

## **MODELOS PROBABILÍSTICOS DE SEVERIDADE PARA GRANDES PERDAS**

**Angélica Dias Roa<sup>1</sup>**

**Renaldo Antonio Gonsalves<sup>2</sup>**

### **ABSTRACT**

This project is a case study that consists in evaluating probabilistic models of severity for large losses retained by a particular reinsurance company, as well as exploring the impact of bad design of these estimates from the perspective of pricing, since in establishing incorrect prices the company may become insolvent and/or inefficient to the insurance market. This review is extremely important to the insurer/reinsurer as it will comply with the solvency rules imposed by the regulator (SUSEP), as well as get ahead advantages to competitors at the time of pricing their contracts and enable resource optimization financial. For this, it was used information relating to SUSEP classes 0167 (Engineering Risk) and 0351 (General Civil Liability), which are targets for operationalization of the reinsurer in question. The choice of probabilistic models, which are the subject of this analysis, was carried out from theoretical statistical distributions disseminated in the literature with emphasis on the characteristics of the observed losses. The parameters of the proposed models were obtained using the statistical method called Maximum Likelihood Estimation and the assessment of the parameters was carried out using the non-parametric statistical method called Kolmogorov-Smirnov. From the analysis performed in this project, it can be concluded that there is not only one probabilistic model that is adequate to adjust the large losses, being fundamental the Insurers and Reinsurers analyze the reported claims taking into account the characteristics of each line of business and thus efficiently improve their pricing processes.

**Keywords:** Actuarial Science, Actuarial, Curriculum Analysis.

### **RESUMO**

Este artigo é um estudo de caso que consiste em avaliar modelos probabilísticos de severidade para grandes sinistros retidos por uma determinada Companhia de resseguros, além de explorar o impacto do mau dimensionamento destas estimativas sob a ótica de precificação, visto que ao se estabelecer preços incorretos a Companhia pode se tornar insolvente e/ou ineficiente perante o mercado segurador. Esta avaliação é de extrema importância para a Seguradora/Resseguradora, pois permitirá estar em conformidade com as normas de solvência impostas pelo órgão regulador (SUSEP), assim como obter vantagens frente aos concorrentes no momento da precificação de seus contratos e possibilitar a otimização de recursos financeiros. Para tanto, utilizou-se informações referentes aos ramos SUSEP 0167 (Riscos de

---

<sup>1</sup> Bacharel em Ciências Atuariais pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Bacharel em Estatística pela Universidade Estadual de Campinas.

<sup>2</sup> Professor do Departamento de Atuária e Métodos Quantitativos da FEA-PUC/SP, doutor em Ciências Sociais no programa de política pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2006), mestre pelo programa de Economia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1996), com parte dos créditos do mestrado na USP (1980/1984), graduado em Economia pela Universidade Estadual de Campinas (1980).



Engenharia) e 0351 (Responsabilidade Civil Geral), os quais são alvos de operacionalização do Ressegurador em questão. A escolha dos modelos probabilísticos, os quais são objeto desta análise, foi realizada a partir de distribuições estatísticas teóricas disseminadas na literatura com ênfase nas características dos sinistros observados. Os parâmetros dos modelos propostos foram obtidos utilizando o método estatístico de estimação denominado máxima verossimilhança e a avaliação dos parâmetros obtidos foi feita através do método estatístico não paramétrico denominado Kolmogorov Smirnov. A partir das análises efetuadas neste projeto, pôde-se concluir que não existe um único modelo probabilístico que seja adequado para ajustar as grandes perdas, sendo fundamental os Seguradores e Resseguradores analisarem os sinistros avisados levando-se em consideração as características de cada ramo de negócio e, desta forma, aprimorar seus processos de precificação de modo eficiente.

**Palavras-chaves:** Grandes Perdas, Severidade, Risco de Subscrição, Precificação, Ricos de Engenharia e Responsabilidade Civil.

## 1. INTRODUÇÃO

Em decorrência das normas regulatórias de solvência, do aumento da concorrência e da piora nas perspectivas dos cenários macroeconômicos, as Seguradoras e Resseguradoras precisam ser mais assertivas e eficientes ao precificar as carteiras de grandes riscos.

Tendo em vista esse cenário, quais seriam os modelos probabilísticos de severidade mais adequados para estimativas de grandes perdas e quais os riscos envolvidos na parametrização inadequada de um modelo de precificação?

O principal objetivo deste artigo é realizar um estudo de caso que permita avaliar os modelos probabilísticos de severidade que melhor se adequem as grandes perdas dos ramos SUSEP 0167 (Riscos de Engenharia) e 0351 (Responsabilidade Civil Geral), além de explorar o impacto do mau dimensionamento das estimativas sob a ótica de precificação, visto que ao se estabelecer preços incorretos a Companhia pode se tornar insolvente e/ou ineficiente perante o mercado segurador.

No Capítulo 1 desse artigo serão identificados os riscos envolvidos na precificação das carteiras, por meio de pesquisas bibliográficas.

No Capítulo 2, serão identificadas as coberturas oferecidas pelos seguros de Riscos de Engenharia e Responsabilidade Civil e será verificada a existência de competitividade das companhias de seguros em relação à comercialização destes ramos, os quais são objeto de estudo desta monografia.

No Capítulo 3, serão apresentados os resultados referentes à análise descritiva do conjunto de dados que será utilizado como objeto de estudo deste relatório, ou seja, das informações de indenizações e prêmios dos sinistros ocorridos entre 2006 e 2013 de uma determinada Companhia de resseguros.

No Capítulo 4, serão apresentados os modelos probabilísticos de severidade indicados na literatura como sendo modelos que possuem bom desempenho para ajustar grandes perdas. Posteriormente, serão apresentados os parâmetros estimados dos modelos propostos a partir do ajuste das grandes perdas avisadas ao Ressegurador utilizando-se o método estatístico para estimação denominado máxima verossimilhança. E adicionalmente, serão apresentados os

resultados dos testes de adequação dos parâmetros obtidos para as distribuições contínuas, os quais foram efetuados através do método estatístico não paramétrico denominado Kolmogorov Smirnov.

Finalmente, no Capítulo 5 serão apresentados os modelos mais adequados para as grandes perdas analisadas e justificada a importância da avaliação dos modelos probabilísticos com base nos dados coletados e análises realizadas neste estudo de caso.

## 2. RISCOS ENVOLVIDOS NA PRECIFICAÇÃO

O processo de precificação é uma das atividades mais importantes de uma companhia de seguros, uma vez que a principal atividade de uma seguradora é a administração dos fluxos de prêmios pagos pelos segurados aos seguradores e de indenizações pagas dos seguradores aos segurados.

Para MANO (1997, pág. 21), “Como o risco a ser tarifado é aleatório, os modelos probabilísticos são de suma importância para a indústria de seguros. [...]”.

Na Solvência II, o risco envolvido no processo de precificação é denominado Risco de Subscrição, o qual é definido como sendo o risco de perda ou mudança adversa no valor das provisões, devido à inadequação da precificação e das hipóteses utilizadas no provisionamento.

Segundo a Resolução CNSP nº 321/15 (Capítulo III, Art. 35, Inciso I):

Risco de Subscrição: possibilidade de ocorrência de perdas que contrariem as expectativas da supervisionada, associadas, diretamente ou indiretamente, às bases técnicas utilizadas para cálculo de prêmios, contribuições, quotas e provisões técnicas.

O objetivo dos profissionais que trabalham na precificação de seguros é mitigar este risco, obtendo prêmios não apenas comerciáveis, mas também confiáveis. Caso contrário, a Companhia pode se tornar insolvente ao utilizar-se de parâmetros inadequados em seu modelo de precificação, isto é, o profissional pode estar calculando o prêmio em magnitude inferior ao risco envolvido e desta forma, corre o risco de não cumprir com suas obrigações.

Segundo MANO (1997, pág. 21), construir um modelo de precificação estocástico para as aplicações de seguro é modelar a realidade. Deve-se manter um compromisso entre a realidade e a aplicabilidade. O meio econômico é um fator de extrema importância e os prêmios são fortemente influenciados por condições de mercado, normas regulatórias, atividade dos competidores e nível de renda da população.

O aumento da concorrência no mercado brasileiro, principalmente com o processo de desregulamentação dos últimos anos que aferiu maior liberdade para as Seguradoras e Resseguradoras, tem tornado ainda mais evidente a necessidade das companhias de seguros serem mais assertivas e eficientes ao precificar suas carteiras de riscos.

Para MANO (1997, pág. 12):

A expansão do seguro no Brasil nos últimos anos foi fortemente influenciada pelo incremento da competição e pela desregulamentação, fatores que evidenciam a necessidade da rigorosa adequação dos níveis de prêmios aos efetivos patamares de risco. A liberação do setor segurador, dentre outros aspectos, ensejou o fim da inflexibilidade da tarifação dos prêmios e, portanto, o aparecimento de taxas diferenciadas obtidas a partir da incorporação de técnicas quantitativas mais requintadas. O consumidor ganhou com este processo, pois passou a contar com um quadro maior de opções para a cobertura de seu risco.

- **Capital de Risco de Subscrição**

Conforme mencionado anteriormente, o risco envolvido no processo de precificação é denominado Risco de Subscrição. Para proteger as sociedades supervisionadas de uma possível insolvência decorrente destes riscos, a SUSEP instituiu um Capital Mínimo Requerido baseado no Risco de Subscrição. De acordo com a Resolução CNSP nº 321/15, este capital deve ser mantido, a qualquer tempo, pelas Sociedades Seguradoras, EAPC's, Sociedades de Capitalização e Resseguradores Locais.

O cálculo do CRsubs das Sociedades Seguradoras e EAPC's está definido nos artigos 36 a 40 e nos anexos I a VIII da Resolução CNSP nº 321 de 2015. A metodologia de cálculo disposta nesta Resolução divide o cálculo do CRsubs em sete parcelas:

- Operações de danos (art. 39 da Res. 321/15)
  - Parcela 1 – Risco de emissão/precificação (R.emi.danos)

- Parcela 2 – Risco de provisão de sinistros (R.prov.danos)
- Operações de vida individual e previdência (art. 40 da Res. 321/15)
  - Parcela 3 – Risco nas provisões de eventos ocorridos (R.prov.vi.prev)
  - Parcela 4 – Risco das coberturas de risco durante o período de cobertura, para planos em regime financeiro de repartição (R.mort.inv.rep)
  - Parcela 5 – Riscos das coberturas de risco durante o período de cobertura, para planos em regime financeiro de capitalização (R.mort.inv.cap)
  - Parcela 6 – Risco das coberturas por sobrevivência (R.sobr)
  - Parcela 7 – Risco das despesas administrativas (R.desp)

O cálculo do CRsubs das Sociedades de Capitalização está definido no artigo 41 e nos anexos IX a XIII da Resolução CNSP nº 321 de 2015. A metodologia de cálculo disposta nesta Resolução divide o cálculo do CRsubs em três módulos:

- Risco dos sorteios a realizar (R.sorteios) – anexo IX
- Risco da garantia de rentabilidade (R.rentabilidade) – anexo X
- Risco das despesas administrativas (R.despesas) – anexo XI

O cálculo do CRsubs dos Resseguradores Locais está definido nos artigos 42 a 44 da Resolução CNSP nº 321 de 2015. A metodologia de cálculo disposta nesta Resolução divide o cálculo do CRsubs em duas parcelas:

- Operações de resseguro proporcional (art. 42 da Res. 321/15)
- Operações de resseguro não proporcional e demais operações (art. 44 da Res. 321/15)

### 3. RISCOS DE ENGENHARIA E RESPONSABILIDADE CIVIL

Conforme mencionado anteriormente, o principal objetivo desta monografia é realizar um estudo de caso que permita avaliar os modelos probabilísticos de severidade que melhor se adequem as grandes perdas dos ramos SUSEP 0167 (Riscos de Engenharia) e 0351 (Responsabilidade Civil Geral). Desta forma, torna-se relevante identificar as coberturas oferecidas por estes ramos de negócios e verificar a existência de competitividade das companhias de seguros em relação à comercialização dos mesmos, os quais são objeto de estudo desta monografia.

Segundo a Circular SUSEP nº 419/11 (Art. 1º, parágrafo único), seguro de Riscos de Engenharia é aquele em que o segurado contrata, obrigatoriamente, uma das coberturas básicas: Cobertura Básica de Obras Cíveis em Construção (OCC), Cobertura Básica de Instalações e Montagens (IM) ou Cobertura Básica de Obras Cíveis em Construção e Instalações e Montagens (OCC/IM).

Entende-se por Cobertura Básica de Obras Cíveis em Construção aquela que garanta o interesse legítimo do segurado contra acidentes, de origem súbita e imprevista, com exceção dos riscos excluídos especificados na apólice, que resultem em prejuízos materiais às obras expressamente descritas na apólice e aos materiais a serem utilizados na construção, durante o período da obra. (Circular SUSEP nº419/11, Capítulo I, Art. 1º).

