O papiro de Rhind: uma estudo preliminar[1]

RAFAEL RIX GERONIMO[2]

FUMIKAZU SAITO[3]

Resumo

Esse artigo tem o objetivo de apresentar uma primeira análise dos problemas presentes no Papiro de Rhind. Nele buscamos discutir se tais problemas são realmente matemáticos, tendo em vista as possíveis motivações dos antigos egípcios ao propor esses problemas e não outros. A metodologia dessa pesquisa foi a bibliográfica. Consultamos fontes secundárias, traduções e comentários do papiro e artigos que tratam de seus problemas. Após analisar o conteúdo presente no papiro e as diferenças entre a interpretação de diferentes autores, não ficou claro se os problemas presentes no Papiro de Rhind são realmente matemáticos. É possível, assim, que o Papiro de Rhind introduzisse aos alunos "técnicas" e não um programa propriamente dito de matemática.

Palavras-chave*: Papiro de Rhind; problemas; técnicas.*

Abstract

The aim of this paper is to present an introductory analysis of the problems hold in the Rhind Papyrus. We discuss whether these problems are really concerned to mathematics considering the possible motivations that led the Ancient Egyptians to propose such problems and not others ones. The methodology we used was bibliographical. Secondary sources, translations and comments of the papyrus, and articles dealing with papyrus problems were consulted. After analyzing the content present in the papyrus and the differences among the interpretation of different authors, it was unclear whether such problems are really mathematics or not. We concluded that it the Rind Papyrus introduced students to the "technical" and not to a math program itself..

Keywords*: Rhind Papyrus; problems; techniques.*

Introdução

O Papiro de Rhind já foi muito estudado e explorado por educadores e historiadores da matemática, tais como Dario Fiorentini, Antonio Miguel e Maria Ângela Miorim (1993), João Pedro da Ponte (2009) e Luca Miatello (2009) - entre outros. Esses estudos buscaram não só apresentar a importância dos egípcios nos primórdios do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, mas também traçar um paralelo entre os conhecimentos desse povo e os conhecimentos atuais.

---

[1] Trabalho apresentado no IV Encontro de Produção Discente em Educação Matemática, realizado em 29 de outubro de 2011.

[2] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – rgrix@hotmail.com

[3] Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – fsaito@pucsp.br

Nesse artigo procuramos apresentar uma discussão introdutória sobre o Papiro de Rhind com o objetivo de verificar se os problemas presentes no papiro são realmente matemáticos, tendo em vista algumas das possíveis motivações dos antigos egípcios ao propor esses problemas e não outros.

Isso se justifica na medida em que muitos educadores matemáticos fazem uso de problemas presentes nesse papiro para refletir sobre conhecimentos matemáticos da atualidade, como no caso de Dario Fiorentini, Antonio Miguel e Maria Ângela Miorim (1993) que se referem ao do Papiro de Rhind para refletir sobre resolução de equações lineares como conhecimento historicamente constituído para defender a ideia de que existe um tipo de "Álgebra Egípcia".

A metodologia dessa pesquisa foi a bibliográfica. Consultamos fontes secundárias, traduções e comentários do papiro e artigos que tratam de seus problemas.

1. A Origem do Papiro de Rhind

O Papiro de Rhind é um dos primeiros documentos históricos de caráter matemático que se tem notícia. Diversos estudos e considerações já foram feitos sobre esse documento, sob vários enfoques. Desde tradução e comentários, como, por exemplo, a de Arnold Buffum Chace (1929), Gay Robins e Charles Shute (1987); passando por descrições mais gerais sobre o conhecimento matemático dos antigos egípcios, tais como em Carl B. Boyer (1974) e Howard Eves (2008); até reflexões mais pontuais sobre conhecimentos específicos que poderiam estar presentes em problemas do papiro, tal como nos estudos de Luca Miatello (2009).

Chace (1929) fez uma tradução livre do papiro, com uma breve introdução a respeito de sua origem. Além disso, apresenta e discorre sobre os métodos de resolução de frações, de números inteiros positivos e de problemas. Na última parte de seu estudo, Chace apresenta a tradução de cada um dos problemas do papiro, tecendo comentários a respeito de sua resolução.

