar a atenção que o que foi validado através de desenho, medição e/ou recorte poderia ser mostrado a partir da fig. 5, fato a ser visto em níveis de escolaridade um pouco mais alto; na 8ª é já momento de citarmos uma passagem de Pólya que a respeito do caráter básico da prova dessa propriedade afirma:

> Se o aluno houver passado pelas aulas de matemática sem realmente entendido algumas demonstrações semelhantes a esta, ele terá o direito de fazer as mais cáusticas censuras à sua escola e a seus professores (PÓLYA 1995, apud ORDEM 2010, p. 97).

É claro que o livro pode não dar conta de tudo quanto o professor faz em sua sala de aula, mas não se pode descartar a possibilidade de haver professores que dependem muito de livros didáticos para administrarem suas aulas, pois algumas pesquisas mostram grande correlação entre a prática do professor em sala de aula e aquilo que aparece em livros didáticos com que trabalha.

Referências

ALMOULOUD, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da Matemática***.** Curitiba: Ed. UFPR.

BOERO, P. *Argumentation and Proof: discussing a "successful" classroom discussion.* Disponível em <http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/1/CERME7_WG1_BOERO.pdf> Acesso em 28 Junho de 2011.

CARVALHO, R. F. e MARTINS, Z. A. (2007). *M8 Matemática 8ª Classe***.** 6. ed**.** Maputo: Texto Editores.

CHEVALLARD, Y. (1999). *El análisis de las práticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Tradução de Ricardo Barroso Campos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-266.

DRAISMA, J. & SOVERTKOV, P. (1991). *Eu gosto de Matemática. 6ª Classe***.** Instituto Nacional do Desenvolvimento da Educação (INDE).

DUVAL, R**.** (2008). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática:* Registro de representação semiótica. 4. ed. Campinas, SP: Papirus.

GRAVINA, M. A**.** (2001). *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.* 207 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em <http://hdl.handle.net/10183/2545>. Acesso em: 22 de março de 2009.

HANNA, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an over view. *Educational Studies in Mathematics*, V. 44, N. 1-2, p. 5-23. Disponível em <http://www.springerlink.com/content/q21702846nv02615/fulltext.pdf>. Acesso em: 22 de março de 2009.

HANNA, G. et al. (2009). ICMI STUDY 19: Proof and proving in mathematics education: discussion. In: FOU-LAI LIN, et al. (Eds.). *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education,* v. 1. Taiwan. Disponível em

<http://140.122.140.1/~icmi19/files/Volume_1.pdf> Acesso em 23 de Fevereiro 2010.

MONTORO, V. (2007). Concepções de estudantes de professorado acerca del aprendizaje de la demonstración. In: REIEC *Revista Electrónica de investigacion em Educación Matemática.* Disponível em: <dialnet.Unirioja.es//servlet/fichero_articulo?codigo=2875746 & orden=o>. Acesso em 21 de março 2010.

NHÊZE, I. C. (1998). *Matemática*: 8ª classe. República de Moçambique.

ORDEM, J. (2010). *Prova e demonstração em Geometria*: uma busca da organização Matemática e Didática em Livros Didáticos de 6ª a 8ª séries de Moçambique. Dissertação (Mestrado Profissional e Ensino de Matemática) – Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, São Paulo.

PÓLYA, G. (1995). *A arte de resolver problemas.* Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.