Entende-se por Cobertura Básica de Instalações e Montagens aquela que garanta o interesse legítimo do segurado contra acidentes, de origem súbita e imprevista, com exceção dos riscos excluídos especificados na apólice, que resultem em prejuízos materiais às máquinas, equipamentos, estruturas metálicas e a outros bens instalados e/ou montados de forma permanente durante a fase de instalação e/ou montagem destes bens. (Circular SUSEP nº419/11, Capítulo II, Art. 1º).

Entende-se por Cobertura Básica de Obras Cíveis em Construção e Instalações e Montagens aquela que garanta o interesse legítimo do segurado contra acidentes, de origem súbita e imprevista, com exceção dos riscos excluídos especificados na apólice, que resultem em prejuízos materiais tanto às obras expressamente descritas na apólice e aos materiais a serem utilizados na construção, durante o período da obra, como também às máquinas, equipamentos, estruturas metálicas e a outros bens instalados e/ou montados de forma permanente, durante a fase de instalação e/ou montagem destes bens. (Circular SUSEP nº419/11, Capítulo III, Art. 1º).

Em relação ao Seguro de Responsabilidade Civil, de acordo com o Art. 5º da Circular SUSEP nº 437/12, a Sociedade Seguradora garante ao Segurado, quando responsabilizado por danos causados a terceiros, o reembolso das indenizações que for obrigado a pagar, a título de reparação, por sentença judicial transitada em julgado, ou por acordo com os terceiros prejudicados, com a anuência da Sociedade Seguradora, desde que atendidas às disposições do contrato.

Nesta monografia será utilizado como objeto de estudo o seguro de Responsabilidade Civil Geral, o qual cobre, além das despesas supracitadas, as despesas emergenciais efetuadas pelo Segurado ao tentar evitar e/ou minorar os danos causados a terceiros, atendidas as disposições do contrato, conforme disposto na Circular SUSEP nº 437/12 em seu Art.5º - Inciso 4º.

Segundo o Art. 6º da Circular SUSEP nº 437/12:

O Seguro de Responsabilidade Civil Geral, de contratação facultativa, constitui um ramo específico, e cobre os riscos de responsabilização civil por danos causados a terceiros, abrangendo, como Segurados:

- I - as empresas e os produtos e/ou serviços a elas vinculados;
- II - as pessoas físicas;
- III - os condomínios.

§ 1º Os riscos de responsabilização civil vinculados ao exercício de profissões liberais são enquadrados em outro ramo de seguro, denominado seguro de responsabilidade civil profissional (RC Profissional).

§ 2º Os riscos de responsabilização civil vinculados ao exercício de cargos de Direção e/ou Administração em empresas são enquadrados em outro ramo de seguro, denominado seguro de responsabilidade civil de diretores e administradores de empresas (RC D&O).

§ 3º Os riscos de responsabilização civil vinculados a danos ambientais são enquadrados em outro ramo de seguro, denominado seguro de responsabilidade civil de riscos ambientais.



A seguir serão apresentadas as análises efetuadas para verificar se existe um grau elevado de competitividade entre as companhias de seguros em relação à comercialização dos ramos de Responsabilidade Civil Geral e Riscos de Engenharia.

**Tabela nº 1:** Prêmios e Sinistros entre Junho/2014 e Junho/2015 das 10 maiores Seguradoras que operam com o Ramo 0167 (Riscos de Engenharia).

<b>RAMO SUSEP 0167 (Riscos de Engenharia) - Valores em R\$ mil</b>				
<b>Empresas</b>	<b>Prêmio Emitido (A)</b>	<b>Prêmio Ganho (B)</b>	<b>Sinistro Ocorrido (C)</b>	<b>Sinistralidade (C/B)</b>
ZURICH MINAS BRASIL SEGUROS S.A.	79.914,24	92.537,09	8.134,67	9%
ALLIANZ SEGUROS S.A.	60.122,64	115.874,53	102.540,44	88%
AIG SEGUROS BRASIL S.A.	54.829,33	9.745,91	30.034,06	308%
TOKIO MARINE SEGURADORA S.A.	46.229,24	50.234,12	12.562,47	25%
FAIRFAX BRASIL SEGUROS CORPORATIVOS S.A.	44.055,20	38.104,27	25.777,29	68%
ACE SEGURADORA S.A.	43.104,40	26.972,73	6.104,52	23%
ACE SEGUROS SOLUÇÕES CORPORATIVAS S.A.	39.865,24	74.559,35	29.488,11	40%
LIBERTY SEGUROS S.A.	28.705,11	19.830,91	3.276,82	17%
CAIXA SEGURADORA S.A.	28.110,19	34.861,23	7.534,93	22%
BERKLEY INTERNATIONAL DO BRASIL SEGUROS S/A	22.627,44	22.632,92	5.921,46	26%
<b>Total</b>	<b>447.563,02</b>	<b>485.353,06</b>	<b>231.374,77</b>	<b>48%</b>

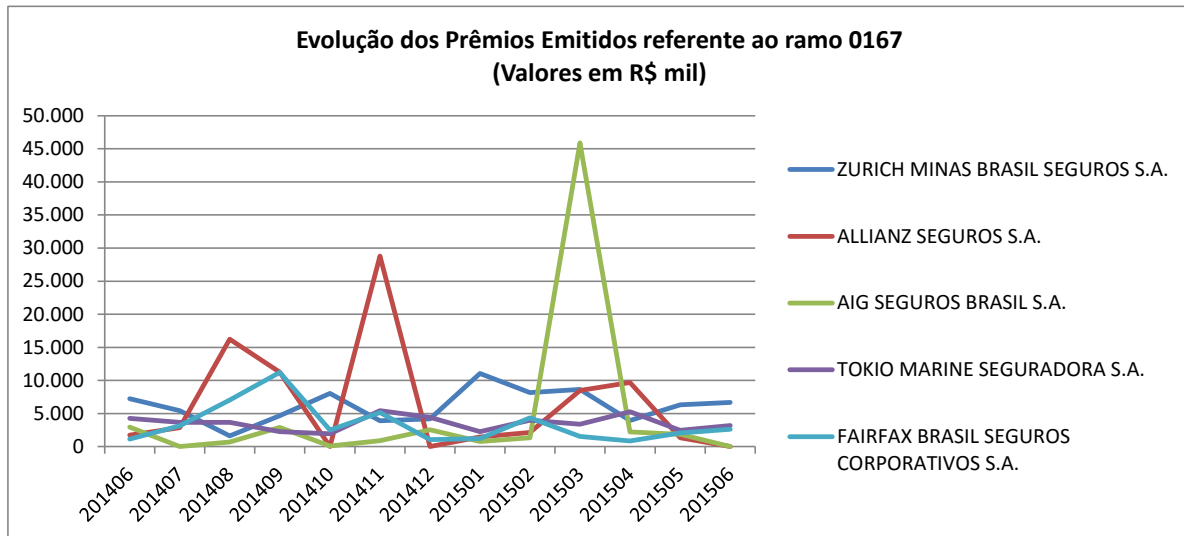
Fonte: Elaboração própria com base nas informações fornecidas pela SUSEP no SES – Sistema de Estatística da SUSEP ([www.susep.gov.br](http://www.susep.gov.br); acesso em setembro de 2015).

A Tabela nº1 apresenta as informações de prêmios e sinistros das 10 (dez) maiores Seguradoras do Brasil que operam atualmente com o ramo 0167, de acordo com os dados disponibilizados no Sistema de Estatística da SUSEP (SES) referente ao período de junho/2014 a junho/2015.

Adicionalmente, os resultados apresentados na Tabela nº1 indicam que no ano analisado a sinistralidade do ramo 0167 foi elevada, sendo que a sinistralidade total observada considerando as informações das dez empresas foi 48%.

O Gráfico nº1 ilustrado a seguir mostra a evolução mensal dos prêmios emitidos das 5 (cinco) maiores Seguradoras do Brasil que operam atualmente com o ramo 0167. Este gráfico dispõe de informações do período entre junho/2014 e junho/2015.

**Gráfico nº 1:** Evolução dos Prêmios Emitidos entre Junho/2014 e Junho/2015 das 5 maiores Seguradoras que operam com o Ramo 0167 (Riscos de Engenharia).



Fonte: Elaboração própria com base nas informações fornecidas pela SUSEP no SES – Sistema de Estatística da SUSEP ([www.susep.gov.br](http://www.susep.gov.br); acesso em setembro de 2015).

Pode-se observar através da tabela e do gráfico apresentados anteriormente que o grau de competitividade entre as Seguradoras que operam com o ramo 0167 é elevado, visto que em praticamente todo o período de análise as linhas de tendência se cruzam ao longo do tempo e permanecem em patamares similares umas das outras, exceto em alguns meses nos quais os prêmios observados de determinadas Seguradoras foram atípicos.

**Tabela nº 2:** Prêmios e Sinistros entre Junho/2014 e Junho/2015 das 10 maiores Seguradoras que operam com o Ramo 0351 (R. C. Geral).

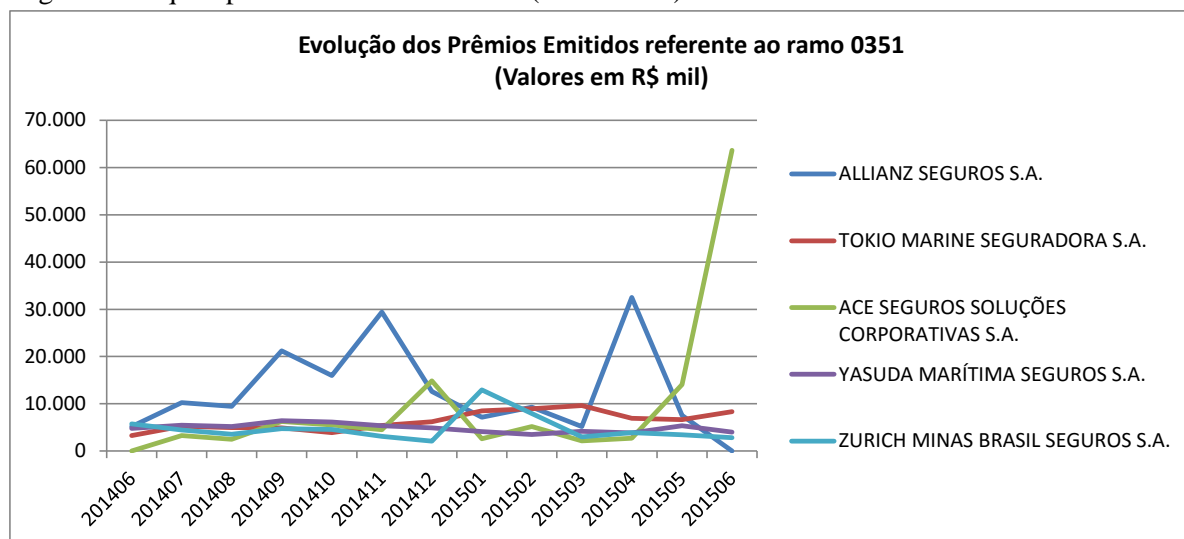
RAMO SUSEP 0351 (Responsabilidade Civil Geral) - Valores em R\$ mil				
Empresas	Prêmio Emitido (A)	Prêmio Ganho (B)	Sinistro Ocorrido (C)	Sinistralidade (C/B)
ALLIANZ SEGUROS S.A.	144.350,51	143.323,24	132.957,69	93%
TOKIO MARINE SEGURADORA S.A.	82.917,26	67.514,26	38.810,51	57%
ACE SEGUROS SOLUÇÕES CORPORATIVAS S.A.	63.636,40	69.690,93	53.366,35	77%
YASUDA MARÍTIMA SEGUROS S.A.	63.433,12	65.016,32	14.328,63	22%
ZURICH MINAS BRASIL SEGUROS S.A.	62.357,73	69.661,18	68.516,17	98%
AIG SEGUROS BRASIL S.A.	54.199,06	42.831,26	38.591,48	90%
MAPFRE SEGUROS GERAIS S.A.	50.483,11	51.908,76	23.488,45	45%
ACE SEGURADORA S.A.	49.621,82	49.747,34	57.397,99	115%
FAIRFAX BRASIL SEGUROS CORPORATIVOS S.A.	38.751,69	33.129,72	43.274,07	131%
CHUBB DO BRASIL COMPANHIA DE SEGUROS	35.215,27	31.353,74	46.520,23	148%
<b>Total</b>	<b>644.965,97</b>	<b>624.176,75</b>	<b>517.251,56</b>	<b>83%</b>

Fonte: Elaboração própria com base nas informações fornecidas pela SUSEP no SES – Sistema de Estatística da SUSEP ([www.susep.gov.br](http://www.susep.gov.br); acesso em setembro de 2015).

Na Tabela nº2 são apresentadas as informações de prêmios e sinistros das 10 (dez) maiores Seguradoras do Brasil que operam atualmente com o ramo 0351, de acordo com os dados disponibilizados no Sistema de Estatística da SUSEP referente ao período de junho/2014 a junho/2015.

O Gráfico nº2 ilustrado a seguir mostra a evolução mensal dos prêmios emitidos das 5 (cinco) maiores Seguradoras do Brasil que operam atualmente com o ramo 0351. Este gráfico dispõe de informações do período entre junho/2014 e junho/2015.