Da mesma forma, Robins e Shute (1987) apresentam uma breve explicação da organização do papiro e discorrem sobre o contexto em que ele foi descoberto. Ademais, tecem comentários a respeito dos métodos de resolução de frações, de números inteiros positivos e de outros problemas presentes no papiro.

Por sua vez, Boyer (1974) dá ênfase às notações e procura apresentar a forma como os egípcios escreviam os números e frações, fazendo um paralelo entre o que era conhecido pelos egípcios e pelas civilizações anteriores. Além disso, Boyer comenta sobre a habilidade dos egípcios em realizar operações com frações unitárias (frações na notação atual com numerador 1). Apresenta também indícios sobre o domínio que os antigos egípcios tinham do método de falsa posição e da prática de verificação de resultados em alguns problemas presentes no papiro.

Na mesma direção aponta Eves (2008, p. 70), que observa que o Papiro de Rhind é um documento que apresenta os conhecimentos matemáticos dos antigos egípcios. Segundo Eves, esse documento descreve as operações de adição, multiplicação e divisão, além de apresentar indícios do uso de frações pelos egípcios e seu emprego no método de falsa posição e na solução de problemas de determinação de áreas.

Quanto à origem do Papiro de Rhind, segundo Boyer (1974, p. 9) ele é o mais extenso papiro de natureza matemática preservado até nossos dias. Tem cerca de 30 centímetros de altura e 5 metros de comprimento, pertence ao Museu Britânico, exceto por alguns de seus fragmentos que estão no Museu do Brooklin. O documento foi adquirido em 1858 em uma cidade à beira do Nilo por um antiquário escocês chamado Henry Rhind e por isso o papiro leva seu nome. Também é conhecido como Papiro de Ahmes por ser esse o nome do escriba que o copiou de um trabalho mais antigo em 1650 a.C.

Segundo Eves (2008, p. 69), o Papiro de Rhind pode ser definido como um texto matemático na forma de manual prático que contém 87 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo. A escrita hierática é uma simplificação da escrita hieroglífica. Nos tempos antigos, a primeira era usada no cotidiano e a segunda era utilizada somente em textos sagrados. As primeiras traduções do egípcio antigo foram feitas a partir de um texto escrito em hieroglífico, demótico e grego em uma pedra basáltica que, segundo Eves (2008, p. 70) ficou conhecida como Pedra de Roseta. Utilizando o grego como chave, foi decifrada a escrita egípcia antiga. Neste trabalho, utilizamos a tradução livre e comentada de Chace (1929).

Além de apresentar uma transcrição do papiro, Chace (1929) tece diversos comentários sobre aritmética, geometria e mensuração no Antigo Egito antes de proceder a tradução do papiro e, a cada parte que foi traduzida, o autor acrescentou comentários. Ademais, utilizamos esse material porque o autor procurou comentar cada um dos problemas apresentados no papiro.

2. O Conteúdo do Papiro

O Papiro de Rhind contém uma tabela de 2/n com n ímpar variando de 5 a 101, uma tabela de n/10 com n variando de 2 a 9 e 87 problemas. Notamos aqui que os egípcios tinham necessidade de trabalhar com as frações, o que pode ser constatado nos problemas de divisões de pães e rações para animais, entre outros, presentes no papiro.

Ou como descrito por Chace (1929, p. 33, tradução nossa):

> Problema 1
>
> Exemplo de divisão de 1 pão por 10 homens.
>
> 1. Cada homem recebe $\frac{1}{10}$
>
> Prova. Multiplicar $\frac{1}{10}$ por 10.
>
> Faça assim: 1 $\frac{1}{10}$
>
> 2 $\frac{1}{5}$
>
> 4 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$
>
> 8 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{30}$
>
> Total 1 pão, que é o correto.

Nesse exemplo a resposta correta é a soma de 2 e de 8, totalizando 10 pessoas, ou seja: $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{30}$.

Mas por só conhecer as frações unitárias (frações em que o numerador é 1), em sua tabela de 2/n, a fração com numerador 2 era tida como a soma de duas ou mais frações unitárias. A única exceção a essa regra é a fração $\frac{2}{3}$.

Para ajudar a ilustrar melhor o conteúdo desse documento, apresentamos aqui os problemas do papiro tendo por base as observações feitas por Chace (1929), Lagarto (2010) e Miatello (2009). O primeiro autor elaborou uma tradução comentada do papiro, e os dois outros autores - Lagarto e Miatello - organizaram em forma de tabelas os problemas constantes no papiro.