**Gráfico nº 2:** Evolução dos Prêmios Emitidos entre Junho/2014 e Junho/2015 das 5 maiores Seguradoras que operam com o Ramo 0351 (R. C. Geral).



Fonte: Elaboração própria com base nas informações fornecidas pela SUSEP no SES – Sistema de Estatística da SUSEP ([www.susep.gov.br](http://www.susep.gov.br); acesso em setembro de 2015).

Pode-se observar através da Tabela nº2 e do Gráfico nº2, assim como no caso do ramo 0167, que o grau de competitividade entre as Seguradoras que operam com o ramo 0351 é elevado, já que em praticamente todo o período de análise as linhas de tendência se cruzam ao longo do tempo e permanecem em patamares similares umas das outras, exceto em alguns meses nos quais os prêmios observados de determinadas Seguradoras foram atípicos.

Adicionalmente, os resultados apresentados na Tabela nº2 indicam que no ano analisado a sinistralidade do ramo 0351 foi elevada, sendo que a sinistralidade total observada considerando as informações das dez empresas foi 83%.

O grau de competitividade e a altas sinistralidades observadas nas análises realizadas para os ramos 0167 e 0351 evidenciaram a necessidade das sociedades seguradoras serem mais assertivas e adequarem seus níveis de prêmios as suas carteiras de riscos.

#### 4. ESTATÍSTICA DESCRITIVA DO CONJUNTO DE DADOS

Neste tópico serão apresentados os resultados referentes à análise descritiva do conjunto de dados que será utilizado como objeto de estudo deste relatório, ou seja, das informações de indenizações e prêmios dos sinistros ocorridos entre 2006 e 2013 de uma determinada Companhia de resseguros.

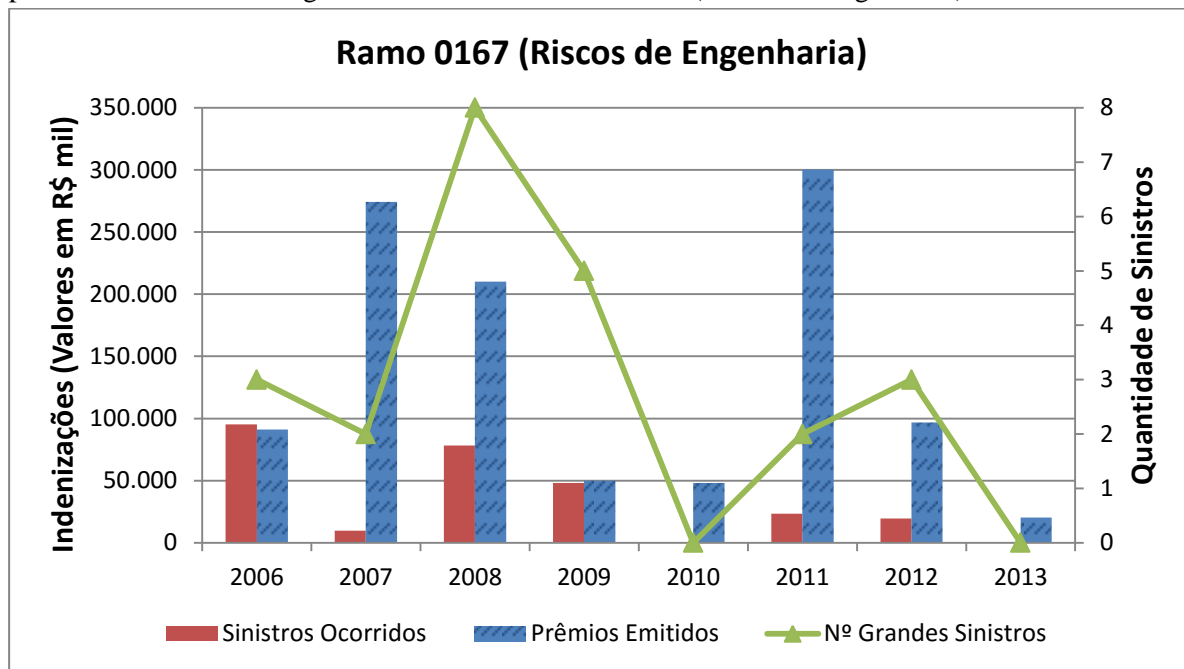
A Tabela nº3 e o Gráfico nº3, apresentados a seguir, fornecem as informações dos prêmios emitidos e os sinistros ocorridos referentes às grandes perdas avisadas do Ramo 0167 (Riscos de Engenharia), para cada ano de análise, de acordo com o banco de dados disponibilizado pelo Ressegurador.

**Tabela nº 3:** Prêmios Emitidos e Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao Ramo 0167 (Riscos de Engenharia).

RAMO SUSEP 0167 (Riscos de Engenharia) - Valores em R\$ mil				
Ano	Nº Grandes Sinistros	Prêmios Emitidos (A)	Sinistros Ocorridos (B)	Sinistralidade (B/A)
2006	3	91.135	95.284	104,6%
2007	2	274.356	9.687	3,5%
2008	8	210.093	78.181	37,2%
2009	5	50.040	48.252	96,4%
2010	0	48.175	0	0,0%
2011	2	300.362	23.429	7,8%
2012	3	96.839	19.470	20,1%
2013	0	20.350	0	0,0%
<b>Total</b>	<b>23</b>	<b>1.091.349,08</b>	<b>274.303,26</b>	<b>25%</b>

*Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros*

**Gráfico nº 3:** Evolução dos Prêmios Emitidos e Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao Ramo 0167 (Riscos de Engenharia).



Fonte: *Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros*

A partir destas informações pode-se observar que no período analisado ocorreram 23 grandes perdas, sendo que o maior número de casos ocorreu no ano de 2008 (8 sinistros). Nota-se também que apesar de 2008 ter sido o ano com o maior número de incidências de grandes perdas, os resultados mostram que foi no ano de 2006 que a Resseguradora teve que indenizar o maior montante de sinistros ocorridos destes últimos anos (R\$ 95,284 milhões).

Adicionalmente, pode-se observar que o ano de 2006 também apresentou a maior sinistralidade em relação aos outros anos (104,6%), indicando que neste ano provavelmente ocorreram sinistros atípicos, assim como o ano de 2009 que também apresentou uma sinistralidade elevada (96,4%).

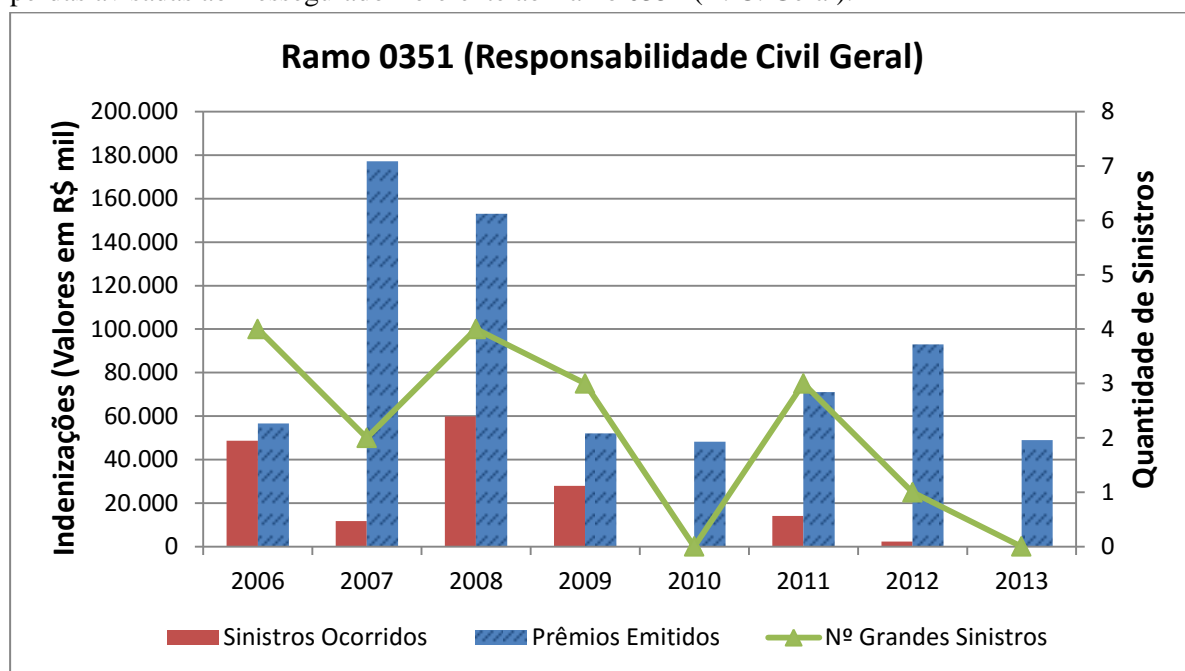
Na Tabela nº4 e no Gráfico nº4 são apresentadas as informações de prêmios emitidos e sinistros ocorridos referentes às grandes perdas avisadas do Ramo 0351 (Responsabilidade Civil Geral), para cada ano de análise, de acordo com as informações disponibilizadas pelo Ressegurador.

**Tabela nº 4:** Prêmios Emitidos e Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao Ramo 0351 (R. C. Geral).

<b>RAMO SUSEP 0351 (Responsabilidade Civil Geral) - Valores em R\$ mil</b>				
<b>Ano</b>	<b>Nº Grandes Sinistros</b>	<b>Prêmios Emitidos (A)</b>	<b>Sinistros Ocorridos (B)</b>	<b>Sinistralidade (B/A)</b>
2006	4	56.716	48.747	85,9%
2007	2	177.149	11.787	6,7%
2008	4	153.081	59.887	39,1%
2009	3	52.154	27.955	53,6%
2010	0	48.196	0	0,0%
2011	3	71.119	14.164	19,9%
2012	1	92.982	2.396	2,6%
2013	0	49.053	0	0,0%
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>700.451,17</b>	<b>164.935,10</b>	<b>24%</b>

Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros

**Gráfico nº 4:** Evolução dos Prêmios Emitidos e Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao Ramo 0351 (R. C. Geral).



Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros

A partir destas informações pode-se observar que no período analisado a Resseguradora teve que indenizar um total de 17 grandes perdas, número inferior ao observado para o ramo 0167 (Riscos de Engenharia). Os resultados também mostram que foram nos anos de 2006 e 2008 que ocorreram o maior número de grandes perdas (4 sinistros), sendo que no ano de 2008 a

Resseguradora teve que indenizar o maior montante de sinistros ocorridos dentre os anos analisados (R\$ 59,887 milhões).

Adicionalmente, pode-se observar que o ano de 2006, assim como no caso do ramo 0167, apresentou a maior sinistralidade em relação aos outros anos (85,9%), indicando que neste ano provavelmente ocorreu algum sinistro atípico.

**Tabela nº 5:** Medidas resumo dos Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente aos Ramos 0167 e 0351

Medidas Resumo dos Ramos SUSEP 0167 e 0351 (Valores em R\$ mil)		
	Riscos de Engenharia	Responsabilidade Civil Geral
Mínimo	4.033	2.396
1º Quartil	5.875	4.124
Mediana	7.083	4.930
2º Quartil	12.222	12.540
Máximo	61.158	32.704
Média	11.926	9.702
Nº Grandes Sinistros	23	17
Desvio-Padrão	12.464	8.729
Coefficiente de Variação	1,05	0,90

*Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros*

A Tabela nº 5 apresentada acima fornece as medidas resumo das grandes perdas ocorridas entre 2006 e 2013 referentes aos Ramos 0167 e 0351, os quais são operacionalizados pelo Ressegurador em questão. Os desvios-padrão e os coeficientes de variação presentes nesta tabela indicam uma grande variabilidade no montante de indenizações pagas para os dois ramos estudados. Estas elevadas variabilidades sugerem que existem sinistros atípicos no período da análise, ou seja, não comumente observados na carteira. Desta forma, observou-se a necessidade de realizar uma avaliação da existência de sinistros atípicos, usualmente, denominados na área de estatística como *outliers*.

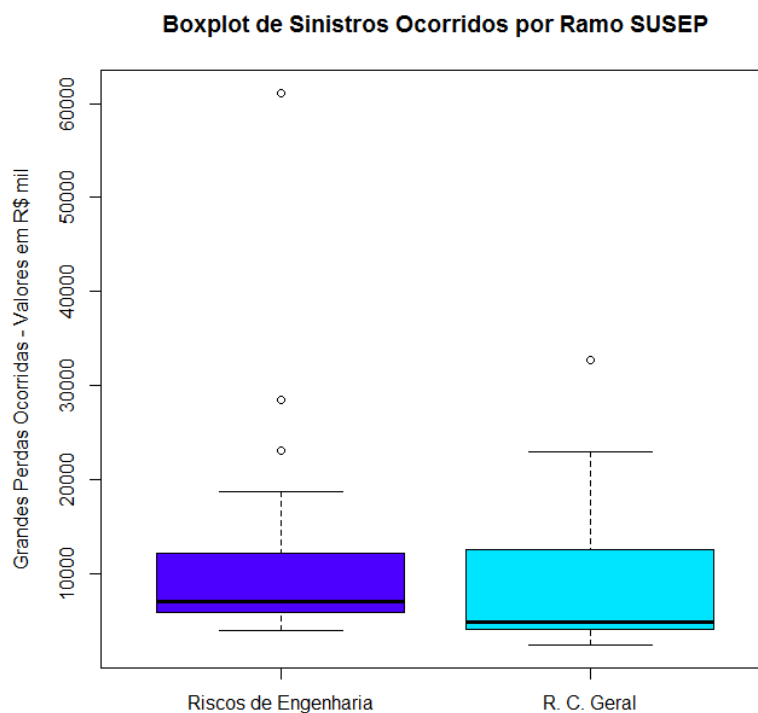
A avaliação dos valores *outliers*, apresentada a seguir, foi feita a partir da construção do gráfico Box-plot. Este gráfico é formado pelo primeiro quartil (25%), terceiro quartil (75%) e pela mediana. As hastes inferiores e superiores se estendem, respectivamente, do primeiro quartil ( $Q_1$ ) até o menor valor não inferior ao “limite inferior” e do terceiro quartil ( $Q_3$ ) até o maior valor não superior ao “limite superior”. Os limites são calculados da seguinte forma:

- Limite inferior:  $Q_3 - 1,5(Q_3 - Q_1)$
- Limite superior:  $Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$

Os valores são considerados *outliers* quando estes se encontram fora dos limites mencionados acima, sendo denotados no gráfico por ponto (°).

O Gráfico nº 5 apresenta os Box-plots construídos para os sinistros ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente aos Ramos 0167 e 0351.

**Gráfico nº 5:** Box-plots das Grandes Perdas ocorridas durante o período de 2006 a 2007 pelos Ramos SUSEP 0167 e 0351.



*Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.*

A partir desta análise feita por box-plot reafirmamos a existência de sinistros atípicos nos dois ramos estudados, uma vez que o gráfico sinaliza três grandes sinistros atípicos para o ramo de Riscos de Engenharia (R\$ 61.158 mil, R\$ 28.464 mil e R\$ 23.065 mil) e um grande sinistros atípico para o ramo de Responsabilidade Civil Geral (R\$ 32.704 mil).



Ao recalculas as medidas resumo dos sinistros ocorridos excluindo-se os valores *outliers* mencionados anteriormente é possível observar uma diminuição da variabilidade identificada no montante de indenizações pagas, conforme apresentado na Tabela nº 6. De acordo com estas medidas, podemos notar que os três sinistros atípicos excluídos da análise do ramo de Riscos de Engenharia influenciaram significativamente nos novos resultados, de modo que o coeficiente de variação passou de 105% para apenas 49%, ou seja, os desvios relativamente à média atingem agora, em média, 49% do valor desta. Já no caso do ramo de Responsabilidade Civil Geral o impacto foi menor, visto que o coeficiente de variação diminuiu apenas 10 pontos percentuais.

**Tabela nº 6:** Medidas resumo dos Sinistros Ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente aos Ramos 0167 e 0351, excluindo os valores *outliers*.

<b>Medidas Resumo dos Ramos SUSEP 0167 e 0351 - Sem Outliers (Valores em R\$ mil)</b>		
	<b>Riscos de Engenharia</b>	<b>Responsabilidade Civil Geral</b>
Mínimo	4.033	2.396
1º Quartil	5.661	3.900
Mediana	6.910	4.817
2º Quartil	8.241	11.178
Máximo	18.705	22.942
Média	8.081	8.264
Nº Grandes Sinistros	20	16
Desvio-Padrão	3.978	6.618
Coeficiente de Variação	0,49	0,80

*Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros*

A partir dos resultados apresentados nesta análise descritiva podemos observar que os ramos estudados possuem diferentes características, uma vez que a magnitude de suas severidades não estão em patamares semelhantes e, portanto, nos fornecendo evidências de que possivelmente utilizar o mesmo modelo probabilístico de severidade para ambos os ramos não seja o ideal. Desta forma, a próxima etapa deste projeto será estudar mais a fundo qual seria o melhor modelo probabilístico de severidade para estas grandes perdas e verificar se a hipótese de que ele não é único é verdadeira.

## 5. MODELOS PROBABILÍSTICOS DE SEVERIDADE PARA GRANDES PERDAS

### 5.1 Método de Estimação de Parâmetros por Máxima Verossimilhança

Existem diversos métodos estatísticos de estimação de parâmetros que podem ser encontrados na literatura. Para este estudo de caso foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança, comumente utilizado pelo mercado financeiro. Por este método os parâmetros da distribuição de interesse são estimados através da maximização da verossimilhança definida, segundo MOOD (1974, pág. 279), como:

$$L(\theta, x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i|\theta)$$

Sendo  $x_i$  as  $n$  observações independentes da variável  $X$ ,  $\theta$  os parâmetros a serem estimados e  $f_X$  a função densidade de probabilidade da variável  $X$ .

Deste modo, o estimador  $\theta_{MLE}$  que maximiza a verossimilhança é definido como:

$$\theta_{MLE} = \arg \max_{\theta \in \Theta} L(\theta, x_1, \dots, x_n)$$

### 5.2 Teste Kolmogorov – Smirnov (KS)

O teste de *Kolmogorov – Smirnov* é um teste não paramétrico para igualdade de distribuição de probabilidade contínua, que pode ser utilizado para comparar uma amostra com uma distribuição de probabilidade de referência, ou para comparar duas amostras.

A escolha da utilização deste teste no estudo de caso deve-se ao fato de estarmos trabalhando com dados contínuos e de não haver necessidade de assumir que este conjunto de dados segue uma distribuição específica, uma vez que trata-se de um teste não paramétrico, além disso este é um teste amplamente utilizado no mercado de seguros.

Neste estudo de caso, o teste KS será utilizado para comparar se as amostras (grandes sinistros dos ramos 0167 e 0531) possuem distribuição de probabilidade semelhante às distribuições de interesse (Lognormal, Weibull e Pareto Generalizada).

A estatística de *Kolmogorov-Smirnov* quantifica uma distância entre a função de distribuição empírica da amostra ( $F_1(x_i)$ ) e a função de distribuição cumulativa da distribuição de referência ( $F_0(x_i)$ ).

A hipótese nula do teste é de que a amostra possui distribuição semelhante à da distribuição de referência ( $H_0: F_1 = F_0$ ). E a hipótese alternativa que estamos utilizando é de que a amostra não possui a distribuição de referência ( $H_1: F_1 \neq F_0$ ).

Segundo MOOD (1974, pág. 508), a estatística do teste KS é calculada de acordo com a seguinte fórmula (definida como D):

$$D = \sup_{1 \leq i \leq n} |F_1(x_i) - F_0(x_i)|$$

O jeito mais simples de observar se rejeitamos ou não a hipótese nula é pelo p-valor que o teste estatístico KS nos fornece, se este valor é maior do que o nível de significância  $\alpha$  (probabilidade do erro tipo I), nós não rejeitamos a hipótese nula. Neste estudo de caso iremos considerar  $\alpha = 0,05$ .

### 5.3 Distribuição Lognormal

A primeira distribuição que será estudada neste projeto é a distribuição Lognormal, a qual é constituída por dois parâmetros (biparamétrica) e sua principal característica refere-se ao fato de que o logaritmo natural da variável aleatória tem distribuição Normal, ou seja, se X é uma variável aleatória positiva e Y é uma variável aleatória definida por  $Y = \ln(X)$  com distribuição Normal, então X tem distribuição Lognormal.

Notação:  $X \sim \text{LN}(\mu, \sigma^2)$

Esta distribuição é uma distribuição positivamente assimétrica que, de acordo com PACHECO (2014, pág. 75), tem a capacidade de se ajustar com bom desempenho aos dados de sinistros que podem assumir grande severidade.

Segundo MOOD (1974, pág. 117), a função densidade de probabilidade de uma distribuição Lognormal é definida por:

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

E a função cumulativa de probabilidade da distribuição, de acordo com FERREIRA (2002, pág. 50), é representada por:

$$F_X(x) = P\left(Z < \frac{\ln X - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\ln X - \mu}{\sigma}\right)$$

Onde:

- $\mu \in \mathcal{R}$ : Representa o parâmetro de localização (*location*);
- $\sigma > 0$ : Representa o parâmetro de escala (*scale*);
- $x \in (0, +\infty)$ : Representa uma variável aleatória positiva.

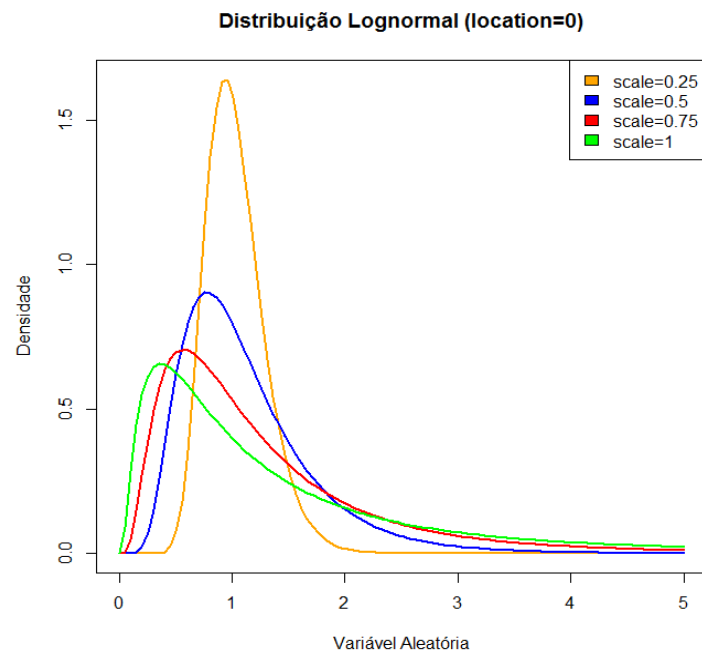
A média e variância da distribuição são definidas pelas seguintes formulações:

- *Média* =  $E[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$
- *Variância* =  $Var[X] = e^{2\mu + 2\sigma^2} - e^{2\mu + \sigma^2}$

Com a finalidade de entender melhor o efeito que a alteração destes parâmetros ocasiona na função densidade de probabilidade da distribuição Lognormal, foram realizadas simulações, as quais são apresentadas nos gráficos a seguir.

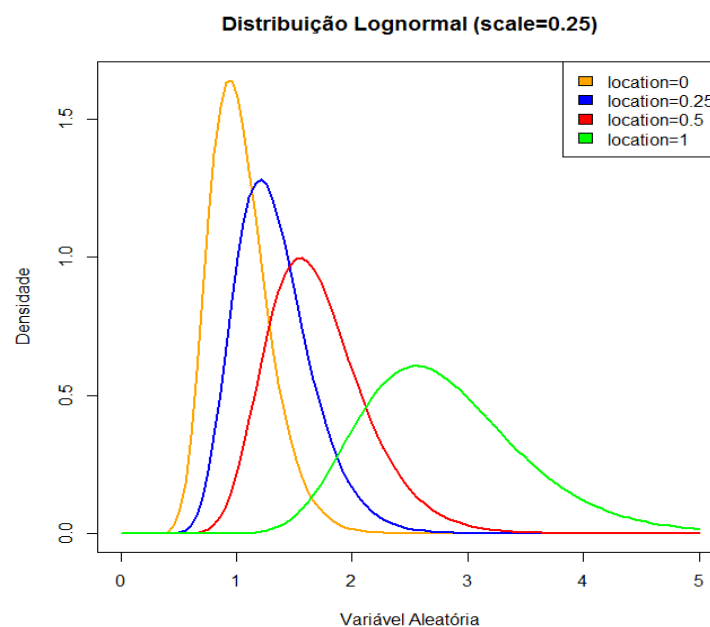
O Gráfico nº6 mostra a função de densidade da Lognormal, para diferentes valores de  $\sigma$ , mantendo o parâmetro  $\mu$  constante e igual a 0 (zero). O Gráfico nº7 mostra a função de densidade da Lognormal, para diferentes valores de  $\mu$ , mantendo o parâmetro  $\sigma$  constante e igual a 0,25.

**Gráfico nº 6:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Lognormal, mantendo o parâmetro  $\mu$  constante.



Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.

**Gráfico nº 7:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Lognormal, mantendo o parâmetro  $\sigma$  constante.



Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.

### 5.3.1 Parametrização ramo 0167 (Riscos de Engenharia)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Lognormal a partir do ajuste das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Riscos de Engenharia. Conforme mencionado na seção 4.1, para este estudo de caso foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança, o qual é comumente utilizado pelo mercado financeiro.