Chace (1929) apresenta na introdução da tradução do papiro a aritmética e a geometria egípcias e, por último, problemas diversos. Comenta ainda a notação utilizada pelos egípcios para designar os números naturais e aqueles que eram considerados seus recíprocos (semelhantes aos números hoje designados por fracionários) e os métodos utilizados para operar esses números e resolver problemas.

Segundo Chace (1929, p. 5) a notação utilizada para os recíprocos era a mesma utilizada para os números naturais, acrescida de um signo parecido com um risco horizontal, o que também informa Miatello (2009, p. 278). Entretanto, a única exceção parece ser $^2\!/_3$, que era representado por um 3 com dois riscos horizontais acima do número. Ou seja, o símbolo III representaria o número 3. Mas se esse símbolo for representado com um risco acima, por exemplo $\overset{\circ}{\text{III}}$, esse número passa a representar $^1\!/_3$.

Podemos dizer que os egípcios tinham habilidade em somar e subtrair números naturais. Porém, eles parecem apenas conhecer multiplicações e divisões por 2 e por 10. Assim, para multiplicar ou dividir por qualquer outro valor era preciso realizar uma série de comparações que faziam com que se chegasse ao resultado de uma maneira indireta (CHACE, 1929, p. 3). Por exemplo, para multiplicar 19 por 6, os egípcios, naquela época, procediam da seguinte maneira (CHACE, 1929, p. 5):

Para multiplicar 19 por 6 os Egípcios faziam,

1	19
2	38
4	76
Total: 6	114

Ou seja, tomava-se o número 19 e o multiplicava sucessivamente de tal modo que: 1 x 19 =19 ; 2 x 19 = 38; 4x 19 = 76. Em seguida, buscava-se as linhas que correspondiam ao 2 e ao 4, que somados perfaziam 6. Ou seja, como 2 + 4 = 6, logo, 38 + 76 = 114. Portanto, 19 x 6 = 114.

Com os números recíprocos era utilizado raciocínio parecido e, por conta disso, os cálculos eram muito laboriosos. Felizmente o Papiro de Rhind conta com extensas tabelas de divisões de recíprocos para facilitar esse trabalho.

Além dessas considerações, Chace (1929) discorre, no capítulo dedicado à aritmética, sobre os processos que ele denomina como especiais. Nesta parte, Chace mostra que os egípcios tinham um algoritmo no qual uma expressão de números recíprocos (frações, na notação atual) era utilizada em um segundo número em particular. Esse processo parece ter sido utilizado para transformar recíprocos em outros recíprocos proporcionais aos primeiros. Por exemplo, (CHACE, 1929, p. 36, tradução nossa):

> Problema 22:
> Complete $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{30}$ para 1.
>
> Aplicado a 30, $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{30}$ é 21. 30 excede 21 em 9. Multiplicando 30 para obter 9.
>
> | | |
> |---|---|
> | 1 | 30 |
> | $\frac{1}{10}$ | 3 |
> | $\frac{1}{5}$ | 6 |
>
> Total: 9
> Então $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ tem de ser adicionado para completar.
>
> Para provar, adicione todos,
> $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{30}$, fazendo 1;
>
> Aplicado ao 30, essas frações são iguais a 20+6+3+1, fazendo 30.

Chace também apresenta a resolução de problemas pelo método de falsa posição, que era utilizado para encontrar valores desconhecidos, chamados pelos egípcios antigos por *aha*. Segundo Chace (1929, p. 8) o método de falsa posição consiste em assumir uma resposta numérica e fazer as operações pedidas, a resposta correta seria dada comparando o número obtido e a resposta considerada correta.

Depois dos métodos considerados especiais, encontramos as divisões de 2 por números ímpares e como eles dividiam números por recíprocos. As divisões de 2 por números ímpares eram feitas a partir de relações feitas com o denominador e com seu recíproco, como ilustrado a seguir para proceder a divisão de 2 por 7 (CHASE, 1929, p. 10):

1	7
$\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{7}$	1
$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{4}$
Total	2

Na tabela dada acima, são usadas a terceira e a sexta linhas, que somadas dão 2. Dessa forma, 2 dividido por 7 tem como resultado $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$.