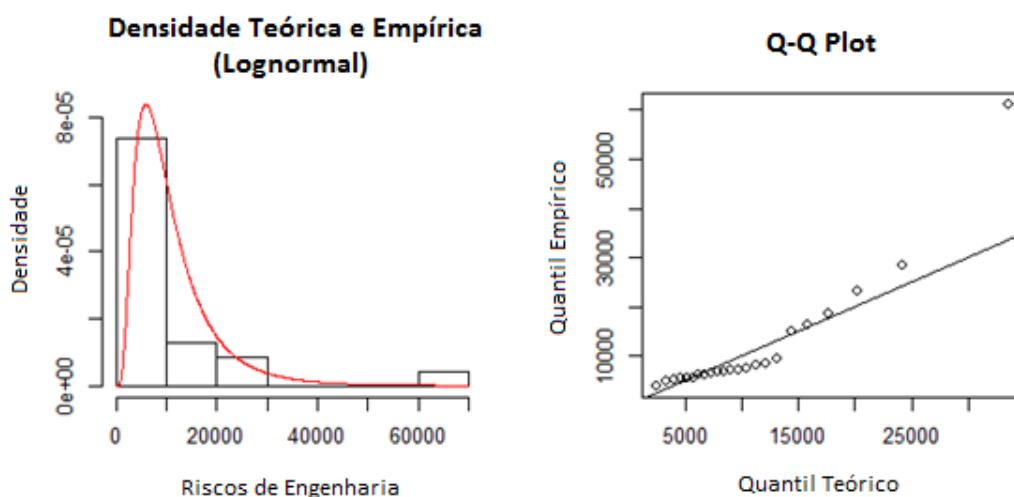
Assim as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão são apresentadas na Tabela nº7.

**Tabela nº 7:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Lognormal a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0167 (Riscos de Engenharia).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\hat{\mu}$	9,1097430	0,13552407
$\hat{\sigma}$	0,6499506	0,09582897

Fonte: *Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.*

**Figura nº 1:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Lognormal ajustada ao ramo 0167 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.



Fonte: *Elaboração própria, utilização do software R.*

Na Figura nº 1 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Lognormal e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0167. Os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Lognormal é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 2 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0167 se ajustaram adequadamente a distribuição da Lognormal, ou seja, testar a adequação dos parâmetros estimados. A descrição do teste pode ser encontrada na seção 4.2 deste relatório.

**Figura nº 2:** Teste KS (Lognormal) para o ramo 0167.

Teste Kolmogorov-Smirnov (KS)
<b>Distribuição:</b> Lognormal
<b>Ramo:</b> Riscos de Engenharia
<b>D = 0.2349, p-value = 0.134</b>
<b>Hipótese nula (H0):</b> $F1 = F0$
<b>Hipótese alternativa (H1):</b> $F1 \neq F0$

Fonte: Elaboração própria, utilização do software R.

O teste KS permite concluir que a distribuição Lognormal biparamétrica com os parâmetros  $\sigma = 0,6499506$  e  $\mu = 9,1097430$  fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0167, uma vez que o p-valor do teste mostrou-se ser superior ao nível de significância adotado ( $\alpha = 0,05$ ).

### 5.3.2 Parametrização ramo 0351 (Responsabilidade Civil Geral)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Lognormal a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Responsabilidade Civil Geral. Conforme mencionado anteriormente, foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança.

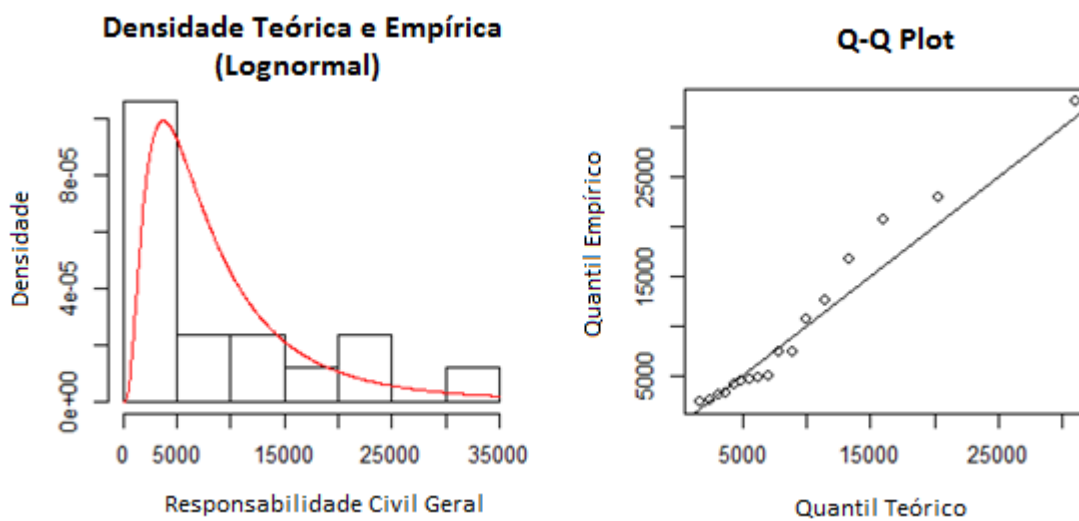
Assim as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão são apresentadas na Tabela nº8.

**Tabela nº 8:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Lognormal a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0351 (R. C. Geral).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\hat{\mu}$	8,8496161	0,1920322
$\hat{\sigma}$	0,7917689	0,1357863

Fonte: *Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.*

**Figura nº 3:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Lognormal ajustada ao ramo 0351 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.



Fonte: *Elaboração própria, utilização do software R.*

Na Figura nº 3 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Lognormal e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0351. Assim como para o ramo de Riscos de Engenharia, os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Lognormal é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 4 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0351 se ajustaram adequadamente a distribuição da Lognormal, ou seja, testar a adequação dos parâmetros estimados.



**Figura nº 4:** Teste KS (Lognormal) para o ramo 0351.

Teste Kolmogorov-Smirnov (KS)
<b>Distribuição:</b> Lognormal
<b>Ramo:</b> Responsabilidade Civil Geral
<b>D = 0.1986, p-value = 0.4555</b>
<b>Hipótese nula (H0):</b> F1 = F0
<b>Hipótese alternativa (H1):</b> F1 ≠ F0

Fonte: Elaboração própria, utilização do software R.

Assim como para as grandes perdas do ramo 0167, o teste KS permite concluir ao nível de significância de 5% que a distribuição Lognormal biparamétrica com os parâmetros  $\sigma = 0,7917689$  e  $\mu = 8,8496161$  fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0351. Entretanto, observamos que o p-valor do teste KS para o ramo 0351 é superior ao p-valor do teste KS para o ramo 0167, o que mostra que o teste aceitou mais facilmente a hipótese de que as grandes perdas do ramo 0351 possuem distribuição Lognormal.

#### 5.4 Distribuição Gama Generalizada

A distribuição Gama Generalizada é uma distribuição positiva assimétrica, constituída por três parâmetros (triparamétrica) e por este fato, segundo PACHECO (2014, pág. 62), esta distribuição apresenta boa flexibilidade de ajuste aos dados de sinistros.

Notação:  $X \sim GG(a, \beta, p)$

Sua função densidade de probabilidade, de acordo com KLEIBER (2003, pág. 148), é descrita pelas seguintes expressões algébricas:

$$f(x) = \frac{a}{\beta^{ap}\Gamma(p)} x^{ap-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^a}, \text{ tal que } \Gamma(p) = \int_0^{\infty} u^{p-1} e^{-u} du$$

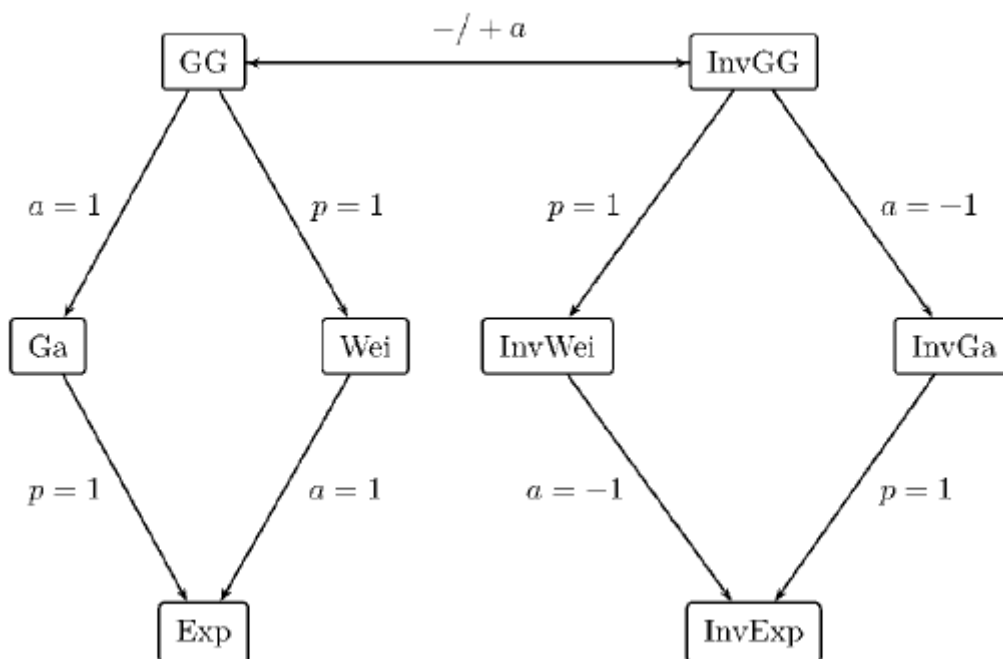
Onde:

- $a, p > 0$ : Representam os parâmetros de forma (*shape*);
- $\beta > 0$ : Representa o parâmetro de escala (*scale*);
- $x \in (0, +\infty)$ : Representa uma variável aleatória positiva.

A distribuição Gama Generalizada é uma família bastante flexível de distribuições, a qual inclui muitas distribuições que foram originadas a partir dela, sendo estas denominadas casos especiais ou limitados. KLEIBER (2003, pág. 148) descreve como obter estes casos:

- A distribuição Gama é obtida por  $a = 1$  e; conseqüentemente, se  $X \sim GG(a, \beta, p)$ , então  $X^{1/a} \sim Ga(\beta, p)$ . Particularmente, a distribuição qui-quadrado com  $\nu$  graus de liberdade é obtida por  $a = 1$  e  $p = \nu/2$ .
- A distribuição Gama Inversa (ou Vinci) é obtida por  $a = -1$ .
- $p = 1, a > 0$  origina a distribuição Weibull.
- $p = 1, a < 0$  origina a distribuição Weibull Inversa (também conhecida como distribuição log-Gompertz).
- $a = p = 1$  origina a distribuição exponencial.
- $a = -1, p = 1$  origina a distribuição exponencial inversa.
- $a = 2, p = 1/2$  origina a distribuição normal truncada.

A Figura nº 5, apresentada a seguir, sumariza as inter-relações entre as distribuições mais populares citadas acima.



Fonte: KLEIBER, Christian. *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003, pág. 148.

**Figura nº 5:** Distribuição Gama Generalizada e suas inter-relações: distribuição gama generalizada (GG), distribuição gama generalizada inversa (InvGG), distribuição gama (Ga), distribuição Weibull (Wei), Weibull inversa (InvWei), distribuição gama inversa (InvGa), distribuição exponencial (Exp) e distribuição exponencial inversa (InvExp).

### • Distribuição Weibull

Neste projeto será estudada a distribuição biparamétrica de Weibull que, como vimos anteriormente, é um dos casos particulares da distribuição Gama Generalizada, no caso de  $p = 1$  e  $a > 0$ .

Notação:  $X \sim \text{Wei}(a, \beta)$

A função densidade de probabilidade da distribuição Weibull, segundo KLEIBER (2003, pág. 174), é definida por:

$$f(x) = \frac{a}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{a-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^a}$$

E a função cumulativa de probabilidade da distribuição, de acordo com KLEIBER (2003, pág. 174), é representada por:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^a}$$

Onde:

- $a > 0$ : Representa o parâmetro de forma (*shape*);
- $\beta > 0$ : Representa o parâmetro de escala (*scale*);
- $x \in (0, +\infty)$ : Representa uma variável aleatória positiva.

A média e variância da distribuição são definidas pelas seguintes formulações:

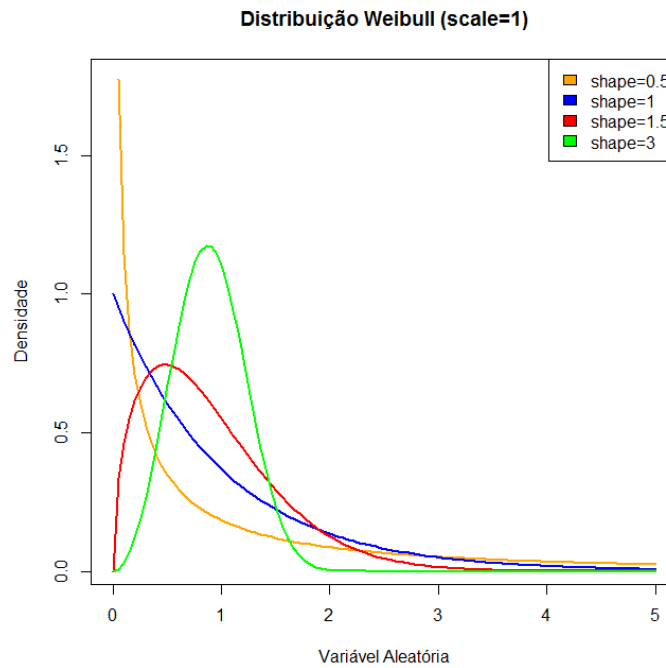
- $Média = E[X] = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right)$
- $Variância = Var[X] = \beta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) - \left[ \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) \right]^2 \right\}$

Com a finalidade de entender melhor o efeito que a alteração destes parâmetros ocasiona na função densidade de probabilidade da distribuição Weibull, foram realizadas simulações, as quais são apresentadas nos gráficos a seguir.