Além de aritmética, o papiro traz também problemas de geometria. Na tradução que utilizamos, Chace (1929) organiza esses problemas num capítulo dedicado à mensuração, apresentando as unidades de medida utilizadas no papiro e os métodos para calcular medida de áreas e comprimentos. Além disso, apresenta também os métodos utilizados para determinar medidas de volumes e outros problemas relativos a pirâmides.

Todos esses problemas também foram organizados por Lagarto (2010) e Miatello (2009) em forma de tabelas. Cabe, entretanto, observar que apesar da similaridade entre as tabelas apresentadas por esses dois autores, algumas diferenças pontuais podem ser encontradas.

3. Diferenças entre as tabelas

Uma primeira diferença é que a tabela usada por Lagarto (2010) traz 84 problemas e a tabela de Miatello (2009), 87. Confrontando essas tabelas com aquela apresentada por Chace (1929) e em Robins e Shute (1987) constatamos que apenas Lagarto (2008) descreve o Papiro de Rhind com 84 problemas. Comparando os problemas do Papiro de Rhind, tal como constam na tradução feita por Chace (1929), com as tabelas de Lagarto e Miatello, constatamos que as diferenças têm início no problema 40.

Nesse problema pede-se uma divisão de 100 pães por 5 homens, de modo que cada homem receba 5½ pães a mais que o anterior. Chace (1929, p. 45) considera esse problema como um problema de progressão aritmética e Lagarto (2008, p. 1) parece concordar a esse respeito. Todavia, Miatello (2009, p. 284) não parece estar de acordo visto que argumenta que os antigos egípcios não desenvolveram o conhecimento matemático sobre progressões aritméticas.

Miatello (2009) parece se preocupar com as operações realizadas com frações unitárias e com o tratamento dado ao método de falsa posição. Para Miatello (2009, p. 277), o algoritmo utilizado para resolver problemas é somente parcialmente ilustrado no texto do papiro. Segundo ele, no último século prevaleceram interpretações que sugeriam uma determinação de séries por tentativa e erro. Assim, ele procura reconstruir a parte que faltava desse procedimento computacional como uma aplicação do algoritmo por meio do método de “falsa posição”.

Desse modo, Miatello (Ibid) salienta que, apesar de o conhecimento matemático sobre progressões aritméticas poder ser usado no problema 40 do Papiro de Rhind, esse problema não era resolvido pelos antigos egípcios dessa forma, observando que esse problema aparece acidentalmente e não propositalmente.

Tendemos assim a concordar com as considerações de Miatello, visto que as referência encontradas em Boyer (1974) e Eves (2008) não se referem especificamente aos conhecimentos sobre progressões aritméticas ou progressões geométricas naquela época.

Do mesmo modo, encontramos a mesma discordância no que diz respeito ao problema 64. Nesse particular, Lagarto (2010, p. 1) e Chace (1929, p. 102) classificam-no como um problema que trabalha com progressões aritméticas. Miatello (2009), por sua vez, o classifica como um problema de divisão de pães.

Como já mencionado por ocasião do problema 40, Miatello (2009, p. 284) mostra que os antigos egípcios parecem não ter desenvolvido o conhecimento sobre progressões. Desse modo, o problema pode aparentemente ser de progressão aritmética, mas era resolvido pelo método de falsa posição.

Outro ponto de divergência parece centrar-se nos problemas 85, 86 e 87. Para Chace (1929, p. 62), esses problemas seriam uma "miscelânea". Por sua vez, Lagarto (2010) não se refere a esses problemas em sua tabela e Miatello (2009) parece não considerá-los como registros matemáticos. Assim, talvez, por não serem considerados problemas matemáticos, eles não constem na listagem de Lagarto (Ibid).

Quanto aos outros conhecimentos presentes no Papiro de Rhind, não encontramos muitas diferenças entre os autores acima citados.

Considerações finais

A nossa análise do conteúdo presente no papiro e as diferenças encontradas entre as tabelas confeccionadas por Lagarto (2010), Miatello (2009), Chace (1929) e Robins e Shute (1987) não nos permite inferir se os problemas presentes no Papiro de Rhind são realmente matemáticos.