O Gráfico nº 8 mostra a função de densidade da Weibull, para diferentes valores de  $a$ , mantendo o parâmetro  $\beta$  constante e igual a 1 (um). O Gráfico nº 9 mostra a função de

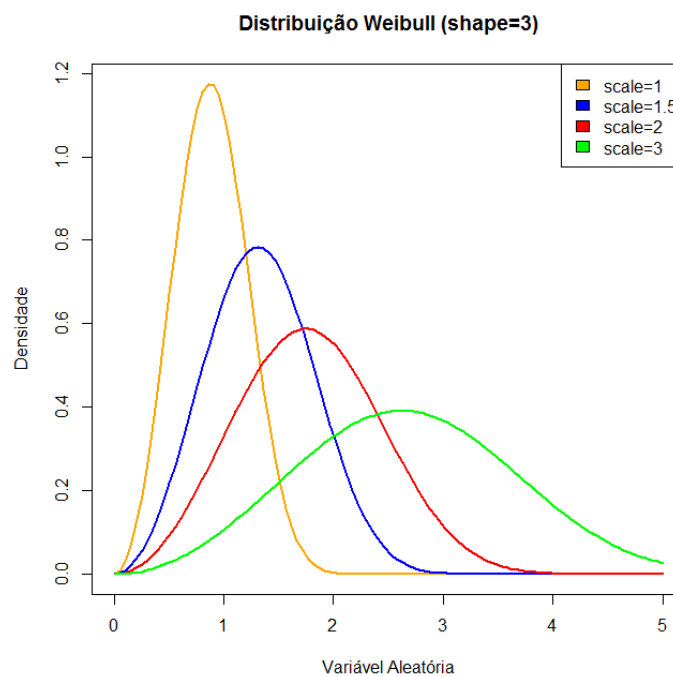
densidade da Weibull, para diferentes valores de  $\beta$ , mantendo o parâmetro  $a$  constante e igual a 3 (três).

**Gráfico nº 8:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Weibull, mantendo o parâmetro  $\beta$  constante.



Fonte: *Elaboração própria efetuada via simulações no software R*

**Gráfico nº 9:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Weibull, mantendo o parâmetro  $a$  constante.



Fonte: *Elaboração própria efetuada via simulações no software R.*

### 5.4.1 Parametrização ramo 0167 (Riscos de Engenharia)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Weibull a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Riscos de Engenharia. Conforme mencionado anteriormente, foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança, o qual é comumente utilizado pelo mercado financeiro.

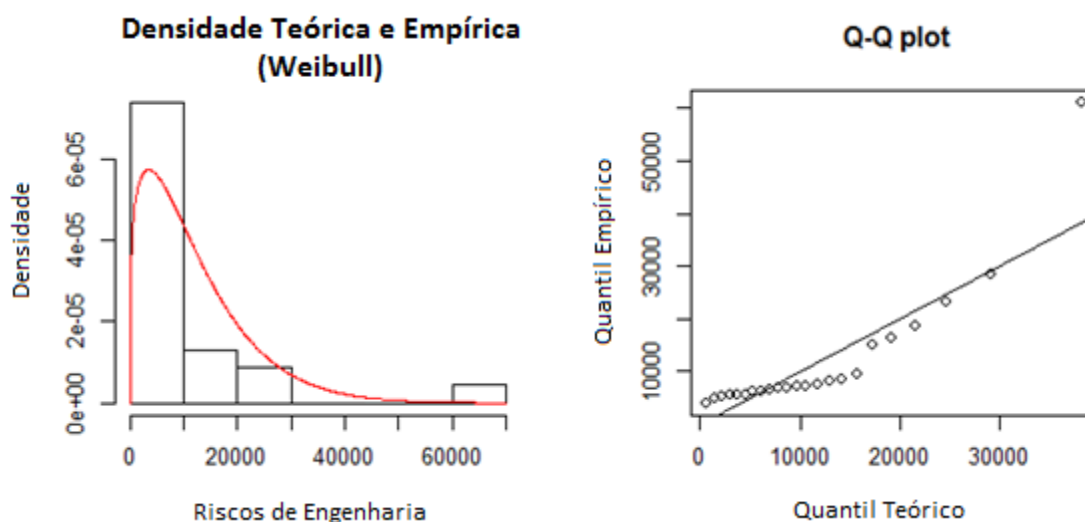
A tabela a seguir apresenta as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão.

**Tabela nº 9:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Weibull a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0167 (Riscos de Engenharia).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\hat{\alpha}$	1,242791	0,1746279
$\hat{\beta}$	1.2973,4094	2.353,9186

Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.

**Figura nº 6:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Weibull ajustada ao ramo 0167 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.

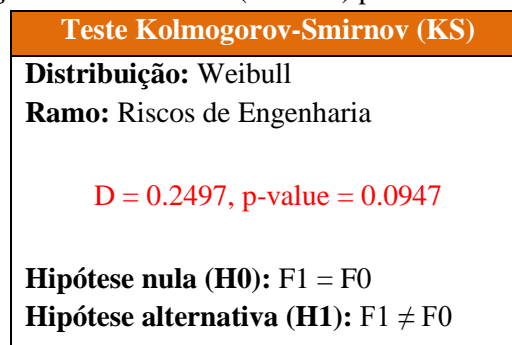


Fonte: Elaboração própria, utilização do software R.

Na Figura nº 6 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Weibull e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0167. Os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Weibull é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 7 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0167 se ajustaram adequadamente a distribuição da Weibull.

**Figura nº 7:** Teste KS (Weibull) para o ramo 0167.



*Fonte: Elaboração própria, utilização do software R.*

O resultado do teste KS permite concluir ao nível de significância de 5% que a distribuição Weibull biparamétrica com os parâmetros  $\alpha = 1,242791$  e  $\beta = 1.2973,4094$  fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0167. Entretanto, observamos que o p-valor do teste KS efetuado para o ramo 0167 utilizando-se a distribuição Lognormal (p-valor = 0.134) foi superior ao p-valor do teste KS realizado utilizando a distribuição Weibull (p-valor = 0,0947), o que mostra que a distribuição Lognormal é mais adequada do que a distribuição Weibull para ajustar as grandes perdas observadas neste conjunto de dados.

#### 5.4.2 Parametrização ramo 0351 (Responsabilidade Civil Geral)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Weibull a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Responsabilidade Civil Geral. Conforme mencionado anteriormente, foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança.

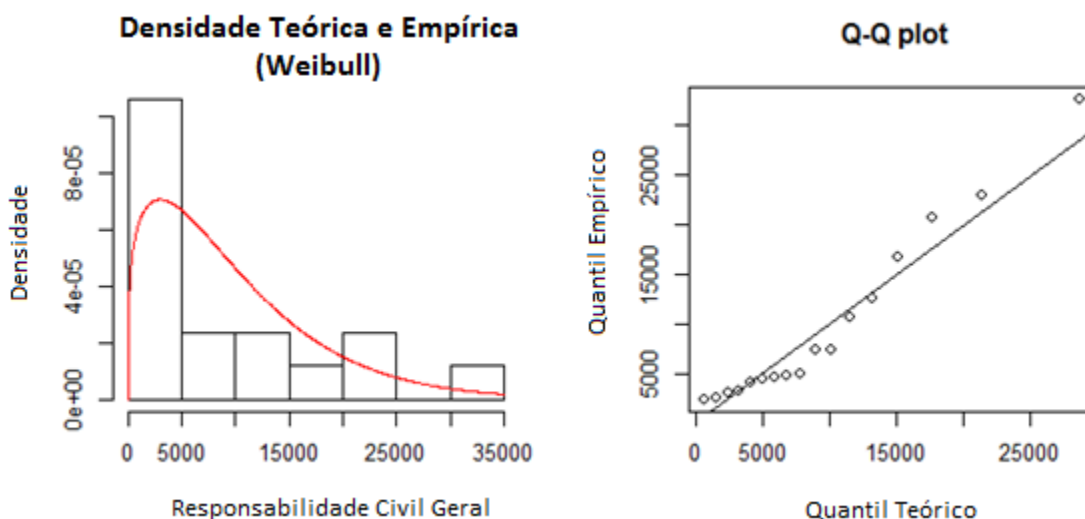
Assim as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão são apresentadas na Tabela nº10.

**Tabela nº 10:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Weibull a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0351 (R. C. Geral).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\hat{\alpha}$	1,256723	0,2264985
$\hat{\beta}$	10.518,5757	2.127,7427

Fonte: *Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.*

**Figura nº 8:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Weibull ajustada ao ramo 0351 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.



Fonte: *Elaboração própria, utilização do software R.*

Na Figura nº 8 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Weibull e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0351. Assim como para o ramo de Riscos de Engenharia, os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Weibull é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 9 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0351 se ajustaram adequadamente a distribuição da Weibull.

**Figura nº 9:** Teste KS (Weibull) para o ramo 0351.

Teste Kolmogorov-Smirnov (KS)
<b>Distribuição:</b> Weibull
<b>Ramo:</b> Responsabilidade Civil Geral
<b>D = 0.21, p-value = 0.3874</b>
<b>Hipótese nula (H0):</b> F1 = F0
<b>Hipótese alternativa (H1):</b> F1 ≠ F0

Fonte: *Elaboração própria, utilização do software R.*

O resultado do teste KS permite concluir ao nível de significância de 5% que a distribuição Weibull biparamétrica com os parâmetros  $\alpha = 1,256723$  e  $\beta = 10.518,5757$  fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0351. Entretanto, assim como no caso das grandes perdas do ramo 0167, observamos que o p-valor do teste KS efetuado utilizando-se a distribuição Lognormal (p-valor = 0.4555) foi superior ao p-valor do teste KS realizado utilizando a distribuição Weibull (p-valor = 0,3874), o que mostra que a distribuição Lognormal é mais adequada do que a distribuição Weibull para ajustar as grandes perdas observadas nestes conjuntos de dados.

### 5.5 Distribuição Beta Generalizada

A distribuição Beta Generalizada que será apresentada neste projeto é conhecida como Beta Generalizada Tipo II, a qual é constituída por quatro parâmetros (tetraparamétrica) e considerada, segundo PACHECO (2014, pág. 65), ainda mais flexível em ajustar-se aos dados de severidades de sinistros do que a distribuição gama generalizada (triparamétrica).

Notação:  $X \sim GB2(a, \beta, p, q)$

Sua função densidade de probabilidade, de acordo com KLEIBER (2003, pág. 184), é descrita pelas seguintes expressões algébricas:

$$f(x) = \frac{\alpha x^{\alpha p - 1}}{\beta^{\alpha p} B(p, q) [1 + (x/\beta)^\alpha]^{p+q}}, \text{ tal que } B_x(p, q) = \int_0^x u^{p-1} (1-u)^{q-1} du$$

Onde:

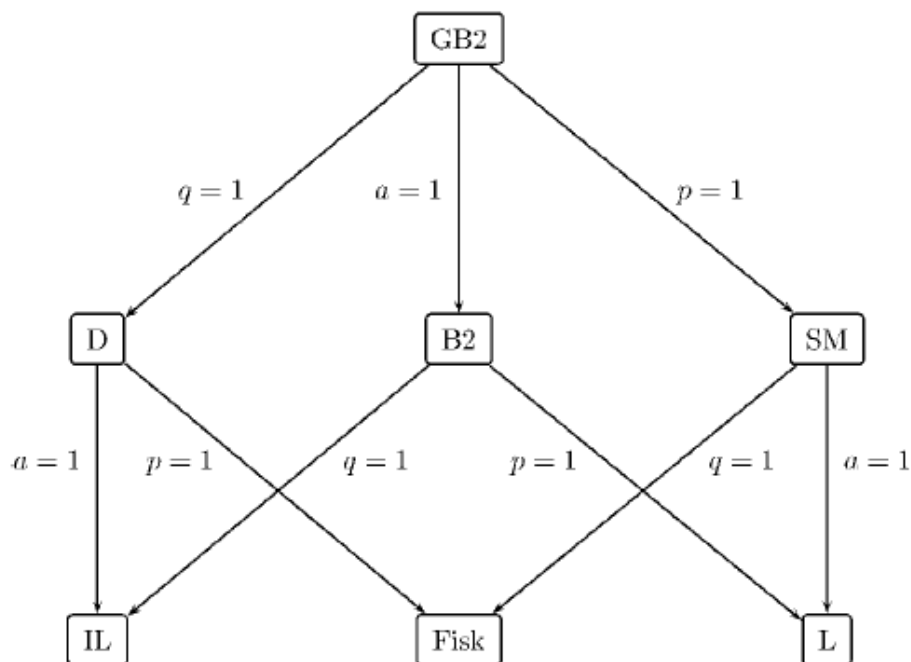


- $\beta > 0$ : Representa o parâmetro de escala (*scale*);
- $a, p, q > 0$ : Representam os parâmetros de forma (*shape*);
- $x \in (0, +\infty)$ : Representa uma variável aleatória positiva.

Assim como a Gama Generalizada, a distribuição Beta Generalizada é uma família bastante flexível de distribuições, a qual inclui muitas distribuições que foram originadas a partir dela, sendo estas denominadas casos especiais ou limitados. KLEIBER (2003, pág. 186) descreve como obter estes casos:

- A distribuição Singh-Maddala é obtida por  $p = 1$ ;
- A distribuição Dagum é obtida por  $q = 1$ ;
- A distribuição Beta tipo II é obtida por  $a = 1$ ;
- A distribuição Fisk (ou log-logistic) é obtida por  $p = q = 1$ ;
- A distribuição Lomax (ou Pareto Generalizada tipo II) é obtida por  $a = p = 1$ ;
- A distribuição Lomax Inversa é obtida por  $a = q = 1$ .

A Figura nº 10, apresentada a seguir, sumariza as inter-relações entre as distribuições citadas acima.



Fonte: KLEIBER, Christian. *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003, pág. 188.

**Figura nº 10:** Distribuição Beta Generalizada e suas inter-relações: distribuição beta generalizada tipo II (GB2), distribuição Dagum (D), distribuição beta tipo II (B2), distribuição Singh-Maddala (SM), distribuição Lomax Inversa (IL), distribuição Fisk (Fisk) e distribuição Lomax (L).

- **Distribuição Pareto Generalizada (ou Pareto II)**

Neste projeto será estudada a distribuição Pareto Generalizada que, como vimos anteriormente, é um dos casos particulares da distribuição Beta Generalizada, no caso de  $a = p = 1$ . Segundo MATOS (2012, pág. 14), a distribuição de Pareto Generalizada é amplamente utilizada como a distribuição limite dos excessos além de um limiar.

Notação:  $X \sim \text{GPD}(\beta, q)$

A função densidade de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, segundo EMBRECHTS (1997, pág. 357), é definida por:

$$f(x) = \frac{q}{\beta} \left(1 + q \frac{x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{q}-1}, \quad x \in D(\beta, q)$$

Onde:

$$D(\beta, q) = \begin{cases} [0, \infty) & \text{se } q \geq 0, \\ \left[0, -\frac{\beta}{q}\right] & \text{se } q < 0, \end{cases}$$

E a função cumulativa de probabilidade da distribuição, de acordo com KLEIBER (2003, pág. 226), é representada por:

$$F(x) = 1 - \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)\right]^{-q}$$

Onde:

- $\beta > 0$ : Representa o parâmetro de escala (*scale*);
- $q > 0$ : Representa o parâmetro de forma (*shape*);
- $x \in (0, +\infty)$ : Representa uma variável aleatória positiva.

A média e variância da distribuição são definidas pelas seguintes formulações:

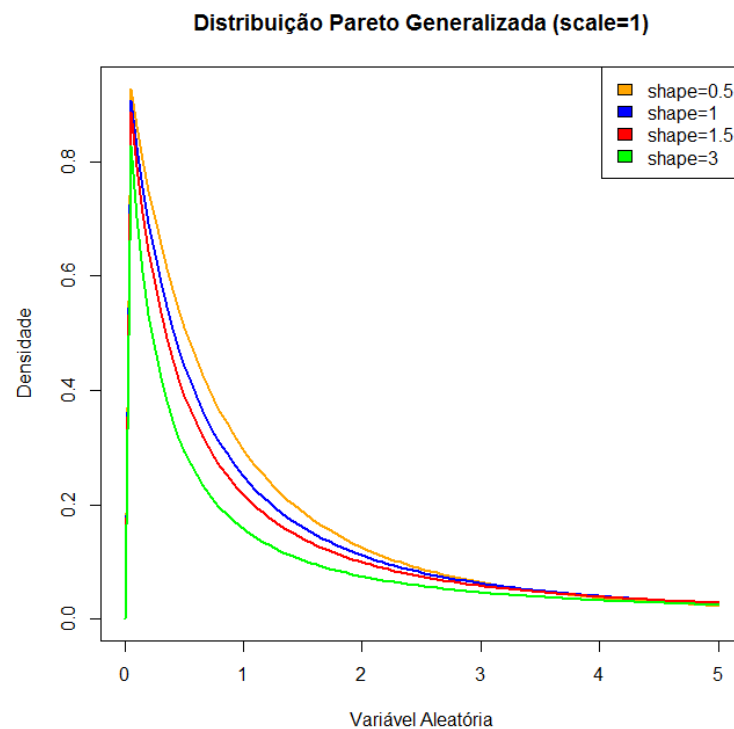
- Média =  $E[X] = \begin{cases} \frac{\beta}{1-q}, & \text{se } q < 1 \\ \infty, & \text{se } q \geq 1 \end{cases}$

$$\bullet \text{ Variância} = \text{Var}[X] = \begin{cases} \frac{\beta^2}{(1-q)^2(1-2q)}, & \text{se } q < 0,5 \\ \infty, & \text{se } q \geq 0,5 \end{cases}$$

Com a finalidade de entender melhor o efeito que a alteração destes parâmetros ocasiona na função densidade de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, foram realizadas simulações, as quais são apresentadas nos gráficos a seguir.

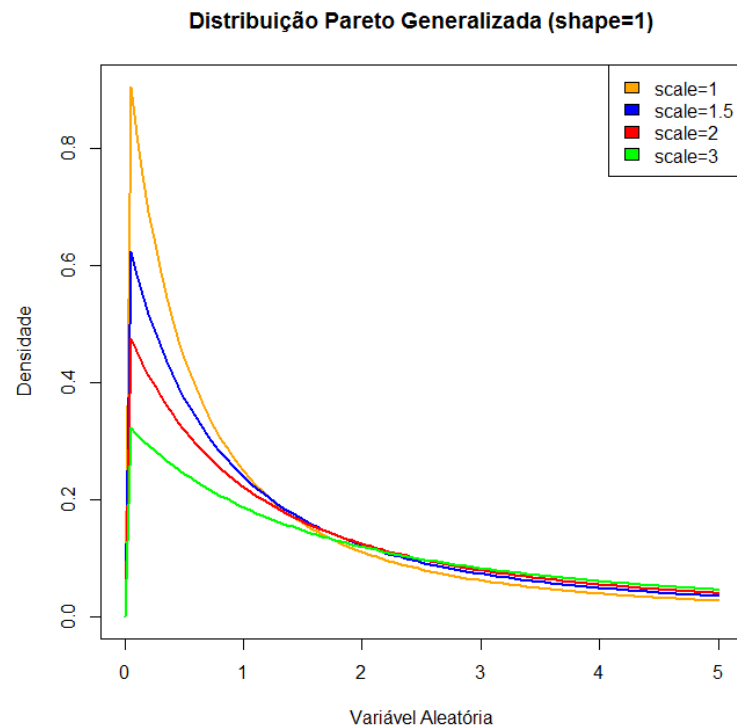
O Gráfico nº 10 mostra a função de densidade da Pareto II para diferentes valores de  $q$ , mantendo o parâmetro  $\beta$  constante e igual a 1 (um). O Gráfico nº 11 mostra a função de densidade da Pareto II, para diferentes valores de  $\beta$ , mantendo o parâmetro  $q$  constante e igual a 1 (um).

**Gráfico nº 10:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, mantendo o parâmetro  $\beta$  constante.



*Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.*

**Gráfico nº 11:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, mantendo o parâmetro  $q$  constante.



Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.

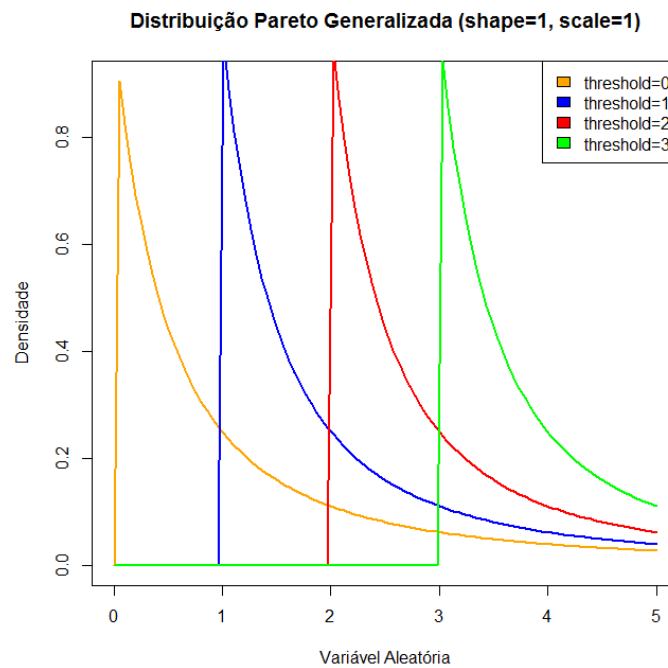
De acordo com KLEIBER (2003, pág. 359), é possível introduzir o parâmetro de localização (*threshold*) na GPD substituindo o  $x$  por  $(x - \mu)$ , onde  $\mu \in \mathcal{R}$ . Desta forma, a distribuição torna-se triparamétrica.

Notação  $\sim \text{GPD}(\beta, q, \mu)$

Com a finalidade de entender melhor o efeito que a alteração do parâmetro *threshold* ocasiona na função densidade de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, foram realizadas simulações, as quais são apresentadas nos gráficos a seguir.

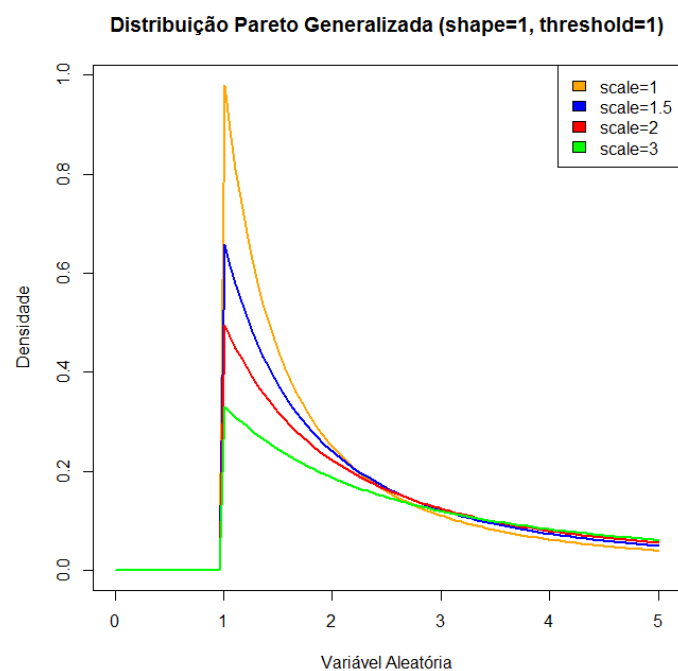
O Gráfico nº 12 mostra a função de densidade da Pareto II para diferentes valores de  $\mu$ , mantendo os parâmetros  $\beta$  e  $q$  constantes e iguais a 1 (um). O Gráfico nº 13 mostra a função de densidade da Pareto II, para diferentes valores de  $\beta$ , mantendo o parâmetro  $\mu$  e  $q$  constantes e iguais a 1 (um).

**Gráfico nº 12:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, mantendo os parâmetros  $\beta$  e  $q$  constantes.



Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.

**Gráfico nº 13:** Funções de densidades de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada, mantendo os parâmetros  $\mu$  e  $q$  constantes.



Fonte: Elaboração própria efetuada via simulações no software R.

### 5.5.1 Parametrização ramo 0167 (Riscos de Engenharia)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Pareto Generalizada a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Riscos de Engenharia. Conforme mencionado anteriormente, foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança.

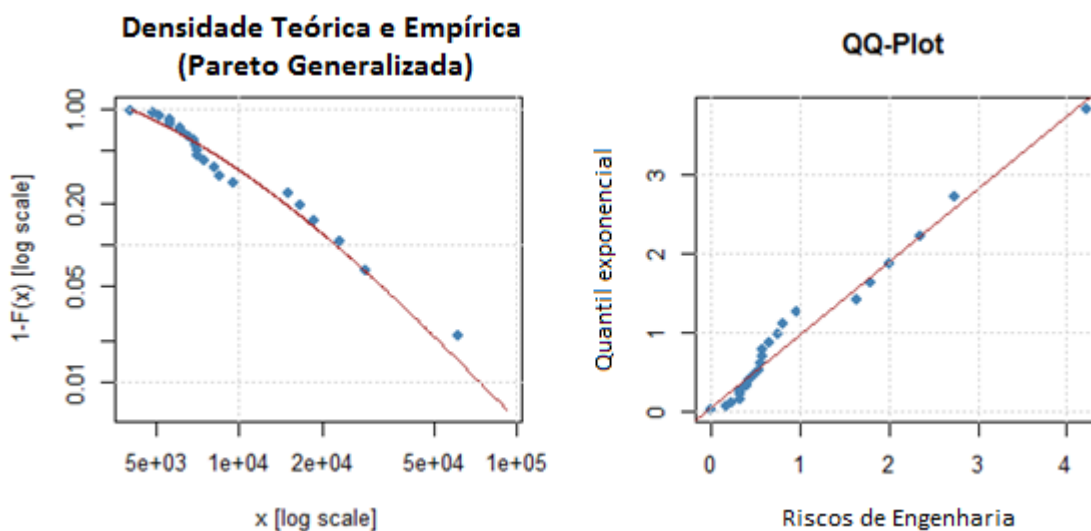
A tabela a seguir apresenta as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão. É importante salientar que o parâmetro de localização  $\mu$  (*threshold*) foi estabelecido previamente pelo Ressegurador através de estudos técnicos realizados com base nas características de seu portfólio.