O que é notório, entretanto, é o fato de que os assuntos presentes no papiro parecem ter sido relevantes aos escribas em sua formação para trabalhar na administração pública. Outros estudos como os de Montet (1989, p.262), por exemplo, apontam nessa direção, visto que os escribas eram necessários para: “[...] receber os impostos, transporta-los, enquadrar os escravos, cuidar dos canais e caminhos, do cais e depósitos.”,

Portanto, questões como as relacionadas às frações e ao cálculo de áreas poderiam ser importantes para a arrecadação de impostos, enquanto as relacionadas às medidas de capacidade poderiam ser relacionadas ao controle dos depósitos.

Ainda segundo Montet (Ibid, p.263), os cargos de escriba eram transmitidos de pai para filho e, conforme a capacidade dos estudantes, eles seriam promovidos a sacerdotes, vizires, juízes, policiais, construtores, arquitetos, etc. por isso sua formação precisava abarcar as mais variadas funções.

Montet (1989, p.265) salienta que: “[...] Era preciso portanto que os estudantes fossem iniciados no conhecimento das leis e dos regulamentos, da história e da geografia, e nas principais técnicas.” É possível, assim, que o Papiro de Rhind introduzisse aos alunos “técnicas” e não um programa propriamente dito de matemática. Assim, o Papiro de Rhind seria um papiro que versaria sobre técnicas e não sobre matemática propriamente dita.

Nesse caminho também aponta White (1966, p.172), na medida em que salienta sobre os conhecimentos matemáticos dos egípcios antigos: “[...] a verdade é que sabiam o suficiente para satisfazer os seus próprios objetivos. [...]”, apesar de apontar que esses conhecimentos não atingiram o desenvolvimento encontrado na mesma época: “[...] nos vales do Tigre e Eufrates. [...]”, White (Ibid).

Esses conhecimentos “técnicos” eram necessários a uma infinidade de tarefas. Daí a importância de saber dividir pães e cerveja, por exemplo, pois escribas poderiam ser obrigados a controlar as rações das tropas em campanhas militares ou de trabalhadores nos templos e pirâmides.

Buscaremos assim, em estudos futuros, compreender de que matemática os egípcios antigos estavam familiarizados, tendo em consideração as múltiplas interações entre conhecimento e técnica devidamente contextualizadas

Referências

BOYER, C. B. (1974). *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher.

BRESCIANI, Edda in FLANDRIN, Jean-Louis; MONTANARI, Massimo. 1998.

História da Alimentação. Trad. Luciano V. Machado e Guilherme J. F. Teixeira. São Paulo: Estação Liberdade.

CHACE, A. B. (1929). *The Rhind Mathematical Papyrus*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

EVES, H. (2008). *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora Unicamp.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. (1993). Contribuição para um Repensar... A Educação Algébrica Elementar. São Paulo. *Revista Pró-Posições*, v. 4.

LAGARTO, M. J. (2010). Disponível em: www.malhatlantica.pt/mathis/Egipto/Rhind/Rhind.htm, acessado em 20/02/2010.

MIATELLO, L. (2009). *The difference* $5\frac{1}{2}$ *in a problem of rations from the Rhind mathematical papyrus.* ScienceDirect. Historia Mathematica. Disponível em www.sciencedirect.com acessado em 20/06/2009.

MONTET, P. (1989). *O Egito no Tempo de Ramsés.* Tradução de Célia Euvaldo. São Paulo: Companhia das Letras.

PONTE, J. P. da. (2009). *Números e álgebra no currículo escolar.* Grupo de Investigação DIF-Didáctica e Formação. Centro de Investigação em Educação. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS/Ponte(Caminha).rtf acessado em 17/06/2009.

ROBINS, G.; SHUTE, C. (1987). *The Rhind Mathematical Papyrus: an ancient Egyptian text.* New York: Dover.

TYLDESLEY, J. (2005). *Pirâmides. A verdadeira história por trás dos mais antigos monumentos do Egito.* Tradução: Cid Knipel. Revisão Técnica: Antonio Brancaglion Jr. São Paulo: Editora Globo.

WHITE, J. M. (1966.) *O Egito Antigo.* Tradução de Fernando de Castro Ferro. Rio de Janeiro: Zahar Editores.