**Tabela nº 11:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Pareto Generalizada a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0167 (Riscos de Engenharia).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\mu$	4.033	-
$\hat{\beta}$	4.525,9161	1.575,22
$\hat{q}$	0,4487567	0,2872887

Fonte: *Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.*

**Figura nº 11:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Pareto Generalizada ajustada ao ramo 0167 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.



Fonte: *Elaboração própria, utilização do software R.*

Na Figura nº 11 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0167. Os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Pareto Generalizada é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 12 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0167 se ajustaram adequadamente a distribuição Pareto Generalizada.

**Figura nº 12:** Teste KS (Pareto Generalizada) para o ramo 0167.

Teste Kolmogorov-Smirnov (KS)
<b>Distribuição:</b> Pareto Generalizada
<b>Ramo:</b> Riscos de Engenharia
<b>D = 0.1509, p-value = 0.206</b>
<b>Hipótese nula (H0):</b> $F1 = F0$
<b>Hipótese alternativa (H1):</b> $F1 \neq F0$

Fonte: Elaboração própria, utilização do software SAS.

O resultado do teste KS permite concluir ao nível de significância de 5% que a distribuição Pareto Generalizada triparmétrica com os parâmetros  $\mu = 4.033$ ,  $\beta = 4.525,9161$  e  $q = 0,4487567$  nos fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0167.

Adicionalmente, quando comparamos estes resultados aos obtidos nos testes KS efetuados para o ramo 0167 utilizando a distribuição Lognormal (p-valor = 0.134) e utilizando a distribuição Weibull (p-valor = 0,0947), observamos que a distribuição Pareto Generalizada é a mais adequada para ajustar as grandes perdas observadas deste conjunto de dados, uma vez que o teste KS forneceu o maior p-valor (0,206).

### 5.5.2 Parametrização ramo 0351 (Responsabilidade Civil Geral)

A seguir serão apresentados os parâmetros estimados da distribuição Pareto Generalizada a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador durante o período de 2006 a 2007 referentes ao ramo de Responsabilidade Civil Geral. Conforme mencionado anteriormente, foi escolhido o Método de Estimação por Máxima Verossimilhança.

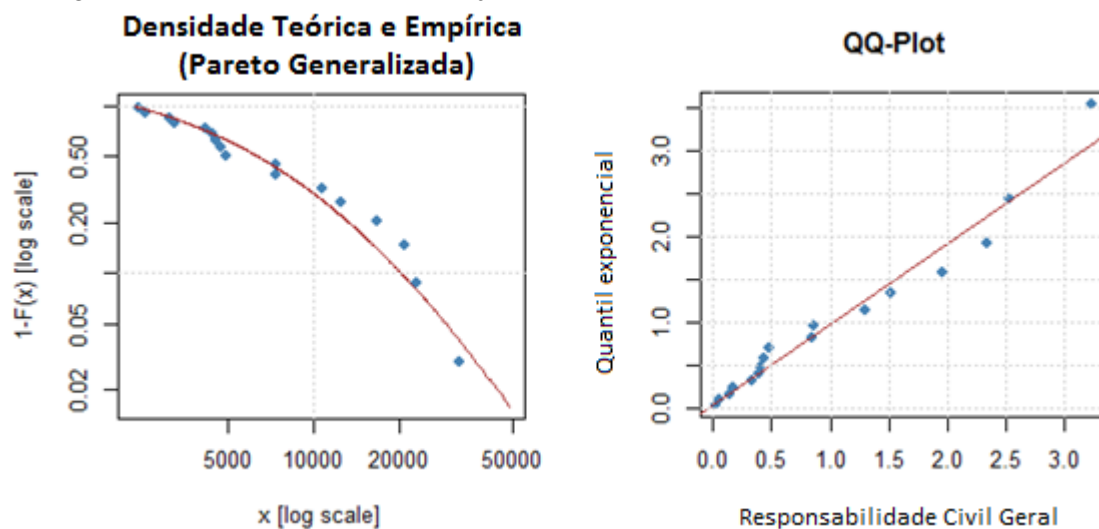
A tabela a seguir apresenta as estimativas de máxima verossimilhança e seus respectivos erros padrão. É importante salientar que o parâmetro de localização  $\mu$  (*threshold*) foi estabelecido previamente pelo Ressegurador através de estudos técnicos realizados com base nas características de seu portfólio.

**Tabela nº 12:** Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros da Pareto Generalizada a partir das grandes perdas avisadas ao Ressegurador referente ao ramo 0351 (R. C. Geral).

Estimador	Estimativa	Desvio Padrão
$\mu$	2.300	-
$\hat{\beta}$	5.140,9002	2.481,8387
$\hat{q}$	0,3416221	0,4313057

Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas pela Companhia de resseguros. Utilização do software R.

**Figura nº 13:** Gráfico da função densidade de probabilidade da Pareto Generalizada ajustada ao ramo 0351 e gráfico Q-Q Plot dos resíduos do ajuste.



Fonte: Elaboração própria, utilização do software R.



Na Figura nº 13 são apresentados o gráfico da função densidade de probabilidade da distribuição Pareto Generalizada e o gráfico QQ-Plot residual referente ao ajuste efetuado com o conjunto de dados do ramo 0351. Os gráficos apresentados nesta figura indicam que o ajuste efetuado pela distribuição Pareto Generalizada é adequado, exceto no caso de alguns sinistros que se distanciaram da distribuição de referência, conforme observado no Q-Q Plot.

A Figura nº 14 apresenta o resultado do teste estatístico Kolmogorov Smirnov, o qual foi realizado com a finalidade de verificar se as grandes perdas do ramo 0351 se ajustaram adequadamente a distribuição Pareto Generalizada.

**Figura nº 14:** Teste KS (Pareto Generalizada) para o ramo 0351.

Teste Kolmogorov-Smirnov (KS)
<b>Distribuição:</b> Pareto Generalizada
<b>Ramo:</b> Responsabilidade Civil Geral
<b>D = 0.1534, p-value = 0.360</b>
<b>Hipótese nula (H0):</b> $F1 = F0$
<b>Hipótese alternativa (H1):</b> $F1 \neq F0$

Fonte: *Elaboração própria, utilização do software SAS.*

O resultado do teste KS permite concluir ao nível de significância de 5% que a distribuição Pareto Generalizada triparamétrica com os parâmetros  $\mu = 2.300$ ,  $\beta = 5.140,9002$  e  $q = 0,3416221$  nos fornece um bom modelo para a distribuição das grandes perdas do ramo 0167.

Entretanto, quando comparamos estes resultados aos obtidos nos testes KS efetuados para o ramo 0351 utilizando a distribuição Lognormal (p-valor = 0,4555) e utilizando a distribuição Weibull (p-valor = 0,3874), observamos que a distribuição Pareto Generalizada foi considerada a menos adequada para ajustar as grandes perdas observadas deste ramo, uma vez que o teste KS forneceu o menor p-valor (0,360). Tendo em vistas os resultados obtidos nos testes, a distribuição que melhor se ajusta a este conjunto de dados é a distribuição Lognormal.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um bom processo de precificação é fundamental para uma companhia de Seguros/Resseguros, uma vez que ao precificar corretamente suas apólices, a entidade está garantindo para a sociedade uma reposição dos prejuízos e a continuidade da produção. Além disso, em decorrência das normas regulatórias de solvência, do aumento da concorrência e da piora nas perspectivas dos cenários macroeconômicos, as Seguradoras e Resseguradoras se depararam com a necessidade de aprimorar seus processos de precificação, de modo com que estes se tornassem mais assertivos e eficientes na precificação de suas carteiras de riscos.

Desta forma, o principal objetivo desta monografia foi realizar um estudo de caso que permitisse avaliar os modelos probabilísticos de severidade que melhor se adequassem as grandes perdas e, conseqüentemente, aprimorasse o processo de precificação destes sinistros. Adicionalmente, neste projeto identificamos o risco envolvido no processo de precificação, o qual é denominado Risco de Subscrição e como visto anteriormente, é definido como sendo o risco de perda ou mudança adversa no valor das provisões, devido à inadequação da precificação e das hipóteses utilizadas no provisionamento.

Conforme mencionado anteriormente, este projeto utilizou como objeto de estudo as informações de prêmios emitidos e sinistros ocorridos entre 2006 e 2013 das grandes perdas avisadas a um determinado Ressegurador referente aos ramos SUSEP 0167 (Riscos de Engenharia) e 0351 (Responsabilidade Civil Geral).

No início deste relatório foram identificadas as coberturas oferecidas pelos seguros dos ramos estudados e verificado a existência de altas sinistralidades e elevado grau de competitividade das companhias de seguros em relação à comercialização dos mesmos, evidenciando a necessidade das sociedades seguradoras serem mais assertivas e adequarem seus níveis de prêmios as suas carteiras de riscos.

No estudo de caso, identificamos como possíveis modelos probabilísticos de severidade as distribuições biparamétrica Lognormal e Weibull, e a distribuição tripamétrica Pareto Generalizada. Os parâmetros dos modelos propostos foram obtidos através do método estatístico para estimação denominado máxima verossimilhança.

A fim de verificar qual dos modelos probabilísticos é o mais adequado para os conjuntos de dados, foram realizados testes de adequação dos parâmetros, os quais foram efetuados através do método estatístico não paramétrico denominado Kolmogorov Smirnov.

Os resultados dos testes efetuados para as grandes perdas observadas do ramo 0167 (Riscos de Engenharia) mostraram que a distribuição Pareto Generalizada triparmétrica com os parâmetros  $\mu = 4.033$ ,  $\beta = 4.525,9161$  e  $q = 0,4487567$  é a mais adequada dentre as três estudadas, uma vez que o teste KS efetuado com esta distribuição forneceu o maior p-valor observado (0,206). Entretanto, para as grandes perdas observadas do ramo 0351 (Responsabilidade Civil Geral), os resultados dos testes efetuados mostraram que a distribuição Lognormal biparmétrica com os parâmetros  $\sigma = 0,7917689$  e  $\mu = 8,8496161$  é a mais adequada dentre as três estudadas, uma vez que o teste KS efetuado com esta distribuição forneceu o maior p-valor observado (0.4555).

A partir das análises efetuadas neste projeto, pode-se concluir que não existe um único modelo probabilístico que seja adequado para ajustar as grandes perdas, sendo fundamental os Seguradores e Resseguradores analisarem os sinistros avisados levando-se em consideração as características de cada ramo de negócio e, desta forma, aprimorar seus processos de precificação de modo eficiente.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AN INTRODUCTION to R. Disponível em <<https://cran.r-project.org/>> Acesso em: 12/09/2015.
- [2] EMBRECHTS P, et al. **Modelling extremal events for insurance and finance**. Berlin: Springer-Verlag, 1997.
- [3] FERREIRA, Paulo Pereira. **Modelos de precificação e ruína para seguros de curto prazo**. Rio de Janeiro: Funenseg, 2002.
- [4] HELP to fit of parametric distribution to non-censored or censored data. Disponível em: <<http://riskassessment.r-forge.r-project.org>> Acesso: 12/09/2015.
- [5] KLEIBER, Christian; KOTZ, Samuel. **Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- [6] MANO, Cristina Maria Cantanhede Amarante Biasotto. **Melhoria da Qualidade na Tarifação de Seguros: Uso de modelos de credibilidade**. Rio de Janeiro: Funenseg, 1997.
- [7] MATOS, Carlos Eduardo da Silva. **Modelagem e Análise de eventos catastróficos segundo a Teoria dos Valores Extremos**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2012.
- [8] MOOD, Alexander McFarlane. **Introduction to the theory of statistics**. Oxford: McGraw-Hill, 1974.
- [9] PACHECO, Ricardo. **Matemática Atuarial de Seguros de Danos**. São Paulo: Editora Atlas, 2014.
- [10] R Development Core Team (2011). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <<http://www.r-project.org/>> Acesso em: 20/08/2015.
- [11] SAS - Statistical Analysis System -. Disponível em: <[http://support.sas.com/documentation/cdl/en/procstat/66703/HTML/default/viewer.htm#procstat\\_univariate\\_details37.htm](http://support.sas.com/documentation/cdl/en/procstat/66703/HTML/default/viewer.htm#procstat_univariate_details37.htm)> Acesso em: 21/08/2015.
- [12] SUSEP - Superintendência de Seguros Privados, Normas regulatórias de solvência. Disponível em: <<http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-mercado/solvencia>> Acesso em 22/08/2015.
- [13] WUERTZ, Diethelm, et al. **Rmetrics - Extreme Financial Market Data**. Disponível em: <<http://www.rmetrics.org>> Acesso em: 30/10/2015.